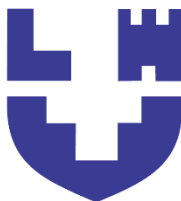


**Міністерство освіти і науки України  
Луцький національний технічний університет**



**ОПР МАТЕРІАЛІВ**

методичні вказівки до лабораторних занять для здобувачів  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
освітньої програми «Будівництво та цивільна інженерія»  
галузі знань 6 Інженерія, виробництво та будівництво  
спеціальності G19 Будівництво та цивільна інженерія  
денної та заочної форм навчання  
(Частина 2)

Луцьк 2026

УДК 620.178(7)

О 61

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій  
Луцького НТУ

Директор бібліотеки \_\_\_\_\_ Н.П. Поліщук

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури,  
будівництва та дизайну ЛНТУ,

протокол № \_\_\_ від « » \_\_\_\_\_ 2026 року.

Голова вченої ради ФАБД \_\_\_\_\_ О.В. Андрійчук

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри прикладної математики та  
механіки ЛНТУ, протокол № \_\_\_ від « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 року.

Завідувач кафедри прикладної математики та механіки

\_\_\_\_\_ О.А. Мікуліч

Укладач: \_\_\_\_\_ Т.В. Фурс, кандидат технічних наук, доцент кафедри  
прикладної математики та механіки ЛНТУ.

Рецензент: \_\_\_\_\_ доктор технічних наук, професор М.В. Делявський

Відповідальний за випуск: \_\_\_\_\_ О.А. Мікуліч, доктор технічних  
наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики та механіки  
ЛНТУ.

Об1

**Опір матеріалів:** методичні вказівки до лабораторних занять для  
здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої  
програми «Будівництво та цивільна інженерія» галузі знань  
G Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності  
G19 Будівництво та цивільна інженерія денної та заочної форм  
навчання (Частина 1) / уклад. Т.В. Фурс Луцьк: ЛНТУ, 2026. 43 с.

У методичних вказівках викладено основні теоретичні відомості щодо тем  
лабораторних робіт з дисципліни «Опір матеріалів», етапи виконання цих  
робіт та перевірки (порівняння) отриманих експериментальних результатів з  
даними числових розрахунків.

© Фурс Т.В., 2026

<b>ЗМІСТ</b>		Ст.
Вступ .....		4
<b>Лабораторна робота № 9.</b> Дослідна перевірка теорем про взаємність робіт та переміщень .....		6
<b>Лабораторна робота № 10.</b> Визначення моменту защемлення одно прольотної статично-невизначної балки ....		13
<b>Лабораторна робота № 11.</b> Визначення переміщень в статично визначних рамах та реакцій опор статично невизначних рам .....		17
<b>Лабораторна робота № 12.</b> Дослідження переміщень при косому згині .....		20
<b>Лабораторна робота № 13.</b> Визначення твердості та міцності матеріалів.....		25
<b>Лабораторна робота № 14.</b> Дослідження стійкості центрально стиснутого стрижня .....		31
<b>Лабораторна робота № 15.</b> Визначення ударної в'язкості сталі .....		37
Рекомендована література .....		42

## Вступ

Опір матеріалів – це наука про інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій різних споруд та механізмів.

Опір матеріалів ґрунтується на теоретичних розрахунках та експериментальних дослідженнях.

Тому складовою частиною опору матеріалів є лабораторні роботи, що сприяють розвитку навичок самостійної роботи та глибокому розкриттю фізичної суті теорії опору матеріалів. Вони спрямовані на вивчення механічних властивостей різних матеріалів та експериментальну перевірку теоретичних висновків та формул.

Лабораторні роботи з опору матеріалів можна розділити на дві основні групи:

- визначення механічних характеристик матеріалів;
- визначення деформацій найпростіших елементів конструкцій.

Кожна лабораторна робота містить короткі теоретичні відомості, порядок проведення досліду, обробку його результатів та контрольні запитання. Послідовність виконання лабораторних робіт визначається робочою програмою з дисципліни «Опір матеріалів».

Лабораторні роботи виконуються студентами в лабораторії кафедри в присутності викладача та лаборанта. Перед виконанням роботи студенти повинні засвоїти відповідний розділ теоретичного курсу та ознайомитись з інструкцією до її виконання.

Лабораторна робота вважається виконаною після її захисту і підпису звіту викладачем. Захист проводиться у формі усної співбесіди з викладачем. Звіти з лабораторних робіт зберігаються у студента до закінчення семестру і надаються ним на заліках або іспитах. При виконанні лабораторних робіт необхідно чітко дотримуватись основних **правил техніки безпеки**:

1) в аудиторіях і лабораторіях кафедри забороняється знаходитись у верхньому одязі та вішати його на лабораторне устаткування чи класти на столи;

2) перед початком робіт студенти повинні ознайомитись з правилами техніки безпеки та розписатись в журналі інструктажу;

3) категорично забороняється торкатись, вмикати та вимикати випробувальні машини та інші прилади і обладнання без дозволу викладача чи лаборанта;

4) забороняється виконувати роботу без дозволу викладача, лаборанта;

5) забороняється переставляти вантажі, прилади та обладнання;

6) при проведенні лабораторних робіт на випробувальних машинах необхідно упевнитись, що робочий простір машини має захисне та запобіжне устаткування;

7) при проведенні лабораторних робіт з використанням вимірюваної техніки студентам забороняється використовувати обладнання не за призначенням (інакше, ніж описано в інструкції до лабораторних робіт);

8) студентам забороняється виносити обладнання, устаткування (його частини) з лабораторії;

9) при виявленні несправностей обладнання та порушення правил техніки безпеки студенти повинні негайно інформувати викладача або лаборанта;

10) студенти, які порушили правила техніки безпеки, від роботи відстороняються, і про це інформувати завідувача кафедри та декана факультету;

11) після закінчення роботи студенти зобов'язані привести своє робоче місце у належний вигляд;

12) після проведення досліджень та приведення робочого місця до належного стану студент зобов'язаний передати устаткування і обладнання викладачу чи лаборанту.

## Лабораторна робота № 9

**Тема:** Дослідна перевірка теорем про взаємність робіт та переміщень

**Мета роботи:** перевірка дослідним шляхом справедливості теорем про взаємність робіт і взаємність переміщень, а також застосування цих теорем при визначенні переміщень двохопорної балки і побудові її пружної лінії.

### 1. Теоретичні відомості

Теорема про взаємність робіт суттєво спрощує обчислення переміщень в пружних системах.

Перед виконанням роботи необхідно повторити теорему Бетті і згадати, що існує два стани пружної системи, яка знаходиться в рівновазі. В кожному з цих станів діє деяке статичне навантаження: в першому стані –  $P_1$ , а в другому  $P_2$  (рис. 1).

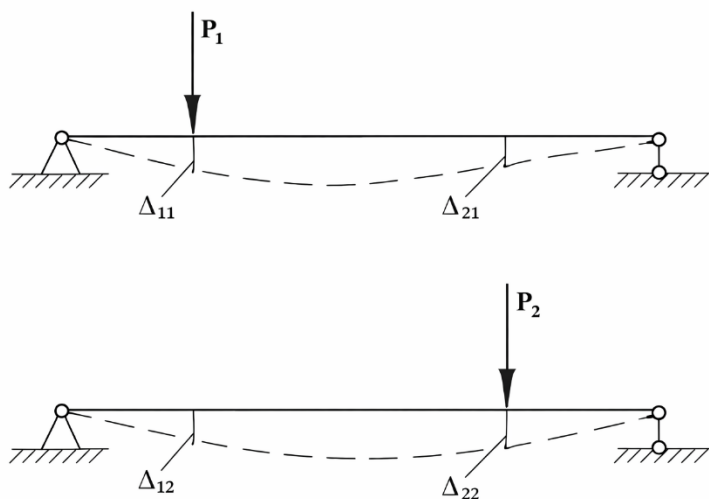


Рис. 1. Схема станів системи

- $\Delta_{11}$  – переміщення в напрямку сили  $P_1$  від дії сили  $P_1$ ;
- $\Delta_{12}$  – переміщення в напрямку сили  $P_1$  від дії сили  $P_2$ ;
- $\Delta_{21}$  – переміщення в напрямку сили  $P_2$  від дії сили  $P_1$ ;
- $\Delta_{22}$  – переміщення в напрямку сили  $P_2$  від дії сили  $P_2$ ;

### 2. Підготовка досліді

Робота виконується на установці СМ-4, яка складається з таких основних частин: сталеві балки (1) прямокутного поперечного перерізу, яка

шарнірно опирається на рухому (2) і нерухому (3) опори, двох індикаторних стояків (4), двох гирьових підвісок (5). Рухомий стояк може переміщатись по направляючій планці (6), змінюючи величину прольоту від 700 до 1000 мм. При необхідності можна одержати консольну балку. Вимірювання кутів повороту опорних перерізів проводиться за допомогою індикатора (7). Всі частини установки прикріплюються до основи (8).

Крім того для проведення досліду необхідні стрілочні (механічної дії) індикатори.

Установка СМ-7 являє собою консоль, аналогічно обладнану. Можна використовувати й інші системи (плоскі або просторові рами, балки постійного або змінного перерізу).

