Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет

МЕТРОЛОГІЯ, ТЕХНОЛОГІЧНІ ВИМІРЮВАННЯ ТА ПРИЛАДИ

Методичні вказівки до практичних занять
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами»,
галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво
(17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації)
спеціальності G7(174) Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології
та робототехніка
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 621.317.3(07)
М54

Рекомендовано до видання вченою радою факультету комп’ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № ___ від _____ 2025 року.

Голова Вченої ради факультету КІТ _____ Інна КОНДІУС

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ
Директор бібліотеки _____ Наталія ПОЛІЩУК

Затверджено вченою радою факультету комп’ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № __ від «___» _____ 2025 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ, протокол № __ від «__» _____ 2025 року.

Завідувач кафедри АКІТ _____ Олександр ПОВСТЯНОЙ

Укладач: _____ Віктор ДЕНИСЮК, кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ.

Рецензент: _____ Олег КАЙДИК, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп’ютерної інженерії та безпеки ЛНТУ.

Відповідальний за випуск: _____ Олександр ПОВСТЯНОЙ, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ.

М54 **Метрологія, технологічні вимірювання та прилади**: методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами», галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво (17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації) спеціальності G7(174) Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка денної та заочної форм навчання / уклад. В. Ю. Денисюк. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 116 с.

Методичне видання складене відповідно до діючої програми курсу «Метрологія, технологічні вимірювання та прилади». Представлено основні відомості про вимірювання, характеристику та параметри засобів вимірювання, методи та прилади вимірювання основних технологічних параметрів таких, як тиск, температура, витрата та рівень речовин у технологічних апаратах, індуктивні та пневматичні пристрої систем автоматизованого контролю. Стосовно цих основних питань представлені завдання для практичних занять. Також подані необхідні додаткові матеріали.

ЗМІСТ

		Стор.
Вступ		4
1	Практичне заняття №1.Основні відомості про вимірювання ……	5
2	Практичне заняття №2. Обробка результатів багаторазового прямого вимірювання …….	15
3	Практичне заняття №3. Обробка результатів сумісного вимірювання……	24
4	Практичне заняття №4. Обробка результатів сукупного вимірювання ……..……	31
5	Практичне заняття №5. Характеристика та параметри засобів вимірювання……..	38
6	Практичне заняття №6. Нормування метрологічних характеристик засобів вимірювання ……..…	43
7	Практичне заняття №7. Індуктивні вимірювальні перетворювачі…	51
8	Практичне заняття №8. Пневматичні вимірювальні перетворювачі	66
9	Практичне заняття №9. Методи і прилади для вимірювання температури…….	88
10	Практичне заняття №10. Методи і прилади для вимірювання тиску…….	94
11	Практичне заняття №11. Методи і прилади для вимірювання кількості та витрат……..	99
12	Практичне заняття №12. Методи і прилади для вимірювання рівня	105
13	Додатки	109
Література ……		114

ВСТУП

Ефективність функціонування АСУ ТП багато в чому визначається достовірністю вимірювальної інформації і надійністю роботи засобів вимірювання. Тому питання отримання достовірної інформації про значення параметрів технологічних процесів з кожним роком приділяється все більша увага. При оцінці точності вимірювання теплотехнічних параметрів в теплоенергетиці та інших галузях техніки повинен здійснюватися комплексний аналіз умов вимірювання та особливостей роботи первинних та інших перетворювачів і засобів вимірювання. Поєднання такого комплексного аналізу і ймовірнісно-статистичного методу нормування метрологічних характеристик засобів вимірювання дозволяє отримувати більш достовірні дані про значення-технологічних параметрів. Вказане коло питань розглядає дисципліна «Метрологія, технологічні вимірювання та прилади», яку згідно з навчальним планом вивчають здобувачі першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності G7(174) Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка денної та заочної форм.

У методичних вказівках представлено основні відомості про вимірювання, характеристику та параметри засобів вимірювання, методи та прилади вимірювання основних технологічних параметрів таких, як тиск, температура, витрата та рівень речовин у технологічних апаратах, індуктивні та пневматичні пристрої систем автоматизованого контролю. Стосовно цих основних питань представлені завдання для практичних занять.

Основне призначення методичних вказівок – допомогти студентам під час виконання задач на практичних заняттях у засвоєнні методів обробки результатів вимірювань та розрахунку параметрів на основі результатів технологічних вимірювань, а також у здійсненні їх оцінки, виходячи з конкретних умов, що вказані в індивідуальному завданні. З цією метою в методичних вказівках представлені приклади розв'язку задач, а також подані необхідні довідкові матеріали.

Згідно навчального плану курсу «Метрологія, технологічні вимірювання та прилади» передбачено дванадцять практичних занять. Розрахункові параметри для розв'язування кожної задачі студент вибирає згідно свого варіанта, який відповідає порядковому номеру студента в списку журналу групи.

При оформленні практичних робіт студент повинен у кожній задачі вказати вихідні дані для розрахунку, навести необхідні схеми та ескізи пристроїв для вимірювання, графіки, розрахункові формули та довідкові параметри з посиланням на джерело вибору.

При виконанні розрахунків необхідно записати вихідну формулу, здійснити підстановку відповідних числових значень фізичних величин і подати результат обчислення, вказавши розмірність. У разі необхідності навести необхідні пояснення, обґрунтування та висновки.

Практичне заняття №1
ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

Метрологія (від грецьк. metron – міра і logos – навчання, поняття) – наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності. Як випливає з визначення, предметом метрології крім самих вимірювань є забезпечення їхньої єдності і необхідної точності. Під єдністю вимірювань розуміють такий стан вимірювань, при якому їхні результати виражені в узаконених одиницях і похибки вимірювань відомі з заданою ймовірністю.

Галузь вимірювальної техніки, тобто сукупність технічних засобів, методів та прийомів проведення вимірювань та інтерпретації їх результатів, які застосовуються у технологічних процесах, прийнято називати технологічними вимірюваннями.

До технологічних вимірювань відносять:

– теплотехнічні (вимірювання температури, тиску, кількості та витрат);

– механічні (вимірювання розмірів, часу, силових параметрів та параметрів руху);

– фізико-хімічні (вимірювання складу та фізико-хімічних властивостей);

– електричні (вимірювання електричних величин).

У результаті технологічних вимірювань визначають фізичні величини, тобто властивості, загальні в якісному відношенні для багатьох фізичних об’єктів, але в кількісному – індивідуальні для кожного об’єкта. Розмір фізичної величини – кількісний зміст властивості у даному об’єкті.

Одиниця фізичної величини – це фізична величина, якій надане числове значення, що дорівнює одиниці. Інтервал між розмірами фізичної величини S_0 та S_1 називають основним інтервалом шкали цієї величини. При цьому один з розмірів – S_0 приймають за початок відліку. Тоді розміри, які лежать в інтервалі між S_0 та S_1, визначаються методом лінійної інтерполяції. Фізична реалізація цієї інтерполяції заснована на методі вимірювальних перетворень.

Вимірювальне перетворення – відображення розмірів однієї фізичної величини розміром другої фізичної величини, функціонально з нею зв’язаною. Зміст перетворення – фізична величина не може бути знайдена сама собою, а може бути сприйнята лише через фізичний процес, в якому вона виявляється. Це дозволяє побудувати на основі вибраного вимірювального перетворення функціональну шкалу фізичної величини.

Вимірювання – знаходження фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Процес вимірювання включає три етапи: підготовку, проведення вимірювання та обробку його результатів.

У загальному випадку, засобом вимірювання називають технічний засіб, який використовують при вимірюваннях і який має нормовані метрологічні характеристики.

Результати вимірювання величини X можна записати у вигляді формули, яка називається основним рівнянням вимірювання:

$$X = A[x], \tag{1.1}$$

де A – абстрактне число, яке являє собою числове значення фізичної величини;

$[x]$– одиниця фізичної величини.

Істинне значення фізичної величини – значення фізичної величини, яке ідеальним чином відображало б у якісному та кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта вимірювання.

Дійсне значення фізичної величини – значення фізичної величини знайдене експериментально та настільки близьке до істинного значення, що може використовуватися замість нього. Інформацію про значення фізичної величини, яку отримують при вимірюванні, називають вимірювальною інформацією. Засіб вимірювання подає вимірювальну інформацію у вигляді деякого сигналу, який сприймається оператором або різноманітними технічними пристроями – споживачами вимірювальної інформації.

Метод вимірювання – сукупність прийомів використання принципів та засобів вимірювання.

Вимірювання класифікують за багатьма прикметами, однією з яких є спосіб отримання результату. Згідно з цим розрізняють прямі, непрямі сумісні та сукупні вимірювання.

Прямими називають вимірювання, при яких шукане значення вимірювальної величини знаходять безпосередньо з дослідних даних.

Непрямі вимірювання – це такі, при яких шукане значення величини знаходять за допомогою відомої залежності між цією величиною та величинами, які одержані прямими вимірюваннями.

Сумісними називають проведені одночасно вимірювання двох чи декількох неоднойменних величин для знаходження залежності між ними.

Сукупними називають здійснювані одночасно вимірювання кількох однойменних величин, при яких шукані значення величини знаходять в результаті розв'язку системи рівнянь, одержаних під час прямих вимірювань величин, функціонально зв'язаних з вимірюваними.

Прямі вимірювання є самостійними і найбільше розповсюдженими. Вони представляють собою основу для більш складних вимірювань, якими є непрямі, сумісні та сукупні.

В свою чергу, прямі вимірювання здійснюють двома методами вимірювань: методом безпосередньої оцінки та методом порівняння з мірою.

Результати вимірювання, як правило, відрізняються від дійсного значення фізичної величини.

Абсолютна похибка вимірювання – відхилення результату вимірювання X від дійсного значення $X_д$ вимірюваної величини:

$$\Delta = X - X_д. \tag{1.2}$$

Відносна похибка вимірювання – відношення абсолютної похибки вимірювання до дійсного значення вимірювальної величини у відсотках:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_д} \cdot 100\%. \qquad (1.3)$$

Точність вимірювання – якість вимірювання, що вказує на близькість його результату до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\varepsilon = \left| \frac{X_д}{\Delta} \right|. \qquad (1.4)$$

Оцінку абсолютної похибки залежно від причин виникнення, характеру та умов виявлення прийнято представляти сумою двох складових, які називають випадковою ψ та систематичною θ похибками вимірювання:

$$\Delta = \psi + \theta. \qquad (1.5)$$

Систематична похибка складається з похибок методу та засобів вимірювання, впливу зовнішніх факторів, індивідуальних властивостей людини, яка здійснює вимірювання та інших. Виявлена та оцінена систематична похибка виключається з результату введенням поправки.

Випадкова похибка – складова похибки вимірювання змінюється випадковим чином при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

При організації статистичних вимірювань, для яких і визначається випадкова похибка, створюються умови, які характеризуються тим, що інтенсивність усіх діючих факторів доводиться до деякого рівня, що забезпечує більш-менш рівний вплив на формування похибки. У цьому випадку говорять про очікувану похибку. Крім цієї похибки можуть мати місце грубі похибки і промахи.

Грубою похибкою називають похибку вимірювання, істотно перевищуючу очікувану за даних умов. Причинами грубих похибок можуть бути несправність засобів вимірювань, різка зміна умов вимірювань і впливових величин.

Промах – це похибка вимірювання, що явно і різко спотворює результат. Промах є випадковою суб'єктивною помилкою. Його поява – наслідок неправильних дій експериментатора.

Грубі похибки і промахи зазвичай виключаються з експериментальних даних, що підлягають обробці.

Окреме значення випадкової похибки передбачити неможливо. Сукупність випадкових похибок вимірювання однієї й тієї ж величини підпорядковується певним закономірностям, які є ймовірними. Їх описують за допомогою методів теорії ймовірностей.

На рисунку 1.1 показана крива закону нормального розподілу (Крива Гауса) випадкової похибки ψ, де по осі ординат відкладена щільність ймовірності, а по осі абсцис – випадкова похибка, які можна представити рівняннями:

$$p(\psi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0{,}5\left(\frac{\psi}{\sigma}\right)^2}; \tag{1.6}$$

$$\psi = \mathrm{X} - \mathrm{M}(X). \tag{1.7}$$

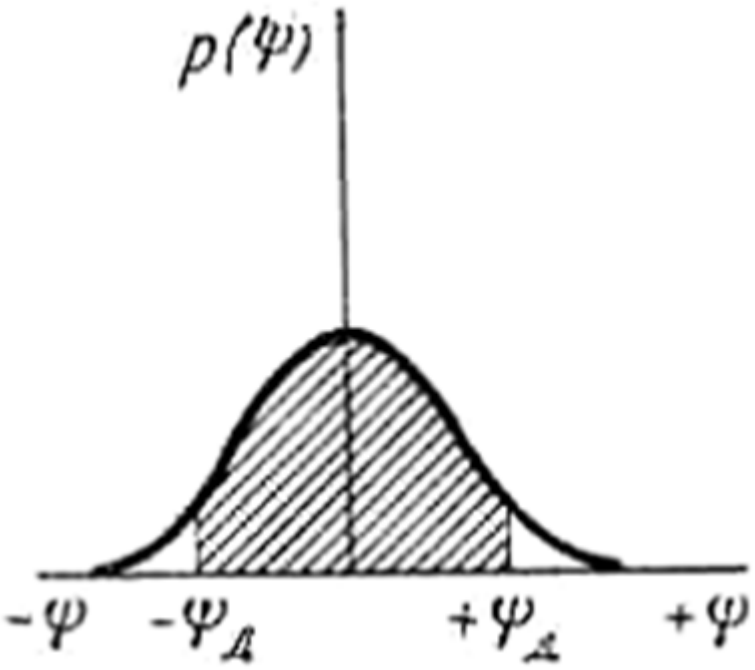


Рисунок 1.1 – Крива нормального закону розподілу випадкової похибки

Характеристики $M(X)$ та σ називають відповідно математичним очікуванням та середньоквадратичним відхиленням.

Щоб визначити ймовірність знаходження результату вимірювання або випадкової похибки в деякому наперед заданому інтервалі від $-\psi_д$ до $+\psi_д$, необхідно знайти площу під кривою розподілу, обмежену вертикальними лініями на границях інтервалу. Цей ймовірний інтервал називають довірчим, бо він визначається з заданою довірчою ймовірністю $P_д$.

Для оцінки математичного очікування використовують середньоарифметичне значення n вимірювань фізичної величини:

$$\mathrm{M}[\mathrm{X}] \approx \mathrm{X}_{cp} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{X}_i}{n}. \tag{1.8}$$

Для оцінки середньоквадратичного відхилення σ використовується формула (1.9):

$$\sigma \approx S = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^{n} \left(\mathrm{X}_i - \mathrm{X}_{cp}\right)^2}{n-1}}. \tag{1.9}$$

Середньоквадратичне відхилення середньоарифметичного значення результату вимірювання визначають за формулою (1.10):

$$S(\mathrm{X}_{ср}) = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^{n}(\mathrm{X}_i - \mathrm{X}_{ср})^2}{n \cdot (n-1)}}. \qquad (1.10)$$

Тоді границі довірчого інтервалу для прийнятої довірчої ймовірності $P_д$ визначаються залежністю (1.11):

$$\psi_д = t \cdot S(\mathrm{X}_{ср}), \qquad (1.11)$$

де t – коефіцієнт розподілу Стьюдента, який залежить від ймовірності $P_д$ та кількості вимірювань n. Значення коефіцієнта t наведені в таблиці 13.1.

Визначений довірчий інтервал від $-\psi_д$ до $+\psi_д$ дозволяє відкинути результати вимірювань, які знаходяться за його межами, вважаючи їх помилковими, а результат вимірювання представити у вигляді (1.12):

$$\mathrm{X} = \mathrm{X}_{ср} \pm \psi_д. \qquad (1.12)$$

Для отримання під час лабораторних вимірювань найбільш достовірних результатів відлік показів приладу проводиться при одних і тих самих умовах, за можливістю велике число разів, із знайденого ряду значень вимірювальної величини, після виключення систематичних і грубих похибок визначається більш точне середнє арифметичне її значення $A_{ср}$, яке представляє собою кінцевий результат вимірювання. Ця величина знаходиться за формулою (1.13):

$$A_{ср} = \frac{A_1 + A_2 + ... + A_n}{n}, \qquad (1.13)$$

де $A_1, A_2, \ldots A_n$ – ряд значень вимірювальної величини;

n – число відрахувань показів приладу.

Значення $A_1, A_2, \ldots A_n$ включають в себе не тільки випадкові похибки, вплив яких на ступінь відхилення $A_{ср}$ від дійсного значення A тим менший, чим більше число окремих вимірювань n є в ряду, так як згідно теорії похибок при великому числі вимірювань випадкові похибки, які рівні за абсолютною величиною, але різні за значенням, зустрічаються однаково часто і тому взаємознищуються.

Відхилення e окремих значень вимірювальної величини від $A_{ср}$ знаходиться за формулою із виразів (1.14):

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= A_1 - A_{ср}; \\ e_2 &= A_2 - A_{ср}; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ e_n &= A_n - A_{ср}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.14)$$

При правильному визначенні $A_{ср}$ алгебраїчна сума відхилень e повинна дорівнювати нулю, тобто

$$\sum e = 0\,. \tag{1.15}$$

У практичних умовах зазвичай оцінюють точність кінцевого результату вимірювання $A_{ср}$ шляхом визначення абсолютних значень середньої квадратичної похибки σ, ймовірної похибки ρ і найбільш можливої (граничної) похибки λ за формулами(1.16-1.18):

$$\sigma = k\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}}; \tag{1.16}$$

$$\rho = v\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}}; \tag{1.17}$$

$$\lambda = m\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}}. \tag{1.18}$$

Значення коефіцієнтів у формулах (1.16) – (1.18) вибираються в залежності від величини (n–1) за таблицею 1.1 (складена за даними В.І. Романовського).

Таблиця 1.1 – Значення розрахункових коефіцієнтів

n–1	v	k	m	n–1	v	k	m
1	1,000	1,84	400,0	11	0,697	1,05	3,9
2	0,816	1,28	22,0	12	0,695	1,04	3,8
3	0,765	1,20	9,0	13	0,694	1,04	3,7
4	0,741	1,14	6,6	14	0,692	1,04	3,6
5	0,727	1,11	5,7	15	0,691	1,03	3,6
6	0,718	1,09	5,1	16	0,690	1,03	3,5
7	0,711	1,08	4,7	17	0,689	1,03	3,5
8	0,706	1,07	4,4	18	0,688	1,03	3,5
9	0,703	1,06	4,2	19	0,688	1,02	3,4
10	0,700	1,05	4,0	20	0,687	1,02	3,4

Задача 1

Для оцінки результату та похибки прямих вимірювань тиску в технологічному трубопроводі здійснено n вимірювань. Одержані результати знаходяться в діапазоні від X_1 до X_n. Визначити границі довірчого інтервалу випадкової похибки для очікуваної ймовірності P та подати результат вимірювання, вважаючи, що систематична похибка виключена.

Вихідні дані для розрахунку вказані у таблиці 1.2, а результати n вимірювань прийняти самостійно.

Таблиця 1.2 – Варіанти вихідних даних

Варіант	X_1, МПа	X_n, МПа	Ймовірність, P	Кількість вимірювань, n
1	5	10	0,95	8
2	8	12	0,9	8
3	6	12	0,99	8
4	9	15	0,9	10
5	10	15	0,95	10
6	15	20	0,99	10
7	20	30	0,9	6
8	25	35	0,95	6
9	30	40	0,99	6
10	35	45	0,9	6
11	40	50	0,95	8
12	45	55	0,9	8
13	50	60	0,99	8
14	55	65	0,9	10
15	60	70	0,95	10
16	65	75	0,99	10
17	70	85	0,9	6
18	85	95	0,9	6
19	90	100	0,95	6
20	95	105	0,99	6
21	100	110	0,95	8
22	105	115	0,9	8
23	110	120	0,99	8
24	125	135	0,9	10
25	130	140	0,95	10

Приклад розв'язання задачі

Для оцінки вимірювання тиску в технологічному маслопроводі здійснено n вимірювань. Результати вимірювань: X_1=32МПа; X_2=34МПа; X_3=38МПа; X_4=35МПа; X_5=34МПа; X_6=36МПа; X_7=32МПа; X_8=33МПа; X_9=35МПа; X_{10}=37МПа. Визначити границі довірчого інтервалу випадкової похибки для очікуваної ймовірності P=0,95 та подати результат вимірювання, вважаючи, що систематична похибка виключена.

Розв'язання

1. Визначаємо середньоарифметичне значення вимірювань:

$$X_{ср} = \frac{\sum_{1}^{n} X_i}{n} = \frac{32+34+38+35+34+36+32+33+35+37}{10} = 34{,}6 \text{ МПа}.$$

2. Середньоквадратичне відхилення середньоарифметичного значення згідно з (1.9):

$$S(X_{ср}) = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(X_i - X_{ср})^2}{n \cdot (n-1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(32-34{,}6)^2 + (34-34{,}6)^2 + (38-34{,}6)^2 + ... + ... + (37-34{,}6)^2}{10(10-1)}} = 0{,}638 \quad МПа.$$

3. Коефіцієнт Стьюдента при n=10 для ймовірності P=0,95 згідно з таблицею 13.1: t=2,26.

4. Границі довірчого інтервалу згідно з (1.10):

$$\psi_д = t \cdot S(X_{ср}) = 2{,}26 \cdot 0{,}638 = 1{,}44 \ МПа.$$

5. Результати вимірювання знаходяться в межах:

$$X = X_{ср} \pm \psi_д = (34{,}6 \pm 1{,}44) \ МПа.$$

6. Граничні значення вимірювань:

$$X_{min} = X_{ср} - \psi_д = (34{,}6 - 1{,}44) = 33{,}16 \ МПа;$$

$$X_{max} = X_{ср} + \psi_д = (34{,}6 + 1{,}44) = 36{,}04 \ МПа.$$

7. Висновок: для прийнятої ймовірності результати, які містяться за межами мінімального та максимального значень, можна не враховувати. Ймовірні значення вимірювань знаходяться в межах розрахованих значень.

Задача 2

При вимірюванні температури води знято n показів ртутного термометра. Після виключення із них систематичних похибок отримані значення температур води, які вказані в таблиці 1.3.

Потрібно визначити кінцевий результат вимірювання, а також його середню квадратичну, ймовірну і найбільшу можливу похибки вимірювання.

Таблиця 1.3 – Варіанти вихідних даних

Номер варіанта	t_1, ^{0}C	t_2, ^{0}C	t_3, ^{0}C	t_4, ^{0}C	t_5, ^{0}C	t_6, ^{0}C
1	138,3	140,1	138,2	132,1	139,4	140,7
2	138,5	140,3	138,4	132,3	139,6	140,9
3	138,8	140,4	138,5	132,4	139,4	141,1
4	139,3	141,1	139,2	133,1	140,4	141,7
5	138,4	140,2	138,3	132,3	139,5	140,6
6	139,5	141,4	139,4	133,3	140,6	141,9
7	135,3	137,1	136,2	130,1	137,4	137,7
8	135,5	137,4	136,4	130,3	137,7	137,9
9	135,8	137,6	136,7	130,6	137,9	138,7
10	133,3	135,1	134,8	128,2	135,4	135,7
11	133,5	135,4	135,1	128,5	135,7	133,5
12	130,5	132,2	132,1	125,2	132,5	130,5
13	130,3	132,4	132,5	125,6	132,8	130,9
14	131,5	130,2	130,5	123,2	133,5	131,4

Продовження таблиці 1.3

Номер варіанта	t_1, ^{0}C	t_2, ^{0}C	t_3, ^{0}C	t_4, ^{0}C	t_5, ^{0}C	t_6, ^{0}C
15	129,3	128,2	128,3	121,2	130,3	130,2
16	129,7	128,6	128,7	121,6	130,8	130,6
17	127,3	126,2	126,3	120,2	128,3	128,2
18	127,6	126,5	126,7	120,5	128,7	128,6
19	125,3	124,2	124,3	118,2	126,3	126,2
20	125,6	124,5	124,8	118,7	126,7	126,6
21	124,8	123,4	123,3	116,7	125,3	125,2
22	123,5	122,3	122,1	115,4	124,2	124,1
23	123,7	122,6	122,5	115,3	124,7	124,5
24	120,5	119,3	120,1	113,4	121,2	121,2
25	120,7	119,7	120,3	113,7	121,5	121,5

Приклад розв'язання задачі

При вимірюванні температури води знято шість показів ртутного термометра. Після виключення із них систематичних похибок отримані наступні значення температур води: t_1=138,1^{0}C, t_2=139,8^{0}C, t_3=137,9^{0}C, t_4=131,8^{0}C, t_5=139,2^{0}C, t_6=140,5^{0}C.

Потрібно визначити кінцевий результат вимірювання, а також його середню квадратичну, ймовірну і найбільшу можливу похибки вимірювання.

Розв'язання

Як видно із отриманих значень температур, четвертий показ термометра (t_4=131,8^{0}C) помітно відрізняється від інших, що дає можливість вважати, що він складає грубу похибку, і виключити його із ряду вимірювань. Тоді, згідно з формулою (1.13) середня температура води складе:

$$t_{ср} = \frac{138{,}1 + 139{,}8 + 137{,}9 + 139{,}2 + 140{,}5}{5} = 139{,}1^0 C.$$

Користуючись виразами (1.14), визначаємо відхилення вимірювальних значень температур від середнього значення:

$$e_1 = 138{,}1 - 139{,}1 = -1{,}0^0 C;$$
$$e_2 = 139{,}8 - 139{,}1 = +0{,}7^0 C;$$
$$e_3 = 137{,}9 - 139{,}1 = -1{,}2^0 C;$$
$$e_5 = 139{,}2 - 139{,}1 = +0{,}1^0 C;$$
$$e_6 = 140{,}5 - 139{,}1 = +1{,}4^0 C.$$

Перевіряємо правильність визначення $t_{ср}$:

$$\sum e = (-1{,}0) + (+0{,}7) + (-1{,}2) + (+0{,}1) + (+1{,}4) = 0.$$

На основі формул (1.16 – 1.18) і таблиці 1.1 маємо:

– середньоквадратична похибка

$$\sigma = k\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}} =$$

$$= 1{,}14\sqrt{\frac{(-1{,}0)^2 + (+0{,}7)^2 + (-1{,}2)^2 + (+0{,}1)^2 + (+1{,}4)^2}{5(5-1)}} \approx \pm 0{,}6^0 C;$$

– ймовірна похибка

$$\rho = \nu\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}} =$$

$$= 0{,}741\sqrt{\frac{(-1{,}0)^2 + (+0{,}7)^2 + (-1{,}2)^2 + (+0{,}1)^2 + (+1{,}4)^2}{5(5-1)}} \approx \pm 0{,}4^0 C;$$

– найбільша можлива похибка

$$\lambda = m\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2}{n(n-1)}} =$$

$$= 6{,}6\sqrt{\frac{(-1{,}0)^2 + (+0{,}7)^2 + (-1{,}2)^2 + (+0{,}1)^2 + (+1{,}4)^2}{5(5-1)}} \approx \pm 3{,}2^0 C.$$

Відповідно кінцевий результат вимірювання температури складе:

$$t = 139{,}1 \pm 0{,}4^0 C.$$

Практичне заняття №2
ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ БАГАТОРАЗОВОГО ПРЯМОГО ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

Основним методом зменшення впливу випадкових похибок є проведення вимірювань з багаторазовим спостереженням і подальше статистичне опрацювання отриманих результатів. Методика статистичного опрацювання залежить від статистичних властивостей випадкових похибок, корельованості тощо. В переважній більшості практичних застосуваннях приймають модель нормального розподілу випадкових похибок, що дає можливість застосовувати до опрацювання результатів добре теоретично обґрунтовані статистичні методи.

Оскільки методи обробки результатів вимірювань ґрунтуються на використанні нормального закону розподілу, перед початком обчислення бажано переконатися в тому, що така сукупність відповідає згаданому законові. Для вибірок з $n \geq 10$ для цього можна використати так званий складений критерій, описаний ГОСТ 8.207 – 76.

Для порівняно невеликих сукупностей цю перевірку можна здійснити графоаналітичним методом: для такої вибірки за певними правилами необхідно побудувати графік емпіричного розподілу, і якщо точки цього графіка розташовуються приблизно по прямій лінії, то така сукупність відповідає нормальному законові розподілу; цей метод придатний для вибірок за кількістю спостережень $3 < n < 40$.

Застосовуючи графоаналітичний метод аналізу, слід передусім упорядкувати вибірку, розмістивши значення x_i у порядку зростання:

$$x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n .$$

Якщо деякі значення у такому варіаційному ряді повторюються, то в робочу таблицю їх записують тільки один раз, але вказують кількість цих значень (частота m_j такої варіанти x_j ряду). У наступній графі записують наростаючим підсумком так звані накопичені частоти M_j (сумарна кількість значень m_j від початку до x_j включно), після чого обчислюють інтеграл Лапласа:

$$\Phi\left(z_j\right) = \frac{M_j}{n+1} - 0{,}5 . \qquad (2.1)$$

За таблицею 2.1, слід встановити значення z_j, а потім побудувати графік функції $z_j = f\left(x_j\right)$. Якщо графік цієї функції приблизно прямолінійний, то можна вважати, що ця вибірка не суперечить нормальному законові розподілу.

Якщо вибірка x_1, x_2, ... x_n відповідає нормальному закону розподілу, але є сумніви щодо нормальності певного результату спостереження x_k, який помітно відрізняється від інших, то це можна перевірити за допомогою критерію оцінки анормальності результатів спостережень.

Таблиця 2.1 – Значення інтеграла Лапласа

$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z
0,01	0,025	0,21	0,55	0,41	1,34
0,02	0,050	0,22	0,58	0,42	1,41
0,03	0,075	0,23	0,61	0,43	1,48
0,04	0,10	0,24	0,64	0,44	1,55
0,05	0,13	0,25	0,67	0,45	1,64
0,06	0,15	0,26	0,71	0,460	1,75
0,07	0,18	0,27	0,74	0,465	1,81
0,08	0,20	0,28	0,77	0,470	1,88
0,09	0,23	0,29	0,81	0,475	1,96
0,10	0,25	0,30	0,84	0,480	2,05
0,11	0,28	0,31	0,88	0,485	2,17
0,12	0,31	0,32	0,92	0,490	2,33
0,13	0,33	0,33	0,95	0,492	2,41
0,14	0,36	0,34	0,99	0,494	2,51
0,15	0,39	0,35	1,04	0,495	2,58
0,16	0,41	0,36	1,08	0,496	2,65
0,17	0,44	0,37	1,13	0,497	2,75
0,18	0,47	0,38	1,18	0,498	2,88
0,19	0,50	0,39	1,23	0,499	3,10
0,20	0,52	0,40	1,28	0,4999	4,00

Для цього потрібно обчислити середньоарифметичне значення $\bar{x}$ для кожної вибірки за формулою (2.2):

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i , \tag{2.2}$$

а також середньоквадратичне відхилення окремих результатів спостережень за формулою (2.3):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} . \tag{2.3}$$

Далі необхідно знайти показник анормальності за формулою (2.4):

$$V = \left(x_k - \bar{x}\right)/s . \tag{2.4}$$

Для прийнятої ймовірності P = 0,95 та даного значення n потрібно знайти параметр h з таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Значення h для P=0,95

n	h	n	h	n	h
3	1,15	13	2,33	23	2,61
4	1,46	14	2,37	24	2,63
5	1,67	15	2,41	25	2,65
6	1,82	16	2,44	26	2,66
7	1,94	17	2,48	27	2,68
8	2,03	18	2,50	28	2,69
9	2,11	19	2,53	29	2,69
10	2,18	20	2,56	30	2,70
11	2,23	21	2,58		
12	2,29	22	2,59		

Критерієм анормальності є умова $|V| \geq h$; якщо це так, то результат x_k є промахом, і його необхідно вилучити з вибірки.

Далі будується графік $z_j = f(x_j)$ і за його виглядом переконуються, що тепер вибірка не суперечить розподілу Гауса.

