Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет

ОСНОВИ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Методичні вказівки до практичних занять
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня
освітньої програми «Лісове господарство»
галузь знань Н Сільське, лісове, рибне господарство та
ветеринарна медицина
спеціальності Н4 Лісове господарство
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 630*3(07)
О-75
До друку
Голова вченої ради факультету аграрних технологій та екології
ЛНТУ ____________ Руслан КІРЧУК

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ
Директор бібліотеки __________ Наталія ПОЛІЩУК

Затверджено вченою радою факультету аграрних технологій
та екології ЛНТУ,
протокол № 4 від « 12 » грудня 2025 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри лісового господарства,
протокол № 5 від « 11 » грудня 2025 року.
Завідувач кафедри лісового господарства ___________ Віктор ВОЛЯНСЬКИЙ

Укладач: ______ Леонід ДАЦЮК, кандидат технічних наук, доцент кафедри лісового господарства ЛНТУ.
______ Сергій ЮХИМЧУК, кандидат технічних наук, доцент кафедри аграрної інженерії ім. проф. Г.А. Хайліса ЛНТУ

Рецензент: ______ Олександр ГЕРАСИМЧУК, кандидат технічних наук, доцент кафедри лісового господарства ЛНТУ.

Відповідальний за випуск: ________ Віктор ВОЛЯНСЬКИЙ, кандидат сільськогосподарських наук, доцент, завідувач кафедри лісового господарства ЛНТУ.

О-75 **Основи наукового дослідження [Текст]** : Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня, освітньої програми «Лісове господарство», галузь знань Н Сільське, лісове, рибне господарство та ветеринарна медицина, спеціальності Н4 Лісове господарство денної та заочної форм навчання / уклад. Леонід ДАЦЮК, Сергій ЮХИМЧУК . – Луцьк : ЛНТУ, 2025. – 56 с.

Методичні вказівки містять загальні рекомендації до виконання та зразки оформлення практичних робіт з дисципліни “Основи наукових досліджень”, контрольні питання для вивчення окремих тем, перелік завдань до практичних робіт та необхідні довідкові дані.

Основи наукового дослідження [Текст] : Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня, освітньої програми Лісове господарство, галузь знань Н Сільське, лісове, рибне господарство та ветеринарна медицина, спеціальності Н4 Лісове господарство денної та заочної форм навчання / уклад. Леонід ДАЦЮК, Сергій ЮХИМЧУК . – Луцьк : ЛНТУ, 2025. – 56 с.

Комп’ютерний набір:Леонід ДАЦЮК,
Сергій ЮХИМЧУК.

Текст видання подано у авторській редакції.

Підп. до друку «___»________ 2025 р. Формат 60×84/16. Папір офс.

Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 3,50.

Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоції

Луцького національного технічного університету

43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75

Друк – ВІП ЛНТУ

ДЛЯ НОТАТОК

ЗМІСТ

ВСТУП

Створення нової техніки тісно пов’язане з проведенням наукових досліджень і використанням їх результатів. Дослідження, необхідні для створення нової лісогосподарської техніки, охоплюють широке коло питань, головними з яких є вивчення закономірностей взаємодії робочих органів машин з оброблюваними матеріалами та середовищами, елементів машин, зміни властивостей лісогосподарських матеріалів під час обробки, обґрунтування нових операцій і процесів, параметрів машин та їх механізмів.

Лише проведенням наукових досліджень у цій галузі можна забезпечити належний рівень розроблюваної техніки. Так, всесвітньо відома фірма-виробник лісогосподарської техніки „John Deere” щодня витрачає 1,0-1,5 млн. доларів на проведення наукових (експериментальних і теоретичних) досліджень, конструкторські та дизайнерські опрацювання, всебічні випробовування, ведення перспективних розробок.

Набуття студентами практичних навичок із обробки результатів експериментальних досліджень з метою моделювання та оптимізації досліджуваних процесів є важливою складовою у підготовці висококваліфікованого фахівця. Особливо актуальним у сучасних умовах є також і вміння з оформлення заявки на отримання охоронних документів зроблених винаходів. Тому у поданих методичних вказівках розглянуто практичні роботи „Складання учбової заявки на винахід”, „Знаходження середніх арифметичних і середніх квадратичних відхилень”, „Одержання емпіричних формул”, „Розрахунок коефіцієнта кореляції” та „Планування експерименту при дослідженнях лісогосподарської техніки”.

Наведені у вихідних даних числові значення можуть бути використані лише для розрахунків з навчальною метою.

Таблиця Г.3 – Значення критерію Стьюдента **t(α; f_y)**

f_y	α			f_y	α		
	0,1	0,05	0,01		0,1	0,05	0,01
1	6,31	12,7	63,66	11	1,80	2,20	3,11
2	2,92	4,30	9,93	12	1,78	2,18	3,06
3	2,35	3,18	5,84	13	1,77	2,16	3,01
4	2,13	2,78	4,60	14	1,76	2,15	2,98
5	2,02	2,57	4,03	15	1,75	2,13	2,95
6	1,94	2,45	3,71	16	1,75	2,12	2,92
7	1,90	2,37	3,50	17	1,74	2,11	2,90
8	1,86	2,31	3,36	18	1,73	2,10	2,88
9	1,83	2,26	3,25	19	1,73	2,09	2,86
10	1,81	2,23	3,17	20	1,73	2,08	2,85

Таблиця Г.4 – Значення критерію Фішера **F (0,05; f_{ad}; f_y)**

f_y	f_{ad}						
	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	237,00
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,98	3,87	3,79
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52
30	4,16	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01

Продовження таблиці – Г.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
7, 17, 27	подача вороху, кг/с	2...10	втрати зерна за соломотрясом молотарки, %		7	17	27	7	17	27	7	17	27
				1	0,18	0,42	0,38	0,28	0,61	0,54	0,40	0,78	0,60
	вміст насіння у воросі, %	20...50		2	2,81	3,01	2,79	2,99	3,14	3,01	3,04	2,98	3,15
				3	2,51	2,48	2,62	2,24	2,14	2,50	2,20	2,10	2,18
				4	4,81	4,74	4,95	4,95	4,83	4,48	4,90	4,88	4,74
8, 18, 28	подача вороху, кг/с	1...5	втрати зерна за очисткою комбайна, %		8	18	28	8	18	28	8	18	28
				1	0,11	0,28	0,18	0,19	0,15	0,23	0,30	0,42	0,31
	повітряний напір вентилятора, кПа	0,2...3,0		2	2,91	3,01	2,70	3,05	3,15	2,81	3,22	2,94	2,99
				3	2,20	2,01	2,15	2,14	2,12	2,31	2,00	1,89	2,25
				4	4,40	4,48	4,72	4,01	4,53	4,84	4,25	4,56	4,77
9, 19, 29	швидкість елеватора, м/с	1,5...3,0	вміст домішок у картоплі зібраній комбайном, %		9	19	29	9	19	29	9	19	29
				1	2,4	2,8	3,3	3,5	2,9	2,4	3,8	3,7	2,7
	ширина щілин між прутками, мм	20...40		2	7,8	8,5	9,1	8,2	8,7	9,5	8,5	9,0	8,2
				3	1,2	1,1	1,4	0,8	0,7	1,3	1,4	0,9	1,9
				4	4,5	4,2	3,9	3,3	4,8	4,8	4,1	4,7	5,0
10, 20, 30	швидкість руху машини, м/с	0,5...3,0	чистота брання льону, %		10	20	30	10	20	30	10	20	30
				1	93,1	94,1	94,4	94,2	94,3	95,1	92,3	95,0	95,6
	кут нахилу стебел до землі, ^{0}	40...90		2	92,1	92,5	93,2	92,5	92,8	93,4	92,8	93,1	94,0
				3	97,4	98,1	99,1	96,2	97,7	98,2	96,9	97,8	98,8
				4	95,1	94,9	97,7	94,9	95,8	95,8	96,7	97,1	96,8

Таблиця Г.2 – Значення критерію Кохрена **G(0,05;n;f_U)**

n	**$f_U = m_0 - 1$**							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,858	0,853	0,833	0,816
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,537	0,518
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,506	0,478	0,456	0,439
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,391	0,373	0,356	0,338
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304
9	0,640	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182

Практична робота №1
СКЛАДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ЗАЯВКИ НА ВИНАХІД

Мета роботи – *ознайомитись із основними правилами оформлення заявки на видачу патенту на винахід.*

1. Теоретичні відомості

Важливою сферою діяльності інженерно-технічних і конструкторських працівників є винахідницька та раціоналізаторська робота. Результатом такої роботи є створення нових технологій, машин, обладнання та вдосконалення існуючої техніки та виробничих процесів – тобто об’єктів промислової власності.

Відповідно до законодавства України об’єктами промислової власності є винаходи, корисні моделі, промислові зразки, знаки для товарів та послуг, фірмові найменування та позначення походження чи найменування місця походження товарів.

Промислова власність поширюється на промисловість, торгівлю, лісогосподарське виробництво, продукти промислового чи природного походження.

Правова охорона винаходів, корисних моделей, промислових зразків здійснюється у формі видачі патентів, а знаки для товарів та послуг, фірмові найменування та позначення походження чи найменування місця походження товарів – у формі видачі свідоцтв.

Відкриття. Вивчаючи винахідництво та раціоналізаторство як сфера прикладної діяльності, потрібно мати на увазі, що існує область фундаментальних творчих досліджень і основним, найціннішим і вагомим результатом цих досліджень є відкриття.

Відкриттям визнається встановлення невідомих раніше об’єктивно існуючих закономірностей, властивостей і явищ матеріального світу, які вносять корінні зміни у рівень знань. Відкриття є основою для багатьох винаходів.

Винаходом вважається нове, що має суттєві відмінності, технічне вирішення завдання в будь-якій галузі господарства, соціально-культурного будівництва чи оборони країни, яке відповідає умовам патентоспроможності, тобто є новим та промислово придатним, і використання якого в господарстві дає позитивний ефект. Винахід вирішує завдання у сфері практичної творчої діяльності людини, обумовлену певною соціальною потребою.

Промисловий зразок – результат творчої діяльності людини у галузі художнього конструювання, який відповідає умовам патентоспроможності, тобто є новим і промислово придатним.

Знак для товарів та послуг – позначення, за яким товари та послуги одних осіб відрізняються від однорідних товарів і послуг інших осіб.

Патентоспроможність – це властивість, якої набуває об’єкт господарської діяльності та його складові частини у разі відповідності умовам надання правової охорони винаходу, корисній моделі, промисловому знаку та іншим об’єктам промислової власності згідно з чинним законодавством держави.

Технічне вирішення завдання є винаходом, якщо воно має такі ознаки:

- новизну, тобто якщо воно не є частиною існуючого рівня техніки;
- винахідницький рівень, тобто якщо воно для спеціаліста явно не випливає з існуючого рівня техніки;
- промислову придатність, тобто якщо воно може бути використане у промисловості, лісовому господарстві, охороні здоров’я та інших галузях народного господарства.

Рівень техніки визначається за всіма джерелами науково-технічної інформації до дати пріоритету.

Об’єктами винаходу можуть бути:

- продукт, тобто пристрій, речовини, штам мікроорганізму, культура клітин, рослин і тварин;
- спосіб;
- позначення товарів та послуг;
- застосування відомого раніше пристрою, способу, речовини та штаму за новим призначенням або винахід на застосування.

Пристрій – це конструкції та вироби, наприклад, машина для збирання шишок.

Речовина – це індивідуальні сполуки, композиції, продукти ядерного перетворення, наприклад, фарба, лікарські препарати, сплав металів.

Штам мікроорганізму – це чиста культура певного виду мікроорганізмів.

Спосіб – це процес чи процеси виконання дій над матеріальними об’єктами, наприклад, спосіб виробництва добрив, відновлення зношених деталей.

Найбільш тісно з діяльністю інженерних працівників лісогосподарського виробництва пов’язані такі об’єкти винаходу як пристрій і спосіб.

Не вважаються винаходами: наукові теорії; методи організації та управління господарством; умовні позначення, розклади, правила; методи виконання розумових операцій; алгоритми і програми для обчислювальних машин; проекти і схеми планування споруд, будинків, територій; пропозиції, що стосуються лише зовнішнього вигляду виробів і спрямовані на задоволення естетичних потреб.

Право на винахід засвідчується патентом, який визначає авторство та пріоритет винаходу і діє протягом 20 років. Для того, щоб отримати патент на винахід, необхідно скласти і оформити певні документи, які в сукупності складають заявку на видачу патенту на винахід.

Заявка на винахід повинна мати наступні документи: заяву на видачу патенту; опис винаходу; формулу винаходу; креслення та інші ілюстративні пояснювальні матеріали, які розкривають і доповнюють суть винаходу, реферат, платіжний документ, який підтверджує сплату мита в установленому розмірі.

Додаток Г

Таблиця Г.1 – Вихідні дані для розрахунку до практичної роботи №5

Варіант	Фактори		Вихідний параметр **Y**										
	назва, розмірність	інтервал зміни	назва, розмір-ність	№ досліду	значення за повторностями для варіантів								
					1			2			3		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1, 11, 21	вологість ґрунту, %	10...30	опір ґрунту зминанню, Н/см^3		1	11	21	1	11	21	1	11	21
				1	3,2	3,8	2,5	3,7	3,9	2,7	3,5	4,0	2,7
	щільність ґрунту, г/см^3	0,8...1,6		2	1,7	0,8	0,9	1,1	1,0	1,3	1,3	1,2	1,1
				3	8,8	9,4	9,5	9,2	9,6	9,4	9,1	9,3	9,5
				4	6,3	7,0	6,9	6,5	6,8	6,6	6,1	6,5	6,7
2, 12, 22	діаметр стебла, мм	1...5	опір рослин різанню, Н		2	12	22	2	12	22	2	12	22
				1	2,0	2,5	3,1	2,1	2,7	36,1	2,3	2,7	2,9
	вологість стебла, %	20...50		2	18,4	19,2	17,1	18,6	19,0	17,4	18,9	19,3	17,3
				3	1,1	1,2	1,5	1,2	1,4	1,4	1,3	1,4	1,7
				4	10,1	7,6	8,1	9,3	7,9	8,2	9,7	8,1	8,2
3, 13, 23	щільність ґрунту	0,8...1,2	тяговий опір котка, кН		3	13	23	3	13	23	3	13	23
				1	28,1	28,4	28,8	28,2	28,6	29,0	28,0	28,7	28,7
	діаметр котка	300...1000		2	20,1	20,5	22,1	20,5	20,3	22,7	19,9	20,4	22,5
				3	15,2	14,3	12,5	15,6	14,5	11,8	15,3	14,5	11,7
				4	8,1	7,7	7,1	8,3	7,1	7,2	8,4	7,3	7,1
4, 14, 24	товщина валка, см	3,0...20,0	повнота підбору рослин з валка, %		4	14	24	4	14	24	4	14	24
				1	95,1	95,5	94,1	96,3	94,3	95,2	97,0	94,0	95,0
	швидкість руху під-бирача, м/с	0,5...3,0		2	99,9	99,3	99,8	98,2	99,7	98,7	98,8	98,4	99,1
				3	92,3	92,1	91,8	93,4	93,3	92,8	94,0	94,1	93,8
				4	95,1	95,5	97,0	96,6	95,9	96,6	96,3	96,3	95,0
5, 15, 25	вологість рослин, %	15...20%	щільність пресування рулонів, кг/м^3		5	15	25	5	15	25	5	15	25
				1	60	70	73	62	75	74	64	78	79
	сила стиску пружини регулятора, Н	20...200		2	100	104	100	98	105	103	105	110	111
				3	150	148	154	154	142	158	160	140	160
				4	230	240	260	235	241	255	240	249	264
6, 16, 26	подача рослин, кг/с	2...12	коефіцієнт подрібнен-ня зерна при обмо-лоті, %		6	16	26	6	16	26	6	16	26
				1	1,12	1,02	1,42	1,30	1,21	1,50	1,24	1,18	1,61
	коефіцієнт соломистості	0,5...0,8		2	4,31	4,32	4,18	4,39	4,51	4,03	4,43	4,48	4,25
				3	0,82	0,91	0,87	0,63	0,99	0,80	0,23	1,01	0,94
				4	3,82	3,43	3,24	3,70	3,51	3,35	3,65	3,38	3,18