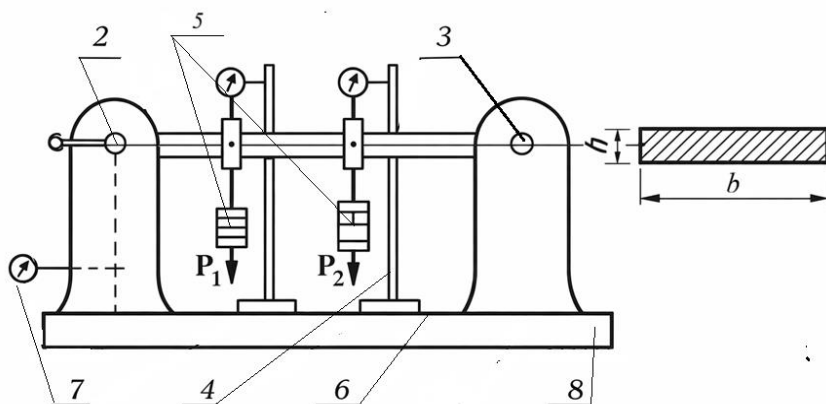


Рис. 2. Схема установки СМ-4

### 3. Проведення досліду

1. Встановити індикаторні стояки в двох точках, в яких прикладатимуться навантаження і вимірюватимуться переміщення.

2. Перед початком дослідів для прийнятої схеми обчислити максимально допустимі значення сил  $P_1$  і  $P_2$ . Як приклад можна розглянути схему балки на рис. 3.

3. Нехай спочатку прикладається статично сила  $P_1$ , а потім також статично прикладається сила  $P_2$ . Повна робота зовнішніх сил за такого порядку навантаження системи буде рівна:

$$A_1 = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22} + P_1 \Delta_{12}. \quad (1)$$

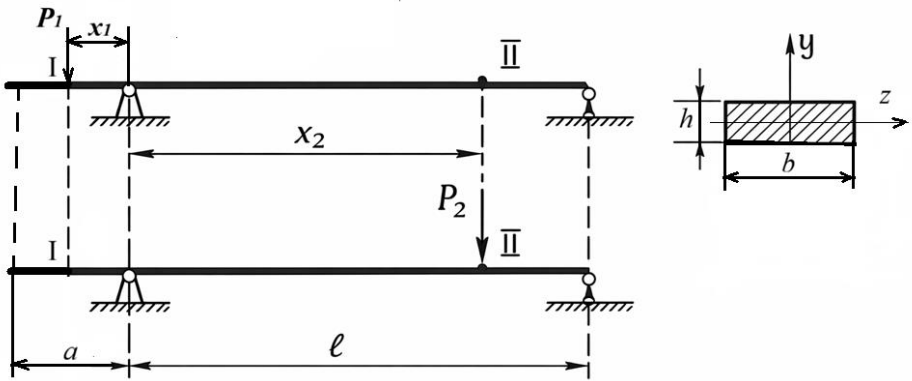


Рис. 3. Схема навантаження балки щодо визначення максимально допустимих значень навантаження

4. Якщо змінити черговість прикладання сил  $P_1$  і  $P_2$ , тобто спочатку прикласти статично силу  $P_2$ , а потім силу  $P_1$ , то повна робота зовнішніх сил буде мати вигляд:

$$A_2 = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22} + \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_2 \Delta_{21}. \quad (2)$$

Кінцева робота зовнішніх сил не залежить від черговості прикладання навантаження. Тому  $A_1 = A_2$ , а, отже:

$$P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21}. \quad (3)$$

Теорема Бетті (теорема про взаємність робіт) формулюється так: робота сили  $P_1$  (або першої групи сил) на переміщеннях, виконаних силою  $P_2$  (або другою групою сил), рівна роботі сили  $P_2$  (або другої групи сил) на переміщеннях, викликаних силою  $P_1$  (або першою групою сил).

Якщо прийняти  $P_1 = P_2 = 1$ , а переміщення, викликані одиничними силами, позначити через  $\delta$  (на відміну від переміщень, викликаних силами, не рівними одиниці), одержимо:

$$\delta_{12} = \delta_{21}. \quad (4)$$

Остання формула виражає теорему про взаємність переміщень (теорему Максвелла): переміщення точки 1, викликане силою, прикладеною в точці 2, дорівнює переміщенню точки 2, викликаному такою ж силою в точці 1.

Обидві теореми виражають залежність між навантаженнями і переміщеннями точок іншої системи, які викликані цими навантаженнями. Теореми випливають із принципу незалежності дії сил, в основі якого лежить припущення про лінійну залежність між силами і переміщеннями. Тому при виконанні роботи навантаження не повинні викликати напруження, більші за границю пропорційності для матеріалу досліджуваної системи.

Згинальний момент, викликаний силою  $P$ :

$$M_{max} = P_1 X_1.$$

Момент опору перерізу балки:

$$W_z = \frac{bh^2}{6}.$$

Тоді за умови, що максимальні напруження не повинні перевищувати величини границі пропорційності для матеріалу балки, знаходиться максимальне допустиме значення сили  $P_1$ :

$$P_1 \leq \frac{\sigma_{\text{пц}} bh^2}{6x_1}$$

Аналогічно, максимальний згинальний момент від сили  $P_2$ :

$$M_{max} = \frac{P_2 x_2 (l - x_2)}{l}.$$

З умови  $\frac{M_{max}}{W_z} \leq \sigma_{\text{пц}}$  знаходимо  $P_2 \leq \frac{\sigma_{\text{пц}} bh^2 l}{\sigma x^2 (l - x^2)}$ .

Границю пропорційності для сталеві балки можна прийняти  $\sigma_{\text{пц}} = 200 \text{ МПа} = 2000 \text{ кг/см}^2$ .

5. Для перевірки теореми Бетті (про взаємність робіт):

а) навантажити балку в т. 1 силою  $P_1$  і за допомогою індикатора виміряти переміщення  $\Delta_{21}$  в т. 2; розвантажити балку;

б) навантажити балку в т. 2 силою  $P_2$  і за допомогою індикатора виміряти переміщення  $\Delta_{12}$  в т. 1; розвантажити балку;

в) перевірити достовірність  $P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21}$ ;

г) результати вимірювань і обчислень звести в табл. 1. Дослід повторити 2-3 рази.

6. Перевірку теореми Максвелла (про взаємність переміщень) проводити за тією ж схемою, навантажуючи балку одиничними силами  $P_1 = P_2 = 1$ . Результати досліду записати у табл. 2. Переконатись у справедливості висновку:  $\delta_{12} = \delta_{21}$ .

7. Для побудови пружної лінії балки, яка перебуває під дією навантаження, вибирається точка прикладання сили. Краще використати одну з вибраних попередньо точок, для якої вже відомо граничне значення сили  $P$ . нехай, наприклад, сила прикладена в т. 1 (рис. 4).

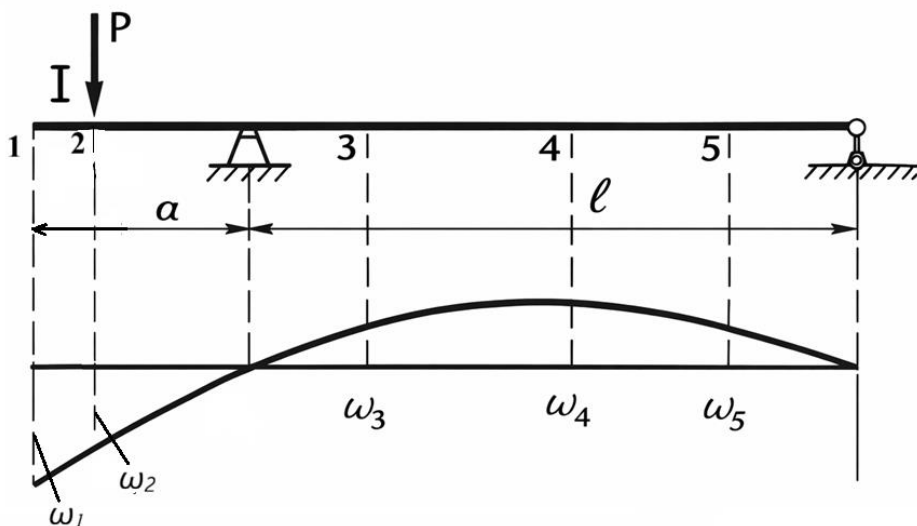


Рис. 4. Побудова пружної лінії балки

Намітити перерізи, переміщення яких необхідно виміряти (перерізи 1 ... 5). Замість того, щоб в кожній точці встановлювати свій індикатор або переносити прилад в точки 1-5, що викликає певні незручності і може призвести до значних похибок при вимірюванні, можна встановити індикатор в точці 1, а силу  $P$  послідовно прикладати в точках 1, 2, 3, 4, 5. Виміряні в точці 1 прогини  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$ , згідно з теоремою Максвелла дорівнюватимуть прогинам в точках 1...5 від сили, прикладеної в т. 1. По них будується зігнута вісь балки.

8. З метою порівняння дослідних і теоретичних значень прогинів необхідно обчислити аналітично переміщення в кількох точках одним з відомих методів.

Модуль пружності матеріалу приймати  $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа} = 2 \times 10^6 \text{ кг/см}^2$ . Результати вимірювань та обчислень записати у табл. 3.

Таблиця 1. Результати дослідної перевірки теореми про взаємність робіт

№	Навантаження, кг		Переміщення, мм		Робота, кГ·мм	
	$P_1$	$P_2$	$\Delta_{12}$	$\Delta_{21}$	$P_1\Delta_{12}$	$P_2\Delta_{21}$
1.						
2.						
3.						
4.						

Таблиця 2. Результати дослідної перевірки теореми про взаємність переміщень

№	Навантаження, кг	Переміщення, мм	
	$P_1 = P_2$	$\delta_{12}$	$\delta_{21}$
1.			
2.			
3.			
4.			

Таблиця 3. Результати визначення прогинів балки

№	Навантаження, кг	Прогин, мм			Теоретичне значення прогину, мм
	$P$ , кг	1 дослід	2 дослід	Середнє значення	
1.					
2.					
3.					
4.					