Обробку результатів багаторазових спостережень за прямого вимірювання слід здійснювати відповідно до розглянутих методів:

– якщо потрібно виконати попередню обробку вибірки $x_1, x_2, \ldots x_n$ (відкинути або якомога зменшити систематичні похибки), а також перевірити, чи відповідає вибірка нормальному закону розподілу; відкинути промахи;

– обчислити надійні межі невиключених залишків систематичної складової похибки θ; у найпростішому випадку визначити граничні значення основної похибки, вважаючи, що $\Delta_x = \theta$;

– найімовірнішим (найвірогіднішим) значенням результату вимірювання буде вибіркове середньоарифметичне:

$$A = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ; \qquad (2.5)$$

– вибіркове середньоквадратичне відхилення значення $\bar{x}$ від істинного значення фізичної величини обчислити за формулою (2.6):

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} ; \qquad (2.6)$$

– надійну межу випадкової похибки результату вимірювання визначити за формулою (2.7):

$$\varepsilon = t_\gamma S_{\bar{x}}. \qquad (2.7)$$

Значення коефіцієнта надійності t_γ для ймовірностей 0,95 та 0,99 наведено в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Значення t_γ для прямих вимірювань

Кількість спостережень n	P=0,95	P=0,99	Кількість спостережень n	P=0,95	P=0,99
2	12,706	63,657	12	2,201	3,106
3	4,303	9,925	13	2,179	3,055
4	3,182	5,841	14	2,160	3,012
5	2,776	4,604	15	2,145	2,977
6	2,571	4,032	16	2,131	2,947
7	2,447	3,707	17	2,120	2,921
8	2,365	3,499	18	2,110	2,898
9	2,306	3,355	19	2,101	2,878
10	2,262	3,250	20	2,093	2,861
11	2,228	3,169	∞	1,960	2,576

Значення t_γ для ймовірностей P = 0,95 можна приблизно обчислити також за емпіричною формулою (для n>4):

$$t_\gamma \approx \frac{1}{0{,}52 - 0{,}8/n}. \qquad (2.8)$$

Обчислюючи надійну межу загальної похибки ΔA результату, треба враховувати як ε, так і θ; для цього спочатку слід обчислити допоміжний параметр $\theta/S_{\bar{x}}$, причому:

– якщо $\theta/S_{\bar{x}} < 0{,}8$, то величиною θ можна знехтувати і вважати, що

$$\Delta A \approx \varepsilon; \qquad (2.9)$$

– якщо $\theta/S_{\bar{x}} > 8$, то можна знехтувати величиною ε, вважаючи, що

$$\Delta A \approx \theta; \qquad (2.10)$$

– якщо $0{,}8 \le \theta/S_{\bar{x}} \le 8$, то

$$\Delta A \approx KS_\Sigma, \qquad (2.11)$$

де

$$K = \frac{\varepsilon + \theta}{S_{\bar{x}} + \theta/\sqrt{3}}; \quad S_{\Sigma} = \sqrt{S_{\bar{x}}^2 + \left(\theta/\sqrt{3}\right)^2};$$

– результати вимірювань записати так:

$$X = A \pm \Delta A \quad (\text{при } P{=}0{,}95), \tag{2.12}$$

де A – найвірогідніше (дійсне) значення результату вимірювання;

ΔA – надійна межа загальної похибки результату вимірювання.

Такий запис означає: з імовірністю P=95 % можна стверджувати, що шукане істинне значення X вимірювальної величини перебуває в інтервалі між $A-\Delta A$ та $A+\Delta A$.

Задача

Під час вимірювання напруги добуто n = 9 результатів спостережень, В. Вольтметр має клас точності k_V та шкалу від 0 до $U_{Vн}$.

Перевірити, чи відповідає вибірка нормальному законові розподілу; в разі потреби виключити анормальні результати спостережень. Обчислити найімовірніший результат прямого вимірювання та його сумарну похибку.

Розрахункові параметри вказані у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Варіанти результатів спостережень, В

Номер варіанта	k_V	$U_{Vн}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
1	0,5	7,5	3,01	3,02	2,78	3,26	3,00	2,99	2,84	3,07	2,88
2	1,5	7,5	4,01	4,02	3,84	4,00	4,30	4,07	3,88	3,83	4,05
3	0,5	15,0	7,93	8,25	8,30	8,16	8,45	8,16	8,10	8,14	7,97
4	0,5	15,0	8,97	8,94	9,07	9,03	8,79	8,93	9,06	9,00	8,97
5	1,0	7,5	6,20	6,72	6,44	6,35	6,30	6,38	6,19	6,08	6,30
6	2,5	15,0	7,54	7,39	7,50	7,48	7,58	7,44	7,43	7,48	7,68
7	1,5	7,5	7,01	6,97	6,91	6,84	7,12	7,36	7,15	7,07	6,86
8	1,0	7,5	5,54	5,45	5,78	5,67	5,99	5,78	5,75	5,73	5,73
9	0,5	15,0	9,40	9,41	9,40	9,38	9,41	9,29	9,39	9,42	9,40
10	2,5	15,0	9,24	9,26	9,28	9,42	9,04	9,26	9,21	9,20	9,24
11	1,0	7,5	7,39	7,33	7,23	7,46	7,64	7,26	7,12	7,31	7,14
12	0,5	7,5	3,57	3,38	3,07	3,51	3,52	3,51	3,50	3,52	3,49
13	1,5	7,5	5,07	4,88	5,01	5,02	4,87	5,00	4,86	5,41	5,13
14	0,5	15,0	9,41	9,25	9,54	9,73	9,53	9,48	9,27	9,51	9,40
15	1,5	15,0	8,75	8,48	8,55	8,61	8,57	8,54	8,43	8,27	8.50
16	1,0	7,5	5,15	5,49	5,22	5,17	5,30	5,32	5,28	5,16	5,29
17	0,5	7,5	3,32	3,13	3,26	3,27	3,46	3,03	3,25	3,26	3,27

Продовження таблиці 2.4

Номер варіанта	k_V	$U_{Vн}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
18	1,0	7,5	4,70	4,57	4,38	4,51	4,52	4,28	4,51	4,50	4,56
19	2,5	7,5	3,88	4,10	3,90	3,59	3,81	3,63	3,76	3,75	3,80
20	1,0	7,5	5,57	5,38	5,72	5,51	5,52	5,50	5,48	5,50	5,56
21	0,5	7,5	4,82	4,63	4,76	4,77	4,52	4,75	4,69	4,78	4,75
22	0,5	15,0	6,79	6,49	6,80	6,41	6,81	6,75	6,72	6,75	6,67
23	1,5	15,0	9,09	8,98	9,07	9,93	8,97	9,02	8,98	8,96	8,57
24	1,0	15,0	9,09	8,98	9,07	9,03	8,97	9,02	8,98	8,96	8,57
25	1,0	7,5	8,02	8,01	7,83	8,03	7,94	8,07	7,95	7,89	8,01

Приклад розв'язання задачі

Під час вимірювання напруги добуто $n = 9$ результатів спостережень – 75,2 В; 74,8 В; 75,0 В; 76,2 В; 75,1 В; 74,8 В; 74,7 В; 74,6 В; 75,0 В. Вольтметр має клас точності $k_V = 0{,}2$ та шкалу від 0 до 150 В.

Перевірити, чи відповідає вибірка нормальному законові розподілу; в разі потреби виключити анормальні результати спостережень. Обчислити найімовірніший результат прямого вимірювання та його сумарну похибку.

Розв'язання

Є вибірка: 75,2; 74,8; 75,0; 76,2; 75,1; 74,8; 74,7; 74,6; 75,0. Вольтметр має клас точності $k_V = 0{,}2$ та шкалу від 0 до 150 В. Перевіримо чи відповідає ця вибірка нормальному законові розподілу.

Застосовуючи графоаналітичний метод аналізу, слід передусім упорядкувати вибірку, розмістивши значення x_i у порядку зростання:

$$x_1 \le x_2 \le \ldots x_n.$$

Якщо деякі значення в такому варіаційному ряду повторюються, то в робочу таблицю 2.5 їх записують тільки один раз, але вказують кількість цих значень.

Таблиця 2.5 – Варіаційний ряд результатів спостережень

x_j	m_j	M_j	$\Phi(z_j)$	z_j
74,6	1	1	–0,4	–1,28
74,7	1	2	–0,3	–0,84
74,8	2	4	–0,1	–0,25
75,0	2	6	+0,1	+0,25
75,1	1	7	+0,2	+0,52
75,2	1	8	+0,3	+0,84
76,2	1	9	+0,4	+1,28

Тут m_j – частота варіанти x_j;

M_j – накопичена частота;

$\Phi(z_j)$ – інтеграл Лапласа,

$$\Phi(z_j) = \frac{M_j}{n+1} - 0{,}5.$$

За таблицею 2.1, встановлюємо значення z_j і будуємо графік функції $z_j = f(x_j)$. Цей графік (рис. 2.1) непрямолінійний, тому можна зробити висновок, що вибірка не відповідає нормальному законові розподілу.

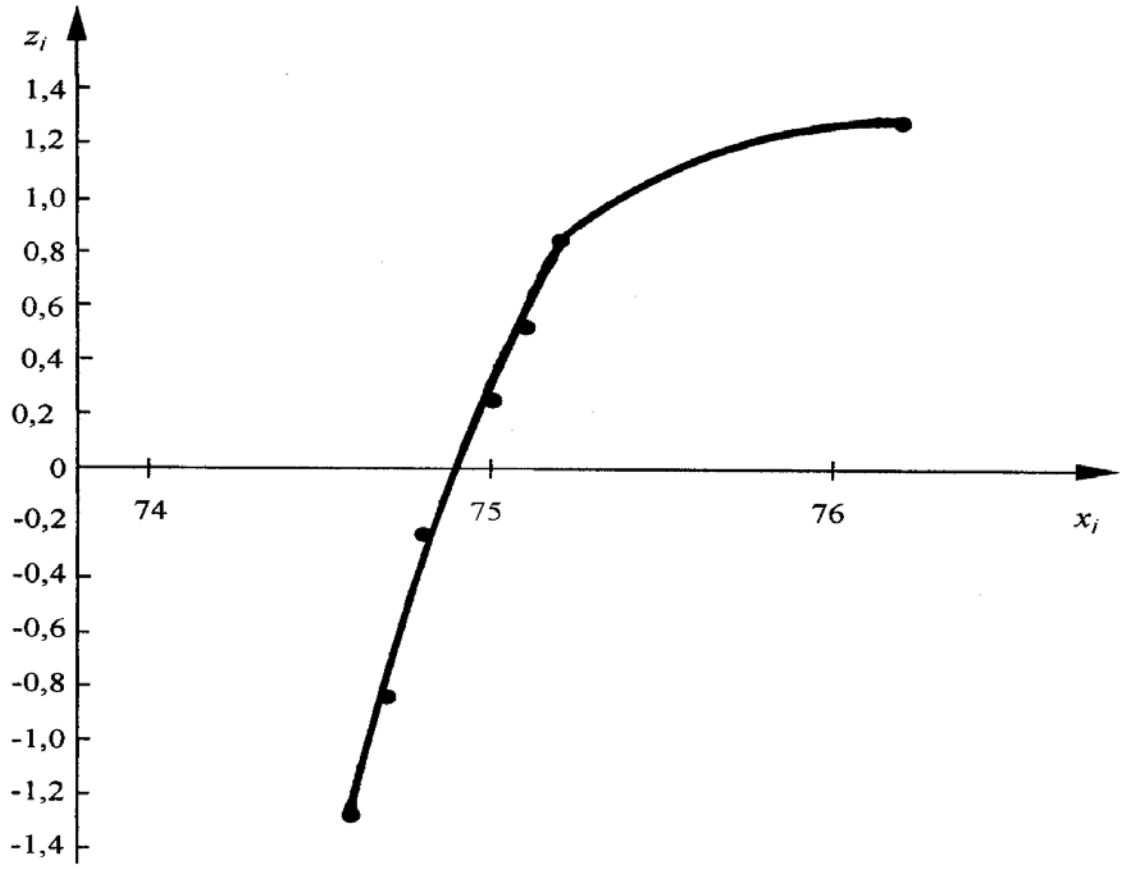


Рисунок 2.1 – Графік функції $z_j = f(x_j)$

Перевіряємо, чи не є анормальним результат спостереження 76,2:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i = 75{,}044444\,\text{В};$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{9-1}\sum_{i=1}^{9}(x_i - \bar{x})^2} = 0{,}474634\,\text{В};$$

$$V = \left|\frac{x_4 - \bar{x}}{s}\right| = \left|\frac{76{,}2 - \bar{x}}{s}\right| = 2{,}4346236.$$

З таблиці 2.2 для $n = 9$ при $P = 0{,}95$ визначаємо значення h =2,11; оскільки $V > h$, то результат x=76,2 є промахом, і його треба виключити.

Далі обробку здійснюємо для $n = 8$ (без x_4). Знову перевіряємо, чи відповідає нормальному законові така вибірка (таблиця 2.6).

Таблиця 2.6 – Варіаційний ряд результатів спостережень

x_j	m_j	M_j	$\Phi(z_j)$	z_j
74,6	1	1	–0,39	–1,23
74,7	1	2	–0,28	–0,77
74,8	2	4	–0,06	–0,13
75,0	2	6	+0,17	+0,44
75,1	1	7	+0,28	+0,77
75,2	1	8	+0,39	+1,23

Будуємо графік (рис. 2.2). Є підстави вважати, що вибірка приблизно відповідає нормальному закону розподілу.

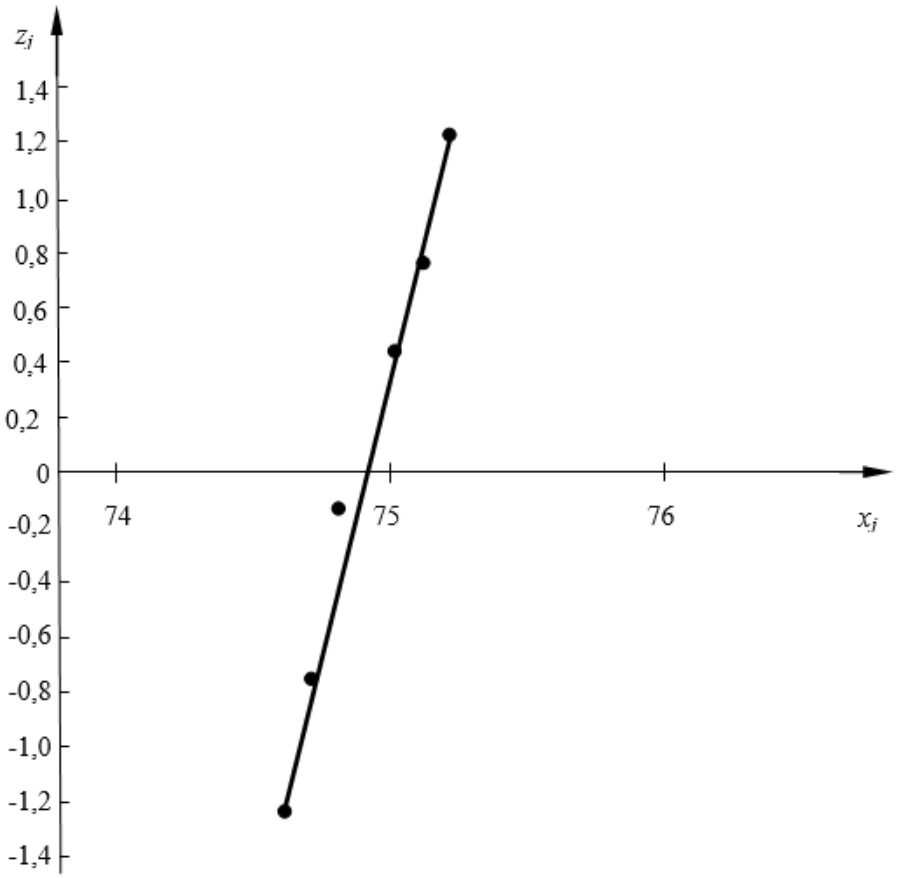


Рисунок 2.2 – Графік функції $z_j = f(x_j)$

Здійснюємо математичну обробку вибірки для $n = 8$. Результати обробки:

$$\overline{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i = 74{,}9\,\text{В};$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(x_i - \overline{x})^2} = 0{,}073192505\,\text{В}.$$

Надійну межу випадкової похибки результату вимірювань визначаємо за формулою:

$$\varepsilon = t_\gamma \cdot S_{\bar{x}} = 2{,}365 \cdot 0{,}073 = 0{,}173.$$

З таблиці 2.3 для n = 8 при P= 0,95 визначаємо значення коефіцієнта надійності $t_\gamma = 2{,}365$. Невиключені залишки систематичної похибки (інструментальна похибка):

$$\theta = \frac{k_V U_{V_H}}{100} = \frac{0{,}2 \cdot 150}{100} = 0{,}3\text{В}.$$

Обчислюємо коефіцієнт:

$$\theta / S_{\bar{x}} = 0{,}3 / 0{,}073 \approx 4.$$

Оскільки $0{,}8 < \theta / S_{\bar{x}} < 8,$ то $\Delta A = K S_\Sigma \approx 0{,}2$,

де

$$K = \frac{\varepsilon + \theta}{S_{\bar{x}} + \theta/\sqrt{3}} = \frac{0{,}173 + 0{,}3}{0{,}073 + 0{,}3/\sqrt{3}} = 0{,}8;$$

$$S_\Sigma = \sqrt{S^2{}_{\bar{x}} + (\theta/3)^2} = \sqrt{0{,}073^2 + \left(0{,}3/\sqrt{3}\right)^2} = 0{,}19.$$

Отже, при P= 0,95 та n = 8 результат вимірювання: (74,9 ± 0,2) В.

Практичне заняття №3
ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ СУМІСНОГО ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

У сукупних і сумісних вимірюваннях величини x_i, що не піддаються безпосередньому спостереженню, визначаються за результатами вимірювань інших величин y_j, які є функціями:

$$\varphi_j(x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_n) = y_j, \tag{3.1}$$

де i – порядковий номер невідомих величин x_i, i=1; 2; ... ; n;

j – порядковий номер прямих вимірювань інших величин y_j, j=1; 2; … ; m.

Для випадку, коли функції φ_j лінійні:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - y_1 = 0; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - y_2 = 0; \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n - y_m = 0. \end{cases} \tag{3.2}$$

Компактніше дана система матиме вигляд (3.3):

$$\sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{ji} - y_j\right) = 0; \tag{3.3}$$

індекси у коефіцієнтів a вказуються в послідовності «рядок – стовпчик».

Ці рівняння замість точних значень Y_j містять результати їх вимірювань $y_i = Y_j \pm \Delta Y_j$ із випадковими похибками ΔY_j. За $m = n$ таку систему рівнянь можна розв’язати звичайними алгебраїчними прийомами, але точність визначення величини X_i одноразовими прямими вимірюваннями Y_i буде невеликою. Щоб отримати вірогідніші результати обчислення X_i, слід під час прямого вимірювання кожного значення Y_i виконати кілька спостережень, але тоді за $m > n$ і наявності похибок ΔY_j система стає алгебраїчно нерозв’язуваною.

Наприклад, під час дослідження залежності опору котушки від температури добуто результати, які представлено у таблиця 3.1, а розрахункові параметри вказані у таблиці 3.2.

Функція $R_t = f(t)$ має вигляд (3.4):

$$R_t = R_0(1 + \alpha t). \tag{3.4}$$

Таблиця 3.1 – Результати дослідження залежності опору котушки від температури

t, ^{0}C	R_t	t, ^{0}C	R_t
20	R_{20}	60	R_{60}
30	R_{30}	70	R_{70}
40	R_{40}	80	R_{80}
50	R_{50}		

Таблиця 3.2 – Варіанти значень R_t, Ом

Номер варіанта	t, ^{0}C						
	20	30	40	50	60	70	80
1	110,78	115,15	119,54	123,92	128,32	132,71	137,09
2	84,76	89,61	94,51	99,37	104,25	109,11	114,00
3	62,03	62,04	62,05	62,06	62,07	62,08	62,09
4	129,14	133,66	138,21	142,81	147,35	151,93	156,48
5	81,46	84,67	87,91	91,11	94,36	97,57	100,80
6	94,19	94,29	94,36	94,47	94,97	94,65	94,76
7	146,34	151,52	156,65	161,84	167,02	172,15	177,32
8	115,25	121,85	128,54	135,16	141,76	148,43	155,01
9	67,31	70,00	72,65	75,35	78,00	80,62	83,32
10	102,03	102,06	102,08	102,10	102,12	102,14	102,16
11	150,60	155,90	161,30	166,70	171,90	177,20	182,60
12	72,78	75,63	78,51	81,42	84,28	87,18	90,05
13	79,12	83,64	88,21	92,74	97,30	101,84	106,42
14	161,41	167,08	172,81	178,51	184,18	189,90	195,01
15	75,72	80,05	84,41	88,76	93,12	97,49	101,82
16	102,08	106,12	110,18	114,21	118,25	122,28	126,35
17	81,16	81,24	81,32	81,41	81,48	81,57	81,65
18	135,57	140,35	145,14	149,92	154,75	159,51	164,30
19	70,04	74,08	78,13	82,16	86,17	90,22	94,23
20	87,95	91,45	94,92	98,45	101,91	105,35	108,84
21	91,52	96,76	102,08	107,31	112,57	107,85	123,15
22	137,71	142,61	147,42	152,31	157,15	162,01	166,95
23	75,03	75,04	75,05	75,07	75,10	75,11	75,12
24	70,14	70,21	70,28	70,36	70,40	70,48	70,57
25	106,02	112,30	118,40	124,50	130,60	136,70	142,8

Визначити опір R_0 котушки за температури 0 ^{0}C, значення температурного коефіцієнта опору α та матеріалу дроту, яким намотано котушку.

Обробка результатів здійснюється в певній послідовності. Спочатку перетворимо формулу (3.5) для R_t:

$$R_t = R_0 + R_0 \alpha t . \qquad (3.5)$$

Тоді цю саму формулу можна записати у вигляді (3.6):

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = y\,, \tag{3.6}$$

де a_1=1; x_1=R_0; a_2=t; x_2=αR_0; y=R_t.

Умовні рівняння (їхня кількість m) мають вигляд (3.7):

$$a_{j1} x_1 + a_{j2} x_2 = y_j\,, \tag{3.7}$$

тобто

$$\begin{aligned} &a_{11} x_1 + a_{12} x_2 = y_1;\\ &a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = y_2;\\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot\\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot\\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot\\ &a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 = y_m. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Система нормальних рівнянь має такий вигляд (3.9):

$$\begin{cases} b_{11} x_1 + b_{12} x_2 = c_1;\\ b_{21} x_1 + b_{22} x_2 = c_2, \end{cases} \tag{3.9}$$

де

$$b_{11} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}^2\,;$$

$$b_{12} = b_{21} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1} a_{j2}\,;$$

$$b_{22} = \sum_{j=1}^{m} a_{j2}^2\,;$$

$$c_1 = \sum_{j=1}^{m} a_{j1} y_j\,;$$

$$c_2 = \sum_{j=1}^{m} a_{j2} y_j\,.$$

Значення $\bar{x}_1$ та $\bar{x}_2$ можна знайти за допомогою визначників. Головний визначник системи:

$$D = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}\,. \tag{3.10}$$

Частинні визначники:

$$D_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_{12} \\ c_2 & b_{22} \end{vmatrix} = c_1 b_{22} - c_2 b_{12}; \quad (3.11)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & c_1 \\ b_{21} & c_2 \end{vmatrix} = b_{11} c_2 - b_{12} c_1. \quad (3.12)$$

Тоді

$$\bar{x}_1 = D_{1`} / D; \quad \bar{x}_2 = D_{2`} / D. \quad (3.13)$$

Підставивши значення $\bar{x}_1$ та $\bar{x}_2$ в умовні рівняння, можна обчислити кінцеві похибки v_j для кожного з них за формулою (3.12):

$$v_j = a_{j1}\bar{x}_1 + a_{j2}\bar{x}_2 - y_j. \quad (3.12)$$

Тоді середньоквадратичні відхилення результатів розв'язання даної системи нормальних рівнянь:

$$S_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} v_j^2}{(m-2)D}} b_{22}; \quad S_{\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} v_j^2}{(m-2)D}} b_{11}. \quad (3.13)$$

Надійні межі випадкових похибок можна обчислити за формулами (3.14):

$$\varepsilon_1 = t_\gamma S_{\bar{x}_1}; \quad \varepsilon_2 = t_\gamma S_{\bar{x}_2}; \quad (3.14)$$

коефіцієнт надійності t_γ (для $m–n+1$) взяти з таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Значення t_γ (для сукупних та сумісних вимірювань)

$m–n+1$	P=0,95	P=0,99
2	12,706	63,657
3	4,303	9,925
4	3,182	5,841
5	2,776	4,604
6	2,571	4,032
7	2,447	3,707
8	2,365	3,499
9	2,306	3,355
10	2,262	3,250

Перший результат вимірювання:

$$R_0 = \bar{x}_1 \pm \varepsilon_1.$$

Другий результат вимірювання:

$$\alpha = \bar{x}_2/\bar{x}_1 \pm \bar{x}_2/\bar{x}_1 \sqrt{\left(\varepsilon_1/\bar{x}_1\right)^2 + \left(\varepsilon_2/\bar{x}_2\right)^2} \ .$$

Приклад розв'язання задачі

Під час дослідження залежності опору котушки від температури добуто такі результати (m=7; n=2), що представлені в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Вихідні дані дослідження залежності опору котушки від температури

t, ^{0}C	R_t, Ом	t, ^{0}C	R_t, Ом
20	26,06	60	30,19
30	27,09	70	31,23
40	28,12	80	32,26
50	29,17		

Функція $R_t = f(t)$ має вигляд:

$$R_t = R_0(1+\alpha t).$$

Визначити опір R_0 котушки за температури 0 ^{0}C, значення температурного коефіцієнта опору α та матеріалу дроту, яким намотано котушку.

Розв'язання

Дану сукупність вимірювань можна зобразити так:

$$R_0(1+20\alpha) = 26{,}06;$$
$$R_0(1+30\alpha) = 27{,}09;$$
$$R_0(1+40\alpha) = 28{,}12;$$
$$R_0(1+50\alpha) = 29{,}17;$$
$$R_0(1+60\alpha) = 30{,}19;$$
$$R_0(1+70\alpha) = 31{,}23;$$
$$R_0(1+80\alpha) = 32{,}26.$$

Звідси умовні рівняння:

$$x_1 + 20x_2 = 26{,}06;$$
$$x_1 + 30x_2 = 27{,}09;$$
$$x_1 + 40x_2 = 28{,}12;$$
$$x_1 + 50x_2 = 29{,}17;$$
$$x_1 + 60x_2 = 30{,}19;$$
$$x_1 + 70x_2 = 31{,}23;$$
$$x_1 + 80x_2 = 32{,}26.$$

Обчислюємо коефіцієнти нормальних рівнянь:

$$b_{11} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}^2 = 7;$$

$$b_{12} = b_{21} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1} a_{j2} =$$

$$= 1 \cdot 20 + 1 \cdot 30 + 1 \cdot 40 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 60 + 1 \cdot 70 + 1 \cdot 80 = 350;$$

$$b_{22} = \sum_{j=1}^{m} a_{j2}^2 = 20^2 + 30^2 + 40^2 + 50^2 + 60^2 + 70^2 + 80^2 = 20300;$$

$$c_1 = \sum_{j=1}^{m} a_{j1} y_j = 1 \cdot 26{,}06 + 1 \cdot 27{,}09 + 1 \cdot 28{,}12 + 1 \cdot 29{,}17 +$$

$$+ 1 \cdot 30{,}19 + 1 \cdot 31{,}23 + 1 \cdot 32{,}26 = 204{,}12;$$

$$c_2 = \sum_{j=1}^{m} a_{j2} y_j = 20 \cdot 26{,}06 + 30 \cdot 27{,}09 + 40 \cdot 28{,}12 + 50 \cdot 29{,}17 +$$

$$+ 60 \cdot 30{,}19 + 70 \cdot 31{,}23 + 80 \cdot 32{,}26 = 10495{,}5.$$

Тоді нормальні рівняння матимуть такий вигляд:

$$7x_1 + 350x_2 = 204{,}12;$$

$$350x_1 + 20300x_2 = 10495{,}5.$$

Знаходимо:

$$D = \begin{vmatrix} 7 & 350 \\ 350 & 20300 \end{vmatrix} = 7 \cdot 20300 - 350 \cdot 350 = 19600;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 204{,}12 & 350 \\ 10495{,}5 & 20300 \end{vmatrix} = 204{,}12 \cdot 20300 - 10495{,}5 \cdot 350 = 470211;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 7 & 204{,}12 \\ 350 & 10495{,}5 \end{vmatrix} = 7 \cdot 10495{,}5 - 350 \cdot 204{,}12 = 2026{,}5.$$

$$\bar{x}_1 = D_{1'} / D = 470211/19600 = 23{,}990357;$$

$$\bar{x}_2 = D_{2'} / D = 2026{,}5/19600 = 0{,}10339285.$$

Оцінюємо точність цих результатів – знаходимо залишкові похибки умовних рівнянь:

$$v_j = a_{j1}\bar{x}_1 + a_{j2}\bar{x}_2 - y_j.$$

$$v_1 = 1 \cdot 23{,}990357 + 20 \cdot 0{,}10339285 - 26{,}06 = -0{,}0017857;$$

$$v_2 = 1 \cdot 23{,}990357 + 30 \cdot 0{,}10339285 - 27{,}09 = 0{,}0021429;$$

$$v_3 = 1 \cdot 23{,}990357 + 40 \cdot 0{,}10339285 - 28{,}12 = 0{,}0060714;$$

$$v_4 = 1 \cdot 23{,}990357 + 50 \cdot 0{,}10339285 - 29{,}17 = -0{,}0100000;$$

$$v_5 = 1 \cdot 23{,}990357 + 60 \cdot 0{,}10339285 - 30{,}19 = 0{,}0039286;$$

$$v_6 = 1 \cdot 23{,}990357 + 70 \cdot 0{,}10339285 - 31{,}23 = -0{,}0021429;$$

$$v_7 = 1 \cdot 23{,}990357 + 80 \cdot 0{,}10339285 - 32{,}26 = 0{,}0017857.$$

Обчислюємо:

$$\sum_{j=1}^{7} v_j^2 = (-0{,}0017857)^2 + 0{,}0021429^2 + 0{,}0060714^2 + (-0{,}0100000)^2 +$$

$$+ 0{,}0039286^2 + (-0{,}0021429)^2 + 0{,}0017857^2 = 0{,}000167857.$$

Обчислюємо середньоквадратичні відхилення результатів:

$$S_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} v_j^2}{(m-2)D} b_{22}} = \sqrt{\frac{0{,}000167857}{(7-2)\cdot 19600} \cdot 20300} = 0{,}0058968195;$$

$$S_{\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} v_j^2}{(m-2)D} b_{11}} = \sqrt{\frac{0{,}000167857}{(7-2)\cdot 19600} \cdot 7} = 0{,}0001095011.$$

Для $m–n+1=6$ значення $t_\gamma = 2{,}571$ (таблиця 3.3). Тоді надійні межі випадкових похибок для x_1 та x_2 становлять:

$$\varepsilon_1 = t_\gamma S_{\bar{x}_1} = 2{,}571 \cdot 0{,}0058968195 = 0{,}015160723 \approx 0{,}015;$$

$$\varepsilon_2 = t_\gamma S_{\bar{x}_2} = 2{,}571 \cdot 0{,}0001095011 = 0{,}00028152755.$$

Тепер знаходимо

$$\alpha = \bar{x}_2 / \bar{x}_1 = 0{,}10339285 / 23{,}990357 = 0{,}004309797;$$

$$\varepsilon_\alpha = \bar{x}_2 / \bar{x}_1 \sqrt{(\varepsilon_1 / \bar{x}_1)^2 + (\varepsilon_2 / \bar{x}_2)^2} = 0{,}10339285 / 23{,}990357 \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(0{,}015 / 23{,}990357)^2 + (0{,}00028152755 / 0{,}10339285)^2} =$$

$$= 0{,}00001204675 \approx 0{,}000010.$$

Результат сумісного вимірювання, якщо $P=0{,}95$:

$$R_0 = (23{,}990 \pm 0{,}015)\ \text{Ом};$$

$$\alpha = (0{,}004310 \pm 0{,}000010)\ \text{К}^{-1}.$$

Можна зробити висновок, що котушку намотано мідним дротом (таблиця 3.5).

Таблиця 3.5 – Значення α для деяких матеріалів

Матеріал	α, К^{-1}
Алюміній	0,0038
Залізо	0,0065
Мідь	0,0043
Вольфрам	0,0048
Константан	0,0002
Ніхром	0,0001

Практичне заняття №4
ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ СУКУПНОГО ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

Визначаючи електричний опір заземлення, попарно вимірюють опори трьох заземлень (рис. 4.1, а): одного основного R_1 (робочого) і двох допоміжних R_2 та R_3:

$$R' = R_1 + R_2;$$
$$R'' = R_1 + R_3;$$
$$R''' = R_2 + R_3.$$

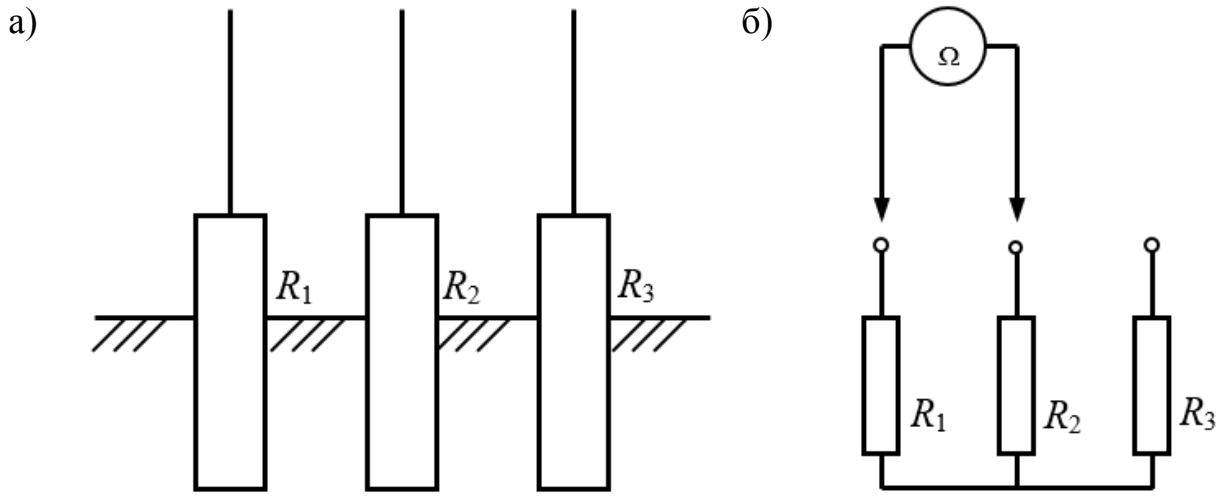


Рисунок 4.1 – Схеми вимірювання опорів трьох заземлень

Виконуючи розрахунки, слід здійснити шість вимірювань (рис. 4.1, б): двічі виміряти R_1+R_2, двічі R_1+R_3 та двічі R_2+R_3. Оскільки під час кожного вимірювання ймовірні похибки, розв'язання цієї системи можливе лише за правилами обробки результатів сукупних вимірювань.