Додаток В

Таблиця В.1 – Вихідні дані для розрахунку до практичної роботи №4

Варіант 1-10																
X, см	25,0	25,4	28,1	28,5	28,5	30,0	31,0	31,5	31,5	31,5	32,5	33,0	34,5	35,0	36,5	37,5
Y, г	18,8	17,1	17,8	24,5	26	28,5	29,0	29,8	29,9	26,0	32,5	33,5	38,0	34,5	38,5	39,5
к-ть значень **Y**	2+N	1+N	1+N	2+N	2+N	4+N	3+N	4+N	6+N	4+N	3+N	6+N	5+N	1+N	4+N	2+N
Варіант 11-20																
X, см	42,1	43,0	45,1	46,8	47,1	47,5	48,2	49,3	50,8	51,1	51,8	51,8	53,4	55,0	56,9	58,8
Y, г	33,4	37,1	36,8	40,3	47,7	48,9	36,8	42,5	44,1	46,9	48,8	50,1	43,2	52,8	51,0	57,4
к-ть значень **Y**	2+N	1+N	2+N	2+N	5+N	1+N	3+N	3+N	5+N	2+N	3+N	2+N	8+N	3+N	4+N	7+N
Варіант 21-30																
X, см	10,5	11,6	11,8	12,3	12,3	13,1	13,8	14,3	14,9	15,2	15,5	16,6	17,1	17,5	18,4	19,2
Y, г	5,2	6,4	7,5	7,7	9,7	10,1	11,4	8,1	9,5	10,1	11,8	9,9	11,8	12,7	12,5	13,8
к-ть значень **Y**	2+N	2+N	1+N	2+N	3+N	3+N	1+N	5+N	5+N	3+N	3+N	3+N	1+N	3+N	2+N	3+N

Де N – остання цифра порядкового номера студента у списку групи

Опис винаходу має розкривати суть винаходу з повнотою, достатньою для його здійснення і підтверджувати обсяг правової охорони, визначений формулою винаходу.

Опис винаходу має таку структуру: назва винаходу; клас міжнародної класифікації винаходів (МКВ); галузь техніки, до якої належить винахід; характеристика аналогів винаходу та його прототипу; критика аналогів та прототипу; мета винаходу; перелік фігур графічних зображень; детальний опис винаходу в статичному стані та в процесі роботи.

Назва винаходу – це коротке викладення суті об’єкта винаходу, наприклад: „Дозуючий пристрій”, „Спосіб приготування добрив”, і т.д.

Класифікація винаходів – це спеціальна система упорядкування патентних документів, яка розподіляє технічні рішення за тематичними рубриками з метою оперативного пошуку патентної інформації, що відповідають запиту.

За домовленістю ряду європейських країн було розроблено Міжнародну класифікацію винаходів. Вона складається із 8 розділів: розділ А – задоволення життєвих потреб людини; розділ В – різні технологічні процеси; розділ С – хімія та металургія; розділ D – текстиль та папір; розділ Е – будівництво; розділ F – прикладна механіка, освітлення і опалення, двигуни і насоси, зброя і боєприпаси, розділ G – технічна фізика; розділ Н – електрика.

Також МКВ має 118 класів та 617 підкласів, які позначаються великими приголосними літерами. Підкласи поділяються на групи, які позначаються, як правило, непарними цифрами. Групи також розбиваються на підгрупи, які позначаються парними цифрами. Перша підгрупа в кожній галузі позначається індексом 00.

Галузь лісового господарства належить до першого розділу А і має загальне позначення А 01, наприклад, А 01 С – посівні машини, а вже А 01 С 7/04 – пневматичні сівалки. Тобто А – це розділ, 01 – клас лісове господарство, С – підклас посівні машини, 7/04 – відповідно група та підгрупа пневматичні сівалки.

Галузь техніки, до якої належить винахід – це конкретне визначення області використання винаходу. Наприклад, винахід належить до лісового господарства, конкретно до машин для посіву сосни у лісових росадниках.

Характеристика аналогів винаходу – це детальний аналіз відомих і подібних до нього за технічною суттю та результатом, що досягається при їх використанні, об’єктів того ж призначення, як і той, що заявляється. В характеристиці аналогів приводиться критика недоліків, які належать вибраним аналогам.

Характеристика прототипу – це опис, аналіз та критика недоліків найбільш близького за своєю технологічною та технічною суттю аналога. В критиці аналогів та прототипу описуються тільки ті недоліки, які усуваються винаходом.

Мета винаходу – це та позитивна дія, при виконанні якої будуть усунені недоліки прототипу, наприклад, з метою усунення втрат коренеплодів.

Перелік фігур графічних зображень – це порядкова нумерація всіх графічних матеріалів, які подаються у винаході, напр. фіг. 1, фіг. 2 і т.д.

Детальний опис винаходу – це опис загальної будови винаходу та його принципу роботи.

Формула винаходу – це коротка, складена за спеціальними правилами і формою словесна характеристика суті технічного рішення винаходу. Вона складається у формі одного речення з певною структурою викладання та визначає обсяг правової охорони, наданої патентом.

Формула винаходу має структуру:

- назва винаходу;

- обмежувальна частина, яка включає загальні (спільні) відомі ознаки об'єкта винаходу і прототипу;

- відзначаюча частина, яка включає нові ознаки, що відрізняють об'єкт винаходу від прототипу і відокремлюється від обмежуючої частини словами , ... який (яка, яке) відрізняється тим, що...";

Креслення та інші ілюстративні матеріали подаються у випадку, якщо вони необхідні для розуміння суті викладеного в описі передбачуваного винаходу.

Реферат є по суті скороченим викладом змісту винаходу і містить:

- назву винаходу;
- характеристику та галузь техніки, до якої належить передбачуваний винахід;
- стислу характеристику суті винаходу із зазначенням технічного результату, якого буде досягнуто.

Раціоналізаторською визнається *пропозиція*, що є новою і корисною для підприємства, якому вона пропонується, і передбачає створення або заміну конструкції виробів, технології виробництва, застосування техніки або складу матеріалу.

Раціоналізаторська пропозиція є новою для підприємства, якому вона подається, якщо згідно до наявних на даному підприємстві джерел інформації ця пропозиція не була відома у мірі, достатній для її практичного використання.

Заява на раціоналізаторську пропозицію з описом суті пропозиції подається в письмовій формі підприємству (господарству), на якому передбачається її використання. До заяви додаються схеми, креслення чи ескізи, якщо це необхідно. Представлені матеріали повинні містити дані, достатні для практичного втілення пропозиції.

Підприємство (господарству), яке прийняло до розгляду заяву, повинно її зареєструвати і протягом місяця від дати реєстрації прийняти рішення. При позитивному рішенні автору (авторам) видається посвідчення на раціоналізаторську пропозицію.

Продовження таблиці – Б.1

1	2							
19	**x**	5,8	6,8	7,7	8,3	9,6	10,5	12,1
	y	-0,6	-0,1	0,8	0,9	1,8	2,3	3,2
20	**x**	-23,0	-18,2	-12,3	-6,6	-3,2	-0,8	0
	y	2,8	2,9	3,8	4,4	4,9	5,1	5,8
21	**x**	32,1	33,5	34,1	36,0	37,8	38,5	40,0
	y	6,6	6,2	5,5	5,1	4,4	4,0	4,2
22	**x**	1,1	12,3	28,6	40,2	49,6	50,9	60,1
	y	0,1	-5,2	-9,3	-14,2	-20,1	-22,6	-28,5
23	**x**	92,5	100,8	101,8	102,3	105,3	109,1	110,0
	y	2,4	2,8	3,8	5,2	5,2	5,6	6,1
24	**x**	20,3	20,8	21,1	21,5	21,9	22,8	22,9
	y	20,9	30,1	39,8	42,2	50,8	50,7	63,2
25	**x**	1,1	1,8	1,9	2,5	2,9	3,1	4,0
	y	0,9	1,8	2,3	2,8	3,8	3,9	4,8
26	**x**	5,5	5,8	6,3	6,8	6,9	7,0	7,7
	y	42,3	45,1	47,8	49,2	52,3	55,9	59,0
27	**x**	24,9	28,4	33,6	40,1	40,9	42,6	45,0
	y	-18,0	-2,0	14,3	30,8	48,0	60,5	74,4
28	**x**	-25,9	-14,8	-1,1	5,9	18,1	21,1	29,5
	y	2,2	4,8	4,9	5,8	7,9	8,8	10,0
29	**x**	430,0	438,0	447,0	452,0	461,0	472,0	480,0
	y	2,9	14,3	28,9	33,5	48,3	52,9	65,1
30	**x**	8,8	9,1	9,5	10,0	10,8	11,8	12,2
	y	5,0	4,3	3,1	2,7	2,5	2,0	1,5

Додаток Б

Таблиця Б.1 – Вихідні дані для розрахунку до практичної роботи №3

Варіант	Значення							
1	2							
1	x	5,0	10,5	13,0	15,5	19,5	22,6	26,0
	y	2,9	5,0	5,1	5,8	7,5	9,3	12,1
2	x	1,6	3,0	3,6	5,4	6,8	7,5	8,9
	y	9,5	13,0	17,0	21,5	26,7	32,3	37,1
3	x	4,0	5,9	8,1	9,8	12,0	14,2	15,1
	y	14,8	14,5	11,8	6,2	3,6	-2,1	-4,8
4	x	0	0,9	1,2	1,9	3,0	4,3	4,8
	y	19,8	14,2	10,1	6,5	1,1	-3,2	-5,5
5	x	6,2	7,8	9,1	10,1	12,5	12,9	14,2
	y	1,7	1,6	2	2,1	2,4	2,6	3,3
6	x	4,0	6,6	8,0	10,3	12,0	14,0	16,2
	y	-1	0,7	1,0	2,6	3,0	4,6	5,1
7	x	1,1	2,3	2,9	4,2	5,3	7,0	9,9
	y	13,1	18,5	19,3	20,6	21,6	25,3	30,1
8	x	3,0	6,2	9,1	12,0	15,0	18,0	21,0
	y	424,0	313,0	301,0	185,0	189,0	84,0	26,0
9	x	8,5	9,8	12,0	14,2	16,0	18,8	20,0
	y	-10,0	-15,0	-35,0	-61,3	-64,8	-89,0	-108,0
10	x	5,0	5,8	6,1	6,8	7,2	7,9	8,4
	y	1,7	1,7	2,0	2,4	2,6	3,4	4,0
11	x	18,2	23,4	28,9	32,0	38,4	43,8	50,2
	y	15,1	10,5	8,2	3,1	0,1	-1,6	-2,3
12	x	1,2	2,5	3,3	4,0	5,2	6,0	7,3
	y	18,2	18,6	20,3	22,1	23,8	24,0	27,5
13	x	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
	y	-2,2	-1,3	0,2	1,6	1,9	2,9	3,1
14	x	155,0	166,0	178,0	190,0	192,0	195,0	196,0
	y	1,5	1,8	2,3	2,3	2,8	2,9	3,5
15	x	11,3	11,9	12,6	12,9	13,7	14,2	15,0
	y	23,6	22,1	21,0	19,3	18,1	16,9	15,5
16	x	2,2	2,8	2,9	3,5	3,9	4,5	5,2
	y	11,0	8,3	7,0	5,2	3,3	1,8	0,1
17	x	48,6	49,2	51,1	52,7	53,9	55,1	57,5
	y	0,3	-0,6	-1,2	-2,0	-3,2	-3,3	-4,2
18	x	15,3	18,3	20,1	23,1	28,0	29,9	33,1
	y	0,9	1,8	3,1	4,2	5,1	5,3	6,1

Кожне відкриття має певний об’єкт: явище, властивість, закономірність.

2. Порядок виконання роботи

Провести аналіз виданого викладачем опису патенту (авторського свідоцтва) і скласти на основі опису заявку на винахід із зазначенням назви всіх її структурних складових.

3. Приклад оформлення звіту

Назва винаходу.

Барабанна сушарка

Клас винаходу.

МКВ 6 F26 B 11/04

Галузь техніки.

Винахід відноситься до сушильної техніки і може бути використаний в хімічній, харчовій промисловостях та лісовому і сільському господарствах, наприклад, для виробництва гранульованих органо-мінеральних добрив.

Характеристика аналогів...

4. Контрольні запитання

1. Що таке відкриття? Об’єкти відкриття?
2. За якими ознаками технічне розв’язання задачі визнається винаходом?
3. Що може бути об’єктом винаходу?
4. Які об’єкти інтелектуальної творчості не визнаються винаходами?
5. Що таке патент на винахід та який термін його дії?
6. Які документи входять до складу заявки на винахід?
7. Опис винаходу та його структура.
8. Формула винаходу, її значення і структура?
9. Що таке МКВ (міжнародна класифікація винаходів)?
10. Що таке аналоги і прототип винаходу.

Практична робота №2
ЗНАХОДЖЕННЯ СЕРЕДНІХ АРИФМЕТИЧНИХ І СЕРЕДНІХ КВАДРАТИЧНИХ ВІДХИЛЕНЬ

Мета роботи – *набуття студентами практичних навиків рішення задач із знаходження середніх арифметичних (середніх статистичних) і статистичних середніх квадратичних відхилень.*

1. Теоретичні відомості

Більшість лісогосподарських машин і агрегатів працюють в умовах, коли їх робочі органи і ходові системи взаємодіють із матеріалами та середовищами характеристики, яких мають випадковий (непостійний, нерівномірний) характер, тобто є випадковими величинами. Наприклад, дія нерівностей поверхні ґрунту на опорні колеса лісогосподарських машин, нерівномірність щільності ґрунту за напрямком руху ґрунтообробної машини.

З метою отримання характеристик умов роботи досліджуваних машин (випадкової величини), при обробці даних, отриманих дослідним шляхом (статистичної сукупності), в першу чергу знаходять середні арифметичні $\mathbf{x_{ср}}$ і статистичні середні квадратичні відхилення $\mathbf{S_с}$, які є характеристиками математичного сподівання та дисперсії випадкової величини. Ці величини розраховуються за наступними формулами:

$$\mathbf{x_{ср}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; ; \qquad (2.1)$$

$$\mathbf{S_с} = \pm\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - x_{ср}\right)} \, , \qquad (2.2)$$

де **i** – номер вимірювання (повторності);

n – число вимірювань;

$\mathbf{x_i}$ – результат окремого вимірювання.