#### 4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Схему установки для перевірки теореми про взаємність робіт і переміщень, а також схему для побудови пружної лінії балки.
3. Визначення максимально допустимих значень сил  $P_1$  і  $P_2$ . При цьому записати попередні дані:
  - а) матеріал зразка;

- b) розміри перерізу зразка  $b$  і  $h$ ;
  - c) модуль пружності  $E$ ;
  - d) довжину прольоту  $l$  і довжину консольної частини  $a$ ;
  - e) осьовий момент інерції  $I_x$ ;
4. Результати вимірювань і знайдені аналітично величини, приведені у таблицях 1, 2, 3.
  5. Порівняння дослідних і теоретичних значень прогинів.
  6. Висновок.

### **Контрольні запитання**

1. Сформулюйте теорему про взаємність робіт (переміщень).
2. На яких установках можна перевірити ці теореми?
3. В якій послідовності перевіряється теорема Бетті (теорема Максвелла)?
4. З якою метою необхідно визначати максимально допустиму силу?

## Лабораторна робота № 10

**Тема:** *Визначення моменту защемлення одно прольотної статично-невизначної балки*

**Мета роботи:** визначення дослідним шляхом величини моменту защемлення однопрольотної статично невизначеної балки і порівняння з теоретичним його значенням.

### 1. Теоретичні відомості

Статично невизначними називаються такі системи, у яких число невідомих реакцій більше від числа рівнянь статички, що можуть бути записані для даної системи. Наприклад, для балки, зображеної на рис. 2 а), число невідомих реакцій – 4, число рівнянь рівноваги – 3, Таким чином, балка один раз статично невизначена.

Теоретичний розрахунок величини моменту защемлення проводиться одним з відомих методів (за допомогою універсального рівняння прогинів, рівняння трьох моментів або методом сил).

Для даної балки за “зайву” реакцію виберемо момент защемлення на лівій опорі. Позначимо його через  $X_1$ . Основна система має вигляд, показаний на рис. 2 б). Під дією моменту  $X_1$  кут повороту лівого кінця балки повинен дорівнювати нулеві:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (1)$$

де  $\delta_{11}$  – переміщення від одиничного моменту  $X_1=1$  в напрямку  $X_1$ ;  
 $\Delta_{1P}$  – переміщення від зовнішнього навантаження в напрямку  $X_1$ .

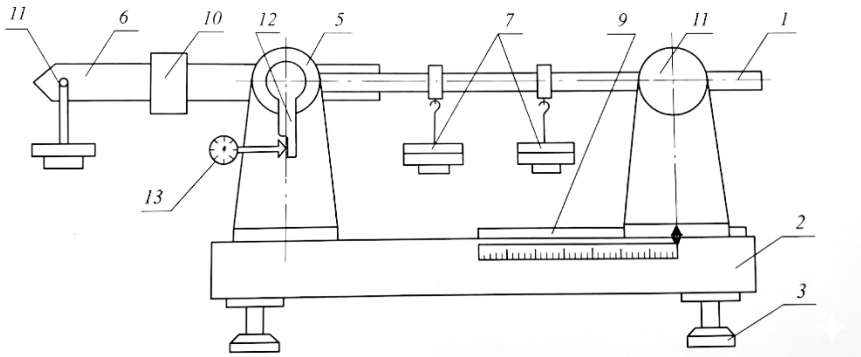
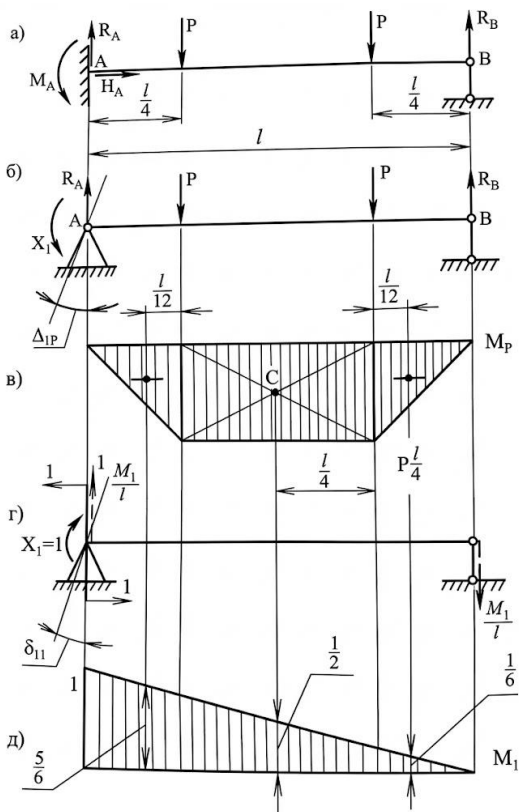


Рис. 1. Схема установки



На рис. 2 зображено:

а) – розрахункова  
схема;

б) – основна система  
у вигляді балки, що  
вільно опирається на  
дві опори;

в) – епюра згиналь-  
них моментів від  
заданого наванта-  
ження;

г) – основна система  
під дією одичного  
момента;

д) – одинична епюра

Рис. 2.

Коефіцієнт та вільний член канонічного рівняння визначаються перемноженням епюр. Епюра  $M_p$  являється ламаною, тому  $\Delta_{1P}$  знаходиться як сума складових на окремих ділянках

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \left( \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \right) =$$

$$= -\frac{Pl^2}{EI} \left( \frac{1 + 12 + 15}{192} \right) = -\frac{3Pl^2}{32EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{l}{3EI}$$

З рівняння (1)

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{3Pl^2 \cdot 3EI}{32EI \cdot l} = \frac{9}{32}Pl.$$

## 2. Принцип роботи установки

Для виконання лабораторної роботи використовується установка типу СМ-11 А, яка складається з таких основних частин: візця (1), основи (2), встановленої на чотирьох регульованих гвинтах-ніжках (3), рухомої (4) та нерухомої (5) опор, пристрою для імітації жорсткого закріплення балки, гирьових підвісок і набору вантажів (8).

Візрєць являє собою балку прямокутного поперечного перерізу розміром 3x40 мм, виготовлену зі сталі Ст. 3. На візрєць нанесена шкала для зручності відрахунку плеча навантаження.

Рухома опора може переміщатись по направляючій планці (9), що дозволяє зміщувати довжину прольоту балки, а також одержувати консольну балку.

Пристрій, який імітує жорстоке закріплення балки, складається з горизонтально розміщеного важеля з противагою (10) масою 1 кг і гирьовою підвіскою (11), на яку накладається гиря масою 0,5 кг.

Стержень (12) служить для вимірювання кутів повороту опорного перерізу балки за допомогою індикатора (13).

При навантаженні балки опорний переріз повернеться на деякий кут, величина якого реєструється по шкалі індикатора.

Накладаючи вантаж на гирьову підвіску важеля (11) і переміщаючи противагу вздовж важеля, можна зрівноважити балку, тобто домогтися, щоб кут повороту опорного перерізу став рівним нулеві.

Одержане таким чином жорстоке закріплення опорного кінця балки характеризується моментом защемлення, величина якого визначається як сума моментів, що створюються противагою і вантажем на гирьовій підвісці важеля відносно осі опорного перерізу балки.

## 2. Порядок проведення досліду

1. Згідно з вибраною схемою підготувати установку до виконання досліду.
2. Виміряти розміри поперечного перерізу візця.
3. Встановити стрілку індикатора на "0".
4. По шкалі важеля зробити відлік початкової координати противаги відносно опорного перерізу візця –  $s_1$ .
5. Навантажити балку. Найбільша величина навантаження не повинна перевищувати 29,4 Н (3 кг) на одну гирьову підвіску.

6. Змістити противагу з вихідного положення  $c_1$  в положення  $c_2$  (рис. 3), яке відповідає поверненню стрілки індикатора на “0”. При необхідності скористатись вантажами масою 0,5 кг, які накладаються на гирьову підвіску.
7. Розвантажити балку.
8. Визначити величину моменту защемлення за формулою:

$$M = Q_1(c_2 - c_1) + Q_2c_3. \quad (2)$$

У формулі:  $Q_1=1$  кг – маса противаги;

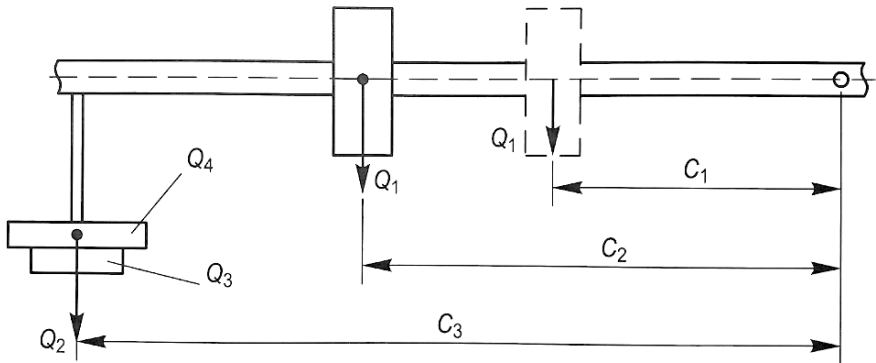
$Q_2 = Q_3 + Q_4$ , де

$Q_3 = 0,15$  кг – маса гирьової підвіски;

$Q_4 = 0,15$  кг – маса вантажу;

$c_3$  – відстань від осі опорного перерізу балки до осі гирьової підвіски

9. Визначити величину моменту защемлення теоретично.
10. Порівняти дослідне і теоретичне значення моменту защемлення.



#### 4. Звіт про роботу

1. Зобразити розрахункову схему.
2. Записати розміри візця  $h$  і  $b$ .
3. Підрахувати дослідне значення моменту за формулою (2).
4. Знайти  $X_1$  з канонічного рівняння методу сили (1).
5. Порівняти дослідне і теоретичне значення моменту защемлення.