Складаємо систему умовних рівнянь (4.1):

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 - y_1 &= 0;\\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 - y_2 &= 0;\\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 - y_3 &= 0;\\
a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 - y_4 &= 0;\\
a_{51}x_1 + a_{52}x_2 + a_{53}x_3 - y_5 &= 0;\\
a_{61}x_1 + a_{62}x_2 + a_{63}x_3 - y_6 &= 0;
\end{aligned} \qquad (4.1)$$

де x_1, x_2 і x_3 – опори відповідно R_1, R_2 та R_3;

y_i – результати вимірювань;

$a_{13} = a_{23} = a_{32} = a_{42} = a_{51} = a_{61} = 0$ – коефіцієнти.

Тоді система умовних рівнянь спрощується до (4.2):

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 - y_1 = 0;\\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 - y_2 = 0;\\
&a_{31}x_1 + a_{33}x_3 - y_3 = 0;\\
&a_{41}x_1 + a_{43}x_3 - y_4 = 0;\\
&a_{52}x_2 + a_{53}x_3 - y_5 = 0;\\
&a_{62}x_2 + a_{63}x_3 - y_6 = 0.
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

У цій системі всі a_{ij}=1.
Система нормальних рівнянь має вигляд (4.3):

$$
\begin{cases}
b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 = c_1;\\
b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + b_{23}x_3 = c_2;\\
b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + b_{33}x_3 = c_3.
\end{cases}
\tag{4.3}
$$

Коефіцієнти цієї системи обчислюються за формулами (4.4-4.11):

$$b_{11} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}^2 = 4; \tag{4.4}$$

$$b_{22} = \sum_{j=1}^{m} a_{j2}^2 = 4; \tag{4.5}$$

$$b_{33} = \sum_{j=1}^{m} a_{j3}^2 = 4; \tag{4.6}$$

$$b_{12} = b_{21} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}a_{j2} = 2; \tag{4.7}$$

$$b_{13} = b_{23} = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}a_{j3} = 2; \tag{4.8}$$

$$c_1 = \sum_{j=1}^{m} a_{j1}y_j = y_1 + y_2 + y_3 + y_4; \tag{4.9}$$

$$c_2 = \sum_{j=1}^{m} a_{j2}y_j = y_1 + y_2 + y_5 + y_6; \tag{4.10}$$

$$c_3 = \sum_{j=1}^{m} a_{j3}y_j = y_3 + y_4 + y_5 + y_6. \tag{4.11}$$

Розв’язати систему нормальних рівнянь можна за допомогою визначників. Головний визначник системи має вигляд (4.12):

$$D = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}. \tag{4.12}$$

Частинні визначники системи мають вигляд (4.13-4.15):

$$D_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_{12} & b_{13} \\ c_2 & b_{22} & b_{23} \\ c_3 & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}; \quad (4.13)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & c_1 & b_{13} \\ b_{21} & c_2 & b_{23} \\ b_{31} & c_3 & b_{33} \end{vmatrix}; \quad (4.14)$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & c_1 \\ b_{21} & b_{22} & c_2 \\ b_{31} & b_{32} & c_3 \end{vmatrix}. \quad (4.15)$$

Звідси найвірогідніші значення результатів вимірювання матимуть вигляд (4.16-4.18):

$$\bar{x}_1 = D_1 / D; \quad (4.16)$$

$$\bar{x}_2 = D_2 / D; \quad (4.17)$$

$$\bar{x}_3 = D_3 / D. \quad (4.18)$$

Для оцінки точності результатів сукупного вимірювання слід обчислити їх середньоквадратичне відхилення; спочатку потрібно підставити добуті значення $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ та $\bar{x}_3$ в умовні рівняння й знайти кінцеві похибки v_j кожного з рівнянь (4.19-4.24):

$$v_1 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - y_1; \quad (4.19)$$

$$v_2 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - y_2; \quad (4.20)$$

$$v_3 = \bar{x}_1 + \bar{x}_3 - y_3; \quad (4.21)$$

$$v_4 = \bar{x}_1 + \bar{x}_3 - y_4; \quad (4.22)$$

$$v_5 = \bar{x}_2 + \bar{x}_3 - y_5; \quad (4.23)$$

$$v_6 = \bar{x}_2 + \bar{x}_3 - y_6. \quad (4.24)$$

Для даної системи нормальних рівнянь середньоквадратичне відхилення результатів вимірювання має вигляд (4.25):

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{j=1}^{m} v_j^2}. \quad (4.25)$$

Надійні межі випадкових похибок матимуть вигляд (4.26):

$$\varepsilon = t_\gamma S_{\bar{x}}. \qquad (4.26)$$

Для цієї системи $(m-n+1=6-3+1=4)$ коефіцієнт надійності $t_\gamma = 3{,}182$, (таблиця 3.3). Результати сукупного вимірювання: при P=0,95

$$R_1 = \bar{x}_1 \pm \varepsilon; \quad R_2 = \bar{x}_2 \pm \varepsilon; \quad R_3 = \bar{x}_3 \pm \varepsilon.$$

Задача

Визначаючи електричний опір заземлення, попарно вимірюють опори трьох заземлень (рис. 4.1, а): одного основного R_1 (робочого) і двох допоміжних R_2 та R_3.

Виконуючи розрахунки, слід здійснити шість вимірювань (рис. 4.1, б): двічі виміряти R_1+R_2, двічі R_1+R_3 та двічі R_2+R_3. Оскільки під час кожного вимірювання ймовірні похибки, розв'язання цієї системи можливе лише за правилами обробки результатів сукупних вимірювань. Розрахункові параметри вказані у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Варіанти результатів вимірювання опорів, Ом

Номер варіанта	R_1+R_2	R_1+R_3	R_2+R_3	Номер варіанта	R_1+R_2	R_1+R_3	R_2+R_3
1	11,15 11,06	9,07 9,10	10,10 10,05	13	9,07 8,91	10,11 10,10	11,03 10,94
2	10,95 11,06	13,10 12,98	12,06 12,10	14	12,06 12,07	10,10 9,90	12,01 12,07
3	9,12 9,07	11,08 10,96	10,10 10,06	15	11,05 10,92	12,07 11,97	13,04 12,95
4	13,10 13,05	12,06 12,09	11,03 11,10	16	9,10 9,08	9,07 8,93	10,11 10,09
5	11,06 11,09	10,10 10,08	9,00 8,95	17	11,09 10,92	13,09 12,96	12,07 12,05
6	12,08 12,02	11,05 10,97	13,05 13,01	18	9,03 9,06	11,02 10,91	10,09 10,07
7	10,10 10,07	11,03 11,04	9,07 9,10	19	9,02 8,92	11,03 10,91	12,11 12,08
8	13,02 13,08	12,01 11,96	11,07 11,04	20	12,03 12,10	11,08 11,07	11,03 10,90
9	10,07 10,10	11,02 11,04	11,03 10,97	21	10,02 10,05	11,07 11,08	11,06 11,09
10	11,05 11,06	9,07 9,10	10,10 9,92	22	9,01 8,91	11,05 11,03	10,07 10,05
11	11,10 11,04	9,03 8,97	10,06 10,05	23	12,08 12,07	10,03 9,92	12,06 12,01
12	11,07 10,91	9,04 9,10	12,06 11,94	24	8,01 7,93	9,02 9,03	9,05 8,93

Приклад розв'язання задачі

Визначаючи електричний опір заземлення, попарно вимірюють опори трьох заземлень (рис. 4.1, а): одного основного R_1 (робочого) і двох допоміжних R_2 та R_3:

$$R_1 + R_2 = 9{,}1;$$
$$R_1 + R_2 = 9{,}0;$$
$$R_1 + R_3 = 10{,}2;$$
$$R_1 + R_3 = 10{,}1;$$
$$R_2 + R_3 = 11{,}3;$$
$$R_2 + R_3 = 11{,}1.$$

Добуті такі результати вимірювань:

$$x_1 + x_2 = 9{,}1;$$
$$x_1 + x_2 = 9{,}0;$$
$$x_1 + x_3 = 10{,}2;$$
$$x_1 + x_3 = 10{,}1;$$
$$x_2 + x_3 = 11{,}3;$$
$$x_2 + x_3 = 11{,}1.$$

Система умовних рівнянь:

$$x_1 + x_2 - 9{,}1 = 0;$$
$$x_1 + x_2 - 9{,}0 = 0;$$
$$x_1 + x_3 - 10{,}2 = 0;$$
$$x_1 + x_3 - 10{,}1 = 0;$$
$$x_2 + x_3 - 11{,}3 = 0;$$
$$x_2 + x_3 - 11{,}1 = 0.$$

Система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 38{,}4; \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 40{,}5; \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 42{,}7. \end{cases}$$

Головний визначник:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 32.$$

Частинні визначники:

$$D_1 = \begin{vmatrix} 38,4 & 2 & 2 \\ 40,5 & 4 & 2 \\ 42,7 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 128;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 4 & 38,4 & 2 \\ 2 & 40,5 & 2 \\ 2 & 42,7 & 4 \end{vmatrix} = 161,6;$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 38,4 \\ 2 & 4 & 40,5 \\ 2 & 2 & 42,7 \end{vmatrix} = 196,8.$$

Звідси:

$$\bar{x}_1 = D_1 / D = 128/32 = 4,00;$$

$$\bar{x}_2 = D_2 / D = 161,6/32 = 5,05;$$

$$\bar{x}_3 = D_3 / D = 196,8/32 = 6,15.$$

Обчислюємо кінцеві похибки:

$$v_1 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - y_1 = 4,00 + 5,05 - 9,1 = -0,05;$$

$$v_2 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - y_2 = 4,00 + 5,05 - 9,0 = +0,05;$$

$$v_3 = \bar{x}_1 + \bar{x}_3 - y_3 = 4,00 + 6,15 - 10,2 = -0,05;$$

$$v_4 = \bar{x}_1 + \bar{x}_3 - y_4 = 4,00 + 6,15 - 10,1 = +0,05;$$

$$v_5 = \bar{x}_2 + \bar{x}_3 - y_5 = 5,05 + 6,15 - 11,3 = -0,1;$$

$$v_6 = \bar{x}_2 + \bar{x}_3 - y_6 = 5,05 + 6,15 - 11,1 = +0,1.$$

Обчислюємо:

$$\sum_{j=1}^{6} v_j^2 = (-0,05)^2 + 0,05^2 + (-0,05)^2 + 0,05^2 + (-0,1)^2 + 0,1^2 = 0,03.$$

Тоді:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{8} \sum_{j=1}^{m} v_j^2} = \sqrt{0,03/8} = 0,061237243.$$

Для цієї системи $(m - n + 1 = 6 - 3 + 1 = 4)$ коефіцієнт надійності $t_\gamma = 3,182$, (таблиця 3.3).

$$\varepsilon = t_\gamma S_{\bar{x}} = 3,182 \cdot 0,061237243 = 0,19485691 \approx 0,20.$$

Результати вимірювання опорів: при P=0,95

$$R_1 = (4{,}00 \pm 0{,}20)\ Ом;$$

$$R_2 = (5{,}05 \pm 0{,}20)\ Ом;$$

$$R_3 = (6{,}15 \pm 0{,}20)\ Ом.$$

Практичне заняття №5
ХАРАКТЕРИСТИКА ТА ПАРАМЕТРИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

Розрізняють такі види засобів вимірювань: міри, вимірювальні пристрої, вимірювальні установки та вимірювальні системи. Вимірювальні пристрої поділяють на вимірювальні прилади та вимірювальні перетворювачі.

Міра – засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру.

Вимірювальний прилад – засіб вимірювання, призначений для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Вимірювальний перетворювач – засіб вимірювання, призначений для вироблення сигналу вимірювальної інформації у вигляді, зручному для передачі, подальшого перетворення, обробки та зберігання, але не призначений для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Вимірювальна установка – сукупність функціонально об’єднаних засобів вимірювання та допоміжних пристроїв, яка призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у вигляді зручному для безпосереднього сприйняття спостерігачем та розташована в одному місці.

Вимірювальна система – сукупність засобів вимірювання, з’єднаних між собою каналами зв’язку, призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у вигляді зручному для автоматичної обробки, передачі та використання в автоматичних системах керування.

Будь-який вимірювальний пристрій можна розглядати як деякий перетворювач, призначений для перетворення вхідного сигналу X у вихідний Y. Структурна схема вимірювальних пристроїв однозначно визначається методом перетворення сигналу.

Основні частини вимірювальних пристроїв.

Перетворюючий пристрій – елемент засобу вимірювання, в якому відбувається одне з ряду послідовних перетворень величини.

Вимірювальний ланцюг – сукупність перетворюючих елементів засобу вимірювання, що забезпечує здійснення всіх перетворень сигналу вимірювальної інформації.

Чутливий елемент – перший у вимірювальному ланцюгу перетворюючий елемент, який знаходиться під безпосереднім впливом вимірюваної величини.

Вимірювальний механізм – частина конструкції засобу вимірювання, що складається з елементів, взаємодія яких викликає їх взаємне переміщення.

Відліковий пристрій – частина конструкції засобу вимірювання, призначена для відліку значень вимірюваної величини.

Реєструючий пристрій – частина конструкції засобу вимірювання, призначена для реєстрації показів.

Залежно від призначення й типу вимірювального пристрою деякі зі вказаних елементів можуть бути відсутніми або їх може бути декілька.

Структурна схема вимірювального пристрою, заснованого на методі

прямого перетворення, наведена на рисунку 5.1, складається з чотирьох елементів, на перший з яких надходить сигнал X вимірюваної величини, а вихідний сигнал Y з елемента 4 у вигляді, зручному для сприйняття або подальшої передачі.

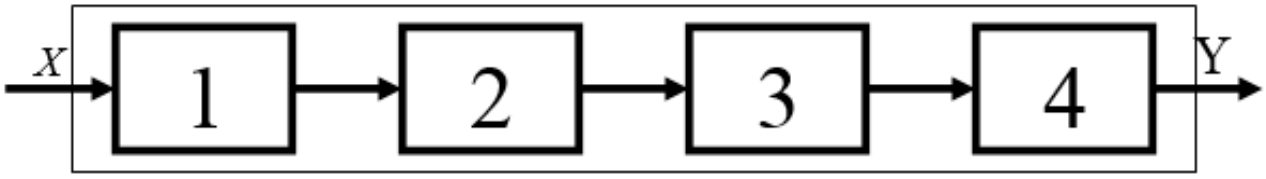


Рисунок 5.1 – Структурна схема засобу вимірювання

Тому елементи 2 та 3 можуть бути перетворювачем і вимірювальним механізмом або двома перетворювачами.

Статичною характеристикою вимірювального пристрою називають функціональну залежність вихідного сигналу від вхідного в статичному режимі роботи:

$$Y = f(x). \tag{5.1}$$

Для вимірювальних перетворювачів статична характеристика, як правило, є лінійною:

$$Y = KX\ , \tag{5.2}$$

де K – коефіцієнт перетворення.

Для вимірювальних приладів іноді статичну характеристику називають характеристикою шкали, де відмічають діапазон показів та діапазон вимірювань нижньої $X_н$, $Y_н$ та верхньої $X_в$, $Y_в$ меж вимірювань.

Діапазон вимірювань визначається різницею верхньої та нижньої меж вимірювань ($X_в – X_н$; $Y_в – Y_н$).

За характером прояву прийнято розрізняти систематичну та випадкову похибки вимірювальних пристроїв. При виготовленні засобів вимірювання випадкову похибку намагаються зробити незначною. Якщо ця умова виконується, то можна шляхом градуювання забезпечити достатньо малі систематичні похибки засобу вимірювання, які можна оцінити як абсолютну, відносну та приведену похибки.

Абсолютною похибкою вимірювального приладу називають різницю показів приладу $X_п$ та дійсного $X_д$ значення вимірювальної величини:

$$\Delta = X_п - X_д\ . \tag{5.3}$$

Відносною похибкою вимірювального приладу називають відношення абсолютної похибки приладу до дійсного значення, подане у відсотках:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_д} 100\%. \qquad (5.4)$$

Приведеною похибкою вимірювального приладу називають відношення абсолютної похибки приладу до нормуючого значення, подане у відсотках:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} 100\%. \qquad (5.5)$$

У якості нормуючого значення використовується, як правило, діапазон вимірювання, тобто $X_N = X_B - X_H$.

Важливими для застосування вимірювальних пристроїв та правильної оцінки похибки вимірювання є відомості про залежність вимірюваної величини в межах діапазону вимірювань та про зміну цієї похибки під дією величин, які впливають на результат. Для розгляду залежності похибки вимірювальних пристроїв від значення вимірюваної величини використовують поняття номінальної та реальної функцій перетворення вимірювального пристрою.

Номінальною функцією перетворення називають функцію перетворення, яка характерна вимірювальному пристрою даного типу, вказана в його паспорті та використовується при виконанні за його допомогою вимірювань.

Реальною функцією перетворення називають ту функцію перетворення, якою володіє конкретний екземпляр вимірювального пристрою даного типу.

Через недосконаліть конструкції та технології виготовлення реальна функція перетворення вимірювального пристрою відрізняється від номінальної. Ця відмінність і визначає похибку даного вимірювального пристрою.

Задача

Визначити похибку засобу вимірювання технологічного параметра комбінованим вимірювальним пристроєм, який складається з n послідовно з'єднаних елементів і вказати дійсні значення вихідного параметра.

На вхід засобу вимірювання подається сигнал X. Прилад показує на виході значення технологічного параметра Y. Статична характеристика каналу вимірювання $Y = KX$. Відносна похибка сигналу на вході каналу вимірювання δ_x. Відносна похибка елементів $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = ... = \delta_n = \delta$.

Розрахункові параметри вказані в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	Y, ^0C	X, *мА*	δ_x, %	δ, %	Кількість елементів, n
1	400	2	0,5	1	3
2	600	3	0,5	1,1	3
3	400	4	0,5	1,2	3
4	300	3	1	1,1	3
5	600	5	1	1,4	2
6	500	2	1	1,2	2
7	500	3	1	1,5	2

Продовження таблиці 5.1

Варіант	Y, ^0C	X, *мА*	δ_x, %	δ, %	Кількість елементів, n
8	400	5	1,2	1,3	4
9	500	4	1,2	1,5	4
10	300	6	1,2	1,6	4
11	600	4	0,5	1	3
12	400	2	0,5	1,1	3
13	300	4	0,5	1,2	3
14	600	4	1	1,1	3
15	500	4	1	1,4	2
16	500	5	1	1,2	2
17	400	4	1	1,5	2
18	500	5	1,2	1,3	4
19	300	3	1,2	1,5	4
20	400	4	1,2	1,6	4
21	300	2	0,5	1	3
22	600	5	0,5	1,1	3
23	500	5	0,5	1,2	3
24	500	2	1	1,1	3
25	400	4	1	1,4	2

Приклад розв'язання задачі

Визначити похибку засобу вимірювання технологічного параметра комбінованим вимірювальним пристроєм, який складається з трьох послідовно з'єднаних елементів, і вказати дійсні значення вихідного параметра.

На вхід засобу вимірювання подається сигнал $X = 3мА$. Прилад показує на виході значення технологічного параметра $Y = 600^0 C$. Статична характеристика каналу вимірювання $Y = KX$. Відносна похибка сигналу на вході каналу вимірювання $\delta_x = \pm 1\%$. Відносна похибка елементів $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta = \pm 1\%$.

Розв'язання

1. Розрахункова схема каналу вимірювання представлена на рисунку 5.2.

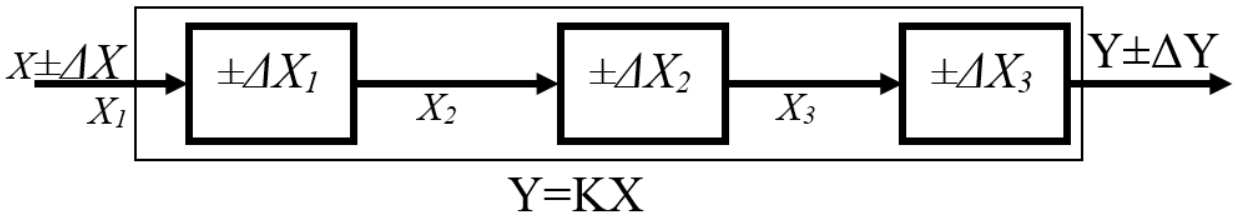


Рисунок 5.2 – Схема вимірювального пристрою

2. Коефіцієнт перетворення:

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{600}{3} = 200 \frac{^0C}{мА}.$$

3. Абсолютна похибка на вході перетворювача:

$$\Delta X = \frac{\delta_x X}{100} = \frac{1 \cdot 3}{100} = 0,03 мА .$$

4. Величина сигналу на вході:

$$X_1 = X \pm \Delta X = (3 \pm 0,03) мА .$$

5. Розрахунок проводимо за максимальними значеннями:

$$X_1 = X + \Delta X = 3 + 0,03 = 3,03 мА .$$

6. Абсолютна похибка 1-го елемента:

$$\Delta X_1 = \frac{\delta_1 X_1}{100} = \frac{1 \cdot 3,03}{100} = 0,0303 мА .$$

7. Величина сигналу на вході 2-го елемента:

$$X_2 = X_1 + \Delta X_1 = 3,03 + 0,0303 = 3,0603 мА .$$

8. Абсолютна похибка 2-го елемента:

$$\Delta X_2 = \frac{\delta_2 X_2}{100} = \frac{1 \cdot 3,0603}{100} = 0,030603 мА .$$

9. Величина сигналу на вході 3-го елемента:

$$X_3 = X_2 + \Delta X_2 = 3,0603 + 0,030603 = 3,090903 \ мА .$$

10. Абсолютна похибка 3-го елемента:

$$\Delta X_3 = \frac{\delta_3 X_3}{100} = \frac{1 \cdot 3,090903}{100} = 0,03090903 \ мА .$$

11. Величина показу на виході перетворювача:

$$Y_n = K(X_3 + \Delta X_3) = 200(3,090903 + 0,03090903) = 624,36 \ ^0C .$$

12. Абсолютна похибка каналу вимірювання:

$$\Delta Y = Y_n - Y = 624,36 - 600 = 24,36^0 C .$$

13. Дійсне значення технологічного параметра міститься в межах:

$$Y_д = Y \pm \Delta Y = 600 \pm 24,36^0 C ,$$

$$Y_{д\max} = 600 + 24,36 = 624,36^0 C ,$$

$$Y_{д\min} = 600 - 24,36 = 575,64^0 C .$$

Практичне заняття №6
НОРМУВАННЯ МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

Теоретичні відомості

Характеристики засобів вимірювання прийнято називати метрологічними, оскільки вони впливають на точність вимірювань, які здійснюють за їх допомогою. Засоби вимірювання допускаються до використання лише в тому випадку, якщо встановлені норми – нормовані їх метрологічні характеристики. Відомості про ці характеристики вказують у технічній документації на засоби вимірювань.

Метрологічні характеристики поділяються на групи:

1. Характеристики, призначені для визначення результату (функція перетворення, коефіцієнт перетворення, ціна поділки, чутливість, діапазон вимірювання, межі вимірювань, діапазон показів, кінцеве та початкове значення шкали).

2. Характеристики похибок (систематична, випадкова, основна та додаткова похибки, поріг чутливості, абсолютна, відносна та приведена похибки, варіація).

3. Характеристики чутливості до величин, які впливають на засіб вимірювання (функція впливу, додаткова похибка, зміна коефіцієнта перетворення, та ін.).

4. Динамічні характеристики (диференційне рівняння, передаточна функція, амплітудно-частотна характеристика та ін.).

5. Характеристики взаємодії з іншими засобами вимірювання (вхідний та вихідний сигнали, вхідний та вихідний імпеданс).

Вибір нормованих метрологічних характеристик залежить від виду засобу вимірювання та здійснюється в процесі розробки, освоєння виробництва та атестації засобу вимірювання даного типу.

Загальний підхід при нормуванні метрологічних характеристик полягає в тому, що для всіх нормованих функцій та значень встановлюють номінальні функції, номінальні значення та допустимі відхилення від них.

При нормуванні характеристик похибок встановлюють границі допустимих значень (наприклад, границі допустимої основної похибки, границі допустимої варіації та ін.). При цьому під основною похибкою розуміють похибку, яка залежить від властивостей та стану вимірювального пристрою при нормальних умовах його роботи, а всі інші похибки називають додатковими. Останні виникають через неправильне встановлення приладу, вплив несприятливих (ненормальних) умов експлуатації та застосування недосконалих методів вимірювання.

Варіацією показів вимірювального пристрою називають середню різницю між значеннями результатів вимірювання, які відповідають одному й тому ж значенню вимірюваної величини, одержаними при багатократному та двосторонньому підході до цього значення, тобто при поступовому збільшенні та наступному зменшенні вимірюваної величини.

Основна похибка засобу для технологічних вимірювань нормується шляхом

встановлення границі допустимої абсолютної (6.1), відносної (6.2) або приведеної (6.3) похибок:

$$\Delta = \pm\left|X - X_{д}\right| = \pm a, \tag{6.1}$$

$$\delta = \pm\frac{100\Delta}{X_{д}} = \pm b, \tag{6.2}$$

$$\gamma = \pm\frac{100\Delta}{X_{N}} = \pm c. \tag{6.3}$$

Значення границі основної похибки (відносної або приведеної) визначається з ряду (6.4):

$$[0{,}06;\ 0{,}1;\ 0{,}15;\ 0{,}2;\ 0{,}25;\ 0{,}4;\ 0{,}6;\ 1;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}5;\ 4;\ 6]. \tag{6.4}$$

Залежно від способів задання границь основної похибки встановлюється клас точності засобу вимірювання.

Клас точності Λ трактується як узагальнена характеристика засобів вимірювання, яка визначається границями допустимої та додаткової похибок, а також іншими властивостями, що впливають на точність здійснюваних за їх допомогою вимірювань. Зв'язок між вказаними границями та властивостями регламентується відповідними стандартами на окремі види засобів вимірювань.

Як правило, нормування здійснюють за основною похибкою. Додаткова похибка нормується в тих випадках, коли при вимірюванні величин впливу в робочому діапазоні основна похибка перевищує встановлену для неї границю.

Позначення класів точності здійснюється таким чином. Якщо основна похибка виражається приведеною (6.3), або відносною (6.2) похибками, застосовуються відповідно такі позначення:

$$\Lambda = 1{,}5, \text{ або } \quad \Lambda = \textcircled{1{,}5}, \tag{6.5}$$

(позначення подані для класу точності 1,5).

Для вимірювальних пристроїв, що застосовуються для технологічних вимірювань, як правило, нормальні умови експлуатації вибирають такими, що в більшості випадків виключають необхідність нормування додаткової похибки. Тому клас точності однозначно визначає точність цих засобів вимірювань.

Часто для визначення дійсного значення до показів приладу вводиться поправка *d*, яка чисельно дорівнює абсолютній похибці *a* (6.1), взятій із протилежним знаком (6.6):

$$\pm a = m d. \tag{6.6}$$

Поправку вводять за результатами кількох вимірювань. Тоді результат – із врахуванням поправки матиме вигляд (6.7):

$$X' = X + (\pm d). \qquad (6.7)$$

Іноді для одержання точнішого результату покази приладу множать на поправочний коефіцієнт K':

$$X' = K' X, \qquad (6.8)$$

де $K' = \dfrac{X + (\pm d)}{X\partial}$.

Для знаходження основної похибки в різних точках шкали засобу вимірювання він через певні терміни підлягає повірці, тобто порівнянню його показів з показами точнішого приладу, який має в декілька разів меншу похибку.

Повірка засобів вимірювання здійснюється як на спеціальних лабораторних стендах, так і на робочому місці. Порядок проведення повірки різних засобів встановлюється відповідними державними стандартами (інструкціями). При повірці технічних засобів кількість точок шкали складає 3...5, а для контрольних та зразкових засобів – не менше 10.

Повірку здійснюють, як правило, спочатку при зростаючому значенні вимірюваного параметра, а потім при спадаючому. За даними повірки часто будують поправочний графік до показів приладу (рис. 6.1), на якому по осі абсцис відкладають значення параметра, а по осі ординат – значення поправок у кожній із точок шкали, прийнятих для повірки, при зростаючому та спадаючому визначенні параметра.

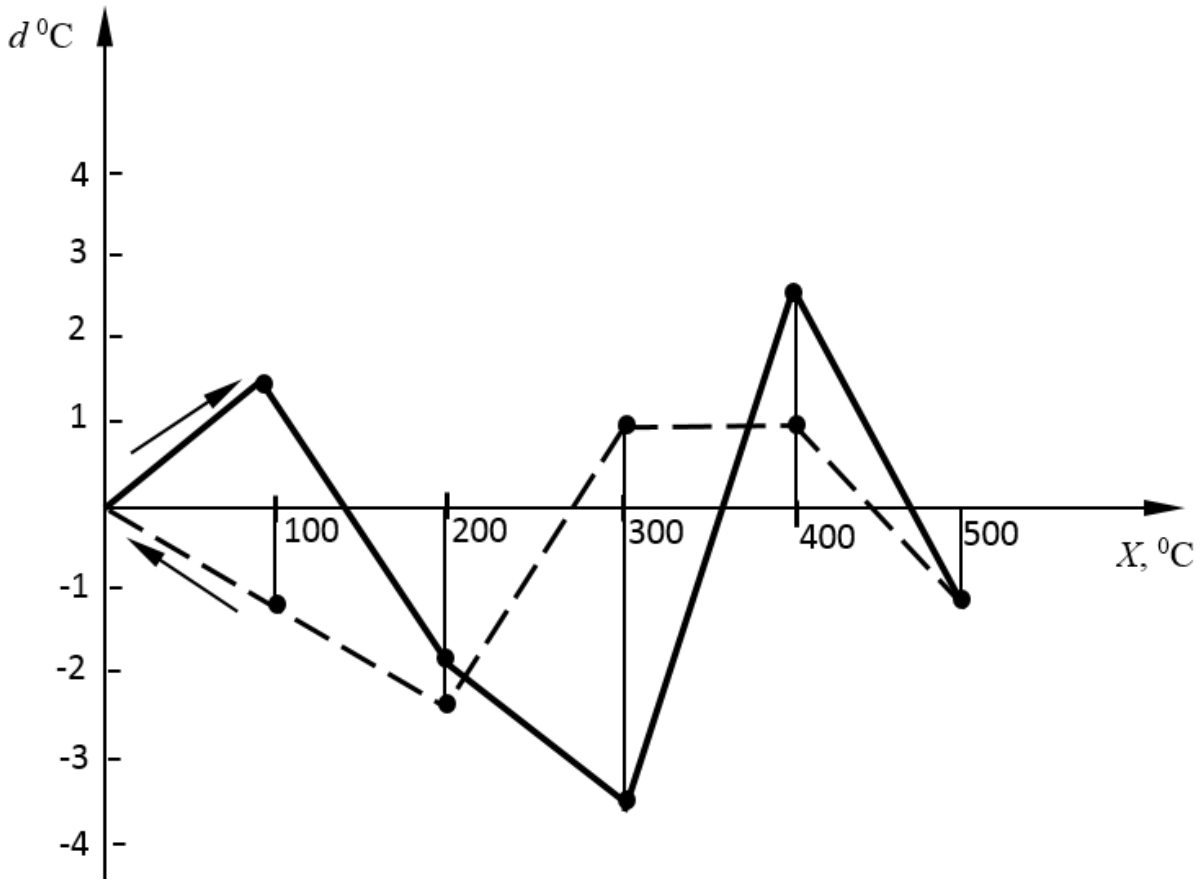


Рисунок 6.1 – Поправочний графік повірки приладу

При повірці визначають також варіацію показів шкали, яка представляє собою найбільшу різницю показів, одержаних в обох випадках вимірювання при одному й тому ж дійсному значенні вимірюваної величини та незмінних зовнішніх умовах.