Розглянемо, як визначається $\mathbf{x_{ср}}$ і $\mathbf{S_с}$, якщо здійснити класифікацію результатів вимірювань, тобто побудувати варіаційний ряд. Для цього необхідно масив експериментальних даних розділити на класи (інтервали).

При виборі кількості інтервалів необхідно враховувати, що широкі інтервали більш виразно показують закон розподілу вимірюваної величини, але при цьому збільшується похибка обчислень. Вузькі інтервали ускладнюють розрахунки і можуть недостатньо чітко відображати закон розподілу, але збільшують точність вимірювань. У зв'язку з цим, якщо досліднику необхідно знати закономірність розподілення, то необхідно вибирати широкі інтервали, зменшуючи тим самим їх кількість; якщо ж потрібна висока точність обчислень, то вибирають вузькі інтервали, а їх кількість збільшується. Число інтервалів не повинно бути меншим за 5 і більшим за 12, хоча в окремих випадках це число може бути і більшим. Наближена кількість інтервалів залежить від кількості проведених вимірів (табл. 1).

Таблиця 1 – Кількість інтервалів розбиття дослідних даних

Кількість вимірів	Кількість інтервалів
10-30	5-6
31-80	6-9
більше 80	9-12

Розбиття результатів вимірювання на класи можна також виконати за правилом Штюргеса. У цьому випадку кількість інтервалів визначаємо за формулою

$$\mathbf{k = 1 + 3{,}32 \times \lg n} \, . \qquad (2.3)$$

Попередню величину інтервалу **h** можна визначити за формулою

$$\mathbf{h} = \frac{m_{max} - m_{min}}{k} \, , \qquad (2.4)$$

Додаток А

Вихідні дані для розрахунку до практичної роботи №2

Вибрані відповідно до варіанту значення збільшуються на останню цифру порядкового номера студента у журналі групи.

Варіант 1-10. В результаті вимірювань довжини одержані наступні значення у см:

38,5	39,2	37,6	38,6	37,9	38,1	39,0	39,1	37,9	38,3
36,5	37,2	37,8	37,6	38,5	39,2	39,0	38,0	37,9	36,9
37,0	36,9	37,0	38,5	37,8	36,8	38,5	39,1	39,3	38,2
38,1	39,0	38,9	37,6	37,2	38,1	38,5	38,9	39,3	38,2
38,6	39,0	38,0	38,4	38,8	36,8	37,2	37,6	38,0	38,1
37,6	37,3	38,6	39,2	39,0	38,8	37,5			

Варіант 11-20. В результаті вимірювань часу одержані наступні значення у с:

52,5	51,8	52,9	50,1	50,6	50,9	51,2	50,1	50,8	51,9
52,6	52,9	52,3	50,9	51,2	50,4	50,9	50,7	51,1	51,3
52,8	50,1	50,0	51,4	50,2	51,1	52,2	52,8	50,9	50,0
50,6	52,9	53,0	53,4	53,1	53,5	50,9	51,8	52,6	51,8
50,1	52,1	51,9	52,6	51,9	51,2	51,3	52,9	51,8	50,9
51,2	51,8	52,0	52,5	51,2	52,3				

Варіант 21-30. В результаті вимірювань маси тіл одержані наступні значення у кг:

98,0	92,2	93,6	91,6	91,9	92,8	93,5	94,6	95,1	96,7
97,6	98,1	92,6	93,4	94,2	95,1	95,0	96,9	96,3	97,2
97,9	92,4	93,9	94,6	94,2	93,9	96,1	97,3	97,8	96,3
95,9	95,0	94,2	94,0	93,0	93,8	91,9	92,1	92,0	96,0
95,8	95,1	94,3	92,8	97,1	95,9	96,3	97,0	97,5	96,9
96,0	98,0	93,9	92,2	95,8	92,7	91,9	92,5		

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник / Цехмістрові Г. С. – К: Видавничий Дім «Слово», 2023. – 240 с
2. Філіпенко А.С. Основи наукових досліджень. Конспект лекцій: Посібник. – К.: Академвидав, 2024. – 208 с.
3. Основи наукових досліджень: навч. посіб. / за заг. ред. Т. В. Гончарук. – Тернопіль, 2021. – 272 с.
4. Кононюк А.Ю. Основи наукових досліджень (загальна теорія експерименту). – К.: Освіта України, 2022. – Кн. 1. – 508 с.; Кн. 2. – 453 с.; Кн. 3. – 470 с.; Кн. 4. – 492 с.
5. Науково-дослідна робота за темою магістерської дисертації. Частина ІІ: конспект лекцій / укладачі Г. М. Розорінов, Співак В.М. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 83 с.
6. Корягін М. В. Основи наукових досліджень: [навч. посіб.] / М. В. Корягін, М. Ю. Чік. – К. : Алерта, 2022. – 622 с..

де $\mathbf{m_{max}}$ і $\mathbf{m_{min}}$ – відповідно максимальне та мінімальне значення з масиву даних.

Отриманий результат заокруглюють так, щоб середня величина інтервалу була не дуже роздрібненою. Далі уточнюють кількість інтервалів з урахуванням прийнятої їх величини.

Для полегшення визначення належності **i**-го виміру **j**-му інтервалу доцільно кінцеву межу інтервалу призначати меншою від розрахункової на одиницю точності з якою проводяться вимірювання. Наприклад, якщо виміри проведені з точністю до однієї десятої сантиметра, то межі інтервалів довжини необхідно позначати **0...1,0см**, **1,1...2,0см**; **2,1...3,0см** тощо або **0...1,00**см; **1,01...2,00**см; **2,01...3,00**см тощо – якщо вимірювання проведені з точністю до однієї сотої сантиметра.

Наступним кроком є визначення середнього значення інтервалу $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}$, яке розраховують за формулою

$$\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}} = \frac{\mathbf{x_{jmax}} + \mathbf{x_{jmin}}}{\mathbf{2}}, \qquad (2.5)$$

де $\mathbf{x_{jmax}}$, $\mathbf{x_{jmin}}$ – межі **j**-го інтервалу.

Результати розрахунків доцільно подати у вигляді табл. 2.

Таблиця 2 – Визначення середнього арифметичного $\mathbf{x_{cp}}$ і статистичного середнього квадратичного відхилення $\mathbf{S_c}$

Номер інтервалу	Інтервал	Середнє значення інтерва-лу $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}$	Кількість $\mathbf{m_j}$ спостережень у кожному інтервалі, позначене		Часто-та $\mathbf{p_j^*}$	Добу-ток $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}\ \mathbf{p_j^*}$	Різни-ця $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}$ -$\mathbf{x_{cp}}$	Добуток $(\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}$- -$\mathbf{x_{cp}})^2\mathbf{p_j^*}$
			графічно	цифрами				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$\mathbf{x_{1min}...x_{1max}}$	$\tilde{\mathbf{x}}_1$		8	$\mathbf{p_1^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_1\mathbf{p_1^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_1$ -$\mathbf{x_{cp}}$	$(\tilde{\mathbf{x}}_1$- -$\mathbf{x_{cp}})^2\mathbf{p_1^*}$
2	$\mathbf{x_{2min}...x_{2max}}$	$\tilde{\mathbf{x}}_2$		3	$\mathbf{p_2^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_2\mathbf{p_2^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_2$ -$\mathbf{x_{cp}}$	$(\tilde{\mathbf{x}}_2$- -$\mathbf{x_{cp}})^2\mathbf{p_2^*}$
...	....	...	…	...	...	...	...	...
k	$\mathbf{x_{k\,min}...x_{k\,max}}$	$\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$		17	$\mathbf{p_k^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}\mathbf{p_k^*}$	$\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$ -$\mathbf{x_{cp}}$	$(\tilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$- -$\mathbf{x_{cp}})^2\mathbf{p_k^*}$

Для підрахунку кількості вимірів, що потрапили до **j**-го інтервалу, зручно користуватись графічним позначенням (табл. 2, стовпець 4), де одна крапка чи одна риска означають потрапляння одного результату виміру в **j**-тий інтервал.

Частота $\mathbf{p_j^*}$ повторення значень **j**-го інтервалу рівна

$$\mathbf{p_j^*} = \frac{\mathbf{m_j}}{\mathbf{n}}, \qquad (2.6)$$

де $\mathbf{m_j}$ – кількість вимірювань, що потрапили до **j**-го інтервалу.

Тоді середнє арифметичне $\mathbf{x_{cp}}$ (середнє статистичне) і статистичне середнє квадратичне відхилення $\mathbf{S_c}$ можна визначити просумувавши значення відповідно 7-го та 9-го стовпців таблиці 2 відповідно до наступних формул:

$$\mathbf{x_{cp}} = \sum_{j=1}^{k} \tilde{\mathbf{x}}_j \mathbf{p_j^*}; \qquad (2.7)$$

$$\mathbf{S_c} = \pm\sqrt{\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n-1}}\sum_{j=1}^{k}\left(\tilde{\mathbf{x}}_j - \mathbf{x_{cp}}\right)^2 \cdot \mathbf{p_j^*}}, \qquad (2.8)$$

Розраховане значення $\mathbf{S_c}$ дозволяє оцінити ступінь розсіювання результатів вимірювань навколо їх середнього значення $\mathbf{x_{cp}}$.

2. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись із викладеними в роботі теоретичними відомостями.
2. Виписати із додатку А згідно варіанту завдання та провести розрахунок середніх арифметичних та середніх квадратичних відхилень досліджуваної величини за наведеними у теоретичних відомостях способами.

3. Зразок оформлення звіту

Завдання. З метою отримання характеристики умов роботи лісових машин проведено вимірювання довжини саджанців вибраних у різних місцях дослідної ділянки. За результатами вимірювань отримано наступний масив даних, см:

89,0	85,0	82,0	83,0	88,0	80,0	86,0	81,5	85,5	81,0
88,5	84,5	90,0	89,0	89,0	80,0	87,0	80,5	86,5	83,5
82,0	83,0	83,0	88,5	86,5	87,5	86,5	82,0	86,0	83,0
84,5	84,0	84,5	82,5	79,5	81,0	87,0	82,0	87,0	88,0
85,0	83,0	83,5	81,5	76,0	78,5	79,0	79,0	83,0	85,5
82,5	84,5	85,5	80,0	78,0	78,5	76,0	78,5	81,5	85,0
82,0	80,0	80,0	79,5	79,5	79,0	74,0	78,5	80,0	82,5
82,0	78,0	78,0	80,0	88,0	76,0	79,0	77,0	79,5	82,0
78,0	80,0	79,0	81,5	79,5	83,5	81,0	82,0	78,0	80,0
77,5	79,0	79,5	84,0	82,5	82,0	80,0	82,5	78,5	80,5

Розв'язок. *Спосіб 1.*

Сума всіх результатів вимірів:

$$\sum_{i=1}^{n}\mathbf{x_i} = \sum_{i=1}^{100}\mathbf{x_i} = \mathbf{8214{,}5\ см}.$$

Розділивши отриману суму на кількість вимірів **n=100**, дістанемо:

$\mathbf{x_{cp}}$**=8214,5/100=82,145≈82,14 см**.

Остаточно отримаємо

$$\mathbf{Y = -0{,}20 + 2{,}83 \cdot V + 2{,}10 \cdot h}.$$

Такий остаточний вигляд має залежність тягового опору плуга (в кН) від швидкості руху **V** (в км/год) і глибини оранки **h** (в см).

5. Контрольні запитання

1. Що розуміють під плануванням експерименту?
2. Особливості класичного методу планування експерименту.
3. Кількість експериментів при класичному методі планування експерименту.
4. Етапи математичного методу планування експерименту.
5. Що являє собою математична модель досліджуваного процесу за математичного методу планування експерименту?
6. Яка різниця між ПФЕ і РФЕ?
7. З якою метою здійснюють кодування досліджуваних факторів?
8. Що розуміють під відтворюваністю та керованістю експерименту?
9. У чому полягає адекватність математичної моделі і за яким критерієм вона оцінюється?
10. Що таке поверхня відгуку?

$$\mathbf{f_{ad} = 4 - 2 - 1 = 1}\,.$$

$$\mathbf{f_y = 4 \cdot \left(3 - 1\right) = 8}\,.$$

Тому табличне значення критерію Фішера становить (дод. Г, табл. Г.4) **F(0,05;1;8)=5,318**

Розрахункове значення відгуку для досліду №1 **Y_1=33,5 кН**, для решти дослідів **Y_2=50,5 кН**; **Y_3=75,5 кН**; **Y_4=92,5 кН**.

Відповідне значення $\mathbf{(Y_U - \overline{Y}_U)^2}$ для першого досліду дорівнює **(33,5-34,0)^2=0,25 кН^2**; для другого **(50,5-50,0)^2=0,25 кН^2**; для третього **(75,5-75,0)^2=0,25 кН^2**; для четвертого **(92,5-93,0)^2=0,25 кН^2**.

Таким чином, розрахункове значення **F**-критерію Фішера при дисперсії:

$$\mathbf{S^2_{ad} = \frac{0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25}{4 - 2 - 1} = 1,0}\,,$$

становить

$$\mathbf{F = 1 / 3,75 = 0,27}$$

Отже отримана модель адекватна, оскільки

F =0,27 < F(0,05; 1; 8) = 5,318,

Графічно рівняння регресії є поверхнею відгуку **АВСД** (рис.7)

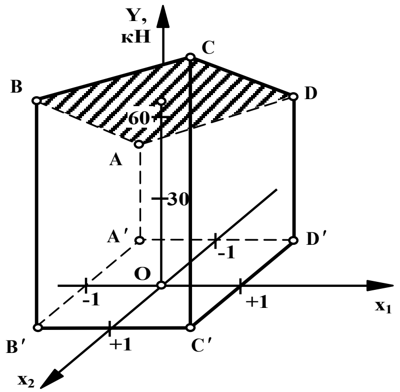

Рисунок 7 – Схема поверхні відгуку

Перехід від рівняння у якому $\mathbf{x_i}$ і $\mathbf{x_2}$ – фактори в кодованому вигляді, до рівняння з факторами **V** та **h** в натуральному здійснюємо за виразами:

$$\mathbf{x_1 = \frac{V - 6}{3}}\,;\ \mathbf{x_2 = \frac{h - 22}{10}}\,.$$

Тоді

$$\mathbf{Y = 63,0 + 8,5\frac{V - 6}{3} + 21,0\frac{h - 22}{10}}\,.$$

Для обчислення середнього квадратичного відхилення знаходимо різниці $\mathbf{x_i\text{-}x_{cp}}$ і підносимо їх до квадрату. Для перших трьох і для останніх трьох вимірів (інші обчислення однотипні, ми їх опускаємо) маємо:

89,00-82,14=6,86 см	**(6,86)^2=47,61 см^2**
88,50-82,14=6,36 см	**(6,36)^2=40,96 см^2**
82,00-82,14=-0,14 см	**(-0,14)^2=0,02 см^2**
....	....
....	....
82,0-82,14=-0,14 см	**(-0,14)^2=0,02 см^2**
80,00-82,14=-2,14 см	**(-2,14)^2=4,41 см^2**
80,50-82,14=-1,64 см	**(-1,64)^2=2,56 см^2**

Розрахувавши суму квадратів різниць, одержимо

$$\mathbf{\sum_{i=1}^{100}\left(x_i - x_{cp}\right)^2 = 1130,85}\ \text{см}.$$

Тоді

$$\mathbf{S_c = \pm\sqrt{\frac{1130.85}{100 - 1}} = \pm 3,47}\ \text{см}.$$

Спосіб 2.