#### 5. Контрольні запитання

1. Які системи являються статично невизначеними?
2. Як визначається момент защемлення дослідним шляхом?
3. Як визначається момент защемлення теоретично?

## Лабораторна робота № 11

**Тема:** *Визначення переміщень в статично визначних рамах та реакцій опор статично невизначних рам*

**Мета роботи:** 1) визначення дослідним шляхом горизонтального переміщення шарнірно-рухомої опори; 2) перевірка методу сил в розв'язку статично невизначних систем.

### 1. Теоретичні відомості

1. Під дією зосереджених сил, прикладених до ригеля рами, рухома опора  $B$  переміститься по горизонталі. При заданих геометричних і фізичних характеристиках рами і матеріалу знаходимо допустиме навантаження при проведенні досліду, теоретично визначаємо лінійне переміщення по методу Мора опорного перерізу при навантаженні, що складає певну долю допустимого і перевіряємо переміщення експериментально.

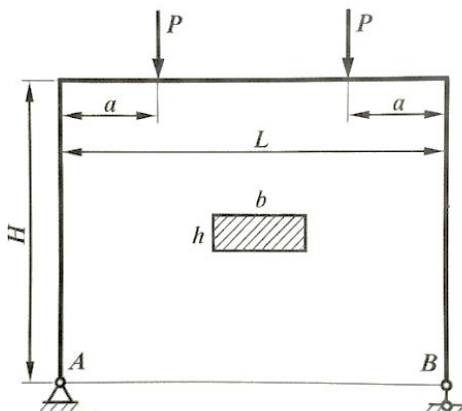


Рис. 1. Ескіз статично визначної рами

Дано:  $H, L, a, b, h$

$$\sigma_{\text{пц}} = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}.$$

З умови міцності  $\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W} = \frac{P \cdot a \cdot 6}{bh^2} \leq \sigma_{\text{пц}}$  визначимо допустиме навантаження:

$$[P] \leq \frac{\sigma_{\text{пл}} \cdot b \cdot h^2}{6a}. \quad (1)$$

Прийmemo робоче навантаження  $P = \frac{[P]}{n}$  (можливі інші схеми навантаження рами).

Будуемо епюри згинальних моментів від навантаження  $P$  ( $M_p$ ) і одиничної сили  $X_1 = 1$  ( $M_1$ ).

Знаходимо теоретичне значення переміщення точки  $B$  за формулою:

$$\Delta_{1P} = y_B^{\text{гор}} = \sum \int \frac{M_p M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot P \cdot a \cdot H \frac{l + (l - 2a)}{2} = H \cdot \frac{Pa}{EI} (l - a).$$

Експериментально визначаємо переміщення точки  $B$  за допомогою індикатора годинникового типу.

2. Розглянемо раму для випадку, коли обидві опори будуть шарнірно нерухомими, тобто рама буде один раз статично невизначена (рис. 1). Усунемо одну в'язь і виберемо основну статично визначену систему. Для значення  $x_1 = 1$  будуємо епюру згинальних моментів. З канонічного рівняння  $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$  визначаємо горизонтальну силу  $X$ .

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}},$$

$$\text{де } \Delta_{1P} = \sum \frac{M_p M_1}{EI} dx = -\frac{P \cdot a}{EI} (l - a) \cdot H,$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} H \cdot H \cdot H \cdot \frac{2}{3} H \cdot 2 + H \cdot l \cdot H \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{2}{3} H^3 + H^2 l \right)$$

Таким чином остаточно:

$$X = \frac{P \times a(l - a)H}{H^2(0.667H + l)}.$$

## 2.1. Порядок виконання роботи

1. Виконати ескіз рами і показати основні розміри.
2. Виміряти розміри та обчислити площу поперечного перерізу.
3. Перед початком досліду визначити допустиме навантаження з умови міцності за формулою (1).
4. Навантажувати раму послідовно рівними ступенями  $\Delta P$  і фіксувати покази індикаторів. Якщо при навантаженні рами число поділок індикатора зросло на  $n_1$  одиниць, то переміщення становить  $y_{BE}^{\text{гор}} = \frac{n_1}{k}$ , де  $k = 100$  – коефіцієнт збільшення індикатора.
5. Визначити похибку за формулою:

$$\frac{y_{BE}^{\text{роп}} - y_B^{\text{роп}}}{y_{BE}^{\text{роп}}} \cdot 100\%.$$

6. Навантажити раму зовнішніми силами і зафіксувати по індикатору переміщення. По лінійці переміщаємо гирю вагою 1 кг до повернення опори в вихідне положення (до навантаження).

7. З умови рівноваги  $X_e \cdot c = 1 \cdot d$  знаходимо значення реакції

$$x_e = \frac{d}{c},$$

де  $c = 6$  см.

8. Визначимо похибку за формулою:

$$\frac{X_I - X_e}{X_I} \cdot 100\%.$$

### Контрольні запитання

1. Сформулювати теореми: Бетті, Максвелла, Клапейрона.
2. Записати інтеграл Мора для визначення переміщень в плоских стержневих системах.
3. Записати формулу Верещагіна і пояснити порядок визначення переміщень.

## Лабораторна робота № 12

### Тема: Дослідження переміщень при косому згині

**Мета роботи:** дослідне визначення прогину вільного кінця консолі, положення лінії прогину і порівняння цих величин з теоретичними значеннями.

#### 1. Теоретичні відомості

Згин, при якому площина дії згинального моменту не співпадає з жодною із головних площин балки, називається косим згином. При косому згині в поперечних перерізах балки виникають два згинальні моменти відносно осей  $z$  та  $y$  (головних осей інерції поперечного перерізу). Отже, косий згин можна розглядати як суму двох прямих згинів у взаємно перпендикулярних площинах. При цьому результуюча прогину не співпадає з напрямом сили  $F$ , на основі принципу незалежності дії сил дорівнює:

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \quad (1)$$

де  $f_z$  і  $f_y$  – прогини в напрямку осей поперечного перерізу бруса.

Як відомо, принцип незалежності дії сил справедливий тільки в тих випадках, коли матеріал підлягає закону Гука і переміщення в межах пружних деформацій малі в порівнянні з розмірами бруса. В зв'язку з цим дослідження косого згину необхідно проводити при навантаженнях, які викликають тільки пружні деформації. Найбільше навантаження при випробуванні консольної балки на косий згин визначають з умови:

$$\frac{F_{\max} \cos \varphi l}{W_y} + \frac{F_{\max} \sin \varphi l}{W_z} \leq \sigma_{\text{нц}}. \quad (2)$$

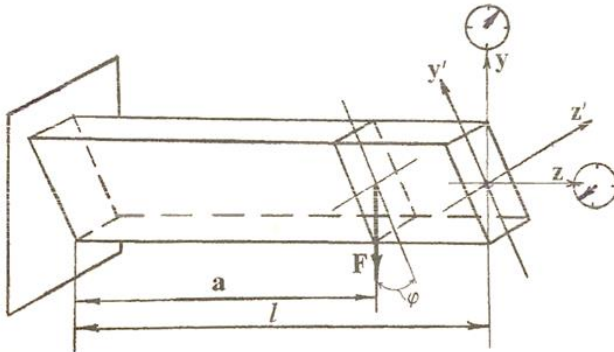


Рис.1. Схема косого згину консолі

На рис. 2 показані вертикальна і горизонтальна складові прогину  $f_z$  і  $f_y$  та складові прогину в напрямку центральних осей інерції –  $f_{z'}$  і  $f_{y'}$ .

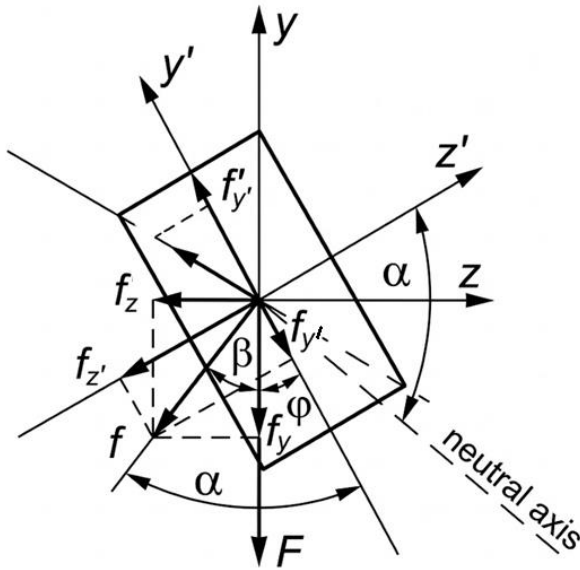


Рис. 2. Графічне зображення прогинів

$f_z$  і  $f_y$  визначаються експериментально за допомогою індикаторів годинникового типу, а  $f_{z'}$  і  $f_{y'}$  – теоретично (одним з відомих методів). Теоретичне значення кута нахилу стрілки прогину до вертикального переміщення балки визначається за формулою:

(3)

$$\beta = \alpha - \varphi$$

де  $\varphi$  – кут між напрямом сили і головною віссю інерції перерізу;  
 $\alpha$  – кут між нейтральною лінією і віссю.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{I_z}{I_y}, \quad (4)$$

де  $I_z, I_y$  – осьові моменти інерції перерізу балки.

Теоретичне значення повного прогину:

$$f_T = \sqrt{f_{z'}^2 + f_{y'}^2} \quad (5)$$

У випадку дії сили  $F$  на кінці консолі:

$$f_y = \frac{Fl^3}{3EI_z} \cdot \sin\varphi; \quad f_z = \frac{Fl^3}{3EI_y} \cdot \cos\varphi. \quad (6)$$

## 2. Прилади та обладнання

Для дослідження деформацій консолі при косому згині може використовуватись установка типу СМ-8М. Установка (рис. 3) складається з таких основних частин: досліджуваного зрізця (1), основи (2), нерухокої опори (3) з пристроєм для повороту досліджуваного зрізця або жорсткого закріплення його, вузла вимірювання деформацій зрізця (4), гирьового підвісу (5).