Варіація показів при повірці (6.9) частіше всього подається у відсотках:

$$\nu = \frac{\Delta X_{\max}}{X_в - X_н} 100\%, \qquad (6.9)$$

де $\Delta X_{\max}$ – найбільша різниця показів приладу при зростаючому та спадаючому значеннях вимірюваного параметра;

$X_в$ та $X_н$ – верхня та нижня границі шкали приладу.

Поява варіації обумовлена пружною або термічною післядією чутливого елемента, тертям рухомих частин приладу, наявністю зазорів у з'єднаннях вимірювального механізму тощо.

Задача 1

Визначити абсолютну, відносну та приведену похибки вимірювання температури технологічного середовища за допомогою термометра з діапазоном T (0 – T), якщо дійсне значення температури $t_д$, а також поправку до показів приладу та подати кінцевий результат за показами n вимірювань. Вказати, якому класу точності повинен відповідати термометр для нормування його характеристик за приведеною та відносною похибками.

Вихідні дані для розрахунку вказані в таблиці 6.1, а результати n вимірювань прийняти самостійно навколо дійсного значення температури $t_д$.

Таблиця 6.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	T, ^{0}C	$t_д$, ^{0}C	Кількість вимірювань, n
1	250	200	5
2	350	300	5
3	500	400	5
4	450	400	6
5	500	450	6
6	300	200	6
7	550	500	7
8	600	500	7
9	700	600	7
10	750	550	7
11	800	700	5
12	850	650	5
13	900	800	5
14	950	750	6
15	1000	900	6

Продовження таблиці 6.1

Варіант	T, ^{0}C	$t_д$, ^{0}C	Кількість вимірювань, n
16	1050	850	6
17	1100	1000	7
18	1150	950	7
19	1200	1000	7
20	1250	1000	7
21	1300	1100	5
22	1350	1100	5
23	1400	1200	5
24	1450	1200	6
25	1500	1300	6

Приклад розв'язання задачі

Визначити абсолютну, відносну та приведену похибки вимірювання температури технологічного середовища за допомогою термометра з діапазоном T = 250 ^{0}C (0 – 250), якщо дійсне значення температури $t_д$=150 ^{0}C, а результати 5-ти вимірювань: t_1=145 ^{0}C, t_2=152 ^{0}C, t_3=153 ^{0}C, t_4=149 ^{0}C, t_5=146 ^{0}C, а також поправку до показів приладу та подати кінцевий результат за показами 5-ти вимірювань. Вказати, якому класу точності повинен відповідати термометр для нормування його характеристик за приведеною та відносною похибками.

Розв'язання

1. Абсолютні похибки вимірювань:

$$\Delta t_1 = t_1 - t_д = 145 - 150 = -5°C,$$
$$\Delta t_2 = t_2 - t_д = 152 - 150 = 2°C,$$
$$\Delta t_3 = t_3 - t_д = 153 - 150 = 3°C,$$
$$\Delta t_4 = t_4 - t_д = 149 - 150 = -1°C,$$
$$\Delta t_5 = t_5 - t_д = 146 - 150 = -4°C.$$

2. Середня абсолютна похибка:

$$\Delta t_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta t_i}{n} = \frac{-5 + 2 + 3 - 1 - 4}{5} = -1°C.$$

3. Середня поправка (6.6):

$$d = -\Delta t_{ср} = 1°C.$$

4. Результат вимірювання:

$$t = t_{ср} + d = 149 + 1 = 150°C,$$

де $t_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{5} t_i}{n} = \frac{145 + 152 + 153 + 149 + 146}{5} = 149°C.$

5. Відносна похибка:

$$\delta = \frac{\Delta t_{cp}}{t_\partial} 100\% = \frac{-1}{150} 100\% = -0,66\% .$$

6. Приведена похибка:

$$\gamma = \frac{\Delta t_{cp}}{T} 100\% = \frac{-1}{250} 100\% = -0,4\% .$$

7. Згідно нормованого ряду (6.4) вибираємо клас точності приладу:

$$\Lambda = 0,4 , \text{ або } \Lambda = \textcircled{1} .$$

Задача 2

При повірці ротаційного газового витратоміра з границями шкали від 0 до Q м^3/год фіксували витрати для n дійсних значень ($Q_1 < Q_2 < \ldots < Q_n = Q$) при їх зростанні та спаданні. Значення витрат, зафіксовані при зростанні Q'_i та при спаданні Q''_i прийняти в межах $\pm\Delta Q$ від дійсних значень Q_i.

Привести графік повірки приладу (залежність поправки від витрат) і визначити варіацію показів. Зробити висновок про відповідність класу точності витратоміра Λ за приведеною похибкою.

Вихідні дані для розрахунку вказані в таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 – Варіанти вихідних даних

Варіант	Q, м^3/год	ΔQ, м^3/год	Клас точності витратоміра, Λ	Кількість вимірювань, n
1	400	10,0	2	5
2	400	8,0	2	6
3	500	14,0	2	5
4	500	5,0	2,5	6
5	500	6,0	2,5	8
6	600	6,0	2,5	5
7	600	8,0	4	6
8	600	10,0	4	8
9	800	12,0	4	5
10	800	15,0	4	6
11	800	16,0	2	5
12	900	18,0	2	6
13	900	20,0	2	5
14	900	21,0	2,5	6
15	1000	23,0	2,5	8
16	1000	25,0	2,5	5
17	1000	27,0	4	6
18	1100	28,0	4	8
19	1100	30,0	4	5
20	1100	32,0	4	6
21	1200	33,0	2	5
22	1200	34,0	2	6
23	1200	36,0	2	5
24	1300	38,0	2,5	6
25	1300	40,0	2,5	8

Приклад розв'язання задачі

При повірці ротаційного газового витратоміра з границями шкали від 0 до Q=500 м^3/год фіксували витрати для n=5 дійсних значень (Q_1=100 м^3/год; Q_2=200 м^3/год; Q_3=300 м^3/год; Q_4=400 м^3/год; Q_5=500 м^3/год) при їх зростанні та спаданні. Значення витрат зафіксовані при зростанні: Q_1'=105 м^3/год; Q_2'=190 м^3/год; Q_3'=292 м^3/год; Q_4'=408 м^3/год; Q_5'=505 м^3/год; та при спаданні: Q_1''=98 м^3/год; Q_2''=195 м^3/год; Q_3''=290 м^3/год; Q_4''=410 м^3/год; Q_5''=505 м^3/год.

Навести графік повірки приладу (залежність поправки від витрат) та визначити варіацію показів. Зробити висновок про відповідність класу точності витратоміра Λ=4 за приведеною похибкою.

Розв'язання

1. Визначаємо абсолютні похибки фіксованих значень повірки:

– при зростанні показів:

$$\Delta Q_1' = Q_1' - Q_1 = 105 - 100 = 5 м^3/год,$$
$$\Delta Q_2' = Q_2' - Q_2 = 190 - 200 = -10 м^3/год,$$
$$\Delta Q_3' = Q_3' - Q_3 = 292 - 300 = -8 м^3/год,$$
$$\Delta Q_4' = Q_4' - Q_4 = 408 - 400 = 8 м^3/год,$$
$$\Delta Q_5' = Q_5' - Q_5 = 505 - 500 = 5 м^3/год,$$

– при спаданні показів:

$$\Delta Q_1'' = Q_1'' - Q_1 = 98 - 100 = -2 м^3/год,$$
$$\Delta Q_2'' = Q_2'' - Q_2 = 195 - 200 = -5 м^3/год,$$
$$\Delta Q_3'' = Q_3'' - Q_3 = 290 - 300 = -10 м^3/год,$$
$$\Delta Q_4'' = Q_4'' - Q_4 = 410 - 400 = 10 м^3/год,$$
$$\Delta Q_5'' = Q_5'' - Q_5 = 505 - 500 = 5 м^3/год.$$

2. Поправки до фіксованих значень показів будуть такими:

$$d_1' = -5 м^3/год; \qquad d_1'' = 2 м^3/год;$$
$$d_2' = 10 м^3/год; \qquad d_2'' = 5 м^3/год;$$
$$d_3' = 8 м^3/год; \qquad d_3'' = 10 м^3/год;$$
$$d_4' = -8 м^3/год; \qquad d_4'' = -10 м^3/год;$$
$$d_5' = -5 м^3/год; \qquad d_5'' = -5 м^3/год;$$

3. За одержаними значеннями поправок у відповідності до Q_i будуємо графік повірки (рис. 6.2).

4. З графіка видно, що найбільша різниця показів, одержаних в обох випадках, буде при Q_1=100 м^3/год і дорівнює $\Delta Q_{max} = 7$ м^3/год (відрізок 1'1").

5. Варіація показів витратоміра згідно (6.9):

$$\nu = \frac{\Delta Q_{max}}{Q_в - Q_н} 100\% = \frac{7}{500 - 0} 100\% = 1,4\%.$$

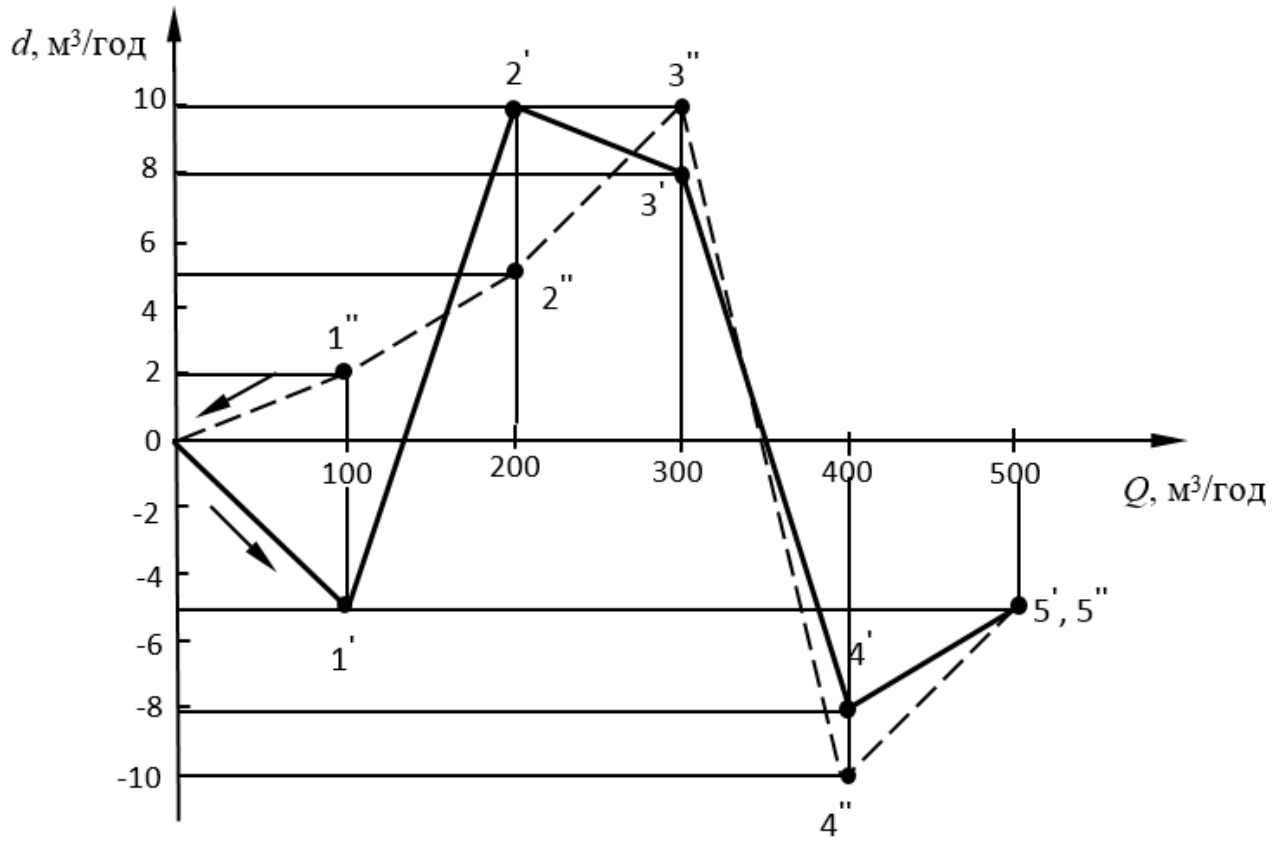


Рисунок 6.2 – Поправочний графік повірки приладу

6. Клас точності витратоміра Λ=4 відповідає приведеній похибці γ=4%. Оскільки одержана варіація ν=1,4% < γ=4%, повірка показала, що прилад відповідає класу точності й може використовуватися надалі.

Практичне заняття №7
ІНДУКТИВНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ

7.1 Принцип дії індуктивних перетворювачів

В індуктивних пристроях використовується властивість котушки змінювати свій реактивний опір при зміні деяких її параметрів, що визначають величину індуктивності *L*.

Для отримання якомога більшої індуктивності котушка, як правило, виконується з магнітопроводом із феромагнітного матеріалу (рис. 7.1). Один з елементів виконується рухомим (якір) і його положення відносно нерухомої частини магнітопровода буде визначати величину зміни магнітного опору кола, а відповідно, й індуктивності котушки.

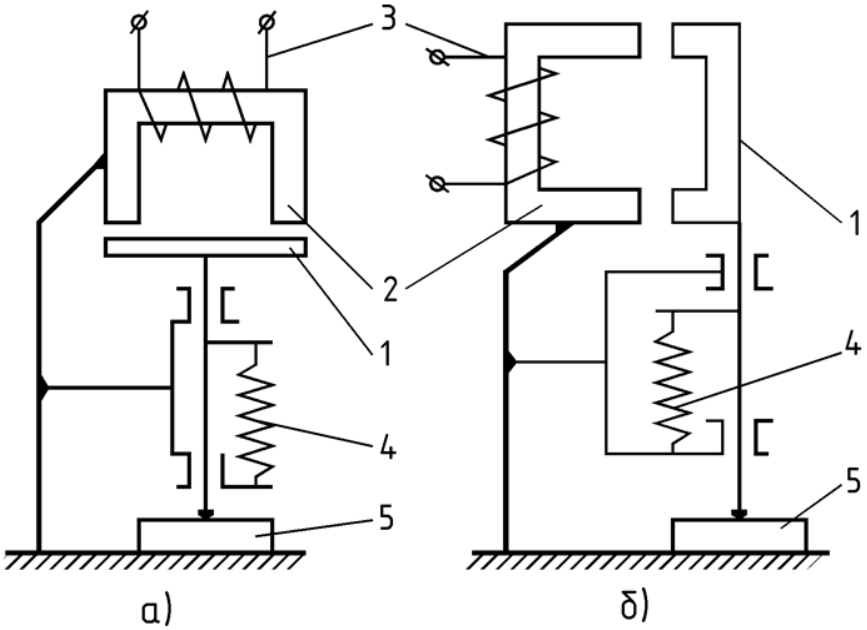


Рисунок 7.1 – Принципові схеми звичайних індуктивних перетворювачів:
1 – якір перетворювача; 2 – магнітопровід; 3 – котушка перетворювача; 4 – пружина, що створює вимірювальне зусилля; 5 – деталь, що контролюється;
а) перетворювач, в якого вимірювана величина викликає зміну зазору δ;
б) перетворювач, в якого вимірювана величина викликає зміну площі повітряного зазору

Зміна індуктивного опору котушки веде до відповідної зміни її повного опору *Z*. Таким чином, якщо пов’язати переміщення якоря з вимірюваною величиною δ при *U=const*, виникає функціональна залежність між δ і електричним параметром *L*:

$$L = f(\delta). \qquad (7.1)$$

Пристрій, який перетворює лінійне переміщення в електричний параметр за допомогою вищеописаної котушки, називається індуктивним перетворювачем.

Індуктивний прилад може бути представлений принциповою схемою, показаною на рисунку 7.2.

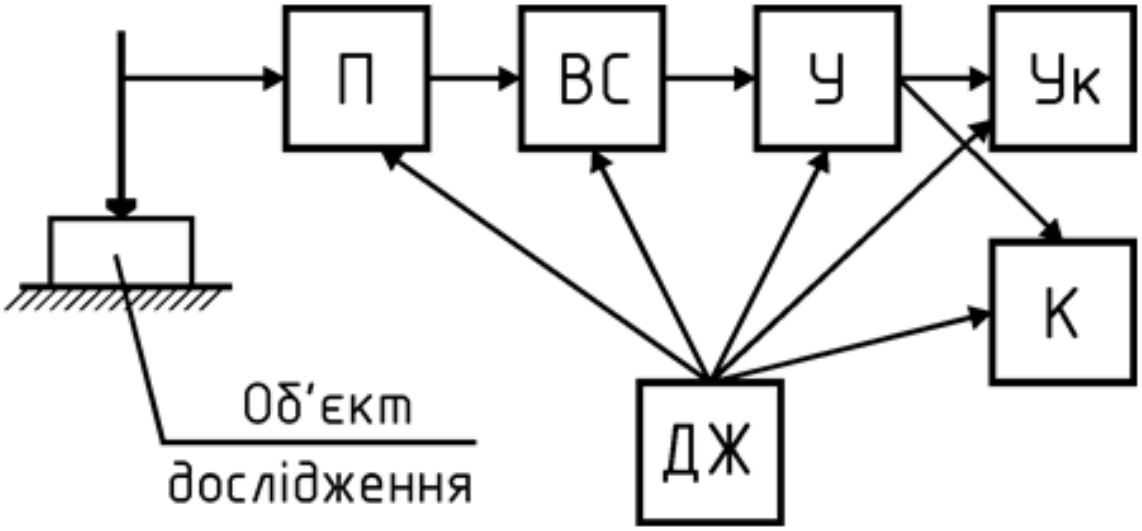


Рисунок 7.2 – Блок-схема індуктивного приладу: П – індуктивний перетворювач; ВС – вимірювальна схема, яка служить для перетворення сигналу перетворювача в зручний для вимірювання інший електричний параметр (напруга, сила струму); У – електронний підсилювач; Ук – вказівна система; К – пристрій для подачі команд; ДЖ – джерело живлення

Вираз для визначення індуктивності котушки перетворювача має вигляд (7.2):

$$L = \frac{W^2}{\frac{\delta_0}{\mu_0 s_0} + \frac{\delta_1}{\mu_1 s_1}}, \qquad (7.2)$$

де W – кількість витків котушки;

δ_0, s_0 – довжина і площа повітряного зазору між якорем і нерухомою частиною магнітопроводу;

δ_1, s_1 – довжина магнітних ліній і площа перерізу магнітопроводу;

μ_0 і μ_1 – відповідно магнітна проникність повітря і матеріалу магнітопроводу.

Зміну індуктивності L можна здійснити шляхом зміни довжини δ_0 або площі s_0 повітряного зазору і довжини δ_1, площі s_1 чи магнітної проникності μ_0 осердя.

В індуктивних перетворювачах для лінійних вимірювань зміна індуктивності досягається за допомогою зміни величини δ_0 (рис. 7.1, а) або площі s_0 (рис. 7.1, б).

Характеристика індуктивного перетворювача із змінним зазором $L = f(\delta)$ наведена на рисунку 7.3, (а), а перетворювача із змінною площею – на рисунку 7.3, (б).

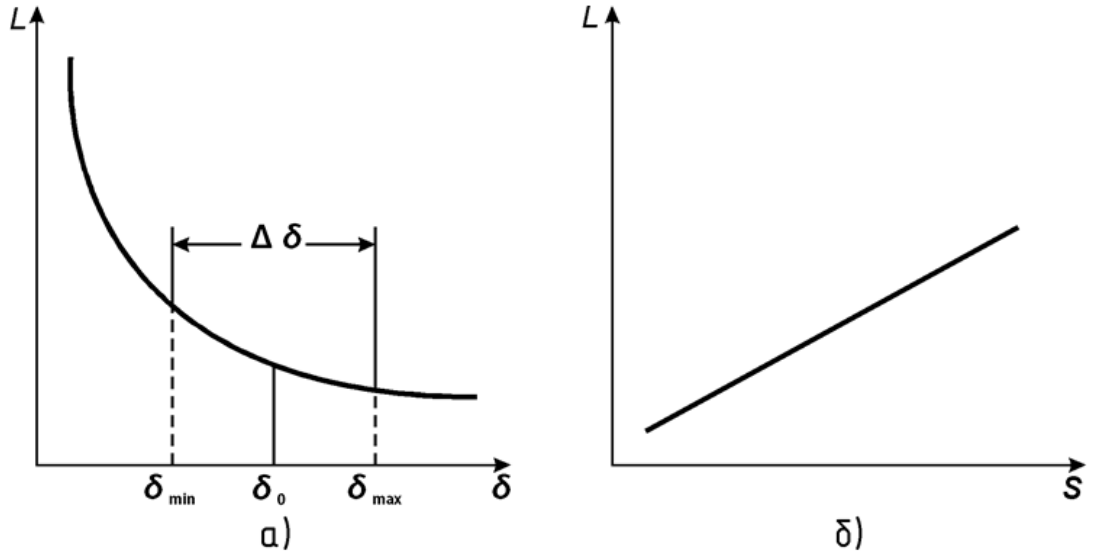


Рисунок 7.3 – Характеристики індуктивних перетворювачів:
а) характеристика перетворювача із змінним зазором $L = f(\delta)$;
б) характеристика перетворювача із змінною площею $L = f(s)$

З кривої (рис. 7.3, а) випливає, що характеристика перетворювачів із змінним зазором нелінійна, але в той же час дозволяє отримати високочутливу вимірювальну систему. Для підвищення чутливості величину повітряного зазору потрібно зменшувати.

Для того, щоб з заданим ступенем точності можна було вважати чутливість перетворювача величиною постійною, необхідно робочу ділянку $\Delta\delta = \delta_{max} - \delta_{min}$ обмежити допустимими зазорами δ_{max} і δ_{min}, мінімальна величина повітряного зазору повинна бути тим більша, чим більший діапазон зміни зазору в процесі вимірювання.

Чим менше відношення $\frac{\Delta\delta}{\delta_0}$, тим менша величина нелінійності характеристики перетворювача. Для того, щоб ступінь нелінійності перетворювача не перевищував, наприклад, 10%, необхідно, щоб $\frac{\Delta\delta}{\delta_0} = 0{,}1 \div 0{,}2.$

З метою отримання більш лінійної залежності, не зменшуючи величини $\Delta\delta$, використовують диференціальні індуктивні перетворювачі, принцип дії яких показано на рисунку 7.4, (а). Перетворювач має два магнітні кола зі спільним якорем. Під дією вимірюваної величини обидва зазори змінюються однаково, але з різними знаками. Такий перетворювач називають диференціальним.

При відповідному включенні обох котушок у вимірювальну схему (наприклад, в сусідні плечі мостової схеми) диференційний перетворювач має приблизно в 2 рази більшу чутливість у порівнянні з недиференційним, менше чутливий до коливань навколишньої температури, напруги живлення і її частоти.

Існуючі конструкції індуктивних диференціальних перетворювачів при

величинах $\frac{\Delta\delta}{\delta_0}$=0,15-0,2 дозволяють отримати величину нелінійності, що не перевищує 1%.

Індуктивні перетворювачі із змінною площею повітряного зазору мають лінійну характеристику $L = f(s)$, але невисоку чутливість, використовуються для вимірювання великих переміщень. Диференціальна схема перетворювачів даного типу (рис. 7.4, б) має аналогічні переваги.

Для вимірювання переміщень у декілька десятків міліметрів використовують перетворювачі з розімкнутим магнітним колом, так звані перетворювачі соленоїдного типу.

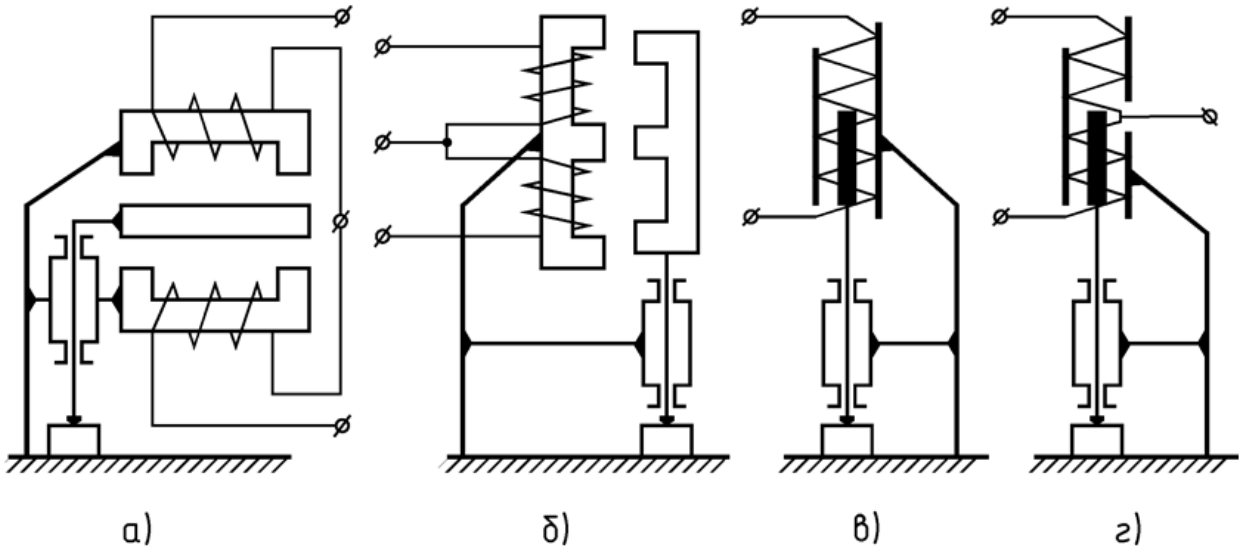


Рисунок 7.4 – Принципові схеми індуктивних перетворювачів:
а) диференціальний перетворювач із змінним зазором; б) диференціальний перетворювач із змінною площею; в) соленоїдний перетворювач;
г) диференційний соленоїдний перетворювач

На рисунку 7.4, (в), (г) наведені схеми диференціального і недиференціального перетворювачів соленоїдного типу.

Перетворювач є котушкою, всередині якої розміщено феромагнітне осердя (якір). При входженні якоря в середину котушки індуктивність останньої змінюється приблизно пропорційно введеній в котушку масі якоря:

$$L = \frac{W^2}{l_k}\mu q l\,, \tag{7.3}$$

де W, l_k, q – кількість витків, довжина і поперечний переріз котушки;

l – величина входження якоря;

μ – магнітна проникність матеріалу якоря.

Для підвищення чутливості перетворювача котушку поміщають у феромагнітний кожух. Характеристика соленоїдного перетворювача лінійна, але великою мірою залежить від якості намотування котушок. Котушки

перетворювача по всій своїй довжині повинні бути суворо ідентичні, як по числу витків, так і за геометричними розмірами.

Котушки перетворювача зазвичай живляться стабілізованою напругою порядку 10-30 В. Чутливість перетворювача буде рости із збільшенням частоти напруги живлення. В існуючих високоточних приладах використовують частоту напруги живлення 3-10 кГц. Більшість приладів працює на частоті 50 Гц.

7.2 Вимірювальні схеми індуктивних приладів

Вимірювальна схема індуктивного приладу повинна забезпечувати:

– отримання можливої більш лінійної залежності струму або напруги на виході системи від зміни опору котушок перетворювача;

– мінімальну похибку від зміни напруги живлення і частоти, температури навколишнього середовища, впливу зовнішніх магнітних і електричних полів. Основними вимірювальними схемами індуктивних приладів для лінійних розмірів є симетричні мостові схеми змінного струму, що працюють в режимі відхилень і в рівноважному режимі.

Найбільшого поширення набули схеми першого типу. Схема, що працює в режимі відхилень, показана на рисунку 7.5, (а).

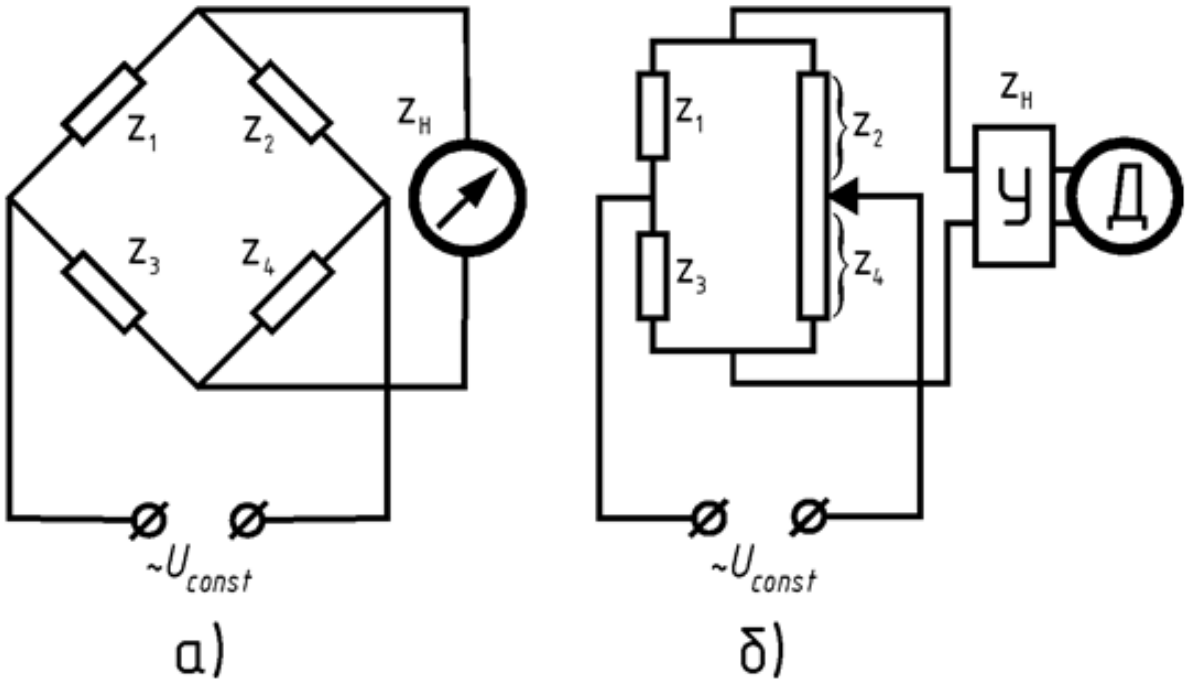


Рисунок 7.5 – Вимірювальні схеми індуктивних приладів: а) схема, яка працює в режимі відхилень; б) схема, яка працює в рівноважному режимі

Симетрію моста можна здійснити двояко: $z_1 = z_2$ і $z_{2'} = z_4$, де z_1 і z_3 – опори котушок диференційного перетворювача, а також $z_1 = z_2$ і $z_3 = z_4$, де z_1 і z_2 – опори котушок перетворювача.

Схеми, що працюють у рівноважному режимі (рис. 7.5, б), використовують в індуктивних самописцях і рідше в приладах активного контролю.

Опори $z_1 = z_3$ є опорами індуктивного диференціального перетворювача.

Величина напруги розбалансу моста подається на підсилювач У, а потім на виконавчий механізм (електродвигун) Д, який переміщує повзунок реохорда $z_2 + z_4$ до тих пір, поки на вихідній діагоналі моста напруга не стане рівною нулю. Положення повзунка реохорда визначає розмір контрольованої деталі.

При побудові високоточних індуктивних приладів з метою підвищення чутливості між вимірювальним мостом і вихідним показуючим приладом встановлюють електронний підсилювач. В цьому випадку опір навантаження R_n (вхідний опір електронного підсилювача) стає досить великим.

Як показуючі пристрої в індуктивних приладах для лінійних вимірювань в основному використовують мікроамперметри і мілівольтметри магнітоелектричної системи, які через напівпровідниковий випрямляч зв'язуються з вимірювальною діагоналлю моста.

Для отримання вихідних команд керування в індуктивних вимірювальних приладах після електронного підсилювача підключають набір електронних порогових пристроїв (компараторів) *К*, кількість яких дорівнює кількості вихідних команд управління. Кожен пороговий пристрій регулюється електронними регуляторами на певний рівень спрацьовування від вихідного сигналу підсилювача. Рівень спрацьовування порогового пристрою візуально контролюється за шкалою показуючого пристрою.

7.3 Розрахунок індуктивних перетворювачів

Вихідні дані до розрахунку:
Розміри контрольованої деталі.
Кількість вихідних команд керування.
Діапазон вимірювання – Δ.
Похибка спрацьовування δ_z (%).
Передаточне відношення важільного механізму перетворювача $K_в$.
Ступінь нелінійності характеристики.
Характер переміщення вимірювального штока в процесі вимірювання.
Вхідний опір підсилювача – $R_{вх}$.

Порядок розрахунку

1. Відповідно до ступеня нелінійності характеристики індуктивного перетворювача приймаємо його тип.

2. Визначаємо початковий зазор δ_0 між якорем та нерухомим осердям:

$$\delta_0 = \frac{\Delta\delta}{0{,}2} \div \frac{\Delta\delta}{0{,}1}, \tag{7.4}$$

де $\Delta\delta = \Delta \cdot K_в$ – діапазон зміни зазору між якорем та осердям.