Число інтервалів вибираємо **j=10**. Тоді величина інтервалу становитиме:

$$\mathbf{h = \frac{90,0 - 74,0}{10} = 1,6\,см}\,.$$

Заокруглюючи, дістанемо **h=1,5 см**. За такого заокругленні кількість інтервалів **j=11**.

Провівши подальші обчислення, одержимо

$$\mathbf{\sum_{j=1}^{11}\tilde{x}_j p^*_j = 82,023}\ \text{см}.$$

$$\mathbf{\sum_{j=1}^{11}\left(\tilde{x}_j - x_{cp}\right)^2 p^*_j = 12,069}\ \text{см}^2;$$

Таким чином

$$\mathbf{x_{cp}=82,0см},$$

$$\mathbf{S_c = \sqrt{\frac{100}{99}\cdot 12,069} = \pm 3,5}\ \text{см}.$$

Порівнюючи одержані дані із значеннями $\mathbf{x_{cp}}$ та $\mathbf{S_c}$ без класифікації вимірів, бачимо, що обома способами отримані дуже близькі значення.

Таблиця 3 – Визначення довжини саджанців розбивкою даних вимірювань на класи

Номер інтервалу	Інтервал, **см**	Середнє значення інтервалу $\tilde{x}_j$, **см**	Кількість m_i спостережень (число рослин) в кожному інтервалі, позначене		Часто-та p_j^*	Добу-ток $\tilde{x}_j\, p_j^*$, **см**	Різни-ця $\tilde{x}_j$ - $x_{ср}$, **см**	Добуток $(\tilde{x}_j$ - $-x_{ср})^2 p_j^*$, **см**
			графічно	цифрами				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	73,6...75,0	74,3		1	0,01	0,743	-7,7	0,393
2	75,1...76,5	75,8		3	0,03	2,274	-6,2	1,152
3	76,6...78,0	77,3		7	0,07	5,411	-4,7	1,545
4	78,1...79,5	78,8		17	0,17	13,396	-3,2	1,742
5	79,6...81,0	80,3		15	0,15	12,045	-1,7	0,434
6	81,1...82,5	81,8		18	0,18	14,724	-0,2	0,007
7	82,6...84,0	83,3		11	0,11	9,218	+1,3	0,166
8	84,1...85,5	84,8		10	0,10	8,480	+2,8	0,784
9	85,6...87,0	86,3		8	0,08	6,898	+4,3	1,478
10	87,1...88,5	87,8		6	0,06	5,268	+5,8	2,018
11	88,6...90,0	89,3		4	0,04	3,572	+7,3	2,130

4. Контрольні запитання

1. Які величини розраховують при обробці експериментальних даних?
2. У чому полягає побудова варіаційного ряду експериментальних даних?
3. Якими методами визначають кількість інтервалів розбиття експериментальних даних?
4. Як можна полегшити визначення належності **i**-го виміру **j**-му інтервалу?
5. Переваги та недоліки розглянутих у роботі способів визначення характеристик експериментальних даних.

Практична робота №3
ОДЕРЖАННЯ ЕМПІРИЧНИХ ФОРМУЛ

Мета роботи – *навчитися вибирати тип емпіричної формули та розраховувати значення її коефіцієнтів.*

1. Теоретичні відомості

Під час дослідження лісогосподарських машин і процесів, які ними здійснюються, досить часто доводиться характеризувати результати дослідження не однієї випадкової величини, а декількох або і нескінченної їх кількості. У такому випадку, крім оцінок математичного сподівання та дисперсії, які можна розраховувати для кожної окремої з досліджуваних випадкових величин, необхідно встановити форму та ступінь щільності зв'язку між величинами.

З метою встановлення форми зв'язку для дослідних величин, поданих у вигляді графіку або таблиці, потрібно підібрати емпіричну формулу, яка

Дисперсія відтворюваності (помилка досліду) становить

$$S_1^2 = \frac{1}{3-1}\cdot[(35\text{-}34)^2+(32\text{-}34)^2+(35\text{-}34)^2] = 3\ кН^2;$$

$$S_2^2 = \frac{1}{3-1}\cdot[(50\text{-}50)^2+(52\text{-}50)^2+(48\text{-}50)^2] = 4\ кН^2;$$

$$S_3^2 = \frac{1}{3-1}\cdot[(75\text{-}75)^2+(74\text{-}75)^2+(76\text{-}75)^2] = 1\ кН^2;$$

$$S_4^2 = \frac{1}{3-1}\cdot[(91\text{-}93)^2+(92\text{-}93)^2+(96\text{-}93)^2] = 7\ кН^2;$$

Отже розрахункове значення критерію Кохрена становить.

$$G = \frac{7}{3+4+1+7} = 0,467.$$

Табличне значення критерію Кохрена при **n = 4** і $f_U = m_0 - 1 = 2$, буде **0,770**. Число **0,770** більше від **0,467**, тому приходимо до висновку, що процес відтворюється.

Оскільки розглядуваний процес відтворюваний, то розраховуємо коефіцієнти рівняння регресії.

$$b_0 = \frac{34+50+75+93}{4} = 63,0\,;$$

$$b_1 = \frac{(-1)\cdot 34+(+1)\cdot 50+(-1)\cdot 75+(+1)\cdot 93}{4} = 8,5\ ;$$

$$b_2 = \frac{(-1)\cdot 34+(-1)\cdot 50+(+1)\cdot 75+(+1)\cdot 93}{4} = 21,0\ ;$$

$$b_{12} = \frac{(+1)\cdot 34+(-1)\cdot 50+(-1)\cdot 75+(+1)\cdot 93}{4} = 0,5\ ;$$

Проводимо оцінку значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стьюдента табличне значення якого у даному випадку при $\alpha = 0,95$, та $f_y = 8$, становить **t = 2,3**. Тоді

$$S_y^2 = \frac{1}{4}\cdot\ (3+4+1+7) = 3,75\ кН^2,$$

$$\Delta b_a = 2,3\frac{\sqrt{3,75}}{\sqrt{4}} = 2,24\,.$$

Оскільки $b_0=63,0$; $b_1=8,5$; $b_2=21,0$; $b_{12}=0,5$, то всі коефіцієнти значущі, за винятком коефіцієнта $b_{12}=0,5$, який менший за $\Delta b_a=2,24$.

Отже рівняння регресії буде мати вигляд:

$$y = 63,0 + 8,5\cdot x_1 + 21,0\cdot x_2$$

Перевірку адекватності рівняння проводимо за **F**-критерієм Фішера.

Таблиця 16 – Результати кодування факторів

Фактор	Натуральне позначення	Кодове позначення	Інтервал варіювання	Рівні варіювання					
				натуральні			кодові		
				верхній	нижній	нульовий	верхній	нижній	нульовий
Швидкість руху, км/год	**V**	x_1	3 км/год	9	3	6	+1	-1	0
Глибина оранки, см	**h**	x_2	10 см	32	12	22	+1	-1	0

Таблиця 17 – План-матриця експерименту

Номер досліду (точка плану)	Значення кодованих факторів		Взаємодія кодованих факторів x_1x_2
	x_1	x_2	
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

Таблиця 18 – Умови проведення і результати дослідів

Точка і номер досліду	x_1	x_2	x_1x_2	Вихідний параметр **Y**, кН			Середнє арифметичне значення вихідного параметра $\bar{Y}$, кН
				перша повторю-ваність	друга повторю-ваність	третя повторю-ваність	
1	-1	-1	+1	35	32	35	34
2	+1	-1	-1	50	52	48	50
3	-1	+1	-1	75	74	76	75
4	+1	+1	+1	91	92	96	93

наближено їй відповідає. Іноді емпіричними формулами на окремих інтервалах значень замінюють складні аналітичні залежності, одержані в результаті теоретичних досліджень.

Підбір емпіричних формул полягає у виборі типу формули та у визначенні коефіцієнтів до неї за такими способами: вибраних точок, середніх, найменшої середньої похибки або найменших квадратів.

Підбирати емпіричні формули починають з побудови графічної залежності явища, яке вивчається. Залежно від розміщення точок на графіку і визначається подальший хід розв'язання цієї задачі.

Якщо точки розташовані близько до прямої і є підстава вважати, що залежність повинна бути прямолінійною, то можна прийняти, що функція $\mathbf{y}$ залежить від аргументу $\mathbf{x}$ за формулою $\mathbf{y=A+Bx}$, де **A** і **B** – коефіцієнти. Для знаходження останніх на графіку проводиться пряма, відносно якої всі точки розташовуються по можливості найбільш симетрично, і відмічають дві точки з координатами $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_1}$ і $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_2}$, достатньо віддалені одна від одної. Потім складається система рівнянь

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{y_1}&=\mathbf{A+Bx_1}\\ \mathbf{y_2}&=\mathbf{A+Bx_2}\end{aligned}\right\}. \tag{3.1}$$

Після розв'язку системи (3.1) знаходять коефіцієнти **A** і **B**.

Для проведення прямої лінії можна використати прозору лінійку або натягнути на графіку тонку нитку.

У багатьох випадках важко зупинитись на одній будь-якій прямій, тому проводять кілька прямих, для кожної вираховують коефіцієнти **A** і **B** та суми різниць

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left(\mathbf{y_i - A - Bx_i}\right)^2, \tag{3.2}$$

де **n** - число дослідних точок;

i – номер точки.

У якості коефіцієнтів емпіричної залежності приймають ті, для яких отримано найменше значення суми (3.2).

Для визначення коефіцієнтів за способом середніх складається для кожної дослідної точки рівняння типу

$$\mathbf{y_i=A+Bx_i}, \tag{3.3}$$

де $\mathbf{i=1,2...n}$, **n** – число дослідних точок.

Ці рівняння записуються попарно, і для кожної отриманої системи знаходять коефіцієнти **A** і **B**, після чого розраховують середні їх значення.

Вища точність досягається, якщо коефіцієнти **A** і **B** вираховуються за способом найменших квадратів. Відповідно до цього способу коефіцієнти розраховуються з умови, що суми квадратів відхилень знайдених значень від дійсних значень мінімальні:

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left(\mathbf{y_i - y_{i\ роз}}\right)^2 = \mathbf{min}, \tag{3.4}$$

де $\mathbf{y_i}$ – дійсні (дослідні) значення функції;

$\mathbf{y_{i\,роз}}$ – розрахункові значення функції (у даному випадку $\mathbf{y_{i\,роз}=A+Bx_i}$).

Тому

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)^2 = \min . \tag{3.5}$$

З диференціального числення відомо, що якщо функція досягає мінімуму, то перша похідна від неї за аргументом в даній точці дорівнює нулю, а у другої похідної знак "+". При диференціюванні виразів у лівій частині рівності (3.5) змінними будуть величини **A** і **B**. Внаслідок цього, знаходимо часткові перші похідні по **A** і **B** та прирівнюємо їх до нуля:

$$\frac{\partial}{\partial A}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx\right)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)\left(-1\right) =$$

$$= 2\left(-\sum_{i=1}^{i=1} y_i + \sum_{i=1}^{i=1} A + B\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = 0,$$

Сума $\sum_{i=1}^{n} A = A_n$.

Тоді
$$A_n + B\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0 \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial B}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)\left(-x_i\right) =$$

$$= 2\left(-\sum_{i=1}^{n} x_i y_i + A\sum_{i=1}^{n} x_i + B\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) = 0$$

або
$$A\sum_{i=1}^{n} x_i + B\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 0 . \tag{3.7}$$

Якщо з рівнянь (3.6) та (3.7) утворити систему та розв'язати її відносно невідомих **A** і **B**, то отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \\ B &= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \end{aligned}\right\} . \tag{3.8}$$

значення факторів, коефіцієнти $\mathbf{b_i}$ яких мають знак "-", мінімальними. Абсолютні значення коефіцієнтів рівняння регресії збільшуються зі збільшенням інтервалів варіювання.

У реальних дослідженнях, як правило, на початку ведеться побудова лінійної моделі виду (5.6) або (5.9). Якщо ця модель повністю задовільняє вимоги адекватності та значущості коефіцієнтів регресії, то моделювання процесу цим закінчується, коли ж вимоги адекватності та значущості коефіцієнтів регресії не задовільняються, переходять до розгляду неповного квадратного або квадратного рівняння.

Перехід від моделі у якій $\mathbf{x_1}$ і $\mathbf{x_2}$ – фактори в кодованому вигляді, до рівняння з факторами $\mathbf{X_1}$ і $\mathbf{X_2}$ в натуральному вигляді проводиться з урахуванням (5.12), тому для ПФЕ 2^2

$$Y = b_0 + b_1 \times \frac{X_1 - X_{10}}{\Delta X_1} + b_2 \times \frac{X_2 - X_{20}}{\Delta X_2} . \tag{5.24}$$

3. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись із викладеними в роботі теоретичними відомостями.
2. Виписати із додатку Г згідно варіанту завдання та побудувати модель запропонованого процесу.
3. За отриманою моделлю побудувати поверхню відгуку.

4.Зразок оформлення звіту

Завдання. Побудувати модель тягового опору плуга залежно від зміни швидкості руху **V** і глибини оранки **h** якщо відомо, що **V** може приймати значення від 3 до 9 км/год, а **h** – від 12 до 32 см.

Розв'язок. Інтервали варіювання факторів становлять:

$$\Delta V = \frac{9-3}{2} = 3 \ \text{км}/\text{год} ;$$

$$\Delta h = \frac{32-12}{2} = 10 \ \text{см} ;$$

Кодуємо фактори та заносимо результати до таблиці (табл. 16).

Складаємо план-матрицю експерименту (табл. 17).

При проведенні досліду (при реалізації плану матриці експерименту) одержано дані (в навчальних цілях ці дані вибираються студентами із додатку Г), подані в табл. 18.

адекватності $\mathbf{S^2_{ad}}$ кількість проведених дослідів **n** повинна бути більшою від кількості коефіцієнтів у рівнянні регресії.

Графічно отримана модель відображається деякою поверхнею відгуку **АВСД** (рис.6) у декартовій системі координат $\mathbf{x_1Ox_2Y}$, на осях якої відкладені значення досліджуваних факторів $\mathbf{x_1}$ і $\mathbf{x_2}$ в кодованому вигляді, а також значення **Y** – функції відгуку, отримані за розрахунками. Проекції точок цієї поверхні на площину $\mathbf{x_1Ox_2}$ позначені $\mathbf{A'}$, $\mathbf{B'}$, $\mathbf{C'}$, $\mathbf{D'}$. У випадку графічної інтерпретації лінійної частини моделі (2.8) поверхня відгуку є площиною у тривимірному просторі (у випадку, коли кількість досліджуваних факторів **k>2**, це – гіперплощина в **k+1** – вимірному факторному просторі). Коефіцієнти регресії при лінійних членах характеризують нахил площини до відповідних осей. В усіх випадках гіперплощина проходить через точку $\mathbf{O'}$, в якій $\mathbf{Y=OO'=b_0}$ (при $\mathbf{x_1=0}$ і $\mathbf{x_2=0}$ в центрі плану).