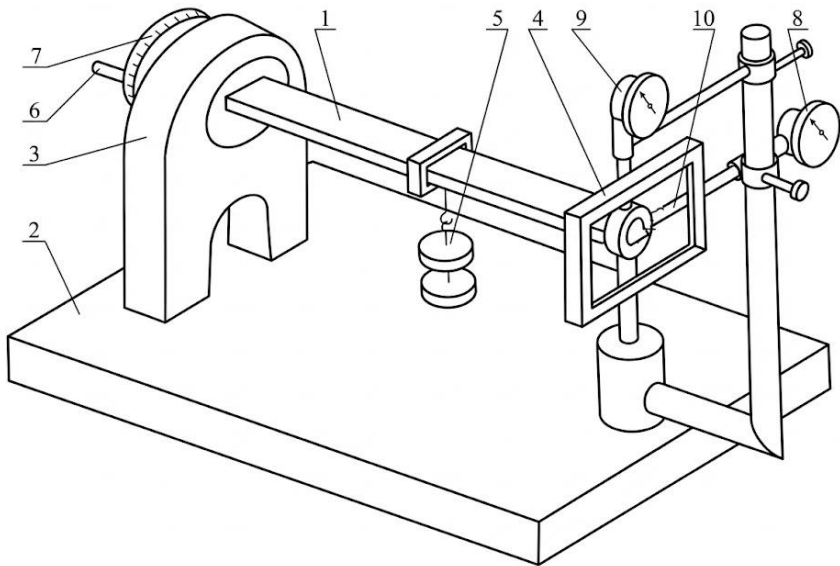


Рис. 3. Установка СМ-8М

Взрієць являє собою консоль прямокутного поперечного перерізу розміром  $7 \times 32$  мм, виготовлену зі сталі Ст 3. Поворот взрізця здійснюється за допомогою лімба (6).

Кут повороту встановлюється (по шкалі 7) в межах  $(0 \pm \frac{\pi}{2})$ .

Гирьовий підвіс переміщається вздовж взрізця. Стан косоного згину досягається шляхом повороту взрізця відносно поздовжньої осі і навантаження його у вибраній точці.

При навантаженні балки її поперечні перерізи переміщуються. Вимірювання складових повного прогину вільного кінця здійснюється двома індикаторами (8 і 9).

Сумарний прогин вільного кінця взірця можна спостерігати за шкалою (10).

### 3. Проведення досліду

1. Згідно з даними (плече навантаження  $a$ , кут повороту  $\varphi$  взірця) зобразити розрахункову схему.

2. Встановити стрілку індикатора на “0”.

3. Визначити величину ступеня навантаження –  $\Delta F$  і здійснити 3-4 навантаження балки. Попередньо визначити  $F_{дон}$  за формулою (2).

4. Після кожного навантаження реєструвати по шкалах індикаторів величини складових повного прогину вільного кінця у вертикальному і горизонтальному напрямках  $\Delta f_{yi}$  і  $\Delta f_{zi}$ .

5. Обчислити середні арифметичні значення приростів складових повного прогину:

$$\Delta f_{y \text{ сеп}} = \frac{\sum \Delta f_{yi}}{n}, \quad (7)$$

$$\Delta f_{z \text{ сеп}} = \frac{\sum \Delta f_{zi}}{n},$$

де  $n$  – кількість ступенів навантаження.

Дослідне значення повного прогину обчислюється за формулою:

$$f_{досл} = \sqrt{\Delta f_{y \text{ сеп}}^2 + \Delta f_{z \text{ сеп}}^2}. \quad (8)$$

6. Підрахувати теоретичну величину повного прогину за двома його складовими, обчисленими одним з відомих методів. Якщо сила прикладається на вільному кінці консолі, то можна використати формулу (6). В інших випадках навантаження балки (при  $a = l$ ) – рівняння початкових параметрів або правило Верещагіна. Повний прогин обчислити за формулою (5).

7. За формулою:

$$tg \beta_{досл} = \frac{\Delta f_{z \text{ сеп}}}{\Delta f_{y \text{ сеп}}}. \quad (9)$$

визначити дослідне значення кута нахилу повного прогину до лінії дії сили  $F$ , а за формулами (3) і (4) – теоретичне значення цього ж кута.

8. Порівняти дослідні і теоретичні величини прогинів і кутів:

$$\Delta f = \frac{|f_T| - |f_{\text{досл}}|}{|f_T|} \cdot 100\%; \quad \Delta \beta = \frac{|\beta_T| - |\beta_{\text{досл}}|}{|\beta_T|} \cdot 100\%. \quad (10)$$

#### 4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву та мету роботи.
2. Максимальне значення навантаження  $P_{\text{max}}$ .
3. Схему установки.
4. Матеріал балки.
5. Модуль пружності  $E$ .
6. Розрахунковий ступінь навантаження  $\Delta F$ /
7. Довжину консолі  $l$ .
8. Розміри перерізу балки  $h$  і  $b$ .
9. Моменти інерції відносно головних осей  $I_x$ ,  $I_y$ .
10. Результати дослідів, занесені в табл. 1.
11. Середні значення прогинів, визначені за формулою (7).
12. Дослідні значення повного прогину, обчислення за формулою (8).
13. Дослідні значення кута нахилу повного прогину до лінії дії сили, визначене за формулою (9).
14. Теоретичні значення повного прогину  $f_T$  та кут  $\beta$ , визначені за формулами (3), (4), (5).
15. Порівняння значень прогинів і кутів повороту за формулами (10).

Таблиця 1. Результати експериментів

№	Навантаження $F$ , (кг)	Приріст навантаження $\Delta F$ , (кг)	Покази індикаторів, мм		Різниця показів, мм	
			вертик. напрямок, $f_y$	гориз. напрямок, $f_z$	$\Delta f_y$	$\Delta f_z$
1.						
2.						
3.						
4.						

#### Контрольні запитання

1. Який згин називається косим?
2. Які напруження виникають при косому згині?
3. Як визначається положення нейтральної осі?
4. Як визначити небезпечні точки перерізу?
5. Як знайти прогин вільного кінця дослідним шляхом?

## Лабораторна робота № 13

### Тема: Визначення твердості та міцності матеріалів

**Мета роботи:** ознайомлення з методами вимірювань твердості металів та визначення твердості конструкційних матеріалів і їх межі міцності.

#### 1. Теоретичні відомості

*Твердістю* називається опір деформації на поверхні тіла при заздалегідь установленій механічній дії іншого більш твердого тіла заданої форми та розмірів, які не змінюються протягом випробування.

Твердість є важливою механічною характеристикою, яка широко використовується у техніці для контролю міцності поверхні готових виробів та для наближеного визначення тимчасового опору ( $\sigma_M$ ) матеріалу цих виробів.

Випробування на твердість завжди проводиться на поверхні зразка і має характер проникнення через неї в межах іншого більш твердого тіла, ніж метал, який досліджується. Способи і умови відновлення деформації при визначенні твердості досить різні, тому існує багато методів визначення твердості. Вони відрізняються формою тіла, яке проникає, та способами проникнення.

Методи механічних випробувань на твердість умовно поділяють на статичні та динамічні.

До статичних методів визначення твердості належать методи Брінелля, Роквелла, Віккерса, при яких навантаження, що наростає повільно, прикладається до стандартного наконечника, який вдавлюється. Динамічні методи застосовуються рідше, ніж статичні. Це метод пружної віддачі (метод Шора) та ударного втиснення сталевий загартованій кульки (метод Пальді). У дослідницькій практиці, крім згаданих, застосовується метод визначення твердості за подряпинами, та методи визначення мікротвердості. Визначають твердість спеціальними приладами.

Для порівняння твердості різних матеріалів форма і розміри наконечника, що втискується, регламентуються ДСТУ, а його твердість значно більша за твердість виробу, що контролюється.

Число твердості одного і того ж матеріалу, визначене різними методами, різне за величиною та розмірністю. Перехід від одних одиниць твердості до інших проводиться за допомогою емпіричних формул або таблиць.

Випробування на твердість широко застосовуються внаслідок таких причин:

- 1) випробування виконується швидко на портативному обладнанні;

2) можна випробовувати як взірці, так і готові деталі, зберігаючи їх придатність для подальшої експлуатації;

3) за твердістю можна визначати інші характеристики, наприклад  $\sigma_{\text{мц}}$ .

### Визначення твердості за методом Брінелля

Суть методу полягає в тому, що у взірець втискують сталеву загартовану кульку діаметром  $D$ . Кулька витримується деякий час під навантаженням  $P$ , після чого на поверхні залишається відбиток (лунка) діаметром  $d$  та глибиною  $h$  (рис. 1).

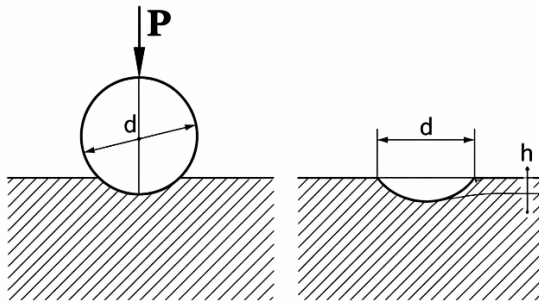


Рис. 1. Визначення твердості за Брінеллем

Твердість за Брінеллем визначається за формулою:

$$HB = \frac{P}{F}, \quad (1)$$

де  $P$  – сила втискування,

$F = \pi Dh$  – площа поверхні кульового сегмента (відбитка) після розвантаження. Твердість за Брінеллем розраховується у  $\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$ .