Приймаємо певне значення δ_0. Тоді:

$$\delta_{\min} = \delta_0 - \frac{\Delta\delta}{2}; \qquad \delta_{\max} = \delta_0 + \frac{\Delta\delta}{2}. \tag{7.5}$$

3. Як магнітопровід приймаємо Ш-подібне осердя з фериту (рис. 7.6), розміри якого наведені в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1 – Розміри осердя

Тип осердя	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
	мм					
ОШ – 3	10,6	7,5	3,0	2,8	4,5	3,0
ОШ – 4	14,0	10,0	4,0	3,8	5,9	4,0
ОШ – 5	17,5	12,5	5,0	4,7	7,4	5,0
ОШ – 6	21,0	15,0	6,0	5,7	8,9	6,0
ОШ – 7	30,0	19,3	7,2	10,1	15,2	7,3
ОШ – 12	42,0	29,4	12,0	15,2	21,5	15,8
ОШ – 17	55,0	37,5	17,3	19,2	27,7	21,7
ОШ – 20	65,0	44,0	20,2	22,4	32,5	27,8

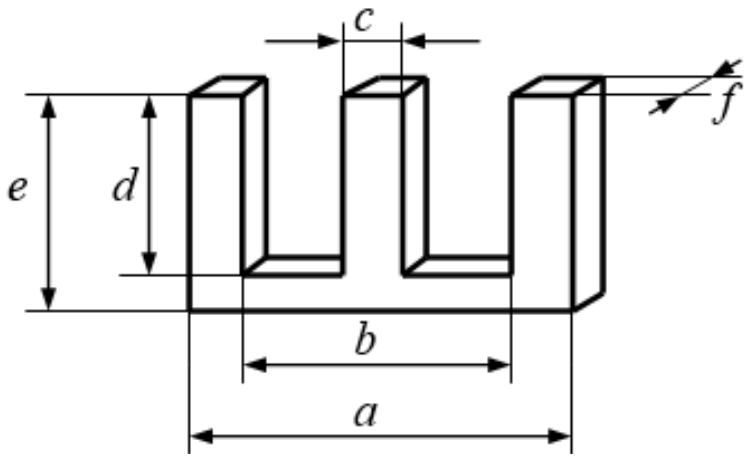


Рисунок 7.6 – Ш-подібні магнітопроводи з феритів

Визначаємо можливий діапазон ширини середнього керна магнітопроводу:

$$c = \frac{\delta_0}{0{,}2} \div \frac{\delta_0}{0{,}1}. \qquad (7.6)$$

Приймаємо певне значення *c* з визначеного діапазону з таблиці 7.1.

4. З таблиці 7.1 визначаємо тип та розміри осердя, які необхідні для розрахунків електричних параметрів перетворювача.

4.1. Середня довжина магнітних ліній:

$$\delta_1 = 2d + \pi(a-b) + (b-c), \text{ мм}. \qquad (7.7)$$

4.2. Площа перерізу середнього керна:

$$s_1 = c \cdot f, \text{ мм}^2. \qquad (7.8)$$

4.3. Площа вікна: $s_1 = c \cdot f$

$$Q_в = d \cdot \frac{b-c}{2}, \text{ мм}^2. \quad (7.9)$$

5. Визначаємо магнітний опір кола перетворювача:

$$R_м = R_о + R_\delta, \quad (7.10)$$

де $R_о = \frac{\delta_1}{\mu_1 s_1}$ – магнітний опір осердя;

$R_\delta = \frac{n\delta_0}{\mu_0 s_0}$ – магнітний опір повітряного зазору,

μ_1=8π·10^{-4} Гн/м – магнітна проникність осердя,

μ_0=4π·10^{-7} Гн/м – магнітна проникність повітря,

n=2 – кількість повітряних зазорів.

Якщо величина зазору δ_0 мала в порівнянні з поперечними розмірами осердя, площа поперечного перерізу повітряної ділянки s_0 може бути прийнята рівною площі перерізу середнього керна s_1.

6. Визначаємо індуктивність перетворювача:

$$L = \frac{z_0}{\omega}, \quad (7.11)$$

де $z_0 = R_{вх}$ – повний опір перетворювача (активним опором обмотки нехтуємо);

$\omega = 2\pi f_0$ – кутова частота напруги живлення;

f_0 – частота напруги живлення, яка приймається згідно з рекомендаціями в залежності від необхідності забезпечення точності вимірювання.

7. Обчислюємо кількість витків обмотки перетворювача:

$$W = \sqrt{R_м L}. \quad (7.12)$$

8. Згідно з рекомендаціями приймаємо значення стабілізованої напруги U та визначаємо максимальний струм в обмотці котушки перетворювача:

$$I_{\max} = \frac{U}{R_{вх}}. \quad (7.13)$$

9. Визначаємо діаметр дроту обмотки перетворювача, виходячи із допустимої густини струму (2-2,5 А/мм^2):

$$d = 2\sqrt{\frac{I_{\max}}{\pi(2 \div 2{,}5)}}. \quad (7.14)$$

10. З таблиці 7.2 вибираємо дріт за обчисленим діаметром без ізоляції.

Таблиця 7.2 – Параметри дротів

Діаметр дроту без ізоляції, мм	Площа поперечного перерізу, мм^2	Опір 1 м при 20^{0}С, Ом	Діаметр з ізоляцією ПЕЛ, мм	Діаметр з ізоляцією ПЕЛШО, мм
0,08	0,0050	3,630	0,090	0,140
0,09	0,0064	2,860	0,100	0,150
0,10	0,0079	2,230	0,115	0,165
0,11	0,0095	1,850	0,125	0,175
0,12	0,0113	1,550	0,135	0,185
0,13	0,0133	0,320	0,145	0,195
0,14	0,0154	1,140	0,155	0,205
0,15	0,0177	0,990	0,165	0,215
0,16	0,0201	0,873	0,175	0,225
0,17	0,0227	0,773	0,185	0,235
0,18	0,0255	0,688	0,195	0,245
0,19	0,0284	0,618	0,205	0,255
0,20	0,0314	0,558	0,215	0,280
0,21	0,0346	0,507	0,230	0,290
0,23	0,0416	0,423	0,250	0,310
0,25	0,0491	0,357	0,270	0,330
0,27	0,0573	0,306	0,295	0,355
0,29	0,0661	0,266	0,315	0,375
0,31	0,0755	0,233	0,340	0,400
0,33	0,0855	0,205	0,360	0,420
0,35	0,0962	0,182	0,380	0,440
0,38	0,1134	0,155	0,410	0,470
0,41	0,1320	0,133	0,440	0,505
0,44	0,1521	0,115	0,475	0,535
0,47	0,1735	0,101	0,505	0,565
0,49	0,1885	0,0931	0,525	0,585
0,51	0,2043	0,0859	0,545	0,610

11. Перевіряємо можливість розміщення обмотки у вікні осердя:

$$Q_в \geq k_н \frac{\pi d_{із}^2}{4} W, \qquad (7.15)$$

де $d_{із}$ – діаметр дроту з ізоляцією;

$k_н$ – коефіцієнт нещільності обмотки, який вибирається з таблиці 7.3 в залежності від діаметра дроту разом з ізоляцією.

Таблиця 7.3 – Коефіцієнти нещільності обмотки

d, мм	$k_н$
0,08-0,11	1,3
0,15-0,25	1,25
0,35-0,41	1,2
0,51-0,93	1,1

12. Визначаємо максимальну електромеханічну силу притягування якоря до осердя котушки перетворювача:

$$F_e = (I_{\max} W)^2 \frac{s_0 \mu_0}{9{,}81 \delta_{\min}^2}. \qquad (7.16)$$

13. Визначаємо мінімальне вимірювальне зусилля перетворювача, виходячи з максимальної електромеханічної сили притягування якоря до осердя котушки перетворювача:

$$F_n \approx 10 F_e. \qquad (7.17)$$

Точність вимірювання для індуктивних вимірювальних приладів визначається в основному електронною схемою вторинного приладу. Оскільки в даному розрахунку електронна схема вторинного приладу не розглядається, то і розрахунок на відповідність максимальній допустимій похибці вимірювання не проводиться.

Задача

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 7.7), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок індуктивного перетворювача мікропереміщення. Вихідні дані вибрати з таблиці 7.4.

Таблиця 7.4 –Вихідні дані

№ варіанта	Розміри параметрів, що контролюються, мм	Кількість вихідних команд керування	Діапазон вимірювання, мм	Похибка спрацьовування, %	Передатне відношення	Вхідний опір підсилювача, Ом
1	10	1	0-0,2	0,5	1:2	150
2	30	3	0-0,3	1,5	2:1	200
3	40	4	0-0,5	2	2:1	250
4	5	1	0-0,3	1	1:1	300
5	15	2	0-0,5	1,5	1:1	350
6	35	4	0-0,5	0,5	1:1	150
7	45	5	0-0,2	1	1:1	200
8	10	1	0-0,2	1,5	1:2	250
9	20	2	0-0,1	2	1:2	300
10	25	3	0-0,3	0,5	1:1	350
11	30	4	0-0,5	1	2:1	150
12	35	5	0-0,1	1,5	2:1	200
13	60	2	0-0,4	0,5	1:2	250
14	80	4	0-0,5	1,5	2:1	300

Продовження таблиці 7.4

№ варіанта	Розміри параметрів, що контролюються, мм	Кількість вихідних команд керування	Діапазон вимірювання, мм	Похибка спрацьовування, %	Передатне відношення	Вхідний опір підсилювача, Ом
15	30	1	0-0,2	0,5	1:1	350
16	55	3	0-0,3	1,5	1:1	150
17	95	5	0-0,4	0,5	1:1	200
18	30	2	0-0,3	1,5	1:1	250
19	60	4	0-0,5	0,5	1:1	300
20	20	1	0-0,2	1,5	1:2	350
21	60	3	0-0,3	0,5	1:1	150
22	90	5	0-0,5	1,5	2:1	200
23	25	2	0-0,1	0,5	1:1	250
24	45	4	0-0,5	1,5	1:1	300
25	65	2	0-0,2	0,5	1:1	200

Приклад розрахунку індуктивного перетворювача

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 7.7), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок індуктивного перетворювача мікропереміщення.

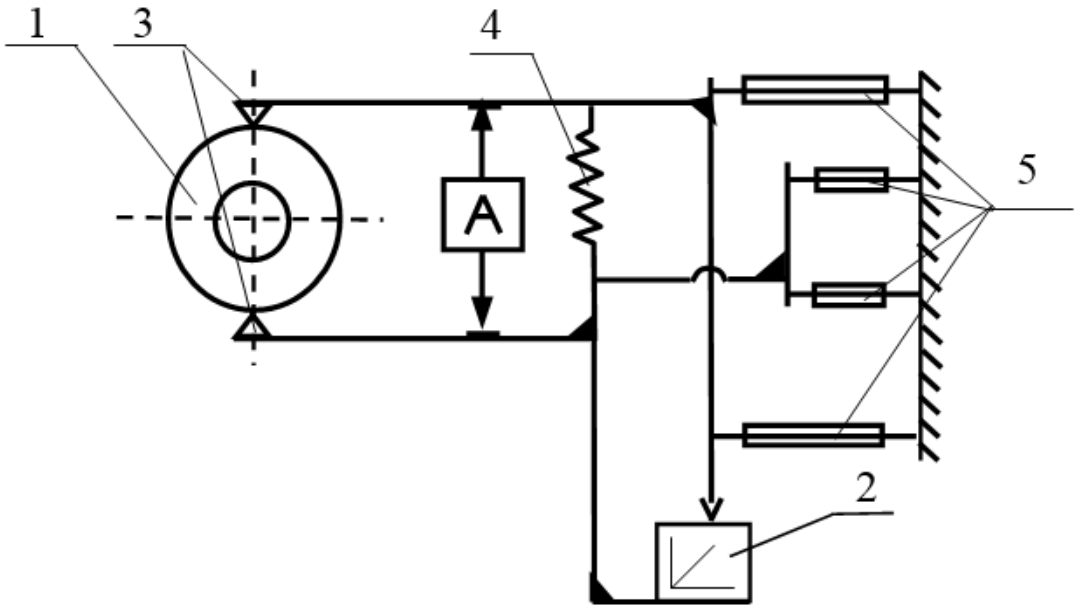


Рисунок 7.7 – Вимірювальний пристрій для контролю зовнішнього діаметра деталі: 1 – деталь (параметр), що контролюється; 2 – вимірювальний перетворювач; 3 – вимірювальний щуп; 4 – циліндрична пружина для створення вимірювального зусилля; 5 – плоскі пружини передаточних механізмів; А – пристрій аретування

Вихідні дані:

1. Величина параметра, що контролюється – 30 мм.
2. Кількість вихідних команд керування – 1.
3. Діапазон вимірювання Δ – 0...0,2 мм.
4. Похибка спрацювання δ_z = 0,5 %.
5. Передаточне відношення K_B = 1:1.
6. Ступінь нелінійності характеристики – 10 %.
7. Характер переміщення вимірювальних щупів в процесі вимірювання – лінійний.
8. Вхідний опір підсилювача $R_{вх}$ = 350 Ом.

Розв'язання

1. Оскільки заданий ступінь нелінійності характеристики 10%, то для нашого пристрою вибираємо звичайний індуктивний перетворювач з рухомим якорем.

2. Визначаємо початковий зазор δ_0 між якорем та нерухомим осердям:

$$\delta_0 = \frac{\Delta\delta}{0,2} \div \frac{\Delta\delta}{0,1},$$

де $\Delta\delta = \Delta \cdot K_B$ – діапазон зміни зазору між якорем та осердям.

$$\delta_0 = \frac{0,2 \cdot 1}{0,2} \div \frac{0,2 \cdot 1}{0,1} = 1 \div 2 \ мм.$$

Приймаємо значення $\delta_0 = 1,5$ мм, тоді мінімальна і максимальна величини повітряного зазору будуть рівні:

$$\delta_{\min} = \delta_0 - \frac{\Delta\delta}{2} = 1,5 - 0,1 = 1,4 мм;$$

$$\delta_{\max} = \delta_0 + \frac{\Delta\delta}{2} = 1,5 + 0,1 = 1,6 мм.$$

3. Визначаємо ширину середнього керна магнітопроводу:

$$c = \frac{\delta_0}{0,2} \div \frac{\delta_0}{0,1}.$$

Підставивши в дану формулу вибране нами $\delta_0 = 1,5$ мм, отримаємо:

$$c = \frac{1,5}{0,2} \div \frac{1,5}{0,1} = 7,5 \div 15 мм.$$

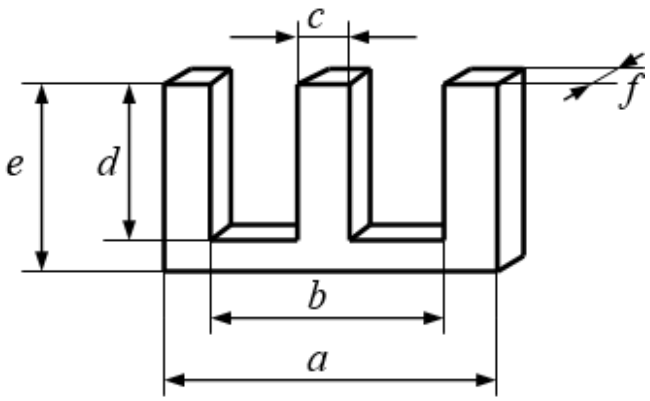
Користуючись довідниковою таблицею 7.1, вибираємо одне зі значень *c*, яке відповідає знайденому нами діапазону значень:

$$c = 12 \ мм.$$

З даних тієї ж таблиці вибираємо тип оксиферового осердя для індуктивного перетворювача:

Тип осердя – ОШ-12.

4. Визначаємо розміри осердя (рис. 7.8), які необхідні для розрахунків електричних параметрів перетворювача:



$a = 42{,}0$ *мм*;

$b = 29{,}4$ *мм*;

$c = 12{,}0$ *мм*;

$d = 15{,}2$ *мм*;

$e = 21{,}5$ *мм*;

$f = 15{,}8$ *мм*.

Рисунок 7.8 – Розміри Ш-подібного осердя

4.1. Середня довжина магнітних ліній:

$$\delta_1 = 2d + \pi(a-b) + (b-c),$$
$$\delta_1 = 2 \cdot 15{,}2 + \pi(42{,}0 - 29{,}4) + (29{,}4 - 12{,}0) = 87{,}384 \ \text{мм}.$$

4.2. Площа перерізу середнього керна:

$$S_1 = c \cdot f,$$
$$S_1 = 12{,}0 \cdot 15{,}8 = 189{,}6 \ \text{мм}^2.$$

4.3. Площа вікна:

$$Q_в = d \cdot \frac{b-c}{2},$$
$$Q_в = 15{,}2 \cdot \frac{29{,}4 - 12{,}0}{2} = 132{,}24 \ \text{мм}^2.$$

5. Визначаємо магнітний опір кола перетворювача:

$$R_м = R_о + R_\delta,$$

де $R_о = \dfrac{\delta_1}{\mu_1 S_1}$ – магнітний опір осердя;

$R_\delta = \dfrac{n\delta_0}{\mu_0 S_0}$ – магнітний опір повітряного зазору;

$\mu_1 = 8\pi \cdot 10^{-4}$ *Гн/м* – магнітна проникність осердя;

$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ *Гн/м* – магнітна проникність повітря;

n=1 – кількість повітряних зазорів для прийнятої схеми перетворювача (рис. 7.1, а).

Оскільки площа повітряного зазору S_0 рівна площі перерізу осердя S_1, то, підставивши відповідні величини, отримаємо:

$$R_м = \frac{87{,}384}{8\pi\cdot10^{-7}\cdot189{,}6} + \frac{1\cdot1{,}5}{4\pi\cdot10^{-10}\cdot189{,}6} = 0{,}183\cdot10^6 + 6{,}316\cdot10^6 = 6{,}498\cdot10^6 \ \frac{1}{Гн}.$$

6. Визначаємо індуктивність перетворювача за формулою:

$$L = \frac{z_0}{\omega},$$

де $z_0 = R_{вх}$ – повний опір перетворювача (активним опором обмотки нехтуємо);

$\omega = 2\pi f_0$ – кутова частота напруги живлення;

f_0 – частота напруги живлення.

6.1. Для вибору частоти напруги живлення слід оцінити необхідну точність вимірювання. Для цього відповідно до заданої похибки спрацьовування δ_z визначаємо абсолютну похибку вимірювання з врахуванням передаточного числа важільного механізму K_B:

$$\Delta_z = \frac{\Delta\cdot K_в}{\delta_z\cdot100} = \frac{0{,}2\cdot1}{0{,}5\cdot100} = 0{,}004 \ мм = 4 \ мкм.$$

Визначена абсолютна похибка вказує на те, що прилад слід вважати високоточним. Тому значення частоти напруги живлення необхідно вибирати в межах 3-10 кГц. Приймаємо f_0=5 кГц.

6.2. Розраховуємо індуктивність перетворювача:

$$L = \frac{R_{вх}}{2\pi\cdot f_0} = \frac{350}{2\pi\cdot5\cdot10^3} = 0{,}0111 \ Гн.$$

7. Обчислюємо кількість витків обмотки перетворювача:

$$W = \sqrt{R_м L} = \sqrt{6{,}498\cdot10^6\cdot0{,}0111} \approx 269.$$

Отже, для котушки перетворювача приймаємо W = 270 витків.

8. Визначаємо діаметр дроту обмотки перетворювача, виходячи із допустимої густини струму (2-2,5 А/мм^2):

$$d = 2\sqrt{\frac{I_{\max}}{\pi(2\div2{,}5)}}.$$

8.1. Приймаємо значення стабілізованої напруги живлення в межах рекомендацій U= 20 В.

8.2. Максимальне значення струму в котушках перетворювача:

$$I_{\max} = \frac{U}{R_{вх}} = \frac{20}{350} = 5{,}714\cdot10^{-2} \ A.$$

8.3. Отже, діаметр дроту лежить в межах:

$$d = 2\sqrt{\frac{I_{\max}}{\pi(2 \div 2{,}5)}} = 2\sqrt{\frac{5{,}714 \cdot 10^{-2}}{\pi(2 \div 2{,}5)}} = 0{,}19...0{,}17 \ \ мм.$$

9. За обчисленим значенням обираємо дріт, діаметр якого без ізоляції становить 0,17 мм. Випишемо дані для дроту вибраного діаметра з таблиці 7.2:

– площа поперечного перерізу – 0,0227 мм^2;

– опір 1 метру дроту при 20 ^{0}С – 0,773 Ом;

– діаметр дроту з ізоляцією марки ПЕЛ – 0,185 мм;

– діаметр дроту з ізоляцією марки ПЕЛШО – 0,235 мм.

10. Перевіряємо можливість розміщення обмотки у вікні осердя. Для цього повинна виконуватися умова:

$$Q_в \geq k_н \frac{\pi d_{із}^2}{4} W,$$

де $d_{із}$ – діаметр проводу з ізоляцією,

$K_н$ =1,25 – коефіцієнт нещільності обмотки, який вибирається з таблиці 5.3 залежно від діаметра проводу разом з ізоляцією.

Перевіримо дану умову для двох марок дротів:

– для ПЕЛ: $k_н \frac{\pi d_{із}^2}{4} W = 1{,}25 \frac{\pi \cdot 0{,}185^2}{4} 270 = 9{,}072 \ \ мм^2$;

– для ПЕЛШО: $k_н \frac{\pi d_{із}^2}{4} W = 1{,}25 \frac{\pi \cdot 0{,}235^2}{4} 270 = 14{,}638 \ \ мм^2$.

Оскільки обидва значення є меншими за $Q_в = 132{,}24 \ \ мм^2$, то в даному перетворювачі можна застосовувати дроти обох марок.

11. Визначаємо максимальну електромеханічну силу притягування якоря до осердя котушки перетворювача:

$$F_e = (I_{\max} W)^2 \frac{S_0 \mu_0}{9{,}81 \delta_{\min}^2}.$$

Підставивши значення в дану формулу, одержимо:

$$F_e = (5 \cdot 10^{-2} \cdot 270)^2 \frac{189{,}6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{9{,}81 \cdot 1{,}4^2} = 2{,}258 \cdot 10^{-3} \ H.$$

12. Визначаємо мінімальне вимірювальне зусилля перетворювача, виходячи з максимальної електромеханічної сили притягування якоря до осердя котушки перетворювача:

$$F_п \approx 10 F_e,$$

$$F_п \approx 10 \cdot 2{,}258 \cdot 10^{-3} = 2{,}258 \cdot 10^{-2} \ H.$$

Точність вимірювання для індуктивних вимірювальних приладів визначається в основному електронною схемою вторинного приладу. Оскільки в даному розрахунку електронна схема вторинного приладу не розглядається, то і розрахунок на відповідність максимальній допустимій похибці вимірювання не проводиться.

Практичне заняття №8
ПНЕВМАТИЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ

8.1 Принцип роботи

У пневматичних приладах для лінійних вимірювань використана залежність між площею *f* прохідного перерізу каналу витікання і витратами *G* стиснутого повітря. Площа каналу витікання змінюється за рахунок вимірюваного лінійного переміщення.

Таким чином, $G=\varphi(P, f)$, де *P* – тиск повітря, під яким воно витікає через прохідний переріз каналу площею *f*.

Вимірюючи витрати *G* при сталому тиску *P*, ми можемо оцінювати розміри деталі, що контролюється.

Пневматичний прилад в загальному вигляді може бути представлений блок-схемою, зображеною на рисунку 8.1.

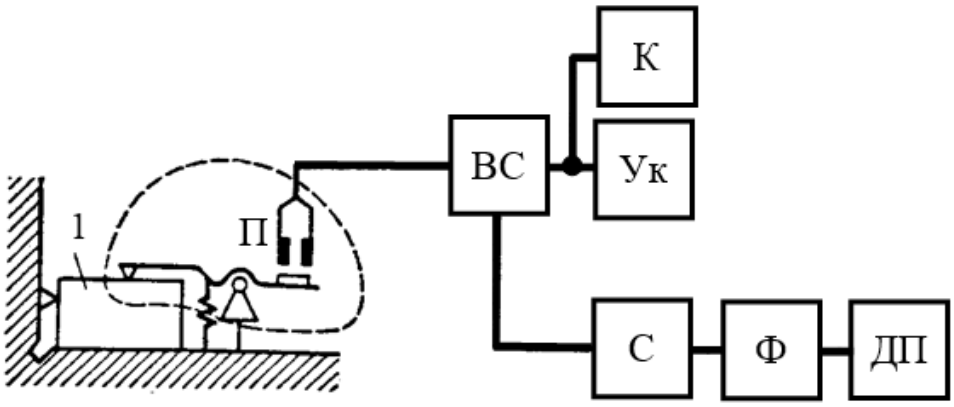


Рисунок 8.1 – Блок-схема пневматичного приладу: П – первинний пневматичний перетворювач – пристрій, який сприймає лінійні переміщення деталі 1 і перетворює їх у відповідні зміни витрат повітря; ВС – вимірювальна пневматична схема, яка призначена для перетворення сигналу первинного перетворювача у зручний для вимірювання витрат інший параметр – тиск, швидкість; Ук – вказівний пристрій, який служить для відтворення вимірюваної величини в прийнятих одиницях вимірювання; К – командний пристрій, який призначений для подачі сигналів-команд для керування технологічним процесом; С – стабілізатор тиску; Ф – фільтр очищення повітря; ДП – джерело стиснутого повітря

Пневматичні прилади володіють високою точністю, дозволяють проводити дистанційні вимірювання, малогабаритна пневматична вимірювальна оснастка дозволяє проводити вимірювання у відносно важкодоступних місцях і створювати найбільш прості конструкції багатовимірних пристроїв для контролю практично будь-яких лінійних параметрів деталі.

Однак для роботи пневматичних приладів необхідна повітряна мережа з певним тиском повітря, підготовка якого вимагає особливої уваги в процесі експлуатації приладу. Пневматичні прилади мають значну інерційність, що знижує їх продуктивність. Однак останній недолік іноді є позитивною якістю приладу, оскільки створює нечутливість його до вібрацій.

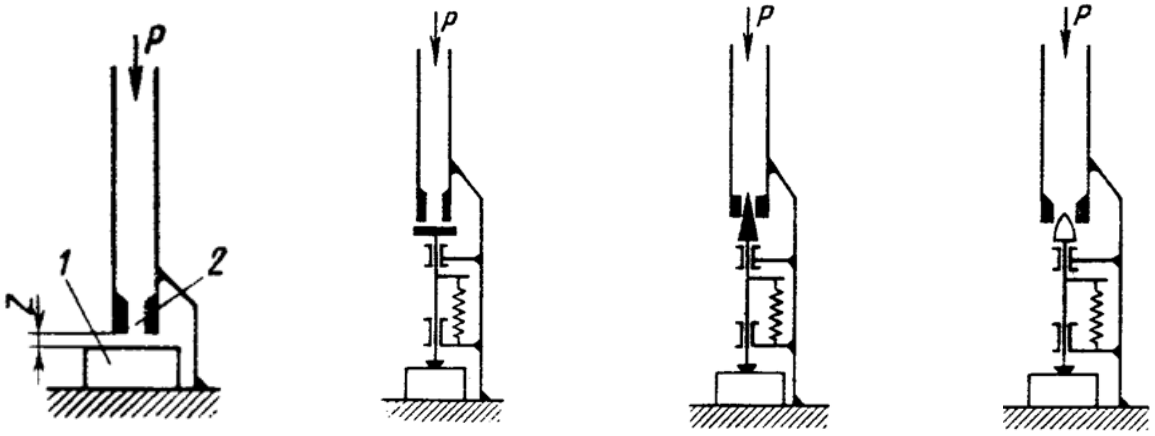
8.2 Пневматичні перетворювачі

При безконтактному вимірюванні деталі пневматичний перетворювач, показаний на рисунку 8.2, (а), являє собою вимірювальне сопло 2, заслінкою якого служить контрольована деталь 1, встановлена на віддалі z від сопла. Витрати повітря у цьому випадку будуть визначатися площею кільцевого зазору f_2, утвореного торцем вимірювального сопла з діаметром прохідного перерізу d_2 і поверхнею контрольованої деталі:

$$f_2 = \pi d_2 z. \tag{8.1}$$

Практично вимірювання можливе за умови:

$$\pi d_2 \le \frac{\pi d_2^2}{4}, \text{ тобто} \quad z \le 0{,}25 d_2. \tag{8.2}$$



а) б) в) г)

Рисунок 8.2 – Принципові схеми пневматичних перетворювачів:
а, б – з плоскою заслінкою; в – з конічною заслінкою;
г – заслінка – параболоїд обертання

У протилежному випадку зміна площі каналу витікання не буде залежати від зміни z.

Перетворювачі з плоскою заслінкою можуть виконуватись і для проведення контактних вимірювань (рис. 8.2, б).

Через простоту виготовлення ці перетворювачі дуже широко використовуються у пневматичних приладах.

З метою збільшення меж вимірювання використовують перетворювачі з заслінкою у вигляді конуса (рис. 8.2, в), параболоїда (рис. 8.2, г), кулі тощо.

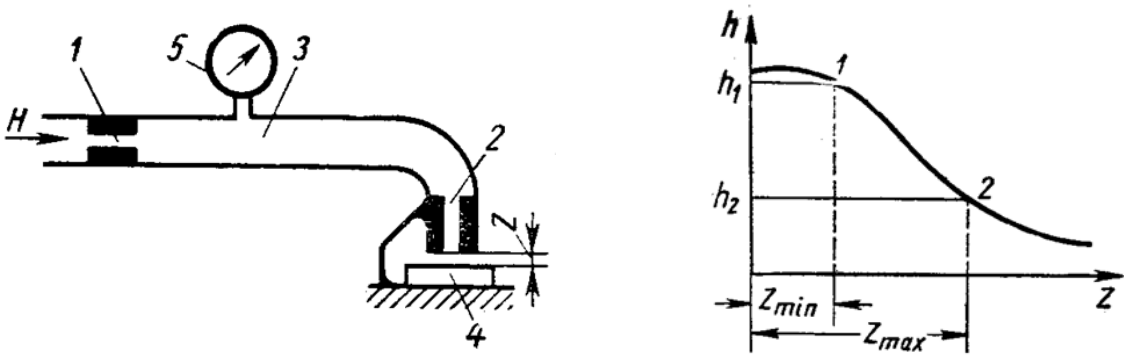
Прохідний переріз площею f_2 у перетворювачів з конічною та кульовою заслінкою нелінійно залежить від переміщення. Вони вносять деяку нелінійність у загальну характеристику приладу. Тому застосування таких датчиків обмежено. Для побудови широкомежних пневматичних приладів з рівномірною (лінійною) шкалою використовують перетворювачі з заслінкою у вигляді параболоїда обертання.

8.3 Вимірювальні схеми пневматичних приладів

Витрати повітря у пневматичних приладах в основному вимірюють за допомогою манометрів та ротаметрів, в залежності від чого всі пневматичні схеми поділяються на дві основні групи:

1. Манометричні – реагують на зміну тиску.
2. Ротаметричні – реагують на зміну швидкості повітряного потоку.

В приладах для автоматичного контролю розмірів у машинобудуванні більш широко використовують пневматичні схеми манометричного типу (рис. 8.3).



а) б)

Рисунок 8.3 – Пневматичний прилад манометричного типу:
а – принципова схема; б – характеристика пневматичної вимірювальної схеми

Для побічного визначення витрат повітря через пневматичний перетворювач 2 з площею прохідного перерізу f_2 шляхом вимірювання тиску встановлюють додатковий постійний дросель 1 з площею каналу f_1, який в пневматичних приладах називають вхідним соплом.

Стиснене повітря під постійним робочим тиском H через вхідне сопло 1 надходить у вимірювальну камеру 3 і далі через кільцевий зазор, утворений торцем вимірювального сопла 2 і поверхнею контрольованої деталі 4, витікає в атмосферу. В залежності від величини зазору z в камері 3 встановлюється вимірювальний тиск h, який при сталих робочому тиску H і площі вхідного сопла f_1 є мірою витрат повітря через перетворювач, відповідно і мірою контрольованої лінійної величини z.

Як вимірювачі тиску h використовуються рідинні або пружинні манометри 5, шкала яких проградуйована в лінійних величинах. Такі манометри мають пристрої для видачі сигналів-команд.

Точне визначення залежності $h=f(z)$ є надто складним, тому для практичного аналізу пневматичних вимірювальних схем ця залежність визначається наближено і графічно представлена на рисунку 8.3, (б). Її крутизна (тангенс кута нахилу) характеризує передаточне відношення вимірювальної схеми:

$$K_z = \frac{dh}{dz}. \qquad (8.3)$$

Наближена залежність вимірювального тиску h від зазору z має вигляд:

$$h = \frac{H}{1 + \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{f_1}{f_2} \right)}, \qquad (8.4)$$

де μ_1 і μ_2 – коефіцієнти витікання через відповідні сопла;

f_1 і f_2 – площі отворів відповідних сопел.