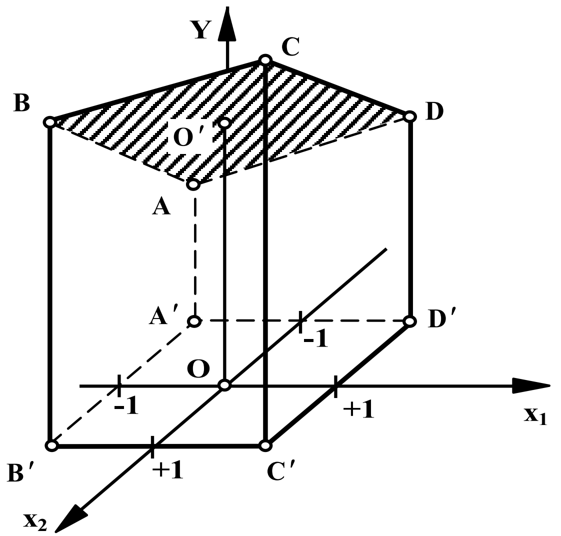

Рисунок 6 – Схема поверхні відгуку

Якщо перетнути поверхню **ABCD** будь-якою площиною, перпендикулярною до осі **Y**, то одержимо пряму, кожній точці якої відповідає одне й те саме значення відгуку **Y**.

Знак при коефіцієнті в рівнянні регресії лінійного виду показує характер впливу відповідного фактора: знак "+" свідчить, що зі збільшенням значення фактора величина відгуку зростає, а знак "-", що вона спадає. Чим більше значення коефіцієнта, тим сильніший вплив фактора. Коли необхідно отримати максимальне значення відгуку, то значення всіх факторів, коефіцієнти **b,** яких мають знак "+", слід приймати максимальними, а

Розглянуті методи можна застосувати не тільки, коли точки з координатами $\mathbf{x_i}$ і $\mathbf{y_i}$ розміщені на одній прямій, але часто і у інших випадках. Для цього треба спочатку виконати перехід до нових змінних **X** і **Y**, де $\mathbf{X=\varphi_1(x,y)}$, $\mathbf{Y=\varphi_2(x,y)}$. Функції $\boldsymbol{\varphi_1}$ і $\boldsymbol{\varphi_2}$ вибираються так, щоб була прямолінійна залежність між **X** і **Y**. Для цього потрібно нанести точки на спеціальний папір, наприклад на координатний логарифмічний або напівлогарифмічний. Якщо дослідні точки нанесені на логарифмічний папір, в якому і за віссю абсцис, і за віссю ординат шкали логарифмічні, та опинились на одній прямій, то це означає, що **Y=A+BX** , де **Y=lny**, а **X=lnx**, або

$$\mathbf{\ln y = A + B\ln x;} \tag{3.9}$$

перетворюючи, одержимо

$$\ln\frac{y}{x^B} = A$$

або

$$\ln\frac{y}{x^B} = A\ln e = \ln e^A\ ,$$

звідки $\mathbf{y=e^Ax^B}$**,** тобто емпірична формула підбирається серед формул типу $\mathbf{y=A_0x^B}$, де $\mathbf{A_0}$ і **B** – коефіцієнти, причому $\mathbf{A_0=e^A}$. Коефіцієнти **A** та **B** знаходяться за одним із описаних способів. Особливість розрахунків така, що в формули для визначення коефіцієнтів **A** і **B** замість $\mathbf{x_i}$ та $\mathbf{y_i}$ потрібно підставити $\mathbf{\ln x_i}$ і $\mathbf{\ln y_i}$ (див. (3.8)). У зв'язку з цим у таблиці дослідних даних (наприклад, табл.5) доповнюються дві графи - для **X=lnx** та **Y=lny.**

Якщо прямолінійну залежність отримуємо при нанесенні дослідних точок на напівлогарифмічний папір (на вісь ординат нанесена логарифмічна шкала, а на вісь абсцис – рівномірна), то за емпіричні формули беремо формули типу $\mathbf{y=Ce^{кx}}$**,** де **C** і **к** – сталі. У випадку, коли дослідні точки нанесені на координатний папір і розташувались за параболою з віссю симетрії, паралельною осі ординат, емпірична формула матиме вигляд:

$$\mathbf{y=A+Bx+Cx^2}. \tag{3.10}$$

У тих випадках, коли дослідні дані неможливо привести до лінійного закону або залежності типу $\mathbf{y=A+Bx+Cx^2}$, застосовується будь-яка із формул інтерполяції або ж вибирається залежність шляхом порівняння кривих, поданих, наприклад, у довідниках з математики, з графіками, побудованими на основі дослідних даних. Для визначення коефіцієнтів застосовуються викладені вище методи.

2. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись із викладеними в роботі теоретичними відомостями.

2. Виписати із додатку Б згідно з варіантом завдання, вибрати тип емпіричної формули та розраховувати значення її коефіцієнтів за наведеними у теоретичних відомостях способами.

3. Порівняти значення, розраховані за емпіричними формулами, із дослідними.

3. Зразок оформлення звіту

Завдання. У результаті дослідження зміни параметру **у** під впливом фактора **х** отримані наступні значення:

Таблиця 4 – Результати досліду

Номер досліду	1	2	3	4	5
x	0,8	1,4	2,0	2,6	3,2
y	34,2	31,8	30,0	28,5	25,8

Розв'язок. *Спосіб вибраних точок.*

Будуємо графічну залежність досліджуваного явища.

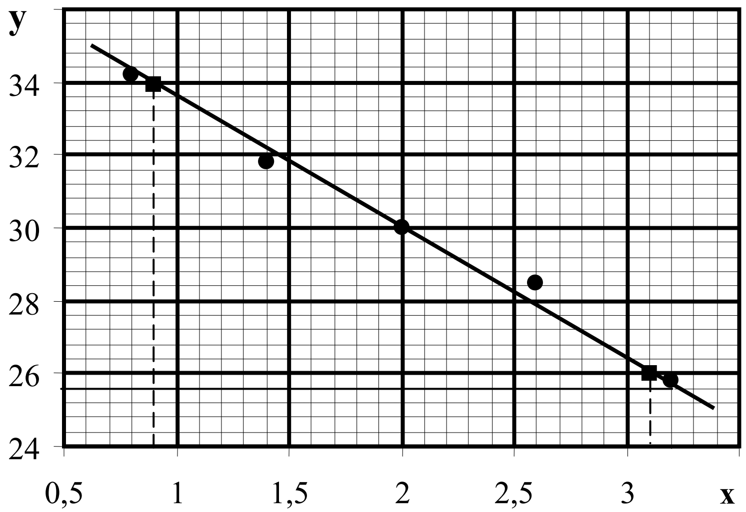

Рисунок 1 – Графік до підбору емпіричної формули

Оскільки точки розміщені близько до прямої, то емпірична залежність матиме вигляд **у=А+Вх.** Для встановлення значень коефіцієнтів за розглядуваним способом вибраними точками можна вважати точки з координатами: $\mathbf{x_1=0{,}9}$, $\mathbf{y_1}=34$ і $\mathbf{x_2}=3{,}1$, $\mathbf{y_2}=26$.

Тому маємо:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{34=A+B\cdot 0{,}9}\\ \mathbf{26=A+B\cdot 3{,}1}\end{array}\right\}.$$

Розв'язуючи систему, знайдемо: **А=37,3**; **В=-3,6**. Таким чином емпірична залежність матиме вигляд: **у=37,3-3,6х**.

Спосіб середніх значень коефіцієнтів.

Для встановлення значень коефіцієнтів за розглядуваним способом складаємо системи рівнянь:

$$\mathbf{b_a \geq \Delta b_a = t(0,05;f_y)\frac{S_y}{\sqrt{n}}}, \qquad (5.20)$$

де $\mathbf{b_a}$ – коефіцієнти $\mathbf{b_0}$, $\mathbf{b_i}$ і $\mathbf{b_{ij}}$ у формулах (5.19);

$\mathbf{\Delta b_a}$ – довірча границя;

$\mathbf{t(0{,}05;f_y)}$ – табличне значення критерію Стьюдента при 5%-му рівні значущості та числі ступенів вільності дисперсії відтворюваності $\mathbf{f_y = n\cdot\left(m_0-1\right)}$ (додаток Г, табл. Г.3);

$\mathbf{S_y}$ – дисперсія відтворюваності (помилка досліду).

$$\mathbf{S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{U=1}^{n} S_U^2}. \qquad (5.21)$$

Якщо коефіцієнт регресії виявлявсь меншим розрахованого довірчого інтервалу, то його вважають статично не значними і видаляють із моделі.

2.8. Перевірка адекватності моделі

Гіпотезу адекватності отриманої моделі перевіряють за допомогою **F**-критерію (критерію Фішера). Перевірка адекватності рівняння проводиться спочатку на лінійній частині. Адекватність матиме місце, коли виконується нерівність:

$$\mathbf{F = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} < F(0,05;f_{ad};f_y)}, \qquad (5.22)$$

де $\mathbf{S_{ad}^2}$ – дисперсія адекватності;

$\mathbf{F(0,05;f_{ad};f_y)}$ – критерій Фішера при 5 %-му рівні значущості (дод. Г, табл. Г.4),

$\mathbf{f_{ad} = n - k - 1}$ – числі ступенів вільності дисперсії адекватності.

Дисперсія $\mathbf{S_{ad}^2}$ обчислюється за формулою

$$\mathbf{S_{ad}^2 = \frac{1}{n-k-1}\sum_{U=1}^{n}(Y_U - \bar{Y}_U)^2}, \qquad (5.23)$$

де $\mathbf{Y_U}$ – розрахункове значення відгуку в **U**-му досліді лінійної частини моделі.

У випадку неадекватності лінійної моделі необхідно перевірити адекватність неповного квадратного рівняння. Якщо ж виявиться неадекватною модель у вигляді неповного квадратного рівняння, необхідно будувати модель у вигляді повного квадратного рівняння. Для цього ставлять додаткові досліди всередині експерименту, тобто коли значення факторів знаходяться на нульовому рівні. При цьому виходять з відомого (з математичної статистики) положення, що для знаходження дисперсії (тобто за **U**-го поєднання рівнів факторів);

$S^2_{U\,max}$ – більша із дисперсій.

$$S_U^2 = \frac{1}{m_0 - 1}\sum_{g=1}^{m_0}(Y_{Ug} - \bar{Y}_U)^2, \qquad (5.18)$$

де **g** – номер повторюваності;

Y_{Ug} – значення вихідного параметру Y_U у **g**-й повторюваності.

У випадку невиконання умови відтворюваності потрібно перевірити точність вимірювань (точність показів приладів) і умови проведення досліду з максимальною дисперсією, а також проаналізувати вплив неврахованих, неконтрольованих факторів на можливість внесення в досліди систематичних або одиничних грубих похибок вимірювання. Можна також зменшити інтервали варіювання факторів, збільшити число повторюваностей дослідів.

Якщо розглядуваний процес відтворюваний, то розраховують коефіцієнти рівняння регресії.

2.6. Розрахунок коефіцієнтів рівняння регресії

Кількість дослідів за ПФЕ 2^2 дозволяє на основі його результатів отримувати модель у вигляді неповного квадратного рівняння (5.8). У такому випадку коефіцієнти рівняння регресії розраховуються за наступними залежностями:

$$\left.\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{n}\cdot\sum_{U=1}^{n}\bar{Y}_U \\ b_i &= \frac{1}{n}\cdot\sum_{U=1}^{n}x_{iU}\bar{Y}_U \\ b_{ij} &= \frac{1}{n}\cdot\sum_{U=1}^{n}x_{iU}x_{jU}\bar{Y}_U \end{aligned}\right\}, \qquad (5.19)$$

де **n** – число точок плану (число дослідів, у розглядуваному випадку **n=4**);

$\bar{Y}_U$ – середнє арифметичне значення вихідного параметра в **U**-му досліді;

x_{iU} – значення **i**-го кодованого фактора в **U**-му досліді;

x_{jU} – значення **j**-го кодованого фактора в ряду матриці в **U**-му досліді ($j \neq i$).

2.7. Оцінка значущості коефіцієнтів регресії

Оцінку значущості коефіцієнтів регресії здійснюють за допомогою критерію Стьюдента. Коефіцієнт вважається значущим (таким, що суттєво впливає на відгук), якщо виконується нерівність

$$\left.\begin{aligned} 34{,}2 &= A_1 + B_1\cdot 0{,}8 \\ 31{,}8 &= A_1 + B_1\cdot 1{,}4 \end{aligned}\right\}, \quad \left.\begin{aligned} 31{,}8 &= A_2 + B_2\cdot 1{,}4 \\ 30{,}0 &= A_2 + B_2\cdot 2{,}0 \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} 30{,}0 &= A_3 + B_3\cdot 2{,}0 \\ 28{,}5 &= A_3 + B_3\cdot 2{,}6 \end{aligned}\right\}, \quad \left.\begin{aligned} 28{,}5 &= A_4 + B_4\cdot 2{,}6 \\ 25{,}8 &= A_4 + B_4\cdot 3{,}2 \end{aligned}\right\}.$$

Знаходимо з першої системи: A_1**=37,4**, B_1**=-4,0**; з другої системи: A_2**=36,0**, B_2**=-3,0**; з третьої: A_3**=35,0**, B_3**=-2,5**; з четвертої: A_4**=40,2**, B_4**=- 4,5**.

Середні значення коефіцієнтів становлять:

$$A = \frac{37{,}4 + 36{,}0 + 35{,}0 + 40{,}2}{4} = 37{,}2,$$

$$B = \frac{-4{,}0 - 3{,}0 - 2{,}5 - 4{,}5}{4} = -3{,}5.$$

Таким чином емпірична залежність, отримана за способом середніх, матиме вигляд: **y=37,2-3,5x**.

Спосіб найменших квадратів.

Для розрахунку коефіцієнтів за способом найменших квадратів складемо наступну таблицю.

Таблиця 5 – Дані для розрахунку коефіцієнтів емпіричної формули способом найменших квадратів

Номер досліду	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0,8	34,2	0,64	27,4
2	1,4	31,8	1,96	44,6
3	2,0	30,0	4,00	60,0
4	2,6	28,5	6,76	74,1
5	3,2	25,8	10,24	82,5
сума	$\sum_{i=1}^{5}x_i = 10{,}0$	$\sum_{i=1}^{5}y_i = 150{,}3$	$\sum_{i=1}^{5}x_i^2 = 23{,}6$	$\sum_{i=1}^{5}x_i y_i = 288{,}6$

Тоді коефіцієнти емпіричної формули згідно (3.8) становитимуть:

$$A = \frac{23{,}6\cdot 150{,}3 - 10{,}0\cdot 288{,}6}{5\cdot 23{,}6 - 10^2} = 36{,}73,$$

$$B = \frac{5\cdot 288{,}6 - 10{,}0\cdot 150{,}3}{5\cdot 23{,}6 - 10^2} = -3{,}33.$$

Отже емпірична залежність отримана за способом найменших квадратів, матиме вигляд: **y=36,73-3,33x**.

Для порівняння результатів, отриманих за кожним із способів, складемо наступну таблицю (табл.6).