Величини  $d$  і  $h$  пов'язані залежністю:

$$h = \frac{1}{2}(D - \sqrt{D^2 - d^2}).$$

Отже,  $F = \frac{\pi D}{2}(D - \sqrt{D^2 - d^2})$

Тому формула (1) набирає вигляду:

$$HB = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{F}{D^2} \frac{2}{\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}\right)}. \quad (2)$$

Навантаження на кульку вибирають з умов подібності:

$P = K \cdot D^2$ , де  $K$  – стала, що залежить від діаметру кульки та становить 30, 10 і 2,5.

Значення твердості для деяких матеріалів по Брінелю становить:

Матеріал	Твердість
М'яке дерево, наприклад сосна	1,6 HBS 10/100
Тверде дерево	від 2,6 до 7,0 HBS 10/100
Алюміній	15 HB
Мідь	35 HB
Дуралюміній	70 HB
М'яка сталь	120 HB
Нержавіюча сталь	250 HB
Скло	500 HB
Інструментальна сталь	650-700 HB

Знаючи твердість за Брінеллем, можна швидко знайти границю міцності та текучості матеріалу, що важливо для прикладних інженерних задач.

Для сталі межа міцності становить:

$$\sigma_{\text{мц}} = \frac{10HB}{3}, (\text{МПа}),$$

а межа текучості  $\sigma_{\text{Т}} = \frac{5HB}{3}, (\text{МПа})$ .

Для алюмінієвих сплавів  $\sigma_{\text{мц}} = 3,62HB, [\text{МПа}]$ , для мідних  $\sigma_{\text{мц}} = 2,6HB, [\text{МПа}]$ .

## Визначення твердості методом Роквелла

Твердість за Роквеллом визначається за глибиною відбитка, а не за його площею як у методі Брінелля. При цьому можна використовувати як кульку, так алмазну піраміду чи конус.

Перевагою методу Роквелла є те, що навантаження з конусом можна змінювати в широких межах, бо при вдавлюванні конуса зберігається закон подібності, а умови деформації під вершиною конуса не змінюються. Твердість за Роквеллом вимірюється наступними одиницями: *HRA*, *HRB*, *HRC*. Остання буква показує по якій шкалі проводиться вимірювання та який елемент вдавлюється у метал.

## Визначення твердості методом Віккерса

Дослідження проводиться шляхом вдавлювання алмазної піраміди з кутом у вершині 136°. Твердість позначається HRV.

Числа твердості за Брінеллем та Віккерсом мають однакову розмірність і до 450HV практично співпадають, тому методом Віккерса досліджують матеріали з високою твердістю.

### 2. Порядок проведення дослідів

Перед дослідженням необхідно ознайомитись із будовою динамічного твердоміра ТД-42М, яким визначатиметься твердість.

Твердомір призначений для експресного визначення твердості низьколегованих вуглецевих сталей за шкалою Брінелля, Віккерса та Роквелла, а також визначення межі міцності матеріалу.

Прилад дозволяє проводити вимірювання безпосередньо на деталях, маса яких не менше 2 кг. При вимірюваннях мінімальна кількість дослідів для статистичної обробки становить 4.

Твердомір є портативним електронним приладом динамічної дії, що складається з блоку та датчику. Принцип вимірювання твердості приладом ґрунтується на визначенні відношення сигналів, що поступають з датчика при прямому та зворотному польоті ударника. Межа міцності перераховується зі шкали Брінелля.

### 3. Проведення дослідів

1. Очистити досліджувану поверхню за допомогою наждачного паперу.
2. Включити прилад натисканням кнопки (Іконка живлення). Після включення прилад перейде у вимірювальний режим.
3. Вибрати шкалу твердості по Брінеллю **НВ**, встановивши з допомогою стрілок курсор над надписом «Шкала» та натиснувши клавішу «Вхід».

4. Вказати положення при проведенні вимірювань: за допомогою стрілок підвести курсор до значка «*Стрілка*» у лівій частині екрану та натиснути клавішу «*Вхід*». На екрані з'явиться напис «*Положення датчика*» та стрілка, що вказує напрям «вистрілу».
5. Штовхачем плавно загрузити ударник з відкритої частини датчика до захлопування.
6. Датчик встановити на поверхні досліджуваного зразка, притиснувши основу датчика однією рукою та натиснути спускову кнопку.
7. Після «вистрілу» на екрані приладу з'явиться значення твердості, що необхідно занести до таблиці.
8. Вибрати шкалу визначення межі міцності **Rm**.
9. Визначити міцність досліджуваного зразка та занести його значення до таблиці.
10. Після проведення досліджень необхідно виключити прилад кнопкою (Іконка живлення).
11. Визначити значення твердості по Брінеллю та розрахувати за допомогою формули (3) значення межі міцності матеріалу.
12. Порівняти отримані значення.

№ досліджу	1	2	3	4	5	Середнє значення
<i>Твердість по Брінеллю</i>						
<i>Теоретичне значення твердості за Брінеллем</i>						
<i>Межа міцності, визначена з допомогою ТД-42М</i>						
<i>Межа міцності, розрахована за формулою (3)</i>						
<i>Теоретичне значення межі міцності</i>						

#### 4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Принцип роботи твердоміра ТД-42М.
3. Визначення твердості по Брінеллю з допомогою ТД-42М.
4. Визначення межі міцності з допомогою ТД-42М.
5. Розрахунок межі міцності за формулою (3).

6. Визначення теоретичного значення межі міцності та твердості за Брінеллем.
7. Порівняння дослідних та теоретичних значень.
8. Висновки.

#### **4. Контрольні запитання**

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Яким приладом визначається у роботі твердість?
3. Принцип роботи твердоміра.
4. Способи визначення твердості.
5. Суть методу Брінелля.
6. Суть методу Віккерса (в тексті помилка "Сіть").
7. Суть методу Роквелла.
8. Визначення межі міцності за значенням твердості.

## Лабораторна робота № 14

### Тема: Дослідження стійкості центрально стиснутого стержня

**Мета роботи:** дослідження втрати стійкості прямолінійного стиснутого гнучкого стержня і дослідна перевірка формули Ейлера для визначення критичної сили.

#### 1. Теоретичні відомості

Для багатьох деталей машин і елементів конструкцій розрахунки на міцність і жорсткість часто є недостатніми, щоб одержати повне уявлення про їх робочу здатність, з'ясувати чи знаходиться конструкція або її елемент в стані стійкості рівноваги.

Розглянемо типові для інженерної практики випадки втрати стійкості стержня, довжина якого значно перевищує розміри поперечного перерізу.

Якщо прямолінійний стержень стиснути центрально прикладеною силою  $P$ , то при збільшенні цієї сили стержень спочатку тільки вкоротиться, зберігаючи свою прямолінійну форму, а потім настане явище втрати стійкості – стержень вигинається. Викривлення стержня відбувається в площині його найменшої жорсткості. Найменшу центрально прикладену стискуючу силу, яка виводить стержень з прямолінійної стійкої рівноваги, називають критичною силою  $P_{кр}$ .

Втрату стійкості стиснутого стержня інколи називають поздовжнім згином, оскільки під дією поздовжніх сил стержень значно викривляється. Поява поздовжнього згину небезпечна тим, що при незначному збільшенні стискуючої сили вигин збільшується дуже швидко.

Явище втрати стійкості можна спостерігати на прикладах, найпростіший з яких – втрата стійкості центрально стиснутого стержня (рис. 1).

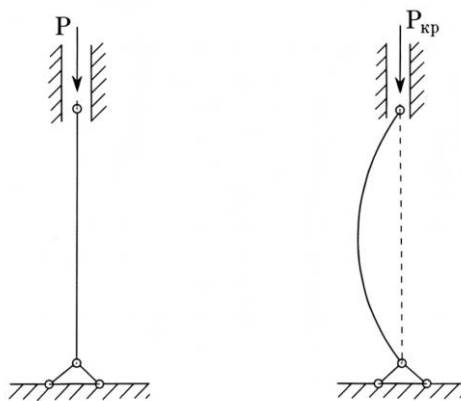


Рис. 1. Втрата стійкості центрально стиснутого стержня

Тонкостінна трубка під дією зовнішнього тиску також здатна втратити стійкість (рис. 2, а).

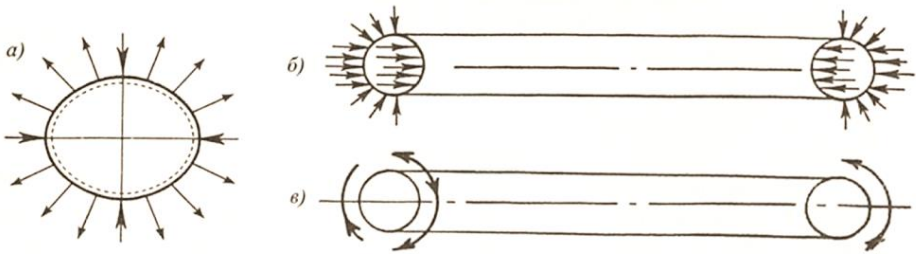


Рис. 2 Втрата стійкості стиснутої труби (а) і довгої тонкостінної труби при осьовому стиску (б) і крученні (в)

При цьому кругова форма перерізу переходить в еліптичну, а потім труба зовсім сплющується, хоч напруження на момент втрати стійкості менше від границі текучості. Та ж труба може втратити стійкість при осьовому стиску (рис. 2.б) і крученні (рис. 2.в). Небезпека втрати стійкості особливо велика для тонкостінних конструкцій, таких як гнучкі стержні, пластинки і оболонки. Недооцінка розрахунків конструкцій на стійкість приводила іноді до великих аварій. В практиці відомі випадки, коли через втрату стійкості окремими елементами руйнувались мости і будівлі, виходили з ладу машини і прилади.