Як правило, для роботи пневматичних приладів використовують прямолінійну ділянку характеристики, обмежену точками 1-2, на якій передаточне відношення максимальне і практично стале. Відрізок $\Delta Z = Z_{\max} - Z_{\min}$ визначає межі вимірювання пневматичної вимірювальної схеми.

Більш досконалою схемою вимірювання є диференціальна схема (рис. 8.4), яка складається з двох ланок, кожна з яких відповідає звичайній схемі (рис. 8.3, а).

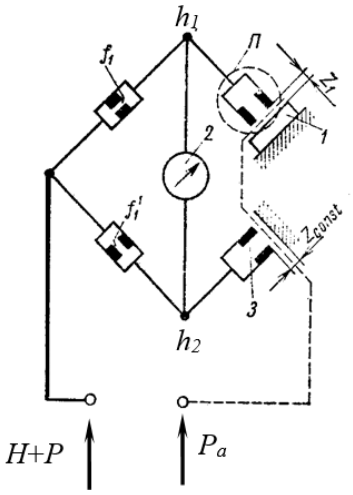


Рисунок 8.4 – Диференціальна вимірювальна схема пневматичного приладу

В одній ланці, яка складається з вхідного сопла f_1 і пневматичного перетворювача П, який сприймає зміну розмірів деталі 1, витрати визначаються вимірювальним тиском h_1, друга ланка утворена вхідним соплом f_1' і соплом 3 з попередньо встановленим зазором Z_{const}. Ця ланка, як правило, називається ланкою протитиску. Диференціальна схема, для якої характерне порівняння двох тисків h_1 і h_2, менше чутлива до коливань робочого тиску.

Як вимірювач різниці тисків 2 застосовують рідинні, сильфонні, мембранні диференціальні манометри, які реагують на різницю $\Delta h = h_1 - h_2$ в двох ланках системи.

За аналогією до електричних вимірювань така схема є пневматичним неврівноваженим мостом, до однієї діагоналі якого прикладено різницю тисків $H=(H+P_a)-P_a$ (P_a – атмосферний тиск), а до іншої – під'єднано вимірювач тиску.

Диференціальна схема може бути використана також і для вимірювання різниці розмірів двох деталей. В цьому випадку замість вузла протитиску встановлюється другий пневматичний перетворювач.

При рівності прохідних перерізів вхідних сопел f_1 і f_1', а також співпаданні форми і розмірів вихідних перерізів обох ланок диференціальної системи

отримаємо:

$$|\varepsilon| = \frac{dh}{\delta h} = \frac{dh}{H} \cdot \frac{\Delta h}{\delta h}, \tag{8.5}$$

де ε – відносна похибка, викликана коливаннями робочого тиску H;

dh – похибка вимірювального тиску, викликана похибкою робочого тиску;

δh – межа вимірювання, виражена в одиницях тиску;

dH – похибка робочого тиску (похибка стабілізатора).

З чого слідує, що $\varepsilon = 0$ при $\Delta h = 0$, тобто при рівності тисків в обох ланках диференціальної схеми, і що величина ε змінюється пропорційно величині Δh, досягаючи максимуму при найбільшому і найменшому вимірювальних зазорах, якщо величина протитиску відповідає середньому значенню вимірюваного тиску. Умова $\Delta h=0$ реалізується в компенсаційній вимірювальній схемі (рис. 8.5).

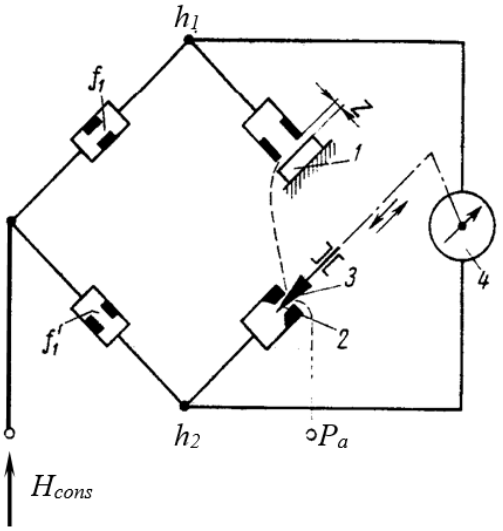


Рисунок 8.5 – Компенсаційна вимірювальна схема пневматичного приладу

Ця схема є пневматичним мостом, який самостійно балансується. Зазор z залежить від величини контрольованої деталі 1 і визначає вимірювальний тиск h_1. Величина h_2 визначається кільцевим зазором між соплом 2 і конічною голкою 3. Конструкція показуючого приладу виконана так, що за наявності різниці тисків h_1 і h_2 чутливий елемент (мембрана) приладу 4 переміщує конічну голку і тим самим змінює тиск h_2 до настання рівності $h_1 = h_2$. Положення конічної голки відносно сопла є мірою вимірювання контрольованої деталі.

8.4 Вибір параметрів вимірювальних схем за заданими метрологічними характеристиками

Для цілей практичного розрахунку пневматичних вимірювальних схем використовують експериментальні дані.

Параметрами вимірювальної схеми є діаметр отвору вхідного сопла d_1, діаметр отвору вимірювального сопла d_2, робочий тиск H, діапазон

вимірювальних зазорів *z*. Основними метрологічними характеристиками вимірювальної пневматичної схеми, які задаються при проектуванні пневматичного вимірювального приладу, є передаточне відношення $K_z=dh/dz$, межі вимірювання Δz, вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки характеристики $h(z)$, ступінь нелінійності характеристики $h(z)$ на заданому проміжку вимірювання.

Вибір параметрів пневматичної вимірювальної схеми починають з вибору діаметра отвору вимірювального сопла.

На основі експлуатації, технології виготовлення, метрологічних та економічних міркувань рекомендується вимірювальні сопла для перетворювачів з плоскою заслінкою виконувати з діаметром $d_2 = 2$ мм. В таблиці 8.1 наведені основні характеристики пневматичних вимірювальних схем з вимірювальним соплом $d_2 = 2$ мм.

Таблиця 8.1 – Характеристики пневматичних вимірювальних схем з вимірювальним соплом $d_2 = 2$ мм

Діаметр отвору вхідного сопла, мм	Робочий тиск, н/м^2×10^5	Прямолінійна ділянка характеристики, мм	Вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки, мм	Передаточне відношення, н/м^2/мм×10^5
0,60	0,5	0,020	0,040	8,2
	1,0	0,024	0,042	13,9
	1,5	0,040	0,050	18,9
	2,0	0,044	0,052	21,0
0,70	0,5	0,024	0,042	6,5
	1,0	0,044	0,052	10,1
	1,5	0,046	0,067	12,1
	2,0	0,050	0,070	15,1
0,80	0,5	0,040	0,050	4,3
	1,0	0,046	0,073	7,0
	1,5	0,050	0,085	9,7
	2,0	0,060	0,090	11,6
1,0	0,5	0,080	0,090	2,2
	1,0	0,080	0,120	4,3
	1,5	0,090	0,145	5,9
	2,0	0,100	0,150	7,4
1,2	0,5	0,080	0,120	1,5
	1,0	0,104	0,162	2,6
	1,5	0,110	0,215	3,8
	2,0	0,100	0,190	4,7
1,5	0,5	0,100	0,215	0,7
	1,0	0,100	0,220	1,4
	1,5	0,130	0,245	2,0
	2,0	0,170	0,275	2,6

Наведені експериментальні дані (таблиця 8.1) дійсні як при одному вимірювальному соплі, так і при великій кількості однакових вимірювальних сопел з рівномірним розподілом вимірювального зазору між ними. В цьому випадку вимірювальний зазор буде дорівнювати сумі всіх зазорів вимірювальних сопел. Ступінь нелінійності прямолінійної ділянки характеристики не перевищує 1%.

8.5 Пневматичні диференціальні прилади

У пневматичних приладах диференціальної системи використовуються диференціальні манометри, де як пружні чутливі елементи застосовані сильфони. На рисунку 8.6 наведено принципову схему такого приладу.

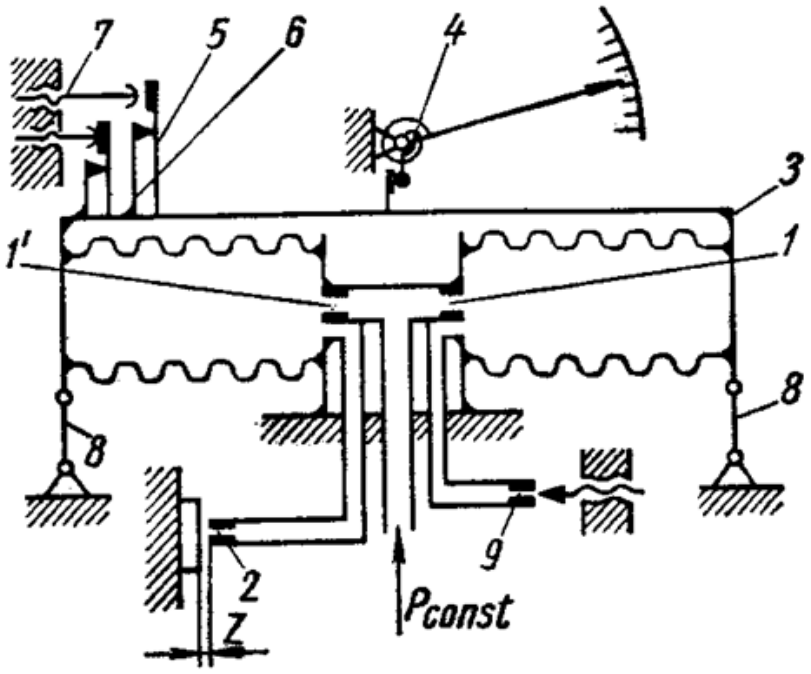


Рисунок 8.6 – Принципова схема сильфонного диференціального пневматичного вимірювального приладу

Стиснене повітря із пневмомережі, пройшовши через блок фільтра і стабілізатора, під постійним тиском надходить через вхідні сопла 1 і 1′ в порожнини сильфонів.

З лівого сильфона повітря через кільцевий зазор z, утворений торцем вимірювального сопла 2 і поверхнею контрольованої деталі, виходить в атмосферу. В цьому сильфоні створюється вимірювальний тиск h, величина якого залежить від розміру контрольованої деталі. З правого сильфона повітря витікає в атмосферу через вузол протитиску 9, а в порожнині сильфона створюється постійний тиск h_2.

Вільні кінці сильфонів жорстко зв’язані стяжкою 3, яка підвішена на плоских пружинах 8.

Положення рухомої системи приладу визначається різницею вимірювального тиску h і деякого сталого протитиску h_2. Переміщення рухомої системи вимірюється за допомогою механізму 4, який складається із стрілки зі шкалою і важільно-зубчастої передачі від сильфонів до стрілки.

На рухомій системі приладу за допомогою плоских пружин 5 закріплено рухомі електричні контакти. Для попереднього натягу пружин з метою необхідного зусилля замикання контактів служать упори 6. Гвинти 7 з нерухомими контактами служать для настроювання спрацьовування електричних контактів при заданому розмірі контрольованої деталі. В існуючих приладах кількість контактів (вихідних команд керування) досягає восьми.

При диференціальних вимірюваннях замість вузла протитиску встановлюється друге вимірювальне сопло, аналогічне соплу 2.

У тому випадку, коли прилад проектується також і для контролю відхилень від правильної геометричної форми і взаємного розташування поверхонь, наприклад, овальності, биття, перпендикулярності торця тощо, він комплектується плаваючим контактом.

Настроювання приладу проводиться за допомогою зразкових деталей, причому при настроюванні контактів, регулюючи вузол протитиску, досягають такого положення рухомої системи, при якому стрілка приладу розташовується симетрично відносно нуля шкали при послідовному встановленні на вимірювальну позицію максимальної та мінімальної зразкової деталі. При правильному виборі параметрів схеми і пружних елементів похибка диференціальних сильфонних приладів не перевищує десятих долей мікрометра.

8.6 Розрахунок пневматичних диференціальних схем

Вихідні дані до розрахунку:

Висота контрольованої деталі.

Кількість вихідних команд керування.

Діапазон вимірювання – Δ.

Ціна поділки лімбу налаштовування $i_к$.

Похибка спрацьовування δ_z (%).

Передаточне відношення важільного механізму пневматичного перетворювача $K_в$.

Робочий тиск H.

Довжина (інтервал) ділення шкали a=1мм.

Порядок розрахунку

1. Виходячи зі стандартизованих даних і враховуючи рекомендації, приймаємо вимірювальний перетворювач з плоскою заслінкою (рис. 8.2, а, б) і вибираємо діаметр отвору вимірювального сопла d_2 = 2 мм.

2. Оскільки прямолінійна ділянка характеристики вимірювальної системи згідно з таблицею 8.1 обмежена значенням 0,17 мм, для забезпечення ступеня нелінійності 1 % слід перевірити співвідношення:

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в \le 0{,}17 \ \ мм, \tag{8.6}$$

де $K_в$ – передаточне відношення важільного механізму пневматичного перетворювача.

Якщо умова (8.6) не виконується, необхідно відкоректувати значення $K_в$, тобто прийняти інше значення з ряду: 1:1, 1:2, 1:4, 1:5. Значення $K_в$ вибираємо якомога більшим.

3. Характеристики пневматичної вимірювальної системи вибираємо за експериментальними даними з таблиці 8.1:

– діаметр отвору вхідного сопла d_1;

– робочий тиск H;

– прямолінійна ділянка характеристики ΔZ ;

– вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки $Z_{ср}$;

– передаточне відношення пневматичної вимірювальної системи, утвореної соплами 1 та 2 K_z.

4. З принципової схеми сильфонного диференціального пневматичного вимірювального приладу (рис. 8.6) слідує, що його загальне передаточне відношення дорівнює:

$$K_\Sigma = K_в K_z K_м K_c, \tag{8.7}$$

де $K_в$ – передаточне відношення важільного механізму;

K_z – передаточне відношення пневматичної системи;

$K_м$ – передаточне відношення механізму передачі від сильфона на стрілку;

K_c – передаточне відношення сильфонів.

Для забезпечення заданих або вибраних параметрів шкали загальне передаточне відношення приладу повинно дорівнювати:

$$K_\Sigma = \frac{a}{i_\Sigma}, \tag{8.8}$$

де a – задана довжина ділення шкали;

i_Σ – вибрана ціна ділення шкали.

Передаточне відношення на електричні контакти $K_c \cdot K_z$ для сильфонних приладів мікронної точності, як правило, приймають у межах 20-50.

Тоді можна визначити передаточне відношення сильфонів:

$$K_c = \frac{k_c \cdot k_z}{k_z}. \tag{8.9}$$

5. Перевірка умов спрацьовування контактів після заданої кількості їх замикання здійснюється за допомогою нерівності:

$$\frac{\Delta_{сп}}{K_z K_c} < \Delta_z, \tag{8.10}$$

де $\Delta_{сп}$ – механічне та ерозійне спрацьовування контактів, величина якого залежить від матеріалу контактів та кількості їх замикань і вибирається з таблиці 8.2.

Таблиця 8.2 – Величини спрацьовування контактів

Матеріал контактів	Спрацьовуння після 25000 замикань, мкм
Вольфрам	1-2
Срібло Ср. 99,9	5-7
Платина Пл П-1	5-7
Вольфраморенієвий сплав ВР-20	0,5-1
Палладій з іридієм ПДИ-18	4-6

Допустима похибка вимірювання Δ_z визначається відповідно до заданої похибки спрацьовування δ_z :

$$\Delta_z = \frac{\delta_z Z_{ср}}{100}. \tag{8.11}$$

Якщо умова спрацьовування контактів не забезпечується, слід змінити передаточне відношення $K_c \cdot K_z$.

6. Визначаємо передаточне відношення механізму передачі від сильфона на стрілку:

$$K_м = \frac{k_\Sigma}{k_c \cdot k_z}. \tag{8.12}$$

7. Визначаємо передаточне відношення на контакти з урахуванням передаточного відношення важеля $k_в$:

$$K_к = k_в k_z k_c. \tag{8.13}$$

8. З метою зменшення похибки показів до заданої величини необхідно збільшувати ефективну площу сильфонів так, щоб зусилля P_c, яке створюють сильфони при зміні вимірювального зазору на величину допустимої похибки Δ_z, було рівним або більшим від сумарного додаткового зусилля:

$$P_c \geq P_м + P_к, \tag{8.14}$$

де $P_м = 0{,}3\ H$ – амплітуда коливань зусилля притискання механізму передачі руху від сильфонів на стрілку;

$P_к$ – зусилля з боку пружин електроконтактного пристрою, яке визначається залежністю:

$$P_к = n \cdot P + 0{,}5q \cdot l \cdot n, \tag{8.15}$$

де n – число контактів, яке повинно дорівнювати кількості команд керування;

P – зусилля попереднього притискання пружини до обмежувальних планок, яке забезпечує надійне замикання контактів і приймається з таблиці 8.3 залежно від матеріалу контактів;

q=0,02 Н/мм – жорсткість пружини, пов'язаної з контактом;

$l = \Delta \cdot K_к$ – величина переміщення контакту в замкнутому стані.

Таблиця 8.3 – Зусилля замикання контактів

Матеріал контактів	Рекомендоване зусилля замикання в Н
Вольфрам В4	0,1 – 0,15
Срібло СР. 99,9	0,05 – 0,08
Платина Пл П1	0,03 – 0,05
Вольфраморенієвий сплав ВР – 20	0,1 – 0,15
Палладій з іридієм ПД-18	0,07 – 0,1

9. Визначаємо ефективну площу сильфонів:

$$F_e \geq \frac{P_c}{K_z \Delta_z}. \tag{8.16}$$

10. Знаходимо ефективний діаметр сильфонів:

$$D = 2\sqrt{\frac{F_e}{\pi}}. \tag{8.17}$$

11. Визначаємо жорсткість сильфонів та їх пружної підвіски:

$$q_c \geq \frac{F_e K_z}{K_z K_c}. \tag{8.18}$$

12. Уточнюємо загальне передаточне відношення приладу за формулою (8.7).

13. Для зменшення похибки від коливання робочого тиску діаметри вхідних сопел обох ланок приймаємо рівними, а також приймаємо рівними діаметри робочого сопла та сопла протитиску.

14. Розраховуємо механізм лімбу налаштовування контактів.

Приймаємо, що лімб налаштовування контактів розбито на 10 поділок. Тоді крок різьби лімбу налаштовування буде:

$$S = 10 \cdot i_k \mathrm{K_в K}_z \mathrm{K}_c \times 10^{-3},\ \text{мм}. \tag{8.19}$$

8.7 Компенсаційні пневматичні вимірювальні прилади

На рисунку 8.8 наведено принципову схему приладу, побудованого за компенсаційною схемою. Стиснене повітря під постійним тиском *H* надходить через вхідні сопла 1 і 10 у вимірювальну камеру 9 і компенсаційну камеру 3. Із вимірювальної камери повітря виходить в атмосферу через вимірювальний зазор *z* між торцем вимірювального сопла 2 і поверхнею контрольованої деталі 8.

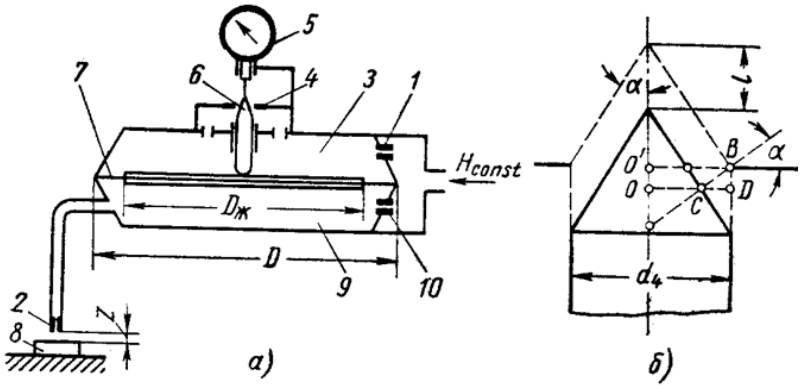


Рисунок 8.8 – Принципова схема компенсаційного пневматичного приладу (а) і геометрична схема каналу витікання компенсаційної ланки приладу (б)

Із компенсаційної камери повітря виходить в атмосферу через кільцеву щілину між поверхнею конічної голки 6 і сопла 4. Мембрана 7 знаходиться у спокої тільки тоді, коли тиск у вимірювальній камері дорівнює тиску у компенсаційній камері. При зміні зазору вимірювальний тиск також змінюється і рівновага мембрани порушується.

Переміщуючись, мембрана змінює положення голки 6 відносно сопла 4 таким чином, що тиск у компенсаційній камері знову стає рівним вимірювальному тиску. Переміщення голки 6, яке відраховується за шкалою мікроміра 5, є мірою зміни розміру контрольованої деталі 8.

Отримання електричних команд здійснюється за допомогою встановлення електрифікованих мікромірів 5 або застосуванням електроконтактних перетворювачів – як граничних, так і амплітудних, вимірювальні стержні яких конструктивно зв’язуються з переміщенням голки 6. За допомогою компенсаційного приладу можна вимірювати різницю двох розмірів. Для цього необхідно включити в компенсаційну камеру другий пневматичний перетворювач. Конструктивно ці прилади прості, мають високу точність (1-2 мкм), менше інерційні у порівнянні із сильфонними приладами.

Залежність величини переміщення конічної голки 6 від зміни вимірювального зазору визначається з умови компенсації тисків, яка зводиться до рівності відношень площ витікання через сопла компенсаційної та вимірювальної ланок:

$$\frac{f_4}{f_{10}} = \frac{f_2}{f_1},$$

де f_4, f_{10}, f_2, f_1 – площі витікання через відповідні сопла.

8.8 Розрахунок компенсаційних пневматичних вимірювальних приладів

Вихідні дані до розрахунку:

Висота контрольованої деталі.

Кількість вихідних команд керування.

Діапазон вимірювання – Δ.

Ціна поділки лімбу налаштовування $i_к$.

Похибка спрацьовування δ_z (%).

Передаточне відношення важільного механізму пневматичного перетворювача $K_в$.

Робочий тиск H.

Довжина (інтервал) ділення шкали a=1 мм.

Порядок розрахунку

1. Виходячи із стандартизованих даних і враховуючи рекомендації, приймаємо вимірювальний перетворювач з плоскою заслінкою (рис. 8.2, а, б) і вибираємо діаметр отвору вимірювального сопла d_2 = 2 мм.

2. Оскільки прямолінійна ділянка характеристики вимірювальної системи, згідно з таблицею 8.1, обмежена значенням 0,17 мм, для забезпечення ступеня нелінійності 1 % слід перевірити співвідношення:

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в \le 0{,}17 \ \ мм, \tag{8.20}$$

де $K_в$ – передаточне відношення важільного механізму пневматичного перетворювача.

Якщо умова (8.20) не виконується, необхідно відкоректувати значення $K_в$, тобто прийняти інше значення з ряду: 1:1, 1:2, 1:4, 1:5. Значення $K_в$ вибираємо якомога більшим.

3. Характеристики пневматичної вимірювальної системи вибираємо за експериментальними даними з таблиці 8.1:

– діаметр отвору вхідного сопла d_1;

– робочий тиск H;

– прямолінійна ділянка характеристики ΔZ;

– вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки $Z_{ср}$;

– передаточне відношення пневматичної вимірювальної системи, утвореної соплами 1 та 2 K_z.

4. Для забезпечення заданих або вибраних параметрів шкали загальне передаточне відношення приладу повинно дорівнювати:

$$K_\Sigma = \frac{a}{i_\Sigma}, \tag{8.21}$$

де a – задана довжина ділення шкали;

i_Σ – вибрана ціна ділення шкали.

5. Для найкращого наближення до умов газодинамічної подібності витікання через відповідні сопла обох ланок приладу і, відповідно, зменшення величини впливу коливання робочого тиску на результати вимірювання, діаметри вхідних сопел 1 і 10 приймаємо рівними:

$$d_1 = d_{10}. \tag{8.22}$$

6. Тоді умова компенсації буде:

$$f_2 = f_4. \tag{8.23}$$

7. З принципової схеми мембранного компенсаційного пневматичного вимірювального приладу (рис. 8.8) випливає, що його загальне передаточне відношення дорівнює:

$$K_\Sigma = K_в K_z K_м K_{мб}, \tag{8.24}$$

де $K_в$ – передаточне відношення важільного механізму;

K_z – передаточне відношення пневматичної системи;

$K_м$ – передаточне відношення мікроміра;

$K_{мб}$ – передаточне відношення мембрани.

Для забезпечення заданих або вибраних параметрів шкали загальне передаточне відношення приладу повинно відповідати (8.22).

Передаточне відношення до конічної голки приладу $K_п = K_z K_{мб}$ для мембранних приладів, як правило, приймають рівним 20-50.

8. Тоді можна визначити передаточне відношення мембрани:

$$K_{мб} = \frac{K_z K_{мб}}{K_z} = \frac{K_п}{K_z}. \tag{8.25}$$

9. Визначаємо половину кута конуса голки 6:

$$\alpha = \arcsin \frac{d_2}{d_4 K_п}, \tag{8.26}$$

де d_4 = 1,5 мм.

10. Визначаємо передаточне відношення до конічної голки з врахуванням передаточного відношення важеля $K_в$:

$$K_к = K_в K_z K_{мб}. \tag{8.27}$$

11. З метою зменшення похибки показів до заданої величини необхідно, щоб зусилля мембрани було більшим або рівним від сумарного додаткового зусилля:

$$P_{мб} \geq P_м + P_к. \tag{8.28}$$

Зусилля притискання вимірювального стержня мікроміра до голки:

$$P_м = (3 \div 4)\frac{\pi d^2}{4} \cdot H \qquad (8.29)$$

Це зусилля визначається з умови, щоб воно було в 3-4 рази більше за зусилля, яке виштовхує голку 3 компенсаційної камери максимально можливим (робочим) тиском H, а $P_к$ – зусилля з боку контактних пружин, якщо вони включені в кінематичний ланцюг приладу, які визначаються згідно з (8.15).

12. Ефективну площу мембрани знаходимо з умови, щоб похибка вимірювання, викликана коливаннями вимірювального зусилля мікроміра і прикладених додаткових зусиль зі сторони контактних пружин не перевищувала заданої:

$$F_e \geq \frac{P_{мб}}{K_z \Delta_z}, \qquad (8.30)$$

де Δ_z визначаємо згідно з (8.11).

13. Визначаємо діаметр мембрани D та жорсткого центра $D_ж$:

$$D \geq 1{,}25\sqrt{\frac{P_{мб}}{K_z \Delta_z}}; \qquad D_ж = 0{,}8D. \qquad (8.31)$$

14. Уточнюємо загальне передаточне відношення приладу:

$$K_\Sigma = K_в K_z K_м K_{мб}. \qquad (8.32)$$

15. Розраховуємо механізм лімбу настроювання контактів.

Приймаємо, що лімб настроювання контактів розбито на 10 поділок. Тоді крок різьби лімбу настроювання буде:

$$S = 10 \cdot i_k \mathrm{K_в K_z K_{мб}} \times 10^{-3}, \text{ мм}. \qquad (8.33)$$

Задача 1

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 8.9), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок диференційного пневматичного перетворювача мікропереміщення. Вихідні дані вибрати з таблиці 8.4.

Таблиця 8.4 – Вихідні дані

№ варіанта	Величина параметра, який контролюється	Кількість вихідних команд керування	Діапазон вимірювання, мм	Похибка спрацьовування, %	Передатне відношення	Вхідний тиск $H \cdot 10^5$, МПа
1	20	2	0-0,1	1	1:2	1,0
2	50	5	0-0,3	0,5	1:1	1,5
3	25	3	0-0,2	2	1:1	2,0
4	40	1	0-0,2	2	5:1	1,0
5	70	3	0-0,3	1	2:1	1,5
6	90	5	0-0,1	2	5:1	2,0
7	45	2	0-0,3	1	1:1	1,0
8	75	4	0-0,2	2	1:1	1,5
9	20	1	0-0,2	1	1:1	2,0
10	40	3	0-0,4	2	1:1	1,0
11	70	5	0-0,1	1	1:1	1,5
12	40	2	0-0,1	2	5:1	2,0
13	80	4	0-0,5	1	1:2	1,0
14	25	1	0-0,2	2	1:1	1,5
15	35	3	0-0,2	1	1:1	2,0
16	55	5	0-0,3	2	1:1	1,0
17	75	1	0-0,2	0,5	5:1	1,5
18	95	2	0-0,1	1	2:1	2,0
19	20	3	0-0,3	1,5	5:1	1,0
20	40	4	0-0,5	2	1:1	1,5
21	60	5	0-0,1	0,5	1:1	2,0
22	80	1	0-0,2	1	1:1	1,0
23	100	2	0-0,1	1,5	1:1	1,5
24	35	3	0-0,3	2	1:1	2,0
25	50	4	0-0,5	0,5	1:1	1,0

Приклад розрахунку диференційного пневматичного вимірювального перетворювача

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 8.9), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок диференційного пневматичного перетворювача мікропереміщення.

Вихідні дані:

1. Висота деталі: h = 50 мм.
2. Кількість команд керування – 2.
3. Діапазон вимірювання: 0-0,3 мм.

4. Ціна поділки лімбу налаштовування $i_к$ = 5 мкм.

5. Похибка спрацювання δ_z = 2 %.

6. Передаточне відношення $K_в$ = 2:1.

7. Робочий тиск $H = 2 \cdot 10^5$ МПа.

8. Довжина ділення шкали: a = 1 мм.

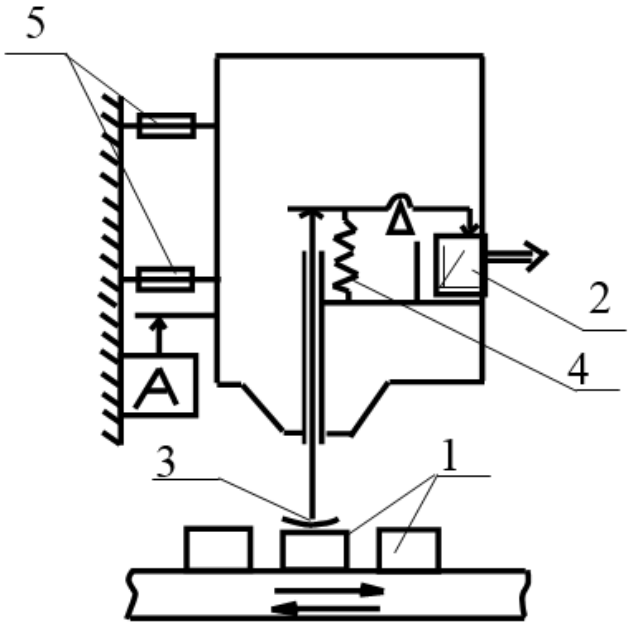


Рисунок 8.9 – Вимірювальний пристрій для контролю висоти деталей: 1 – деталь (параметр), що контролюється; 2 – вимірювальний перетворювач; 3 – вимірювальний щуп; 4 – циліндрична пружина для створення вимірювального зусилля; 5 – плоскі пружини передаточних механізмів; А – пристрій аретування

Розрахунок перетворювача

1. Виходячи із стандартизованих даних і враховуючи рекомендації, приймаємо вимірювальний перетворювач з плоскою заслінкою і вибираємо діаметр отвору вимірювального сопла d_2 = 2 мм.

2. Оскільки прямолінійна ділянка характеристики вимірювальної системи згідно з експериментальними даними обмежена значенням 0,17 мм, для забезпечення ступеня нелінійності 1 % слід перевірити співвідношення:

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в = 0{,}3 \cdot 2 = 0{,}6 \ мм > 0{,}17 \ мм.$$

Оскільки умова $\Delta Z \le 0{,}17 \ мм$ не виконується, приймаємо $K_в$=1:2=0,5.

Тоді

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в = 0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15 \ мм < 0{,}17 \ мм.$$

3. Характеристики пневматичної вимірювальної системи вибираємо за експериментальними даними з таблиці 8.1:

– діаметр отвору вхідного сопла d_1 = 1,5 мм;

– робочий тиск $H = 2 \cdot 10^5$ МПа;

– прямолінійна ділянка характеристики ΔZ = 0,17 мм;

– вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки $Z_{ср}$ = 0,275 мм;

– передаточне відношення пневматичної вимірювальної системи

$K_z = 2{,}6 \cdot 10^5$ МПа/мм.

4. З принципової схеми сильфонного диференціального пневматичного вимірювального приладу слідує, що його загальне передаточне відношення дорівнює:

$$K_\Sigma = K_в K_z K_м K_с,$$

де $K_м$ – передаточне відношення механізму передачі від сильфона на стрілку;

$K_с$ – передаточне відношення сильфонів.

4.1. Задана довжина ділення шкали a=1 мм.