Таблиця 6 – Відхилення розрахункових значень від дослідних

Номер досліду	Дослідне значення	Спосіб					
		вибраних точок		середніх		найменших квадратів	
		розрахункове значення	відхи-лення	розрахункове значення	відхи-лення	розрахункове значення	відхи-лення
1	34,2	34,4	0,2	34,4	0,2	34,1	0,1
2	31,8	32,3	0,5	32,3	0,5	32,1	0,3
3	30,0	30,1	0,1	30,2	0,2	30,1	0,1
4	28,5	27,9	0,6	28,1	0,4	24,1	0,4
5	25,8	25,8	0	26,0	0,2	26,1	0,3

4. Контрольні запитання

1. У чому полягає підбір емпіричних формул?
2. Які методи застосовуються при розрахунку коефіцієнтів емпіричної залежності?
3. На якій властивості диференційного числення заснований метод найменших квадратів?
4. Переваги і недоліки розглянутих у роботі способів визначення коефіцієнтів емпіричної залежності.

Практична робота №4
РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТА КОРЕЛЯЦІЇ

Мета роботи – *навчитися встановлювати ступінь щільності зв'язку між досліджуваними величинами.*

1. Теоретичні відомості

Під час експериментальних досліджень досить часто трапляються випадки, коли одному значенню аргументу відповідає декілька вимірюваних значень. Це пояснюється тим, що щільність зв'язку між досліджуваними величинами залежить від багатьох і досить часто невідомих факторів.

За щільністю зв'язок між досліджуваними величинами може бути функціональним (детермінованим) або стохастичним (імовірнісним).

Функціональний (детермінований) зв'язок між двома величинами має місце, коли кожному значенню однієї величини (**X**) відповідає єдине значення іншої (**Y**) (рис.2, а). За такого зв'язку вплив випадкових (неврахованих) збурень (величин) мінімальний.

Якщо ж кожному значенню аргументу **X** відповідає статистична сукупність відгуку **Y**, то наявний стохастичний або *ймовірнісний* зв'язок між

2.4. Реалізація плану експерименту

У подальшому при проведенні дослідів (при реалізації плану-матриці експерименту) ми одержимо дані, які зручно представити у вигляді табл.15, де **U** – номер досліду, $\mathbf{U_1}$ – номер досліду в першій повторюваності (в першій реалізації плану), $\mathbf{U_2}$ – номер досліду в другій повторюваності (другій реалізації плану) тощо.

Таблиця 15 – Умови проведення і результати дослідів

Номер досліду (точка плану), **U**	x_1	x_2	x_1x_2	Вихідний параметр **y**			Середнє арифметичне значення вихідного параметра $\bar{Y}_U$, кН
				перша повторю-ваність Y_{U1}	друга повторю-ваність Y_{U2}	третя повторюв-аність Y_{U3}	
1	-1	-1	+1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	$\bar{Y}_1$
2	+1	-1	-1	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	$\bar{Y}_2$
3	-1	+1	-1	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	$\bar{Y}_3$
4	+1	+1	+1	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	$\bar{Y}_4$

У стовпці $\mathbf{Y_{U1}}$, $\mathbf{Y_{U2}}$ і $\mathbf{Y_{U3}}$, в табл. 15 записують результати отримані в результаті дослідів, а значення $\bar{y}_U$ - отримують за формулою

$$\bar{Y}_U = \frac{1}{3}\left(Y_{U1} + Y_{U2} + Y_{U3}\right). \tag{5.15}$$

2.5. Перевірка відтворюваності дослідів

Перевірка відтворюваності дослідів при однаковому числі повторюваностей для кожного досліду (для кожної точки плану) проводиться за критерієм Кохрена, табличне значення якого (дод. Г, табл. Г.2) позначимо $\mathbf{G(0,05;n;f_U)}$, де **0,05** означає **5%** - рівень значущості (дорівнює **1-α,** де **α** – довірча ймовірність), **n** – число незалежних оцінок дисперсії (число дослідів); $\mathbf{f_U=m_0-1}$ – число ступенів вільності кожної оцінки, тут $\mathbf{m_0}$ – число повторюваностей. Відтворюваність наявна коли розрахункове значення критерію Кохрена **G** менше табличного.

$$G \le G(0{,}05;\ n;\ f_U), \tag{5.16}$$

Критерій **G** розраховують за формулою:

$$G = \frac{S^2_{U\,max}}{\left(\sum_{U=1}^{n} S^2_U\right)}. \tag{5.17}$$

де S^2_U – дисперсія, що характеризує розсіювання результатів в **U**-му досліді

Таблиця 13 – Результати кодування факторів

Фактор		Інтервал варіювання	Рівні варіювання					
			натуральні			кодовані		
Натуральне позначення	Кодове позначення		верхній	нижній	нульовий	верхній	нижній	нульовий
X_1	x_1	ΔX_1	X_{1max}	X_{1min}	$X_{1\,0}$	+1	-1	0
X_2	x_2	ΔX_2	X_{2max}	X_{2min}	$X_{2\,0}$	+1	-1	0

Таблиця 14 – План-матриця ПФЕ 2^2

Номер досліду (точка плану)	Значення кодованих факторів		Взаємодія кодованих факторів x_1x_2
	x_1	x_2	
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

2.3. Рандомізація дослідів

Рандомізація дослідів проводиться з метою встановлення послідовності їх проведення. Справа в тому, що досліджуваний параметр **Y** залежить не тільки від факторів $\mathbf{X_1}$ і $\mathbf{X_2}$, а й від інших факторів, які можуть бути невідомі досліднику або ж відомі та невраховані через допущення про не суттєвий їх вплив. Прояв впливу невідомих факторів може по-різному відображатись на результатах експерименту і буде залежати від черговості проведення експериментів. Тобто від того, чи будемо ми проводити досліди в послідовності 1, 2, 3, 4 (див. табл. 14) або 1, 3, 2, 4 чи в будь-якій іншій. Щоб виключити цей вплив, встановлюється випадковий порядок постановки дослідів у часі, для чого користуються таблицями випадкових величин, витяганням номерів з урни, генератором випадкових чисел чи іншими способами.

Будемо вважати, що, користуючись одним з цих способів, отримаємо таку послідовність проведення дослідів: 2, 3, 1, 4. Проте досліди завжди проводяться в декількох повторюваностях, найчастіше в трьох, хоча для окремих найбільш трудомістких варіантів число повторюваностей може бути менше 3. Нехай ми проводимо досліди в трьох повторюваностях, тоді послідовність 2, 3, 1, 4 будемо вважати такою, що належить до першої повторюваності; нехай для другої і третьої повторюваностей вибраним способом ми отримали ще дві послідовності: 2, 1, 3, 4 та 3, 2, 4, 1.

двома величинами. Стохастичний зв'язок може бути кореляційним або скедастичним.

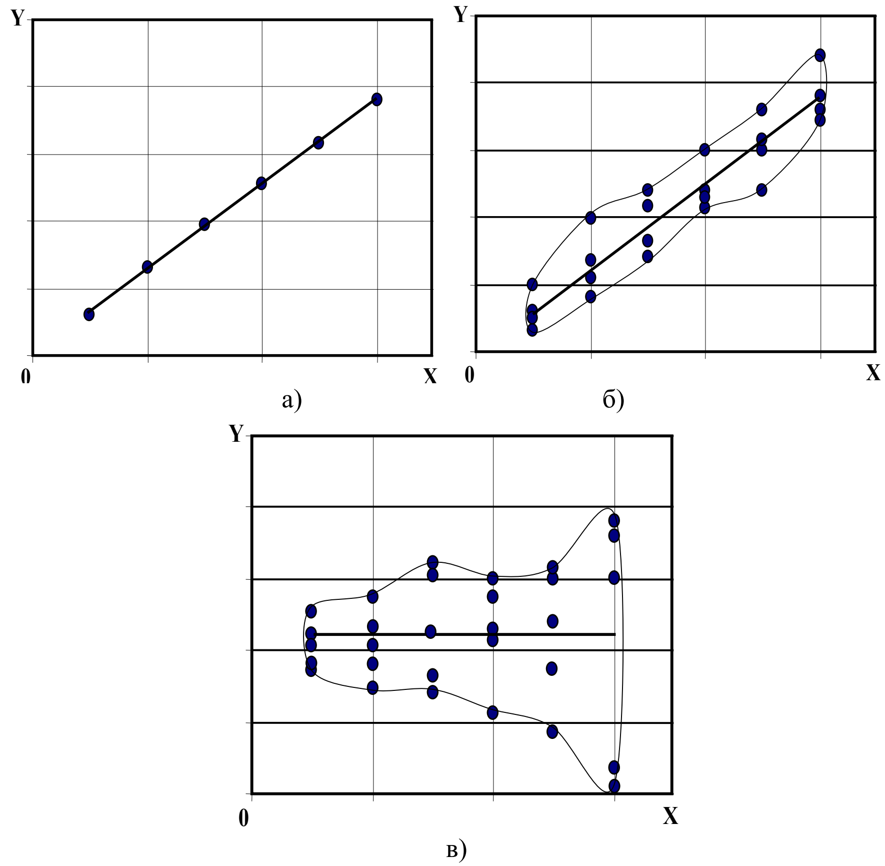

Рисунок 2 – Види взаємозв'язку двох величин

Кореляційний зв'язок наявний у випадку, якщо при зміні аргументу **X** змінюється тільки середнє значення, а дисперсія та тип закону розподілу випадкової величини **Y** залишається без зміни (рис. 2, б).

У випадку, коли змінюється ступінь розсіювання значень **Y** (дисперсія випадкової величини), а середнє значення є постійним, то наявний *скедастичний* зв'язок між величинами (рис. 2, в).

Встановити ступінь цільності зв'язку між величинами дозволяють методи кореляційного аналізу.

У першому наближенні ступінь щільності зв'язку між двома величинами може бути визначена за кореляційним полем, яке являє собою графічне зображення всіх експериментальних даних у вигляді точок, координати кожної з яких є парою значень випадкових величин **X**, **Y** (рис.2, а, б).

Якщо досліджується щільність зв'язку між двома величинами, то застосовують просту або парну кореляцію. Якщо ж об'єктом вивчення є щільність зв'язку між багатьма величинами, то – методику множинної кореляції.

Найважливішу роль при встановленні ступеня щільності зв'язку двох випадкових величин відіграє другий мішаний центральний момент, який є математичним сподіванням добутку центрованих величин $\mathbf{X- x_{м.с.}}$ і $\mathbf{Y- y_{м.с.}}$ та має назву кореляційного менту або моменту зв'язку випадкових величин **X** та **Y**:

$$\mathbf{k_{x,y}} = \sum_{i=1}^{i_n}\sum_{j=1}^{j_n}(\mathbf{x_i - x_{м.с.}})(\mathbf{y_j - y_{м.с.}})\mathbf{P_{i,j}}\,, \tag{4.1}$$

де $\mathbf{x_{м.с.}}$, $\mathbf{y_{м.с.}}$ – математичне сподівання відповідних випадкових величин;

$\mathbf{x_i}$, $\mathbf{y_j}$ – можливі значення випадкових величин **X** і **Y**;

$\mathbf{P_{i,j}}$ – ймовірність того, що величина **X** набуває значення $\mathbf{x_i}$, а **Y** – значення $\mathbf{y_j}$.

Цей момент характеризує розсіювання величин та зв'язок між ними. Однак безпосереднє його застосування обмежене через залежність від одиниць вимірювання цих величин. Для характеристики зв'язку між величинами у чистому вигляді застосовують відношення моменту $\mathbf{k_{x,y}}$ до добутку середніх квадратичних відхилень $\mathbf{S_x}$ та $\mathbf{S_y}$ величин **X** та **Y**. Це відношення називається парним коефіцієнтом кореляції:

$$\mathbf{r_{x,y}} = \frac{\mathbf{k_{x,y}}}{\mathbf{S_x S_y}}\,. \tag{4.2}$$

Коефіцієнт кореляції характеризує лінійну залежність випадкових величин, яка полягає у тому, що при зростанні однієї з величин у іншої виявляється тенденція до зміни (спадання чи зростання) за лінійним законом. Тому коефіцієнт кореляції показує ступінь щільності лінійної залежності випадкових величин. Цей коефіцієнт може приймати значення в наступних межах:

$$\mathbf{-1 \le r_{x,y} \le 1}\,.$$

При $\mathbf{r_{x,y} = \pm 1}$ між випадковими величинами має місце лінійна функціональна залежність $\mathbf{Y = B + AX}$. При $\mathbf{r_{x,y}} > 0$ кореляція є додатною або прямою, що означає за зростання однієї з величини у другої також виявляється тенденція до зростання. А при $\mathbf{r_{x,y}} < 0$ кореляція від'ємна або обернена, тобто зростання однієї величини спричинює тенденцію до спадання іншої.

$$\mathbf{n \ge k + 1}\,. \tag{5.11}$$

Виконання даної умови необхідне для розрахунку коефіцієнтів $\mathbf{b_i}$ рівняння регресії.

2. Приклад планування і проведення ПФЕ 2^2

Планування і проведення ПФЕ складається з таких основних етапів: кодування факторів; складання плану-матриці експерименту; рандомізація дослідів; реалізація плану експерименту; перевірка відтворюваності дослідів; розрахунок коефіцієнтів рівняння регресії; оцінка значущості коефіцієнтів регресії; перевірка адекватності моделі.

2.1. Кодування факторів

Кодування факторів здійснюють для переведення їх у безрозмірні величини. Зв'язок між закодованими і натуральними величинами факторів встановлюється залежністю:

$$\mathbf{x_i} = \frac{\mathbf{X_i - X_{i0}}}{\mathbf{\Delta X_i}}\,, \tag{5.12}$$

де $\mathbf{x_i}$, $\mathbf{X_i}$ – відповідно закодоване та натуральне значення **i**-го фактора;

$\mathbf{X_{i0}}$ – натуральне значення **i**-го фактора на нульовому рівні;

$\mathbf{\Delta X_i}$ – інтервал варіювання **i**-го фактора.

$$\mathbf{\Delta X_i} = \frac{\mathbf{X_{i\,max} - X_{i\,min}}}{\mathbf{2}}\,, \tag{5.13}$$

де $\mathbf{X_{i\,max}}$, $\mathbf{X_{i\,min}}$ – відповідно верхній та нижній рівнів варіювання фактору вплив якого досліджується.

Нульовим називається рівень, що займає центр інтервалу варіювання (середнє значення фактора)

$$\mathbf{X_{i0}} = \frac{\mathbf{X_{i\,max} + X_{i\,min}}}{\mathbf{2}}\,. \tag{5.14}$$

Щодо ПФЕ 2^2 кодування факторів може бути представлене даними табл.13.

2.2. Складання плану-матриці експерименту

Після закінчення кодування факторів складають план-матрицю експерименту. Для розглядуваного прикладу $\mathbf{n = 2^2 = 4}$. При цьому дослід №1 являє собою сукупність $\mathbf{x_1}$ і $\mathbf{x_2}$ на нижньому рівні; дослід № 2 – сукупність $\mathbf{x_1}$ на верхньому, а $\mathbf{x_2}$ – на нижньому рівнях; дослід № 3 – сукупність $\mathbf{x_1}$ на нижньому, а $\mathbf{x_2}$ – на верхньому рівнях; дослід № 4 – $\mathbf{x_1}$ і $\mathbf{x_2}$ на верхньому рівні. План-матриця поданий у табл. 14 є планом першого порядку і дозволяє проводити незалежну оцінку коефіцієнтів регресії.