Тому критичний стан, який безпосередньо передує руйнуванню в реальних умовах експлуатації вважається недопустимим.

Визначення критичних навантажень являється дуже відповідальною частиною інженерного розрахунку конструкції. Таким чином, при розрахунку тонкостінних елементів, крім умов міцності і жорсткості, обов'язково повинна виконуватись і умова стійкості.

Вперше задачу про рівновагу стержня, центрально стиснутого силами  $P$ , поставив і розв'язав в 1864р. Леонард Ейлер (рис. 3).

За Ейлером критична сила рівна

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E I}{l^2}. \quad (1)$$

Критичне напруження, яке виникає в момент втрати стійкості:

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F_0} = \frac{\pi^2 E I}{l F_0} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2)$$

де  $i^2 = \frac{I}{F_0}$  – квадрат мінімального осевого радіуса інерції стержня;  
 $\lambda$  – гнучкість стержня.

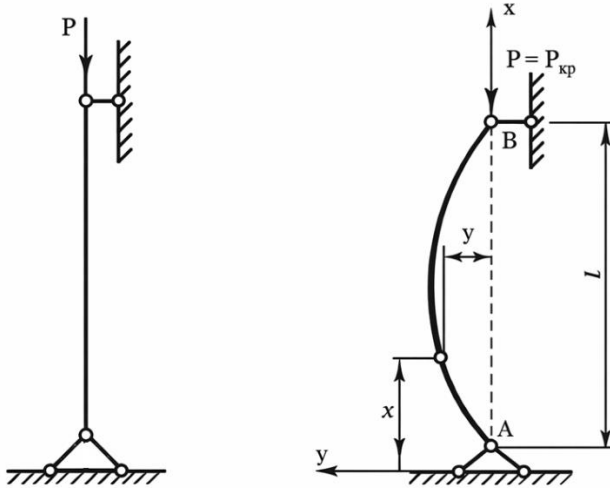


Рис. 3. Розрахункова схема Ейлера визначення критичної сили для стержня, стиснутого центральною силою  $P$

Критична сила залежить не тільки від розмірів і матеріалу, але і від умов закріплення його на опорах. Загальний вираз критичної сили для стиснутого стержня:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (3)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт приведення довжини;  
 $\mu l$  – приведена довжина.

Формулу (3) називають узагальненою формулою Ейлера.

Значення  $\mu$  для різних схем закріплення стержня показані на рис. 4.

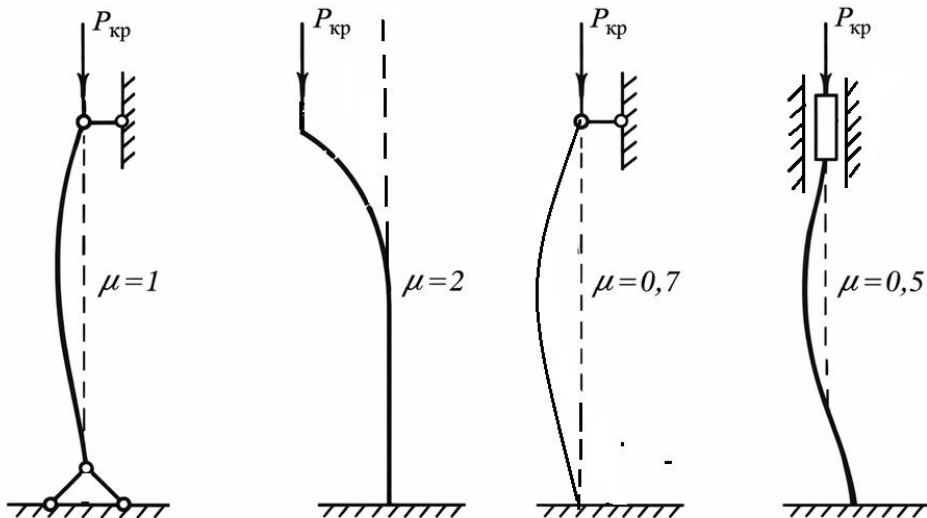


Рис. 4. Коефіцієнти приведення довжини при поздовжньому згині

Формулу (3) можна застосувати лише у випадках, коли гнучкість стержня  $\lambda$  не менша від граничного значення, яке визначається за формулою:

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пц}}}}, \quad (4)$$

де  $E$  – модуль пружності 1-го роду;

$\sigma_{\text{пц}}$  – границя пропорційності,  $\mu$ .

Граничні значення гнучкості для деяких матеріалів:

Маловуглецева сталь	100
Чавун	80
Дерева	110

При менших значеннях гнучкості формулу Ейлера використовувати не можна, оскільки втрата стійкості відбувається при напруженнях, які перевищують  $\sigma_{\text{пц}}$ . В цих випадках застосовується формула Ясинського.

## 2. Підготовка досліді

Для проведення досліді необхідно:

1. Взірець, що являє собою металеву лінійку прямокутного поперечного перерізу, абсолютно пряму. В кінці лінійки повинні бути клиновидні форми для того, щоб забезпечити вільний поворот в опорах, що відповідає шарнірному закріпленню.

2. Установка для проведення досліду може мати різну конструкцію. В даній роботі використовується установки типу СМ-20, принцип роботи якої такий: на взірець, розміщений в корпусі між нижньою та верхньою опорами, передається осьове зусилля. Це зусилля створює гайка, яка переміщується по підйомному гвинту при оберті маховика. Величина цього зусилля визначається по переміщенню тарованої пружини. Переміщення пружини реєструється по шкалі показника з точністю до 0,1 мм.

До досягнення навантаженням критичної величини вигин взірця монотонно збільшується, обмеження вигину передбачається встановленням двох гвинтів у корпусі. До установки додається таровочний графік, який дозволяє по переміщенню пружин визначити критичну силу стиснутого стержня.

### 3. Проведення досліду

1. Перед початком досліду ретельно виміряти довжину і розміри поперечного перерізу стержня.

2. Визначити основні характеристики поперечного перерізу:

площу  $F = bh, \text{см}^2$

мінімальний момент інерції  $I_{min} = I_x = \frac{bh^3}{12}, \text{см}^4;$

мінімальний радіус інерції  $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}}, \text{см}.$

3. Визначити гнучкість, щоб переконатись в тому, що для визначення критичної сили можна застосовувати формулу Ейлера:

$$\lambda = \frac{\mu l}{l_{min}}$$

4. Навантажити взірець осьовим навантаженням шляхом обертання маховика.

5. По одержаному в процесі досліду переміщенню пружини з таровочного графіка визначити величину критичної сили.

6. За формулою Ейлера визначити теоретичне значення критичної сили.

7. Порівняти теоретичне і дослідне значення критичної сили.

### 4. Оформлення звіту

Звіт про роботу включає:

1. Назву і тему роботи.
2. Дані про зріз: матеріал, розміри перерізу, довжину.
3. Величину гнучкості стержня.
4. Значення критичної сили  $P_{кр}$ , одержане дослідним шляхом
5. Значення  $P_{кр}$ , одержано теоретично.
6. Порівняння результату досліду з теоретичним значенням  $P_{кр}$ .

### 5. Контрольні запитання

1. Сформулювати мету роботи.
2. В чому полягає явище втрати стійкості?
3. Яка сила називається критично?
4. За якою формулою визначається критична сила?
5. Що таке гнучкість стержня?
6. Як встановити межу придатності формули Ейлера?
7. Які параметри впливають на величину критичної сили?
8. Що таке коефіцієнт приведення довжини?

## Лабораторна робота № 15

### Тема: Визначення ударної в'язкості сталі

**Мета роботи:** ознайомлення із методом визначення ударної в'язкості – властивості матеріалу чинити опір ударним навантаженням.

#### 1. Теоретичні відомості

При дії статичних і динамічних навантажень матеріали поведуть себе по різному.

Для оцінки динамічної якості матеріалу проводять спеціальні ударні випробування, метою яких є визначення опору матеріалу дії динамічних навантажень і його здатності до пластичної формозміни. Практичне значення цих випробувань велике, оскільки встановлюється придатність матеріалу для виготовлення з нього конструкцій і деталей, які підлягають дії динамічних навантажень, перевіряються плавки металів, якість зварних конструкцій.

Величина ударної в'язкості одного і того ж матеріалу не являється постійною. Вона залежить від багатьох факторів: характеру термічної обробки, форми і розмірів взірців, розмірів надрізів, швидкості удару.

Активним фактором, який визначає здатність матеріалу переходити із в'язкого стану в крихкий, є температура. Найбільш різко знижується ударна в'язкість при деякій, різній для кожного матеріалу температурі, яка називається „критичною”.

Тому для порівняння результатів, які характеризують ударну в'язкість матеріалу, необхідно витримувати певні умови випробувань: температура в приміщенні повинна бути 15 ... 20 °С, швидкість нанесення удару 4 ... 7м/с, взірець стандартний з точними розмірами концентратора напружень.

Ударна в'язкість вимірюється відношенням кількості роботи, затраченої на руйнування взірця, до площі його поперечного перерізу в місці надрізу:

$$a_k = \frac{A_k}{F} \quad (1)$$

Для спрощення обчислень визначають всю роботу, затрачену на руйнування взірця. Тому одержана характеристика не може бути прийнята безпосередньо при розрахунку вузлів і деталей машин.

Матеріал, на руйнування якого затрачається більша робота буде більш в'язким. В'язкі матеріали краще протистоять динамічним навантаженням. Найбільш цінними з цієї точки зору є матеріали, які мають значну границю міцності велику в'язкість.