Приймаємо ціну ділення шкали $i_\Sigma = 1 \ мкм = 0{,}001 \ мм.$

Тоді необхідне загальне передаточне відношення

$$K_\Sigma = \frac{a}{i_\Sigma} = \frac{1}{0{,}001} = 1000.$$

4.2. Передаточне відношення на електричні контакти $K_с \cdot K_z$ приймаємо з діапазону 20-50:

$$K_с \cdot K_z = 30.$$

5. Здійснюємо перевірку умов спрацьовування контактів після заданої кількості їх замикання:

$$\frac{\Delta_{сп}}{K_z K_с} < \Delta_z.$$

5.1. Величина механічного та ерозійного спрацьовування після 25000 замикань для вольфраму:

$$\Delta_{сп} = 2 \ мкм = 2 \cdot 10^{-3} \ мм.$$

5.2. Допустима похибка вимірювання:

$$\Delta_z = \frac{\delta_z \Delta Z}{100} = \frac{2 \cdot 0{,}15}{100} = 0{,}3 \cdot 10^{-2} \ мм.$$

5.3. Перевіряємо умову:

$$\frac{\Delta_{сп}}{K_z K_с} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{30} = 0{,}66 \cdot 10^{-4} \ мм < \Delta_z = 0{,}3 \cdot 10^{-2} мм.$$

6. Передаточне відношення механізму передачі від сильфона на стрілку:

$$K_м = \frac{k_\Sigma}{K_с \cdot K_z} = \frac{1000}{30} = 33{,}3.$$

7. Передаточне відношення на контакти з урахуванням передаточного відношення важеля $k_в$:

$$K_к = K_в K_z K_с = 0{,}5 \cdot 30 = 15.$$

8. Зусилля сильфонів визначаємо з умови:

$$P_с \geq P_м + P_к,$$

де $P_м = 0{,}3 \ H$ – амплітуда коливань зусилля притискання однієї пружини.

Зусилля контактних пружин:

$$P_к = n \cdot P + 0{,}5q \cdot l \cdot n.$$

8.1. Число контактів згідно з заданою кількістю команд керування n = 2.

8.2. Жорсткість пружини q=0,02 Н/мм.

8.3. Величина переміщення контактів у замкнутому стані:

$$l = \Delta \cdot K_к = 0{,}3 \cdot 15 = 4{,}5 \ мм.$$

8.4. Зусилля замикання контактів приймаємо згідно з рекомендаціями для вольфраму: P=0,15 Н.

8.5. Розраховуємо зусилля контактних пружин:

$$P_к = n \cdot P + 0{,}5q \cdot l \cdot n = 2 \cdot 0{,}15 + 0{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot 4{,}5 \cdot 2 = 0{,}48 \ H.$$

8.6. Тоді зусилля сильфонів

$$P_c \geq P_м + P_к = 2 \cdot 0{,}3 + 0{,}48 = 1{,}08 \ H.$$

Приймаємо P_c=1,1 Н.

9. Визначаємо ефективну площу сильфонів:

$$F_e \geq \frac{P_c}{K_z \Delta_z} = \frac{1{,}1}{2{,}6 \cdot 10^5 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-2}} = 1{,}41 \cdot 10^{-3} \ м^2.$$

10. Знаходимо ефективний діаметр сильфонів:

$$D = 2\sqrt{\frac{F_e}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{1{,}41 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 0{,}042 \ м.$$

11. Визначаємо жорсткість сильфонів та їх пружної підвіски:

$$q_c \geq \frac{F_e K_z}{K_z K_c} = \frac{1{,}41 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}6 \cdot 10^5}{30} = 12{,}22 \ \frac{H}{мм}.$$

12. Оскільки $K_c \cdot K_z$ не уточнювалося, загальне передаточне число приладу залишилось без змін.

13. Для зменшення похибки від коливання робочого тиску діаметри вхідних сопел обох ланок приймаємо рівними, а також приймаємо рівними діаметри робочого сопла та сопла протитиску.

14. Розраховуємо механізм лімбу налаштовування контактів, вважаючи, що лімб розбито на 10 поділок. Тоді крок різьби лімбу налаштовування буде:

$$S = 10 \cdot i_k \mathrm{K_в K}_z \mathrm{K}_c \times 10^{-3} = 10 \cdot 5 \cdot 0{,}5 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 0{,}75 \text{ мм}.$$

Задача 2

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 4.9), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок компенсаційного пневматичного перетворювача мікропереміщення. Вихідні дані вибрати з таблиці 4.4.

Приклад розрахунку компенсаційного пневматичного вимірювального перетворювача

Для заданої схеми вимірювального перетворювача (рис. 4.9), який використовується в системі активного контролю при шліфуванні деталей, виконати розрахунок компенсаційного пневматичного перетворювача мікропереміщення.

Вихідні дані:

1. Висота деталі: h = 90 мм.
2. Кількість команд керування – 5.
3. Діапазон вимірювання: 0 – 0,8 мм.
4. Ціна поділки лімбу налаштовування $i_к$ = 2 мкм.
5. Похибка спрацювання δ_z = 2 %.
6. Передаточне відношення $K_в$ = 5:1.
7. Робочий тиск $H = 2 \cdot 10^5$ МПа.
8. Довжина ділення шкали: a = 1 мм.

Розрахунок перетворювача

1. Виходячи із стандартизованих даних і враховуючи рекомендації, приймаємо вимірювальний перетворювач з плоскою заслінкою і вибираємо діаметр отвору вимірювального сопла d_2 = 2 мм.

2. Оскільки прямолінійна ділянка характеристики вимірювальної системи згідно з експериментальними даними обмежена значенням 0,17 мм, для забезпечення ступеня нелінійності 1 % слід перевірити співвідношення:

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в = 0,8 \cdot 5 = 4 \ мм > 0,17 \ мм.$$

Оскільки умова $\Delta Z \le 0,17 \ мм$ не виконується, приймаємо $K_в$=1:5=0,2.

Тоді

$$\Delta Z = \Delta \cdot K_в = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16 \ мм < 0,17 \ мм.$$

3. Характеристики пневматичної вимірювальної системи вибираємо за експериментальними даними з таблиці 4.1:

– діаметр отвору вхідного сопла d_1 = 1,5 мм;

– робочий тиск $H = 2 \cdot 10^5$ МПа;

– прямолінійна ділянка характеристики ΔZ = 0,17 мм;

– вимірювальний зазор в середині прямолінійної ділянки $Z_{ср}$ = 0,275 мм;

– передаточне відношення пневматичної вимірювальної системи $K_z = 2,6 \cdot 10^5$ МПа/мм.

4. З принципової схеми мембранного компенсаційного перетворювача випливає, що його загальне передаточне відношення:

$$K_\Sigma = K_в K_z K_{мб} K_м,$$

де $K_м$ – передаточне відношення мікроміра;

$K_{мб}$ – передаточне відношення мембрани.

4.1. Задана довжина ділення шкали a=1 мм.

Приймаємо ціну ділення шкали $i_\Sigma = 2 \ мкм = 0,002 \ мм.$

Тоді необхідне загальне передаточне відношення:

$$K_\Sigma = \frac{a}{i_\Sigma} = \frac{1}{0,002} = 500.$$

4.2. Передаточне відношення до конічної голки приладу $K_п = K_z \cdot K_{мб}$ приймаємо рівним 30.

5. Визначаємо передаточне відношення мембрани:

$$K_{мб} = \frac{K_n}{K_z} = \frac{30}{2{,}6 \cdot 10^5} = 1{,}15 \cdot 10^{-4}.$$

6. Діаметри вхідних сопел приймаємо рівними:

$$d_{10} = d_1 = 1{,}5 \ мм.$$

7. Тоді умова компенсації: $f_2 = f_4$.

8. Передаточне відношення мікроміра:

$$K_{мб} = \frac{K_\Sigma}{K_в \cdot K_n} = \frac{500}{0{,}2 \cdot 30} = 83{,}33.$$

9. Визначаємо половину кута конуса голки 6:

$$\alpha = \arcsin \frac{d_2}{d_4 K_n} = \arcsin \frac{2}{1{,}5 \cdot 30} = 2{,}547^0,$$

де d_4 = 1,5 мм.

10. Визначаємо передаточне відношення до конічної голки з урахуванням передаточного відношення важеля $K_в$:

$$K_к = K_в K_z K_{мб} = 0{,}2 \cdot 30 = 6.$$

11. Зусилля притискання вимірювального стержня мікроміра:

$$P_м = (3 \div 4)\frac{\pi d^2}{4} \cdot H = 3{,}5 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2}{4 \cdot 10^6} \cdot 2 \cdot 10^5 = 2{,}24 \ H.$$

12. Зусилля з боку контактних пружин, які забезпечують включення n=5 команд керування:

$$P_к = n \cdot P + 0{,}5q \cdot l \cdot n,$$

де q=0,02 Н/мм – жорсткість пружин;

P=0,15 Н – зусилля замикання контактів згідно з рекомендаціями для вольфраму;

$l = \Delta \cdot K_к = 0{,}8 \cdot 6 = 4{,}8 \ мм$ – величина переміщення контактів.

Тоді

$$P_к = n \cdot P + 0{,}5q \cdot l \cdot n = 5 \cdot 0{,}15 + 0{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot 4{,}8 \cdot 5 = 0{,}99 \ H.$$

13. Зусилля мембрани

$$P_{мб} \geq P_м + P_к = 2{,}24 + 0{,}99 = 3{,}23 \ H.$$

Приймаємо $P_{мб} = 3{,}23 \ H$.

14. Допустима похибка вимірювання:

$$\Delta_z = \frac{\delta_z \Delta Z}{100} = \frac{2 \cdot 0{,}16}{100} = 0{,}32 \cdot 10^{-2} \ мм.$$

15. Визначаємо ефективну площу мембрани:

$$F_e \geq \frac{P_{мб}}{K_z \Delta_z} = \frac{3{,}23}{2{,}6 \cdot 10^5 \cdot 0{,}32 \cdot 10^{-2}} = 2{,}764 \cdot 10^{-3} \ м^2.$$

де Δ_z визначаємо згідно з (8.11).

16. Визначаємо діаметр мембрани:

$$D \geq 1{,}25 \sqrt{\frac{P_{мб}}{K_z \Delta_z}} = 1{,}25 \cdot 0{,}0526 = 0{,}0657 \ м.$$

Діаметр жорсткого центру:

$$D_{ж} = 0{,}8D = 0{,}8 \cdot 0{,}0657 = 0{,}0525 \ м.$$

17. Розраховуємо механізм лімбу налаштовування контактів, вважаючи, що лімб налаштовування контактів розбито на 10 поділок. Тоді крок різьби лімбу налаштовування:

$$S = 10 \cdot i_k \mathrm{K_в K}_z \mathrm{K}_{мб} \times 10^{-3} = 10 \cdot 2 \cdot 0{,}2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 0{,}12 \text{ мм}.$$

Практичне заняття №9
МЕТОДИ І ПРИЛАДИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ

Теоретичні відомості

Температурою називають фізичну величину, що характеризує ступінь нагрівання тіла. Практично всі технологічні процеси та різні властивості тіл залежать від температури.

Вимірювати температуру можна лише посереднім шляхом, спираючись на залежність від температури таких фізичних властивостей тіл, які можна безпосередньо оцінити вимірюванням. Ці властивості називають термометричними. До них відносять довжину, об'єм, густину, термоелектрорушійну силу, електричний опір та інше. Речовини, які володіють термоелектричними властивостями, називають термометричними. Для створення термометра необхідно мати термометричну шкалу, тобто конкретний числовий зв'язок температури зі значенням термометричної властивості, яка вимірюється.

Засоби вимірювання температури, які засновані на властивості зміни температури залежно від зміни тиску робочої речовини при постійному об'ємі, називаються манометричними термометрами. Вони можуть бути газовими, рідинними та конденсаційними.

При використанні в якості термометричної властивості зміни опору залежно від зміни температури термометри називають термоперетворювачами опору. В якості вторинних приладів, що працюють з термоперетворювачами опору, застосовують зрівноважені та незрівноважені вимірювальні мости та логометри.

Прилади, в яких використовують для визначення температури теплове випромінювання, називають пірометрами вимірювання.

Одним з найбільш розповсюджених засобів для вимірювання температури є термоелектричні термометри або термопари. В якості вторинних приладів, які працюють в комплекті з термопарами, застосовують мілівольтметри, потенціометри та нормуючі перетворювачі.

Вимірювання температури термометрами – термоелектричними перетворювачами засновано на використанні термоелектричного ефекту, який полягає в тому, що при зміні температури в елементах вимірювального ланцюга виникає електрорушійна сила (ЕРС).

Сутність виникнення ЕРС – концентрація в міжмолекулярному просторі провідника вільних електронів, які знаходяться в одиниці об'єму, залежить від роду провідника та його температури.

Схема термопари з вимірювальним приладом показана на рисунку 9.1. Місце з'єднання двох різнорідних термоелектродів 1, яке розміщується в зоні вимірювання, називається робочим спаєм, а місця з'єднання термоелектродів з провідниками – вільними спаями 2 та 3. В якості вимірювального приладу 4 може використовуватися магнітоелектричний мілівольтметр або потенціометр.

Основне рівняння термоперетворювача має вигляд (9.1):

$$\mathrm{E}_{AB}(t,t_0)=\mathrm{E}_{AC}(t,t_0)-\mathrm{E}_{BC}(t,t_0), \qquad (9.1)$$

де пов’язані ЕРС окремих ділянок ланцюга при температурах спаїв t та t_0.

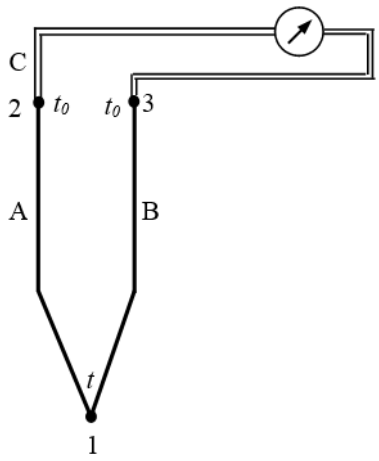


Рисунок 9.1 – Схема термопари з вимірювальним приладом

Вимірювання температури за допомогою термопари можливе лише при постійній та точно визначеній температурі її вільного кінця t_0. У цьому випадку рівняння набуває вигляду (9.2):

$$E_{AB}(t, t_0) = f(t). \tag{9.2}$$

Для різних типів термопар ця функція різна і визначається дослідним шляхом.

Термопари, які поширені на практиці для створення термопар, наведені в таблиці 13.4. У ній також подані їх основні показники. В назві термопар першим вказано додатній термоелектрод.

Експериментально одержана залежність ЕРС $E_{AB}(\ t,\ t_0\ )$ термопари від температури робочого кінця t при постійній температурі вільних кінців t_0, яку зазвичай приймають рівною 0^0С, називається градуюванням термопари. На основі цієї залежності складають градуювальні таблиці (табл. 13.3) для практичного користування.

Якщо ЕРС вимірюють при іншому значенні температури вільного кінця, необхідно вводити поправку згідно з рівнянням (9.3):

$$E_{AB}(t, t_0) = E_{AC}(t, t_0') - E_{BC}(t_0', t_0), \tag{9.3}$$

де t_0 =0 – температура вільного спаю при градуюванні;

t_0' – температура вільного спаю при вимірюванні;

t – температура робочого спаю.

Градуювання шкали вимірювального приладу (мілівольтметра) в ^{0}С здійснюється при певному значенні опору зовнішнього ланцюга $R_{зв}$, яке вказується на шкалі приладу. Величина $R_{зв}$ встановлюється залежно від типу приладу та термопари рівною 0,6; 5; 15 або 25 Ом. Якщо під час монтажу величина $R_{зв}$ сягає меншої величини, ніж вказано на шкалі, то в ланцюг підключають додатковий опір $R_д$ у вигляді манганінового резистора.

Тоді опір мілівольтметра:

$$R_{\text{М}} = R_{Р} + R_{д}, \tag{9.4}$$

де $R_Р$ – опір обмотки рамки;

$R_д$ – додатковий опір манганінового резистора (котушки).

Технічні мілівольтметри мають внутрішній опір не менше 200 Ом, а контрольні – не менше 300 Ом. Включення додаткової котушки зменшує температурний коефіцієнт електричного опору мілівольтметра $\alpha_{\text{М}}$, який визначається за формулою (9.5):

$$\alpha_{\text{М}} = \alpha_{\text{Р}} \frac{R_{\text{Р}}}{R_{\text{Р}} + R_{д}}, \tag{9.5}$$

де $\alpha_{\text{Р}}$ – температурний коефіцієнт рамки приладу, який для міді та алюмінію дорівнює $4{,}26 \cdot 10^{-3}$ град$^{-1}$.

При відхиленні температури провідника від початкового значення його новий електричний опір визначається за формулою (9.6):

$$R'_{\text{П}} = R_{\text{П}}\left[1 + \alpha\left(t_2 - t_1\right)\right], \tag{9.6}$$

де $R_П$ – початковий опір провідника;

α – температурний коефіцієнт електричного опору провідника;

t_2 та t_1 – нове та початкове значення температури.

Тоді нові значення електричного опору зовнішнього опору ланцюга та мілівольтметра визначається залежностями (9.7-9.8):

$$R'_{ЗВ} = R_{ЗВ}\left[1 + \alpha_{\Л}\left(t_2 - t_1\right)\right]; \tag{9.7}$$

$$R'_{м} = R_{\text{М}}\left[1 + \alpha_{\text{М}}\left(t_2 - t_1\right)\right], \tag{9.8}$$

де $\alpha_{\Л}$ – температурний коефіцієнт ланцюга, який для мідних або алюмінієвих провідників може бути прийнятий рівним $4{,}26 \cdot 10^{-3}$ град$^{-1}$.

Загальний опір ланцюга при градуюванні:

$$R = R_{ЗВ} + R_{\text{М}}, \tag{9.9}$$

а при вимірюванні:

$$R' = R'_{ЗВ} + R'_{\text{М}}. \tag{9.10}$$

Показам мілівольтметра при градуювальних умовах відповідає нове значення ЕРС:

$$\text{E}'_{АВ} = \text{E}_{АВ} \cdot \frac{R'}{R}, \tag{9.11}$$

тобто дійсне значення температури, яке відповідає зміні умов експлуатації

вимірювального ланцюга, необхідно визначити за градуювальною таблицею 13.3 у відповідності до E'_{AB}.

Задача

Підібрати термопару для вимірювання очікуваної температури середовища t при температурі вільних кінців t'_0, а також визначити значення температури вимірюваного середовища, якщо температура приміщення, де встановлено мілівольтметр змінилася від $t_1 = 20\ ^0$C до t_2. Вимірювальна схема мілівольтметра складається з мідної рамки з опором R_P і температурним коефіцієнтом електричного опору $\alpha_р = 4{,}26 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}$ та послідовно включеного кола $R_{зв}$, а опір мілівольтметра при 20 ^{0}C R_M.

Розрахункові параметри вказані в таблиці 9.1.

Таблиця 9.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	Очікувана температура t, ^{0}C	Температура вільних кінців t', ^{0}C	Опір зовнішнього кола $R_{зв}$, Ом	Опір мілівольтметра R_M, Ом	Опір рамки R_P, Ом	Температура навколишнього середовища t_2, ^{0}C
1	300	25	5	250	50	30
2	400	50	6	250	50	35
3	500	0	7	250	50	40
4	600	75	5,5	250	50	45
5	800	25	4	300	60	50
6	1000	0	4,5	300	60	25
7	1200	50	6,5	300	60	50
8	1300	75	7,5	350	70	40
9	1400	25	6	350	70	35
10	1500	50	5	350	70	30
11	800	25	4,5	250	50	25
12	1000	0	6,5	250	50	50
13	1200	50	7,5	250	50	40
14	1300	75	6	300	60	35
15	1400	25	5	300	60	30
16	300	50	4	250	50	35
17	400	0	4,5	250	50	40
18	500	75	6,5	250	50	45
19	600	25	7,5	250	50	50
20	800	0	6	300	60	25
21	1000	50	5	300	60	50
22	1200	75	4,5	300	60	40
23	1300	25	6,5	350	70	35
24	1400	50	7,5	350	70	30
25	1500	25	6	350	70	35

Приклад розв'язання задачі

Підібрати термопару для вимірювання очікуваної температури середовища t=650^{0}С при температурі вільних кінців $t_0^{'}$ = 50 ^{0}С, а також визначити значення температури вимірюваного середовища, якщо температура приміщення, де встановлено мілівольтметр, змінилася від t_1 = 20 ^{0}С до t_2 = 40 ^{0}С. Вимірювальна схема мілівольтметра складається з мідної рамки з опором R_P = 65 Ом і температурним коефіцієнтом електричного опору $\alpha_{\text{р}} = 4{,}26 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}$ та послідовно включеного кола $R_{зв}$ = 5 Ом, а опір мілівольтметра R_M = 302 Ом.

Розв'язання

1. Для вимірювання температури t = 650 ^{0}С приймаємо термопару ТХА (хромель-алюмелеву) з границями вимірювання (–50...1000) ^{0}С згідно таблиці 13.4.

2. Оскільки температура вільних кінців задана $t_0^{'}$=50 ^{0}С, а значення ЕРС в градуювальній таблиці 13.3 вказані для $t_0^{'}$ = 0, розрахунок здійснюємо за рівнянням (9.3):

$$\text{E}_{\text{ХА}}(650{,}50) = E_{\text{ХА}}(650{,}0) - \text{E}_{\text{ХА}}(50{,}0) = 27{,}04 - 2{,}02 = 25{,}02\ мВ,$$

де значення $\text{E}_{\text{ХА}}(650{,}0) = 27{,}04 мВ$ та $\text{E}_{\text{ХА}}(50{,}0) = 2{,}02\ мВ$ взяті з таблиці 13.3.

3. Для вимірювання ЕРС мілівольтметра необхідно здійснити підключення відповідно до схеми на рисунку 9.2.

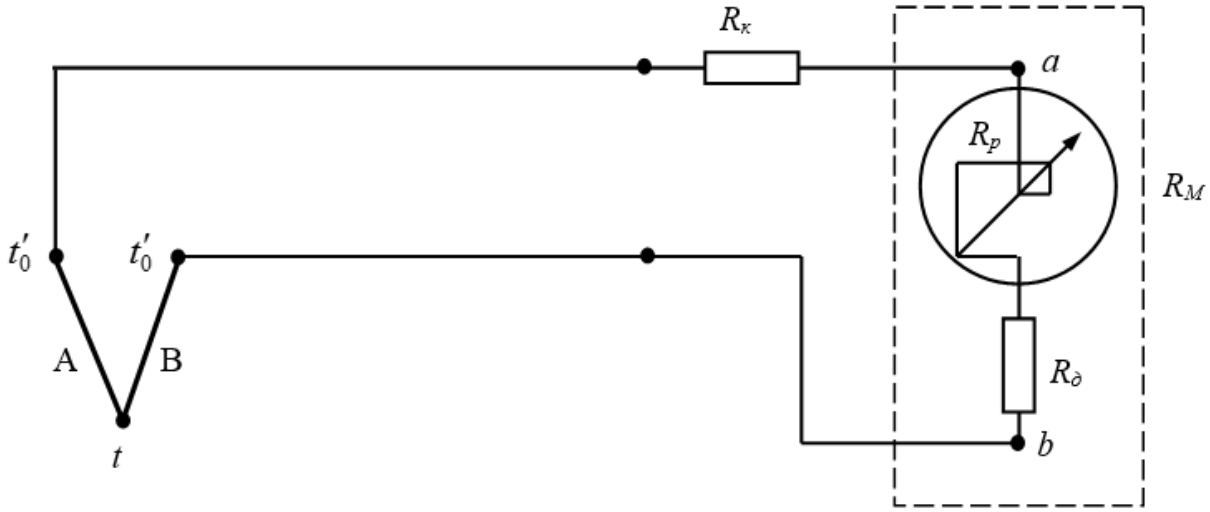


Рисунок 9.2 – Схема вимірювання ЕРС мілівольтметром

Значення необхідного додаткового опору:

$$R_д = R_M - R_{\text{Р}} = 302 - 65 = 237\ Ом.$$

4. Включення додаткової котушки (манганінового резистора) з опором $R_д$ знижує температурний коефіцієнт електричного опору мілівольтметра, який визначимо:

$$\alpha_{\text{М}} = \alpha_{\text{Р}} \cdot \frac{R_{\text{Р}}}{R_{\text{Р}} + R_д} = 4{,}26 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{65}{65 + 237} = 0{,}917 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}.$$

5. Визначаємо нові значення електричного опору при зміні температури навколишнього середовища від t_1 = 20 ^{0}C до t_2 = 40 ^{0}C:

– зовнішнього кола:

$$R'_{зв} = R_{зв}\left[1+\alpha_{\Lambda}\left(t_2-t_1\right)\right] = 5\left[1+4{,}26\cdot10^{-3}\left(40-20\right)\right] = 5{,}426 \ Ом;$$

– мілівольтметра:

$$R'_{\text{М}} = R_{\text{М}}\left[1+\alpha_{\text{М}}\left(t_2-t_1\right)\right] = 302\left[1+0{,}917\cdot10^{-3}\left(40-20\right)\right] = 307{,}538 \ Ом.$$

6. Загальний опір вимірювального ланцюга :

при t_1 = 20 ^{0}C $\quad R = R_{зв} + R_{\text{М}} = 302 + 5 = 307 \ Ом;$

при t_2 = 40 ^{0}C $\quad R' = R'_{зв} + R'_{\text{М}} = 307{,}538 + 5{,}426 = 312{,}964 \ Ом;$

7. Значення ЕРС з врахуванням підвищення температури:

$$\text{E}'_{\text{ХА}} = \text{E}_{\text{ХА}} \cdot \frac{R'}{R} = 25{,}02 \cdot \frac{312{,}964}{307} = 25{,}51 \ мВ.$$

8. Для знаходження значення температури, що відповідає $\text{E}_{\text{ХА}}\left(t,50\right) = \text{E}'_{\text{ХА}}$, запишемо рівняння:

$$\text{E}_{\text{ХА}}\left(t,0\right) = E'_{\text{ХА}} + \text{E}_{\text{ХА}}\left(50,0\right) = 25{,}51 + 2{,}02 = 27{,}53 \ мВ.$$

9. З таблиці 13.3, склавши пропорцію, знаходимо значення температури: t = 662 ^{0}C.

Практичне заняття №10
МЕТОДИ І ПРИЛАДИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ТИСКУ

Теоретичні відомості

Одним з важливих параметрів, який необхідно вимірювати та контролювати в технологічних гідравлічних, пневматичних та інших системах, є тиск.

Тиск характеризує напружений стан рідин та газів і визначається відношенням нормальної сили, яка діє на поверхню, до площі цієї поверхні. Вважається, що нормальна сила рівномірно розподілена по поверхні:

$$p = \frac{N}{F}, \tag{10.1}$$

де p – тиск;

N – нормальна сила, яка діє на поверхню;

F – площа поверхні.

Тому існує великий арсенал засобів вимірювання тиску, який дозволяє здійснювати вимірювання тиску в діапазоні 10^{-6}...10^{5}МПа. За принципом дії засоби вимірювання тиску поділяють на рідинні, поршневі, деформаційні (пружинні), іонізаційні, теплові, електричні та інші, а залежно від призначення на манометри, вакуумметри, тяго- та напороміри, диференційні манометри, мановакуумметри.

Найбільш широке застосування для вимірювання збиткового тиску рідин, газів та пару одержали пружинні манометри, які володіють достатньо простою та надійною конструкцією, наочністю показів та невеликими розмірами.

Серед них розповсюджені показуючі манометри з одновитковою пружиною для діапазонів вимірювань від 0...0,1 МПа до 0...10^3 МПа. Класи точності цих приладів: 0,4(0,5); 0,6; 1,0; 1,5(1,6); 2,5; 4.

Їх параметри відповідають ДСТУ 7224:2011.

При виборі манометра керуються перш за все вимогами до точності його показів, враховуючи при цьому особливості приладу та умови вимірювань. Виходячи з надійності роботи манометра, верхня границя його шкали вибирається з таким розрахунком, щоб вона перевищувала середнє значення вимірюваної величини при постійному або плавно змінному тиску в 1,5 рази, а при коливному – в 2 рази. У обох випадках номінальний вимірювальний тиск не повинен бути меншим від 1/3 верхньої границі шкали приладу.

Покази пружинного манометра залежать від температури пружини, тому його установка здійснюється таким чином, щоб по можливості виключити вплив на прилад температури вимірюваного та навколишнього середовища.

Залежно від необхідної точності вимірювання до показів пружинних манометрів вводяться в загальному випадку наступні поправки:

1. Основна поправка, яка визначається залежно від класу точності приладу:

$$C_0 = \pm \frac{\gamma P_N}{100}, \tag{10.2}$$

де γ – приведена похибка, що відповідає класу точності приладу;

P_N – діапазон вимірювання.

Знак поправки залежить безпосередньо від приладу.

2. Поправка на розташування манометра відносно місця відбору тиску:

$$C_p = \pm gH\rho_C, \tag{10.3}$$

де H – висота стовпа вимірюваного середовища від місця відбору тиску, м;

ρ_C – густина вимірюваного середовища, $\frac{кг}{м^3}$.

При встановленні манометра вище точки з'єднання його з вимірювальним середовищем поправка додатна, а нижче – від'ємна.

3. Поправка на температуру приладу C_t враховує, що збільшення температури манометра вище нормальної спотворює його покази в бік завищення вимірюваного тиску. Для точного визначення поправки на температуру приладу необхідно знати величину його температурного коефіцієнта, яка для різних манометрів коливається в широких межах. Наближено можна прийняти, що додаткова похибка манометра з одновитковою пружиною не перевищує $\pm 0{,}4\%$ при відхиленні температури навколишнього середовища на кожні $\pm 10^0 C$ від значення $20^0 \pm 5^0 C$ в діапазоні температур 0...60^{0}С з врахуванням усього діапазону вимірювання шкали приладу, тобто

$$C_t = \pm 0{,}4 \cdot 10^{-3} P_N \left(t_C - 20\right), \tag{10.4}$$

де t_c – температура навколишнього середовища, ^0C.

Тоді сумарна поправка:

$$C_c = C_0 + C_P + C_t. \tag{10.5}$$

Дійсне значення показів манометра з урахуванням сумарної поправки:

$$P_M = P + C_C, \tag{10.6}$$

де P – тиск вимірюваного середовища.

Задача

Тиск масла у технологічному маслопроводі вимірюється за допомогою технічного пружинного манометра з одновитковою трубчатою пружиною. Манометр розташовано відносно місця відбору тиску вище або нижче на висоту H, а температура навколишнього середовища t. Тиск масла в маслопроводі змінюється від P_1 до P_2, а його питома вага $\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$.

Підібрати параметри шкали манометра та визначити його покази, що відповідають вказаним значенням P_1 та P_2, врахувавши необхідні поправки:

основну, на розташування манометра та на температуру приладу.

Розрахункові параметри вказані в таблиці 10.1.

Таблиця 10.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	Параметри		Температура навколишнього середовища	Розташування манометра відносно місця відбору тиску	
	P_1, МПа	P_2, МПа	t, ^{0}C		H, м
1	0,6	3	30	Вище	1
2	1	4	40		2
3	2	5	50		3
4	3	6	45		2,5
5	1	4	20		1,5
6	2	6	25	Нижче	3
7	3	5	30		2
8	4	10	10		1
9	5	10	15		1,5
10	3	8	25		3
11	0,8	4	30	Вище	2,5
12	1,2	5	40		2
13	2,5	6	50		1
14	3	7	45		1,5
15	4	8	20		3
16	3	9	25	Нижче	1
17	3	10	30		2
18	4	9	10		3
19	1	5	15		2,5
20	2	8	25		1,5
21	5	9	20	Вище	3
22	4	10	25		2
23	5	10	30		1
24	3	8	10		1,5
25	0,8	4	15		3

Приклад розв’язання задачі

Тиск масла у технологічному маслопроводі вимірюється за допомогою технічного пружинного манометра з одновитковою трубчатою пружиною. Манометр розташовано відносно місця відбору тиску вище на висоту H = 3 м , а температура навколишнього середовища t = 35 ^{0}C. Тиск масла в маслопроводі змінюється від P_1 = 1,5 МПа до P_2 = 4 МПа, а його питома вага $\rho = 800\ \frac{кг}{м^3}$.

Підібрати параметри шкали манометра та визначити його покази, що відповідають вказаним значенням P_1 та P_2, врахувавши необхідні поправки: основну, на розташування манометра та на температуру приладу.

Розв’язання

1. Розрахункова схема встановлення манометра подана на рисунку 10.1, де 1 – маслопровід; 2 – манометр; 3 – запірний вентиль.