У загальному випадку експеримент, в якому реалізуються всі можливі комбінації рівнів факторів називається повно факторним експериментом (ПФЕ). Для одержання лінійного і неповного квадратного рівнянь (плани першого порядку) шляхом застосування ПФЕ необхідно здійснювати варіювання (зміну) факторів на двох рівнях (**m=2**), а для одержання повного квадратного рівняння (план другого порядку) – на трьох рівнях, тобто **m=3**, проте є способи, за яких число рівнів може бути відмінне від трьох. За класичного ж методу проведення експериментів варіювання факторів повинно здійснюватись не менше ніж на п’яти рівнях.

Таким чином, для дослідження впливу 2 факторів за класичного методу планування експерименту, згідно формули (5.2) необхідно провести $\mathbf{n=5^2=25}$ дослідів. Якщо ж застосувати математичний метод планування експерименту з метою одержання лінійного чи неповного квадратного рівнянь, число дослідів становитиме $\mathbf{n=2^2=4}$ (застосовуючи ПФЕ), а для повного квадратного рівняння $\mathbf{n=3^2=9}$. Отже, кількість дослідів при математичному методі планування експериментів значно менше, ніж при класичному. Особливо яскраво це виявляється за дослідження впливу великої кількості факторів. Так у трифакторному експерименті при класичному методі кількість дослідів становить $\mathbf{n=5^3=125}$, а за математичного методу:

- $\mathbf{n=2^3=8}$ (лінійне і неповне квадратне рівняння)
- $\mathbf{n=3^3=27}$ (повне квадратне рівняння).

При ПФЕ зі збільшенням числа досліджуваних факторів зростає також число дослідів (наприклад, при **k=8** $\mathbf{n=2^8=256}$ дослідів). З метою зменшення числа дослідів застосовують роздрібнений факторний експеримент (РФЕ) або роздрібнені репліки, який одержують діленням числа дослідів ПФЕ відповідно на 2, 4, 8 і т.д. Це будуть роздрібнені репліки 1/2, 1/4, 1/8 тощо. В основу РФЕ покладено принцип заміни певного виду взаємодії між факторами ще одним додатковим фактором. Наприклад, якщо при ПФЕ 2^2 включити в схему дослідження ще один новий фактор $\mathbf{X_3}$, і для цього у відповідних дослідах надати йому значень на тих же рівнях, що і для взаємодії факторів $\mathbf{X_1X_2}$, то за результатами дослідів можна побудувати лінійну модель уже для трьох факторів (5.6).

Таким чином кількість дослідів за РФЕ, на відміну від ПФЕ, дорівнює

$$\mathbf{n = m^{k-p}}, \qquad (5.10)$$

де **p** – роздрібненість репліки (кількість взаємодій у повному факторному експерименті, що замінена додатковими факторами);

m – кількість рівнів, яка за РФЕ складає 2.

При **p=1** експеримент типу $\mathbf{m^{k-p}}$ називається напівреплікою, а при **p=2** – чвертьреплікою тощо. Порівнюючи (5.10) з (5.2), бачимо, що в РФЕ число дослідів менше, ніж у ПФЕ. При складанні РФЕ із ПФЕ враховується обставина, що деякі взаємодії факторі незначні і будь-якого впливу на результат експерименту не дають. Але при цьому повинна виконуватись умова

При коефіцієнті $\left|\mathbf{r_{x,y}}\right| \ge \mathbf{0,7}$ вважається, що кореляційний зв’язок міцний, при $\left|\mathbf{r_{x,y}}\right| = \mathbf{0,3...0,7}$ зв’язок є середнім, а при $\left|\mathbf{r_{x,y}}\right| < \mathbf{0,3}$ зв’язок вважається слабким.

Коефіцієнт кореляції не залежить від вибору початку відліку і від одиниць виміру випадкових величин. Ця властивість дає можливість змінювати масштаб величин, здійснюючи заміну їх значень, а також додавати або віднімати від них одне й теж число, переносячи початок системи відліку у будь-яку точку кореляційного поля.

Наведені властивості коефіцієнта кореляції враховуються при обробці значної кількості спостережень. Для впорядкування результатів спостережень значення випадкових величин **X** та **Y** розбивають на інтервали. Тоді кореляційне поле містить певну кількість клітин, у кожну з яких потрапляє певна кількість експериментальних точок (рис.3).

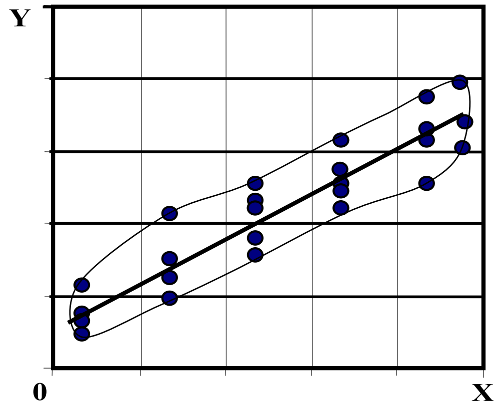

Рисунок 3 – Кореляційне поле

Якщо результати спостережень розмістити по клітинах таблиці, **k** стовпців якої є інтервали розбиття величини **X**, а **l** рядків – інтервали розбиття величини **Y** (табл. 7), то математичний вираз для визначення коефіцієнта кореляції матиме вигляд:

$$\mathbf{r_{x,y}} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{\ell}\sum\limits_{i=1}^{k} \mathbf{V_j U_i m_{i,j} - nU_{cp}V_{cp}}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{k}\mathbf{U_i^2 m_{i,j} - nU_{cp}^2}}\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{\ell}\mathbf{V_j^2 m_{i,j} - nV_{cp}^2}}}, \qquad (4.3)$$

де **k**, ℓ – кількість інтервалів розбиття випадкових величин відповідно **X** і **Y**;

$\mathbf{m_{i,j}}$ – кількість (частота) повторювань комбінації значень $\mathbf{x_i y_j}$ випадкових величин **X** та **Y**;

$\mathbf{U_i}$, $\mathbf{V_j}$ – умовні (кодовані) значення випадкових величин відповідно **X** та **Y**;

$\mathbf{U_{cp}}$, $\mathbf{V_{cp}}$ – середні арифметичні кодованих значень випадкових величин.

Таблиця 7 – Кореляційна таблиця

Інтервали **Y**	Середні значення інтервалів	Інтервали **X**			
		$\mathbf{x_{1min}...x_{1max}}$	$\mathbf{x_{2min}...x_{2max}}$	...	$\mathbf{x_{k\,min}...x_{k\,max}}$
		Середні значення інтервалів			
		$\mathbf{\bar{x}_1}$	$\mathbf{\bar{x}_2}$	...	$\mathbf{\bar{x}_k}$
$\mathbf{y_{1min}...y_{1max}}$	$\mathbf{\bar{y}_1}$	$\mathbf{m_{1,1}}$	$\mathbf{m_{2,1}}$	...	$\mathbf{m_{k,1}}$
$\mathbf{y_{2min}...y_{2max}}$	$\mathbf{\bar{y}_2}$	$\mathbf{m_{1,2}}$	$\mathbf{m_{2,2}}$	...	$\mathbf{m_{k,2}}$
...	...	...	...	...	...
$\mathbf{y_{\ell min}...x_{\ell max}}$	$\mathbf{\bar{y}_\ell}$	$\mathbf{m_{1,\ell}}$	$\mathbf{m_{2,\ell}}$	...	$\mathbf{m_{k,\ell}}$

Для переходу від натуральних значень величин до кодованих користуються формулами:

$$\mathbf{U_i = \frac{x - x_0}{h_x}},\ \mathbf{V_j = \frac{y - y_0}{h_y}}, \qquad (4.4)$$

де $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{y_0}$ – середні значення інтервалів, яким відповідає максимальна частота;

$\mathbf{h_x}$, $\mathbf{h_y}$ – ширини інтервалів значень випадкових величин **X** та **Y** відповідно (масштабні коефіцієнти).

Середні арифметичні кодованих значень випадкових величин розраховують за формулами:

$$\mathbf{U_{cp} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}},\ \mathbf{V_{cp} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{\ell} V_i m_{i,j}}. \qquad (4.5)$$

Розрахунок складових формули (4.3) зручно проводити за методом чотирьох полів. Для цього після переходу до величин **U** та **V** складаємо кореляційну таблицю в кодованих значеннях випадкових величин (табл. 8), значення частот записуємо по центру клітини таблиці. У верхньому правому куті добуток частоти на кодоване значення випадкової величини **U**, а у лівому нижньому – добуток частоти на кодоване значення випадкової величини **V**.

Суму всіх чисел, розміщених в правому верхньому куті клітинок одного рядка, множать на значення $\mathbf{V_i}$ цього ж рядка і розміщують у

Під час користування даним методом реакцію досліджуваної системи на дію факторів прийнято називати відгуком. *Відгук* – це результат досліду (шукана величина, шуканий показник або параметр). Крім терміну “відгук” можуть використовуватися інші терміни: параметр оптимізації, вихідний параметр. Використання відповідного терміну залежить від мети, з якою досліджується система:

- математичний опис системи;
- оптимізація досліджуваного процесу.

Фактори, тобто способи і засоби дії на об’єкт, можуть бути кількісними (вологість ґрунту, швидкість руху, ширина захвату агрегату та ін.) та якісними (різні матеріали, способи тощо).

Вид функції відгуку називається моделлю. Це залежність

$$\mathbf{Y=f(X_1,X_2,\ldots)}. \qquad (5.3)$$

Математична модель подається як поліном, що також називається рівнянням регресії. Це рівняння може бути лінійним, неповним квадратним, повним квадратним або більш високих степенів.

Параметр оптимізації залежить від факторів $\mathbf{X_1, X_2, X_3,...}$, від їх квадратів і парних взаємодій. Для трифакторного досліду повне квадратне рівняння має вид (без урахування дії добутку всіх трьох факторів):

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2 + b_{33}X_3^2 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3}, \qquad (5.4)$$

де $\mathbf{X_1, X_2, X_3}$ – кодові значення факторів;

$\mathbf{b_0}$, $\mathbf{b_1}$, $\mathbf{b_2}$, $\mathbf{b_3}$, $\mathbf{b_{11}}$, $\mathbf{b_{22}}$, $\mathbf{b_{33}}$, $\mathbf{b_{12}}$, $\mathbf{b_{13}}$, $\mathbf{b_{23}}$ - коефіцієнти при відповідних значеннях **X**.

Неповне квадратне рівняння одержимо з (5.4) при $\mathbf{b_{11}=b_{22}=b_{33}=0}$:

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3}. \qquad (5.5)$$

Лінійне рівняння – з рівняння (5.5) при $\mathbf{b_{12}=b_{13}=b_{23}=0}$:

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3}. \qquad (5.6)$$

Для двофакторного досліду повне квадратне рівняння буде таким:

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2 + b_{12}X_1X_2}. \qquad (5.7)$$

Неповне квадратне рівняння матимемо із (5.7) при $\mathbf{b_{11}=b_{22}=0}$:

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2}. \qquad (5.8)$$

Коли ще додати умову $\mathbf{b_{12}=0}$, то одержимо лінійне рівняння для двофакторного досліду:

$$\mathbf{Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2}. \qquad (5.9)$$

Аналогічно складаються рівняння для чотирифакторного та дослідів з більшою кількістю факторів. Для однофакторного досліду метод математичного планування експерименту не застосовується, отримані дані апроксимуються емпіричною залежністю.

Таблиця 12 – Варіанти двофакторного досліду з визначення опору плуга при п’яти значеннях (рівнях) кожного чинника (фактора)

№ варіанту досліду	Глибина оранки, см (фактор $\mathbf{X_2}$)	Швидкість руху, км/год (фактор $\mathbf{X_1}$)	Тяговий опір, кН (шукана величина **Y**)
1	2	3	4
1		4	
2		5	У цьому стовпці записують результати, одержані при проведені дослідів
3	15	6	
4		7	
5		8	
6		4	
7		5	
8	18	6	
9		7	
10		8	
11		4	
12		5	
13	21	6	
14		7	
15		8	
16		4	
17		5	
18	24	6	
19		7	
20		8	
21		4	
22		5	
23	27	6	
24		7	
25		8	

клітинці стовпця $\mathbf{V_j \sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}}$.

Таблиця 8 – Розрахунок коефіцієнта кореляції

$\mathbf{V_j}$	$\mathbf{U_i}$								
	-2	-1	0	1	2	$m_{i,j}$	$V_j m_{i,j}$	$V_j^2 m_{i,j}$	$V_j \sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}$
-2	$-2m_{1,1}$ $m_{1,1}$ $-2m_{1,1}$	$-1m_{2,1}$ $m_{2,1}$ $-2m_{2,1}$	0 $m_{3,1}$ $-2m_{3,1}$	$m_{4,1}$ $m_{4,1}$ $-2m_{4,1}$	$2m_{5,1}$ $m_{5,1}$ $-2m_{5,1}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,1}$	$-2\sum_{i=1}^{k} m_{i,1}$	$4\sum_{i=1}^{k} m_{i,1}$	$-2\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}$
-1	$-2m_{1,2}$ $m_{1,2}$ $-1m_{1,2}$	$-1m_{2,2}$ $m_{2,2}$ $-1m_{2,2}$	0 $m_{3,2}$ $-1m_{3,2}$	$m_{4,2}$ $m_{4,2}$ $-1m_{4,2}$	$2m_{5,2}$ $m_{5,2}$ $-1m_{5,2}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,2}$	$-1\sum_{i=1}^{k} m_{i,2}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,2}$	$-1\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,2}$
0	$-2m_{1,3}$ $m_{1,3}$ 0	$-1m_{2,3}$ $m_{2,3}$ 0	0 $m_{3,3}$ 0	$m_{4,3}$ $m_{4,3}$ 0	$2m_{5,3}$ $m_{5,3}$ 0	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,3}$	0	0	0
1	$-2m_{1,4}$ $m_{1,4}$ $1m_{1,4}$	$-1m_{2,4}$ $m_{2,4}$ $1m_{2,4}$	0 $m_{3,4}$ $1m_{3,4}$	$m_{4,4}$ $m_{4,4}$ $1m_{4,4}$	$2m_{5,4}$ $m_{5,4}$ $1m_{5,4}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,4}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,4}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,4}$	$\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,4}$
2	$-2m_{1,5}$ $m_{1,5}$ $2m_{1,5}$	$-1m_{2,5}$ $m_{2,5}$ $2m_{2,5}$	0 $m_{3,5}$ $2m_{3,5}$	$m_{4,5}$ $m_{4,5}$ $2m_{4,5}$	$2m_{5,5}$ $m_{5,5}$ $2m_{5,5}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{i,5}$	$2\sum_{i=1}^{k} m_{i,5}$	$4\sum_{i=1}^{k} m_{i,5}$	$2\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,5}$
$m_{i,j}$	$\sum_{i=1}^{k} m_{1,j}$	...	...	...	$\sum_{i=1}^{k} m_{5,j}$	n			$\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{i=1}^{k} U_i V_j m_{i,j}$
$U_i m_{i,j}$	$-2\sum_{i=1}^{k} m_{1,j}$	...	...	...	$2\sum_{i=1}^{k} m_{5,j}$				
$U_i^2 m_{i,j}$	$4\sum_{i=1}^{k} m_{1,j}$	...	...	...	$4\sum_{i=1}^{k} m_{5,j}$				
$U_i \sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{i,j}$	$-2\sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{1,j}$	...	...	...	$2\sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{5,j}$	$\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{i=1}^{k} U_i V_j m_{i,j}$			контроль

Для контролю аналогічні обчислення здійснюються по стовпцях. Склавши всі значення рядка $\mathbf{U_i \sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{i,j}}$ отримаємо суму $\mathbf{\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{i=1}^{k} U_i V_j m_{i,j}}$, яка повинна бути рівна сумі значень стовпця $V_j \sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}$.