В технічних умовах і нормах завжди вказується найменше значення питомої ударної в'язкості для сталей певного призначення. Так, наприклад,

котельна сталь повинна мати ударну в'язкість не нижче  $0.6 \dots 0.8 \frac{H \cdot m}{mm^2}$ ; а мостова не нижче  $0.8 \dots 1.0 \frac{H \cdot m}{mm^2}$ .

## 2. Підготовка досліду

Для проведення досліду необхідні:

1. Взірець. Використовуються стандартні взірці з надрізами, форма і розміри яких показані на рис. 1.

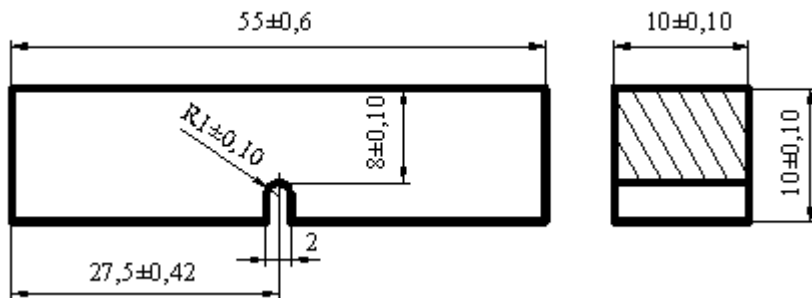


Рис. 1. Взірець для випробування на удар

2. Роль надрізу полягає в тому, що поблизу його дна виникають великі напруження, в місці концентрації яких матеріал взірця перебуває в об'ємному напруженому стані. Це стримує виникнення пластичних деформацій, внаслідок чого матеріал поблизу надрізів набуває більшої крихкості. Тому злам взірця відбувається при незначній залишковій деформації і майже вся енергія удару затрачається цілком на руйнування.

3. Випробувальна машина – маятниковий копер ДМІ-15 моделі МК-30 (рис. 2) із змінним запасом енергії в межах від 10 до 300 Н·м.

Основою копра служать дві опори 1, між якими знаходиться маятник 2, який з допомогою кулькових підшипників і горизонтальної осі, підвішений до стійок на тій же осі (на рис. 2 вона не показана) розміщена підйомна рама 3.

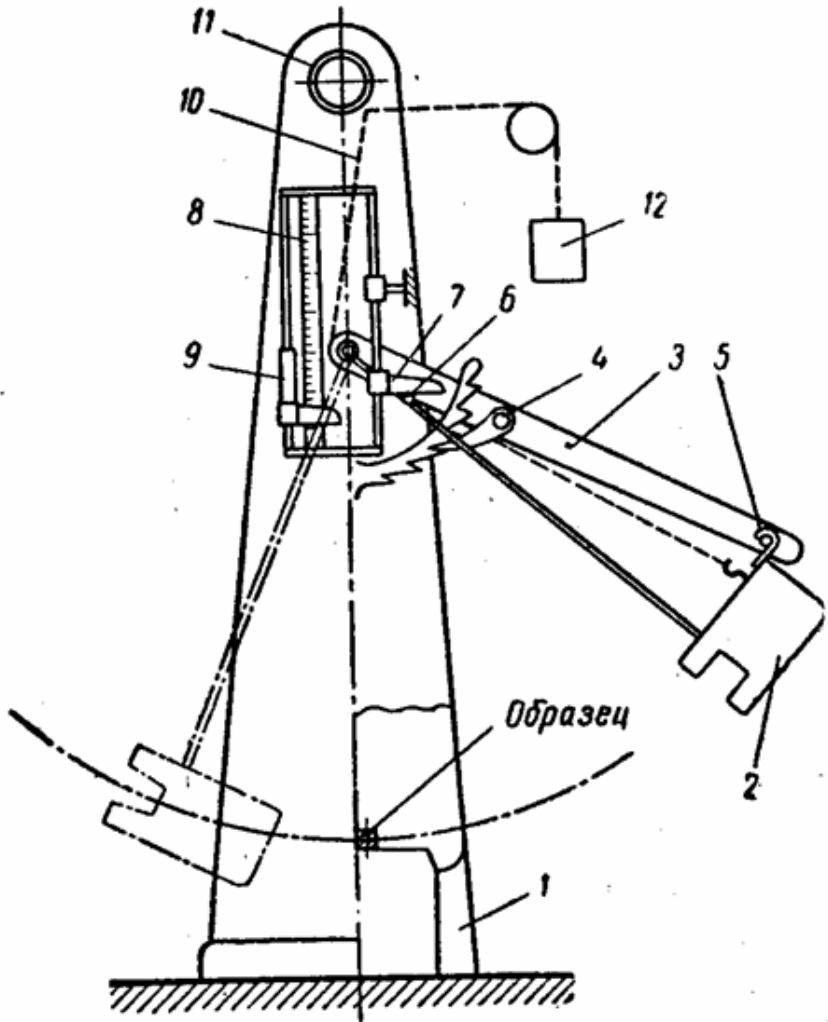


Рис. 2. Схема маятнікового копра

### 3. Проведення досліду

1. Перед випробуванням познайомитись з будовою маятнікового копра і методом роботи на ньому.
2. Виміряти розміри  $l$  і  $h$  взірців в місці надрізу, записати їх значення в табл. 1.

3. Взірець встановити на опорі копра так, щоб надріз розміщувався симетрично відносно опор і був повернутий в протилежний удару бік.

4. Маятник підняти на висоту  $H$  і закріпити запобіжником 5. Піднятий маятник має якусь кількість потенціальної енергії  $A_\alpha$ , яка залежить від висоти підйому  $H$  (або кута підйому  $\alpha$ ). Зафіксувати значення  $A_\alpha$ ; другу стрілку на шкалі показів встановити на нуль.

5. Відкинути запобіжник. Маятник при падінні своїм ножем вдаряє по візріццю і ламає його. Маючи надлишок енергії, він пролітає на деяку висоту  $H_1$ , утворюючи з вертикальною віссю копра кут  $\beta$ .

Енергія маятника після руйнування візріця:

$$A_\beta = GH_1, \quad (2)$$

6. Зупинити маятник за допомогою гальма. За показником машини зробити відлік величини роботи, затраченої на руйнування візріця або визначити за формулою:

$$A_k = A_\alpha - A_\beta \quad (3)$$

або

$$A_k = G(H - H_1),$$

де  $G$  – вага маятника;

$H$  – висота підйому маятника до випробування;

$H_1$  – висота підйому маятника після руйнування зразка.

Роботу, затрачену на руйнування візріця, можна визначити за формулою:

$$A_k = G[l \cos(180^\circ - \alpha) + b \cos \beta] = Gl(\cos \beta - \cos \alpha), \quad (4)$$

де  $l$  – довжина маятника.

7. Випробувати два візріці з різним опором ударним навантаженням, наприклад, сталевий і чавунний.

#### 4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву та мету роботи.
2. Дані про візріць, зведені в табл. 2.
3. Величину роботи  $A_k$  і ударної вязкості, обчисленої за формулою (1). Результати обчислень звести в табл. 2.
4. Порівняння ударної вязкості для різних матеріалів (згідно табл. 1).
5. Висновок.

Таблиця 1. Значення ударної в'язкості для деяких матеріалів

№	Матеріал	Ударна в'язкість (середні величини), $A_k$	
		кг·м/см <sup>2</sup>	Н·м/мм <sup>2</sup>
1	М'яка сталь 0.14%С (прокатна)	8,68	0,868
2	Нержавіюча сталь	6,94	0,694
3	Мідь відплавлена 99.9	5,31	0,531
4	Дюралюміній загартований	2,4	0,24
5	Сталь Ст3 в мостах	10,4	1,04

Таблиця 2. Дані про взірець

Матеріал взірця	Розміри взірця в місці надрізу			Робота $A_k$ , $H \cdot m$	Питома ударна в'язкість, $H \cdot m / mm^2$
	$b$ , мм	$h$ , мм	$F$ , мм <sup>2</sup>		

### 5. Контрольні запитання

1. Сформулювати мету роботи.
2. Які випробувальні машини застосовуються для дослідів?
3. Для чого використовують взірці з надрізами?
4. Як визначають ударну в'язкість?
5. Від чого залежить ударна в'язкість?
6. Які матеріали краще сприймають ударні навантаження?

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.* Опір матеріалів. К.:Вища школа, 2004. 655с.
2. *Корнілов О.А.* Опір матеріалів. Київ: Лотос, 2000. 551 с.
3. *Ольховий І.М., Стасюк Б.М., Станкевич В.З.* Короткий курс опору матеріалів: Навчальний посібник. Львів: Вид-во «Національний університет "Львівська політехніка"», 2004. 196 с.
4. Опір матеріалів з основам й теорії пружності й пластичності / за заг. ред. В .Т. Піскунова. У 2-х частинах, 5-ти книгах. К.: Вища школа, 1995.
5. *Шваб'юк В.І.* Основи опору матеріалів. Навчальний посібник. Луцьк: Вид-во ЛДТУ, 2005. 280 с.

**Опір матеріалів:** методичні вказівки до лабораторних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Будівництво та цивільна інженерія» галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності G19 Будівництво та цивільна інженерія денної та заочної форм навчання (Частина 2) / уклад. Т.В. Фурс Луцьк: ЛНТУ, 2026. 43 с.

Комп'ютерний набір  
Редактор

Т.В. Фурс  
Т.В. Фурс

Підп. до друку « » \_\_\_\_\_ 2026 р. Формат 60x84/16. Папір офс.  
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 2,25.  
Тираж 50 прим.

Інформаційно-видавничий відділ  
Луцького національного технічного університету  
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75  
Друк – ІВВ ЛНТУ