Далі, просумувавши значення стовпців $V_j m_{i,j}$, $V_j^2 m_{i,j}$, $U_i m_{i,j}$, $U_i^2 m_{i,j}$ та скориставшись формулами (4.3, 4.5), розраховуємо значення коефіцієнта кореляції.

Зіставляючи з кожним значенням x_i середню величину відповідних йому значень y_j, можна встановити також і форму зв'язку у вигляді функції регресії Y на X, для чого необхідно поставити у відповідність кожному значенню y_j значення x_i. Графічно функція регресії зображається лінією регресії, а рівняння прямої лінії регресії Y на X має вигляд:

$$Y - Y_{cp} = r_{x,y} \frac{S_{cy}}{S_{cx}} (X - X_{cp}), \tag{4.6}$$

де $Y_{cp} = Vh_y + y_0$ – середнє арифметичне значень y_i ;

$X_{cp} = Uh_x + x_0$ – середнє арифметичне значень x_i ;

$S_{cy} = h_y \sqrt{\sum_{j=1}^{\ell} V_j^2 m_{i,j} - nV_{cp}^2}$ – середнє квадратичне відхилення значень y_i випадкової величини Y ;

$S_{cx} = h_x \sqrt{\sum_{i=1}^{k} U_i^2 m_{i,j} - nU_{cp}^2}$ – середнє квадратичне відхилення значень x_i випадкової величини X .

2. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись із викладеними в роботі теоретичними відомостями.
2. Виписати із додатку В згідно варіанту завдання, розрахувати коефіцієнт кореляції та побудувати пряму регресії.

3. Зразок оформлення звіту

Завдання. Встановити ступінь щільності зв'язку між випадковими величинами **X** і **Y** та побудувати пряму регресії, якщо наявні наступні результати вимірювань (табл.9).

Таблиця 9 – Результати вимірювань

X, см	28,0	28,4	28,8	30,5	30,5	31,0	32,0	32,5	32,5	33,0	34,5	35,0	35,0	36,0	37,5	37,5
Y, г	35,8	36,1	36,8	36,5	38	38,5	38,5	40,0	40,5	42,0	40,5	42,5	44,0	40,5	42,5	44,5
к-ть значень **Y**	2	1	1	2	2	4	3	4	5	4	3	6	5	1	4	2

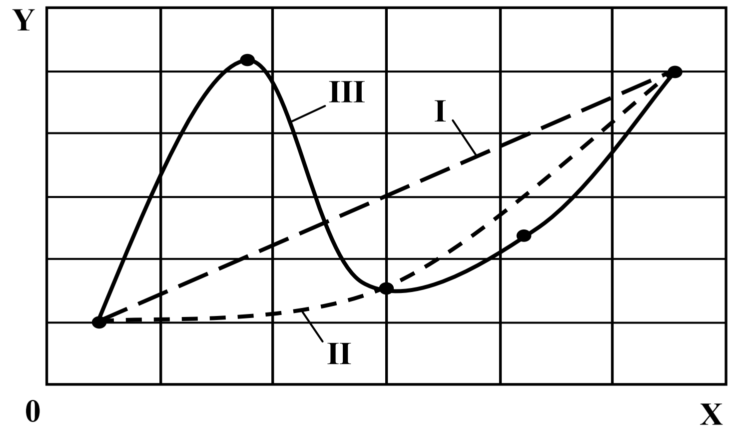

Рисунок 5 – Види ліній побудованих за дослідними даними

При $m_1 = m_2 = \ldots = m_k = m$

$$n = m^k. \tag{5.2}$$

Наприклад, при **m=3** і **k=3** **n=27**; при **m=4** і **k=3** **n=64**; при **m=5** і **k=3** **n=125**.

Отже, такий шлях досліджень приводить до постановки великої кількості експериментів і при цьому не завжди коректним є припущення про можливість стабілізації всіх змінних факторів при послідовному виділенні одного з них. Тобто неможливо визначити характер взаємодії факторів між собою і їх сумісний вплив на об'єкт. Ефект взаємодії означає, що вплив одного фактору на шукану величину залежить від того, яке значення приймають інші фактори.

1.2. Математичний метод планування експериментів

Під час математичного методу планування експерименту дослідам передують глибокий аналіз явища та вибір умов проведення дослідів для розв'язання поставлених задач з необхідною точністю. Завдяки використанню математичного апарату формалізуються дії експериментатора, дослідження проводяться при одночасному варіюванні всіх факторів з врахуванням їх взаємодії між собою, рівні факторів приймаються за спеціальними розрахунками, число дослідів доводиться до мінімуму, а після кожної серії дослідів є можливість приймати обґрунтовані рішення.

При математичному плануванні експерименту до об'єкта дослідження ставляться вимоги відтворюваності і керованості. *Відтворюваність* експерименту має на увазі ступінь відповідності результатів паралельних дослідів, тобто дослідів які проводяться при однакових градаціях факторів. Ступінь відтворюваності перевіряється за критеріями Фішера, Кохрена і Стьюдента. *Керованість* – це можливість встановлення і підтримування потрібного рівня фактору у вибраному діапазоні постійним протягом всього досліду або його зміну за вибраною програмою.

експериментом. Дослідження впливу багатьох факторів – багатофакторний експеримент. У більшості випадків експерименти багатофакторні. Оскільки чим більше факторів враховується при проведенні досліджень, тим повніші й адекватніші виявлені закономірності. Наприклад, дослідження залежності тягового опру плуга від таких факторів, як глибина обробітку і швидкість руху агрегату.

Існують два методи планування багатофакторних експериментів: класичний (традиційний) та із застосуванням математичного планування експерименту. Вираз „планування експерименту” не означає організацію проведення експериментальних досліджень у загальному розумінні, що передбачає виконання певного об’єму робіт за певний проміжок часу. *Планування експерименту* – це метод виявлення такої закономірності зміни шуканих величин від діючих факторів, яка може бути описана математичними виразами, у результаті чого отримують емпіричні формули або рівняння регресії.

1.1. Класичний багатофакторний експеримент

Класичний багатофакторний експеримент – це послідовність однофакторних експериментів за яких спочатку досліджується залежність шуканої величини від одного фактора при постійних значеннях інших, потім залежність цієї величини від іншого фактору за постійних значень інших факторів і т.д.

Значення фактора у кожному варіанті досліду називають градацією або рівнем. Кількість градацій повинна бути достатньою для опису форми лінії функціональної залежності. Якщо передбачається, наприклад, що досліджувана залежність прямолінійна то достатньо провести досліди на двох рівнях де значення фактора близьке або рівне граничному (рис. 5, лінія І). Плавну дугу можна описати отримавши експериментальні торчки за трьома градаціями досліджуваного фактора (рис. 5, лінія ІІ), такою ж кількістю точок описують перегин кривої. Якщо ж передбачається отримання складної залежності, то її розчленовують на елементарні ділянки (пряма, плавна дуга, перегин кривої), кожна з яких описується відповідною кількістю градацій досліджуваного фактору. Тому найбільш точно крива відображає функціональну залежність, якщо вона побудована мінімум за п’ятьма (рис. 5, лінія ІІІ) або більшою кількістю експериментальних точок.

Коли черговість проведення дослідів подати у вигляді таблиці де шукану величину позначимо через **Y**, а фактори – через $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$..., які встановлюються на 5-ти рівнях, то стосовно дослідження, наприклад, тягового опору плуга залежно від двох факторів варіантами дослідів будуть дані у вигляді табл.12.

Якщо кількість рівнів за фактором $\mathbf{X_1}$ позначити $\mathbf{m_1}$, за фактором $\mathbf{X_2}$ – $\mathbf{m_2}$, а за фактором $\mathbf{X_K}$ – $\mathbf{m_k}$, де **k** – кількість досліджуваних факторів, то число дослідів при класичному методі становитиме

$$\mathbf{n=m_1 m_2 \ldots m_k}. \qquad (5.1)$$

Оскільки, аналіз результатів вимірювань показує, що $\mathbf{Y_{max} = 44,5}$ г, $\mathbf{Y_{min} = 35,8}$ г, $\mathbf{X_{max} = 37,5}$ см, $\mathbf{X_{min} = 28}$ см, то приймемо межі зміни випадкових величин $\mathbf{X = 28...38}$ см, а $\mathbf{Y = 35...45}$ г, та кількість інтервалів розбиття $\ell = \mathbf{k = 5}$. Тому $\mathbf{h_x = 2}$ см, а $\mathbf{h_y = 2}$ г.

Будуємо кореляційну таблицю (табл. 10)

Таблиця 10 – Кореляційна таблиця

Інтервали **Y**, г	Середні значення інтервалів	Інтервали **X**, см				
		28...29,9	**30...31,9**	**32...33,9**	**34...35,9**	**36...38**
		Середні значення інтервалів				
		29	**31**	**33**	**35**	**37**
35...36,9	**36**	4	2	-	-	-
37...38,9	**38**	-	6	3	-	-
39...40,9	**40**	-	-	9	3	1
41...42,9	**42**	-	-	4	6	4
43...44,9	**44**	-	-	-	5	2

Здійснюємо кодування величин:

$$\mathbf{U_1 = \frac{29-33}{2} = -2}, \quad \mathbf{U_2 = \frac{31-33}{2} = -1}, \quad \mathbf{U_3 = \frac{33-33}{2} = 0},$$

$$\mathbf{U_4 = \frac{35-33}{2} = 1}, \quad \mathbf{U_5 = \frac{37-33}{2} = 2}, \quad \mathbf{V_1 = \frac{36-40}{2} = -2}, \quad \mathbf{V_2 = \frac{38-40}{2} = -1},$$

$$\mathbf{V_3 = \frac{40-40}{2} = 0}, \quad \mathbf{V_4 = \frac{42-40}{2} = 1}, \quad \mathbf{V_5 = \frac{44-40}{2} = 2}.$$

Розрахунки складових формули для обчислення коефіцієнта кореляції здійснюємо в таблиці (табл. 11).

Отже, $\mathbf{V_{cp} = \frac{7}{49} = 0,14}$, $\mathbf{U_{cp} = \frac{12}{49} = 0,24}$, тому

$$\mathbf{r_{x,y} = \frac{58 - 49 \cdot 0,14 \cdot 0,24}{\sqrt{66 - 49 \cdot 0,24^2} \times \sqrt{75 - 49 \cdot 0,14^2}} = \frac{56,28}{7,94 \cdot 8,60} = 0,82}$$

Тепер знайдемо рівняння прямої регресії:

$$\mathbf{Y_{cp} = 0,14 \cdot 2 + 40 = 40,28} \text{ г};$$

$$\mathbf{X_{cp} = 0,24 \cdot 2 + 33 = 33,48} \text{ см};$$

$$\mathbf{S_{cy} = 2 \cdot 8,6 = 17,20} \text{ г};$$

$$\mathbf{S_{cx} = 2 \cdot 7,94 = 15,88} \text{ см}.$$

Отже,

$$\mathbf{Y - 40,28 = 0,82 \cdot \frac{17,20}{15,88}(X - 33,48)}.$$

Таблиця 11 – Розрахунок коефіцієнта кореляції

V_j	U_i									
	-2	-1	0	1	2	$m_{i,j}$	$V_j m_{i,j}$	$V_j^2 m_{i,j}$	$\sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}$	$V_i \sum_{i=1}^{k} U_i m_{i,j}$
-2	-8 4 -8	-2 2 -4	-	-	-	6	-12	24	-10	20
-1	-	-6 6 -6	0 3 -3	-	-	9	-9	9	-6	6
0	-	-	0 9 0	3 3 0	2 1 0	13	0	0	5	0
1	-	-	0 4 4	6 6 6	8 4 4	14	14	14	14	14
2	-	-	-	5 5 10	4 2 4	7	14	28	9	18
$m_{i,j}$	4	8	16	14	7	49	7	75		58
$U_i m_{i,j}$	-8	-8	0	14	14	12				↑
$U_i^2 m_{i,j}$	16	8	0	14	28	66				
$\sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{i,j}$	-8	-10	1	16	8					
$U_i \sum_{j=1}^{\ell} V_j m_{i,j}$	16	10	0	16	16	58	←			контроль

Остаточно рівняння прямої регресії має вигляд

$$\mathbf{Y = 0,89 \cdot X + 10,54}$$

За отриманим рівнянням будуємо графік (рис.4)

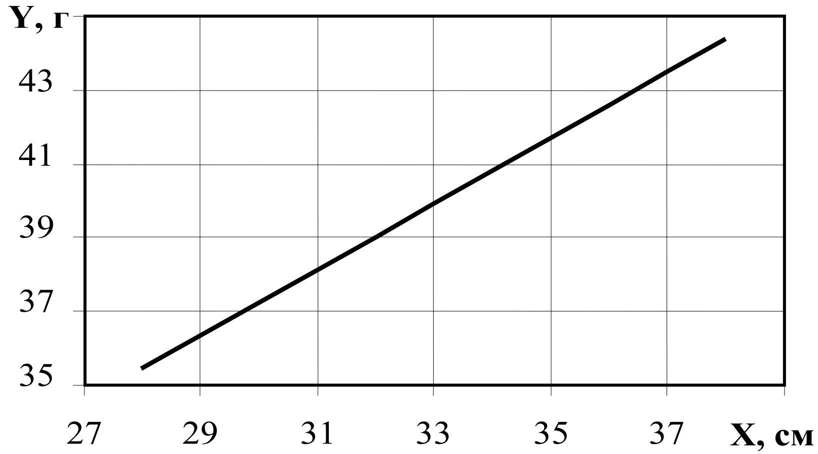

Рисунок 4 – Графік лінії регресії.

5. Контрольні запитання

1. Що розуміють під функціональним зв’язком між величинами?
2. Що розуміють під імовірнісним зв’язком між величинами?
3. У чому полягає різниця між статистичним та скедастичним видами зв’язку?
4. Коли застосовують множинну та парну кореляції?
5. Якою величиною характеризується ступінь щільності зв’язку між величинами?
6. Яка властивість коефіцієнта кореляції дозволяє здійснювати кодування випадкових величин?

Практична робота №5
ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ПІД ЧАС ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІСОГОСПОДАРСЬКОЇ ТЕХНІКИ

Мета роботи – *набуття студентами практичних навиків із застосування математичного методу планування експерименту*

1. Теоретичні відомості

Експеримент є важливою складовою наукових досліджень у лісовому господарстві. Під час експериментальних досліджень встановлюють залежність шуканих показників (параметрів) досліджуваного явища від факторів, що впливають на нього. Експериментальні дослідження в яких вивчається вплив одного фактора на розвиток явища є однофакторним