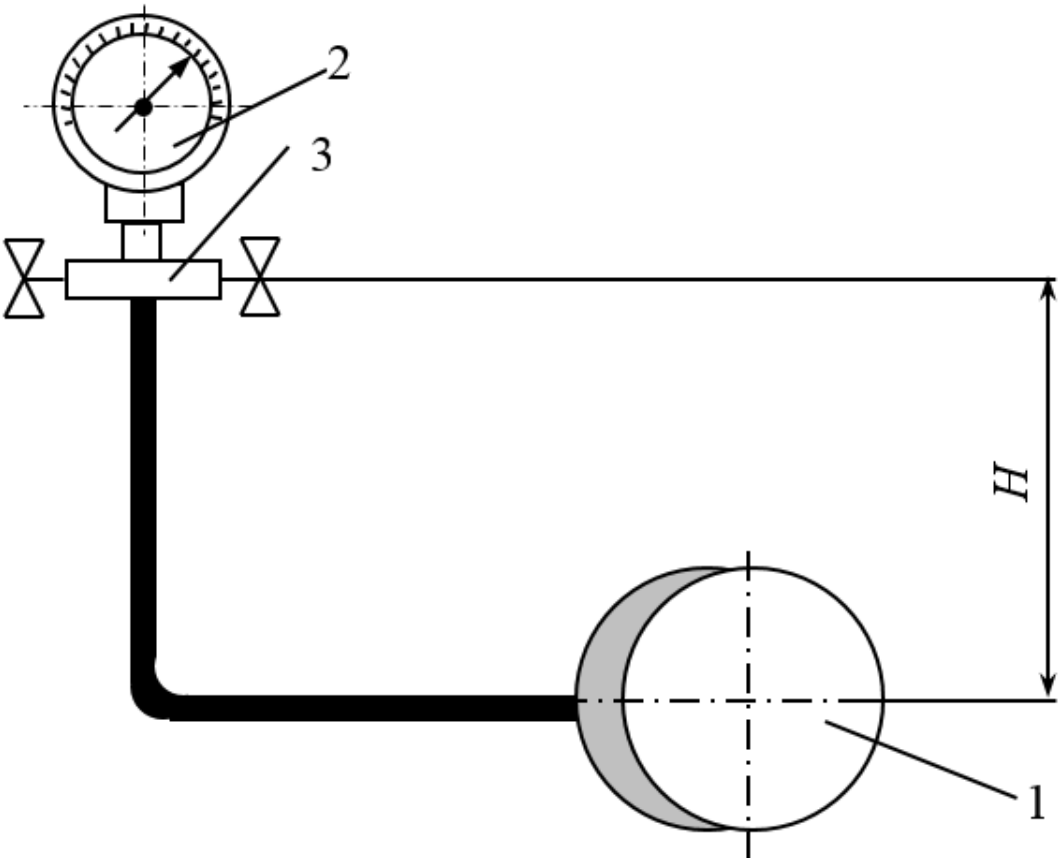


Рисунок 10.1 – Розрахункова схема встановлення манометра

2. Середній тиск масла в трубопроводі:

$$P_{ср} = 0{,}5(P_1 + P_2) = 0{,}5(1{,}5 + 4) = 2{,}75 МПа.$$

3. Згідно з рекомендаціями верхня границя шкали манометра:

$$P_в = 2P_{ср} = 2 \cdot 2{,}75 = 5{,}5 МПа.$$

4. У відповідності до ДСТУ 7224:2011 (табл. 13.2) приймаємо манометр з наступними параметрами: $P_в$=6 МПа; клас точності – 2,5; ціна ділення – h=0,2МПа; число ділення шкали: $n = \frac{P_в}{h} = \frac{6}{0{,}2} = 30$. Нижня шкала границі повинна бути :

$$P_Н = \frac{1}{3} P_в, \qquad \text{але } P_Н < P_1,$$

тобто $P'_Н = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 МПа.$

Оскільки $P'_Н = 2 МПа > P_1 = 1{,}5 МПа,$ приймемо P_H=0.

5. Визначаємо поправки:

5.1. Приведена похибка відповідно до класу точності манометра: $\gamma = \pm 2{,}5$ %.

5.2. Основна поправка манометра (10.2):

$$C_0 = \pm \frac{\gamma \mathrm{P_N}}{100} = \pm \frac{2{,}5 \cdot 6}{100} = \pm 0{,}15 МПа.$$

5.3. Поправка на розташування манометра (10.3):

$$C_\mathrm{P} = \rho \mathrm{H} g = 800 \cdot 3 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-6} = 0{,}0235 МПа.$$

5.4. Температурна поправка (10.4):

$$C_t = -0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot \mathrm{P_N} (t - 20) = -0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot (35 - 20) = -0{,}036 МПа.$$

5.5. Сумарну поправку визначаємо згідно з (10.5) для обох крайніх значень основної поправки:

$$C_\mathrm{max} = C_0 + C_\mathrm{P} + C_t = 0{,}15 + 0{,}0235 - 0{,}036 = 0{,}1375 МПа;$$

$$C_\mathrm{min} = -0{,}15 + 0{,}0235 - 0{,}036 = -0{,}1625 МПа.$$

5.6. Дійсні значення показів манометра, що відповідають P_1 та P_2 будуть відрізнятись на величину C_{max} та C_{min}:

$$\mathrm{P_{1max}} = \mathrm{P_1} + C_\mathrm{max} = 1{,}5 + 0{,}1375 = 1{,}6375 МПа;$$

$$\mathrm{P_{1min}} = \mathrm{P_1} + C_\mathrm{min} = 1{,}5 - 0{,}1625 = 1{,}3375 МПа;$$

$$\mathrm{P_{2max}} = \mathrm{P_2} + C_\mathrm{max} = 4 + 0{,}1375 = 4{,}1375 МПа;$$

$$\mathrm{P_{2min}} = \mathrm{P_2} + C_\mathrm{min} = 4 - 0{,}1625 = 1{,}8375 МПа.$$

Практичне заняття №11
МЕТОДИ І ПРИЛАДИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ ТА ВИТРАТ

Теоретичні відомості

Одним з найважливіших технологічних параметрів є витрата речовин, які протікають по трубопроводах. Різноманітність вимірюваних середовищ, різні вимоги до метрологічних показників та надійності вимірювачів витрат призвели до створення засобів вимірювання витрат, заснованих на відмінних принципах та методах вимірювання.

Кількість речовини визначають його масою або об'ємом та вимірюють відповідно в одиницях маси (кг, Т) або в одиницях об'єму ($м^3$, л). Засоби вимірювання кількості речовин за деякий проміжок часу називають лічильниками.

Витратою речовини називають кількість речовини, яка перетікає через цей переріз каналу за одиницю часу. Розрізняють об'ємну витрату, яка вимірюється в $м^3/с$, $м^3/год$, л/хв тощо. та масову витрату, яка вимірюється в кг/с, кг/год тощо. Засоби вимірювання витрат називають витратомірами.

Серед лічильників найбільше розповсюдженими є об'ємні та швидкісні лічильники. Принцип дії перших заснований на безпосередньому відмірюванні об'ємів вимірюваного середовища за допомогою мірних камер відомого об'єму та підрахунку кількості порцій, які пройшли через лічильник. Швидкісні лічильники на відміну від об'ємних не мають вимірювальних камер та здійснюють опосередковане вимірювання кількості речовин в об'ємних одиницях.

Для вимірювання витрати речовин застосовують витратоміри обтікання, змінного рівня, теплові, електромагнітні та змінного перепаду тиску.

Одним з найбільш розповсюджених принципів вимірювання витрат рідин, газів та парів є принципи змінного перепаду тиску на звужуючому пристрої.

У відповідності з цим принципом в трубопроводі встановлюють звужуючий пристрій. При перетіканні вимірюваного потоку через отвір звужуючого пристрою збільшується швидкість потоку в порівнянні з його швидкістю до звуження. Завдяки цьому тиск потоку на виході зі звужуючого пристрою зменшується і на звужуючому пристрої створюється перепад тиску, який вимірюється дифманометром та залежить від швидкості при звуженні або від витрати потоку. У дросельних витратомірах в якості звужуючих пристроїв застосовують діафрагми (рис. 11.1, а), стандартні сопла (рис. 11.1, б) та сопла Вентурі (рис. 11.1, в).

Рівняння для визначення масової G та об'ємної Q витрат нестисливої рідини через звужуючі пристрої мають вигляд (11.1-11.2):

$$G = 0{,}004 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot k_t \cdot d^2 \sqrt{\Delta p \cdot \rho}, \quad кг/год, \tag{11.1}$$

$$Q = 0{,}004 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot k_t \cdot d^2 \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}, \quad м^3/год, \tag{11.2}$$

де α – коефіцієнт витрат;

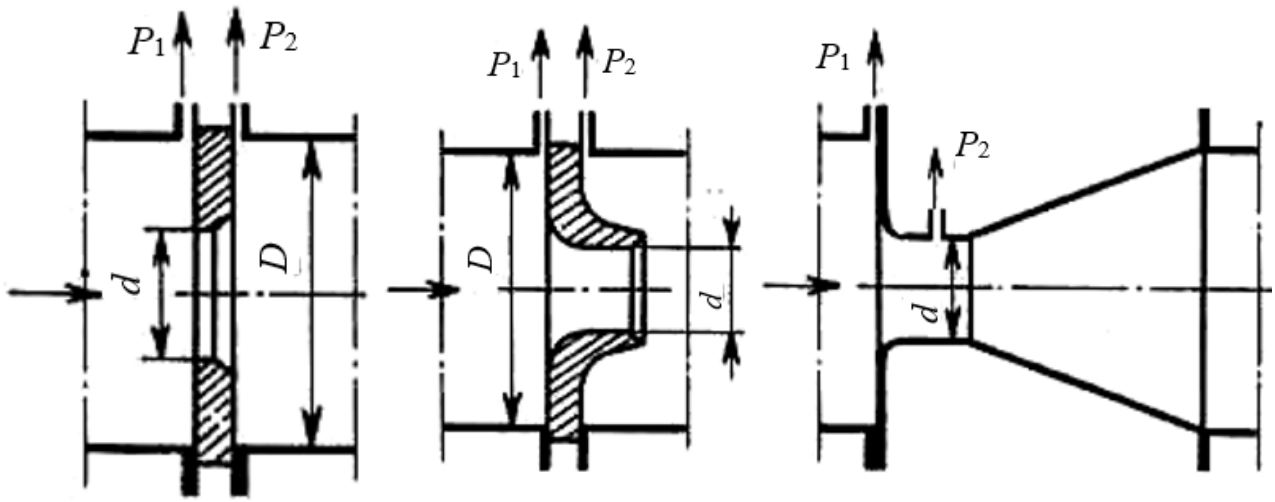
k_t – поправочний множник на теплове розширення матеріалу трубопроводу та звужуючого пристрою, який при температурі від –20 до +60^{0}С можна прийняти рівним 1;

ε – поправочний множник на розширення вимірюваного середовища, який для нестисливих рідин дорівнює 1;

d – діаметр звужуючого пристрою;

$\Delta p = p_1 - p_2$ – перепад тиску;

ρ – густина вимірюваного середовища при робочій температурі.



а) б) в)

Рисунок 11.1 – Стандартні схеми звужуючих пристроїв

При визначенні витрати речовини через звужуючі пристрої важливою величиною є так званий модуль звужуючого пристрою, який виражає відношення площ отворів звужуючого пристрою та трубопроводу:

$$m = \frac{d^2}{D^2}, \tag{11.3}$$

де d та D – діаметри отворів звужуючого пристрою та трубопроводу при робочій температурі (рис. 11.1).

Коефіцієнт витрати α для відповідних типів звужуючих пристроїв визначають експериментально. В загальному вигляді він може бути представлений, як

$$\alpha = f\left(\mathrm{Re}_D, m\right), \tag{11.4}$$

де Re_D – число Рейнольдса, віднесене до діаметра трубопроводу D:

$$\mathrm{Re}_D = 0{,}354 \cdot \frac{G}{D \cdot \mu} = 0{,}354 \cdot \frac{Q \cdot \rho}{D \cdot \mu}, \tag{11.5}$$

де G та Q – відповідно масова та об’ємна витрати;

μ – динамічна в'язкість в *Па·с.*

Дросельний метод вимірювання витрат можна застосовувати лише у випадку, коли *Re* при заданому *m* більше мінімального Re_{min}. Залежність коефіцієнта α від числа Рейнольдса *Re* при постійному *m* спостерігається лише для певного граничного значення $Re_{гр.}$, вище якого α не залежить від в'язкості й має постійне значення.

Оскільки дійсне значення числа *Re* можна визначити лише при відомій витраті *G* або *Q*, приймають наступний порядок розрахунку:

1. Для прийнятого модуля *m* і певного типу звужуючого пристрою за допомогою графіків або таблиць визначають значення відповідного коефіцієнта витрати α'.

2. Розраховують наближену витрату рідини G' або Q' за формулами (11.1) та (11.2).

3. Визначають число Рейнольдса *Re* за формулою (11.5) та порівнюють його зі значенням Re_{min} та $Re_{гр.}$, що наводяться в довідкових матеріалах. Необхідно, щоб забезпечувалися співвідношення:

$$\mathrm{Re} \geq \mathrm{Re}_{\min}; \quad \mathrm{Re} \geq \mathrm{Re}_{гр},$$

інакше необхідно змінити величини *D* або *m.*

4. Визначають значення дійсного коефіцієнта витрат:

$$\alpha = \alpha' \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \ , \tag{11.6}$$

де k_1 – поправочний коефіцієнт на в'язкість речовини, який приймають за довідковими даними при $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{гр}$. При $\mathrm{Re} \geq \mathrm{Re}_{гр}$ коефіцієнт k_1=1;

k_2 – коефіцієнт, що враховує шорсткість стінок трубопроводу;

k_3 – коефіцієнт, що враховує недостатню гостроту крайки отвору звужуючого пристрою.

Значення коефіцієнтів k_1, k_2 та k_3 можна прийняти з графіків на рисунку 13.1.

5. Визначають дійсне значення витрати рідини:

$$G = G' \cdot \frac{\alpha}{\alpha'}; \quad Q = Q' \cdot \frac{\alpha}{\alpha'}. \tag{11.7}$$

Важливим моментом при визначенні витрат дросельним методом є встановлення дифманометра. Дифманометр може бути встановлений вище або нижче звужуючого пристрою. При вимірюванні витрат рідини бажано встановити його нижче звужуючого пристрою для запобігання попадання з трубопроводу повітря в з'єднувальні труби. Якщо ж дифманометр розташовують вище звужуючого пристрою, то у верхніх перетинах трубопроводу необхідно встановити газозбірники з продувочними вентилями.

Задача

Визначити витрату води за допомогою дросельного витратоміра зі звужуючим пристроєм діаметром *d* у вигляді діафрагми, стандартного сопла або

сопла Вентурі, який встановлено на трубопроводі з внутрішнім діаметром D. Дифманометр показує перепад тиску ΔP. Температура води t.

Розрахункові параметри вказані в таблиці 11.1.

Таблиця 11.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	d, мм	D, мм	ΔP, МПа	Тип звужуючого пристрою	t, ^{0}C
1	90	150	0,05	Діафрагма	20
2	100	166	0,06		30
3	110	170	0,07		35
4	115	184	0,08	Стандартне сопло	40
5	120	209	0,1		50
6	125	220	0,12		20
7	140	225	0,14		30
8	150	230	0,16	Сопло Вентурі	35
9	160	240	0,18		40
10	175	250	0,20		50
11	100	150	0,06	Діафрагма	20
12	110	166	0,07		30
13	115	170	0,08		35
14	120	184	0,1		40
15	125	209	0,12		50
16	140	220	0,14	Стандартне сопло	20
17	150	225	0,16		30
18	160	230	0,18		35
19	175	240	0,20		40
20	160	250	0,12		50
21	175	240	0,14	Сопло Вентурі	20
22	100	250	0,16		30
23	110	150	0,18		35
24	115	166	0,20		40
25	120	170	0,06		50

Приклад розв’язання задачі

Визначити витрату води за допомогою дросельного витратоміра зі звужуючим пристроєм діаметром $d = 175$ мм у вигляді сопла Вентурі, який встановлено на трубопроводі з внутрішнім діаметром $D = 250$мм. Дифманометр показує перепад тиску $\Delta P = 0{,}05$МПа. Температура води $t = 50\ ^0$C.

Розв’язання

1. Схема дросельного витратоміра представлена на рисунку 11.2.

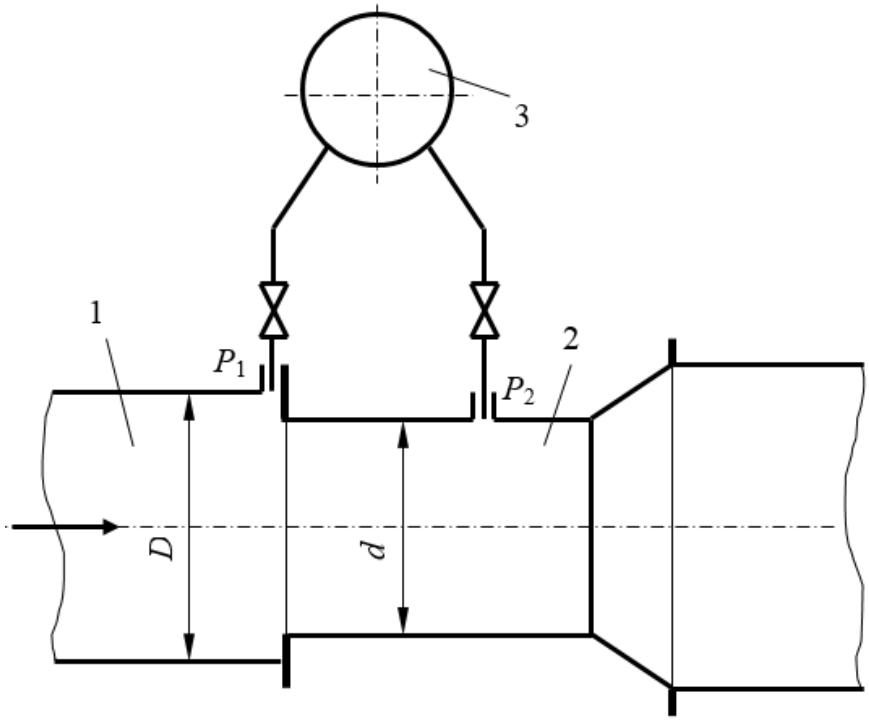


Рисунок 11.2 – Схема дросельного витратоміра:
1 – трубопровід; 2 – сопло Вентурі; 3 – дифманометр

2. Визначаємо модуль пристрою (11.3):

$$m = \frac{d^2}{D^2} = \frac{(175)^2}{(250)^2} = 0{,}49.$$

Діаметри d та D при робочій температурі $D = k_t' \cdot D_{20}$ та $d = k_t \cdot d_{20}$.

D_{20} і d_{20} – діаметри трубопроводу та сопла при 20 ^{0}C, а k'_t=k_t=1 при t=(–20…60) ^{0}C – поправочні коефіцієнти на теплове розширення матеріалу трубопроводу та звужуючого пристрою.

3. Попереднє значення коефіцієнта витрати за таблицею 13.7 при m=0,49 $\alpha' = 1{,}078$.

4. Густина води при t=50 ^{0}C за таблицею 13.5 $\rho = 988 \frac{кг}{м^3}$.

5. Поправочний множник на розширення середовища для води $\varepsilon = 1$.

6. Наближена витрата води за (11.2):

$$Q' = 0{,}004\alpha' \cdot \varepsilon \cdot k_t \cdot d^2 \cdot \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}} =$$

$$= 0{,}004 \cdot 1{,}078 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 175^2 \cdot \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 10^6}{988}} = 939{,}42 \frac{м^3}{год}.$$

7. Динамічна в’язкість води при t=50 ^{0}C за таблицею 13.6:

$$\mu \cdot 10^5 = 55{,}2 \frac{Н \cdot с}{м^2}.$$

8. Число Рейнольдса (11.5):

$$\mathrm{Re} = 0{,}354 \cdot \frac{Q' \cdot \rho}{D \cdot \mu} = 0{,}354 \cdot \frac{939{,}42 \cdot 988 \cdot 10^5}{250 \cdot 55{,}2} = 2{,}381 \cdot 10^6.$$

9. Мінімальне число Рейнольдса при m=0,49 для сопла Вентурі за таблицею 13.8: $\mathrm{Re}_{\min} = 30000$.

10. Граничне число Рейнольдса при m=0,49 для сопла Вентурі за таблицею 13.9: $\mathrm{Re}_{гр} = 190000$.

11. Дійсний коефіцієнт витрати (11.6):

$$\alpha = \alpha' \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3,$$

де k_1 – поправочний коефіцієнт на в'язкість речовини, який береться за графіком на рисунку 13.1 при $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{гр}$. Оскільки

$$\mathrm{Re} = 2,381 \cdot 10^6 > \mathrm{Re}_{гр} = 0,19 \cdot 10^6,\ k_1 = 1.$$

Коефіцієнт, що враховує шорсткість стінок трубопроводу k_2, береться за графіком на рисунку 13.1, г:

k_2=1,002 (для D=250 мм та m=0,49).

Коефіцієнт, що враховує недостатню гостроту крайки отвору, k_3=1 (для сопла).

Тоді

$$\alpha = 1,078 \cdot 1 \cdot 1,002 \cdot 1 = 1,08.$$

12. Дійсне значення витрати в трубопроводі згідно з (11.7):

$$Q = Q' \cdot \frac{\alpha}{\alpha'} = 939,42 \cdot \frac{1,08}{1,078} = 941,16 \frac{м^3}{год}.$$

Практичне заняття №12
МЕТОДИ І ПРИЛАДИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ РІВНЯ

Теоретичні відомості

Рівнем називають висоту заповнення технологічного апарату робочим середовищем – рідиною або сипучим тілом. Рівень робочого середовища є технологічним параметром, інформація про який необхідна для контролю режиму роботи технологічного апарату, а в деяких випадках для управління виробничим процесом. Засоби вимірювання рівня називають рівнемірами.

Вимірювання рівня в багатьох галузях промисловості здійснюють різноманітними за принципом дії рівнемірами, з яких розповсюдженими є поплавкові, буйкові, гідростатичні, електричні, ультразвукові та радіоізотопні. Застосовують також візуальні засоби вимірювання. Серед вказаних рівнемірів широке застосування знайшли, наприклад в котельних установках, гідростатичні рівнеміри. Особливо поширеним є рівнеміри з двохкамерною зрівняльною посудиною, схема якого наведена на рисунку 12.1.

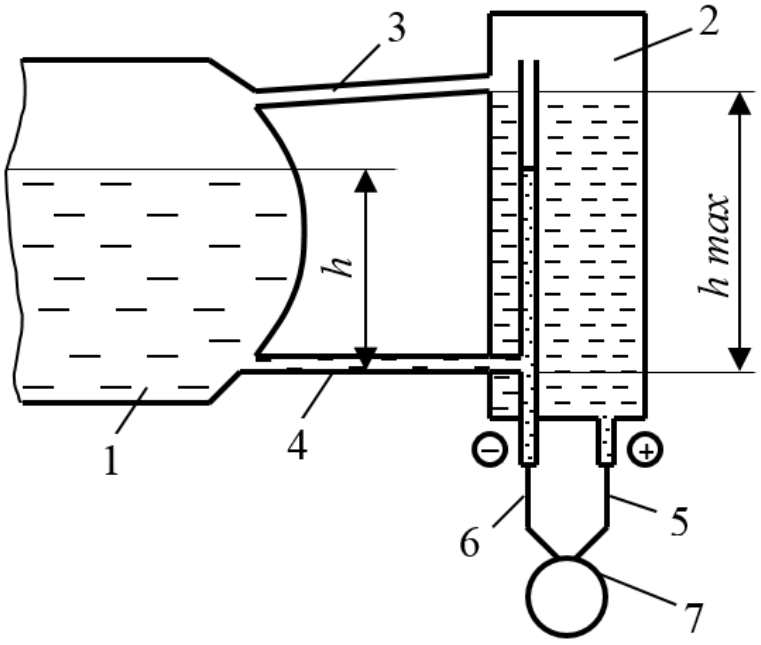


Рисунок 12.1 – Схема гідростатичного рівнеміра парового котла

До парового котла 1 за допомогою трубок 3 та 4 під’єднана зрівняльна посудина 2. Причому в плюсовій камері посудини, яка з’єднана трубкою з паровим простором барабана котла, рівень конденсату підтримується постійним і визначається розміром h_{max}. Мінусова камера посудини, яка відкрита вгорі, з’єднана трубкою 4 з водяним простором котла. Рівень води в цій камері h відповідає змінному рівню води в барабані. Тиск стовпів води в плюсовій та мінусовій камерах зрівняльної посудини передається за допомогою з’єднувальних трубок 5 та 6 до порожнин дифманометра 7, який вимірює різницю тисків в камерах. Застосування двохкамерної зрівняльної посудини дозволяє частково вирівняти температуру води, яка знаходиться в ній, що

підвищує точність вимірювання.

Тиск в плюсовій та мінусовій камерах визначається відповідними рівняннями (12.1-12.2):

$$p_{+} = \rho_{\text{П}} \cdot h_{\max} \cdot g\,; \tag{12.1}$$

$$p_{-} = \rho_{б} \cdot h \cdot g\,. \tag{12.2}$$

Тоді різниця тисків, яка визначається дифманометром:

$$\Delta p = \rho_{\text{П}} \cdot h_{\max} \cdot g - \rho_{б} \cdot h \cdot g\,. \tag{12.3}$$

У наведених залежностях $\rho_{б}$ – густина води в барабані, а $\rho_{\text{П}}$ – густина води в посудині, значення яких залежить від температури. Густина води при різних значеннях температури наведена в таблиці 13.5.

Рівень води в барабані при відомому $h_{\max}$ відповідає значенні тиску Δp:

$$h = \frac{\rho_{\text{П}} \cdot h_{\max} \cdot g - \Delta p}{\rho_{б} g}. \tag{12.4}$$

При $\rho_{\text{П}} = \rho_{б} = \rho$ рівень води в барабані:

$$h = h_{\max} - \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}. \tag{12.5}$$

Задача

Для вимірювання рівня води в барабані парового котла застосовується гідростатичний рівнемір з двохкамерною зрівняльною посудиною, що встановлена на висоті h_{max} (рис. 12.1). Визначити, який рівень води в барабані h відповідає тиску дифманометра ΔP:

1. При рівних значеннях температури t у барабані та посудині;
2. При підвищенні температури в барабані до t_1, а в посудині до t_2.

Розрахункові параметри вказані у таблиці 12.1.

Таблиця 12.1 – Варіанти вихідних даних

Варіант	ΔP, МПа	t, ^{0}C	t_1, ^{0}C	Висота h_{max}, м	t_2, ^{0}C
1	0,002	50	100	0,5	80
2	0,003	15	60	0,5	35
3	0,004	35	50	0,6	35
4	0,005	10	50	0,6	25
5	0,001	60	150	0,8	100
6	0,003	50	80	0,8	50
7	0,004	15	50	1,0	25
8	0,005	60	80	1,0	80

Продовження таблиці 12.1

Варіант	ΔP, МПа	t, ^{0}C	t_1, ^{0}C	Висота h_{max}, м	t_2, ^{0}C
9	0,001	25	60	1,2	50
10	0,006	50	100	1,2	60
11	0,001	50	60	0,5	80
12	0,003	15	50	0,5	35
13	0,004	35	50	0,6	35
14	0,005	10	150	0,6	25
15	0,001	60	80	0,8	100
16	0,006	50	50	0,8	50
17	0,002	15	80	1,0	25
18	0,003	60	60	1,0	80
19	0,004	25	100	1,2	50
20	0,005	50	100	1,2	60
21	0,001	50	60	1,0	25
22	0,003	15	50	1,0	100
23	0,004	35	50	1,2	50
24	0,005	10	150	1,2	25
25	0,001	60	80	0,5	80

Приклад розв'язання задачі

Для вимірювання рівня води в барабані парового котла застосовується гідростатичний рівнемір з двохкамерною зрівняльною посудиною, що встановлена на висоті h_{max} = 0,8 м (рис. 12.1). Визначити, який рівень води в барабані h відповідає тиску дифманометра ΔP =0,007МПа:

1. При рівних значеннях температури t = 55^{0}C у барабані та посудині;

2. При підвищенні температури в барабані до t_1 = 90 ^{0}C, а в посудині до t_2 = 70 ^{0}C.

Розв'язання

1. Подати схему гідростатичного рівнеміра парового котла (рис. 12.1).

2. При рівних значеннях температури t = 55 ^{0}C у барабані та зрівняльній посудині густина води буде однаковою (табл. 13.5):

$$\rho_б = \rho_П = \rho = 984 \frac{кг}{м^3}.$$

3. Тоді рівень води в барабані згідно з (12.5) буде:

$$h = h_{max} - \frac{\Delta P}{\rho g} = 0{,}8 - \frac{0{,}007 \cdot 10^6}{984 \cdot 9{,}81} = 0{,}075 м = 75 \ мм.$$

4. За таблицею 13.5 визначаємо густину води в барабані та в зрівняльній посудині:

при t_1 = 90 ^{0}C $\quad \rho_б = 962 \ \frac{кг}{м^3}$;

при t_2 = 70 ^{0}C $\quad \rho_П = 975 \ \frac{кг}{м^3}$.

6. Визначаємо рівень води в барабані при підвищенні температури за формулою:

$$h = \frac{\rho_{\text{П}} \cdot h_{\max} \cdot g - \Delta \text{P}}{\rho_{б} g} = \frac{975 \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}81 - 0{,}007 \cdot 10^{6}}{962 \cdot 9{,}81} = 0{,}069 \ \ м = 69 \ \ мм.$$

13 ДОДАТКИ

Таблиця 13.1 – Коефіцієнт розподілу Стьюдента

$K=n-1$	Ймовірність $P_д$			
	0,5	0,9	0,95	0,99
1	1,0	6,31	12,70,	63,70
2	0,82	2,92	4,30	9,92
3	0,77	2,35	3,18	5,84
4	0,74	2,13	2,78	4,60
5	0,73	2,02	1,57	4,03
6	0,72	1,94	2,45	3,71
7	0,71	1,90	2,37	3,50
8	0,71	1,86	2,31	3,36
9	0,70	1,83	2,26	3,25
11	0,70	1,80	2,20	3,10
13	0,69	1,77	2,16	3,01
15	0,69	1,75	2,13	2,95
17	0,69	1,74	2,11	2,90
19	0,69	1,73	2,09	2,86

Таблиця 13.2 – Параметри шкали технічних манометрів (ДСТУ 7224:2011)

Верхня границя шкали, МПа	Класи точності				
	0,6	1	1,6	2,5	4
	Ціна поділки шкали, МПа				
0,16	0,001	0,002	0,002	0,005	0,005
0,25	0,001	0,002	0,005	0,005	0,01
0,4	0,002	0,005	0,005	0,01	0,02
0,6	0,005	0,005	0,01	0,02	0,02
1	0,005	0,01	0,02	0,02	0,05
1,6	0,01	0,02	0,02	0,05	0,05
2,5	0,02	0,02	0,05	0,05	0,1
4	0,02	0,05	0,05	0,1	0,2
6	0,05	0,05	0,1	0,2	0,2
10	0,05	0,1	0,2	0,2	0,5
16	0,01	0,02	0,2	0,5	0,5
25	0,02	0,02	0,5	0,5	1

Таблиця 13.3 – Стандартне градуювання термопар

Температура робочого спаю, ^{0}C	ЕРС, мВ при $t_0 = 0$ ^{0}C			
	ПП-1	ПР-30/6	ХА	ХК
0	0	0	0	0
25	0,14	–	1,00	1,64
50	0,30	–	2,02	3,35
75	0,47	–	3,06	5,12
100	0,64	–	4,10	6,95
150	1,03	–	6,13	10,69
200	1,44	–	8,13	14,66
250	1,87	–	10,15	18,77
300	2,31	0,46	12,21	22,91
350	2,78	0,62	14,30	27,16
400	3,25	0,81	16,40	31,49
450	3,73	1,03	18,51	35,82
500	4,22	1,27	20,65	40,16
550	4,72	1,53	22,78	44,56
600	5,22	1,82	24,91	49,02
650	5,73	2,13	27,04	53,41
700	6,25	2,47	29,15	57,77
750	6,79	2,82	31,24	62,11
800	7,32	3,20	33,32	66,42
850	7,88	3,60	35,36	–
900	8,43	4,02	37,37	–
950	8,99	4,46	39,36	–
1000	9,56	4,91	41,32	–
1100	10,73	5,88	45,16	–
1200	11,932	6,90	48,87	–
1300	13,13	7,98	52,43	–
1400	14,34	9,11	–	–
1500	15,54	10,27	–	–
1600	16,71	11,47	–	–
1700	–	12,69	–	–
1800	–	13,93	–	–

Таблиця 13.4 – Поширені типи термопар

Назва	Тип	Градуювання	Границі вимірювання температур при тривалому застосуванні, ^{0}C		Верхня границя вимірювання температур при короткочасному застосуванні, ^{0}C	Середня ЕРС на 100^{0}C різниці температур, мВ
			нижній	верхній		
Платинородій-платинова (10% родія)	ТПП	ПП-1	-20	1300	1600	1,04
Платинородієва (30 та 6% родія)	ТПР	ПР-30/6	300	1600	1800	0,90
Хромель-алюмелева	ТХА	ХА	-50	1000	1300	4,03
Хромель-копелева	ТХК	ХК	-50	600	800	8,03

Таблиця 13.5 – Густина води при різних значеннях температури

t, ^{0}C	10	15	25	35	50	60	80	100	150
$\rho, \frac{кг}{м^3}$	1000	999	998	994	988	980	970	956	930

Таблиця 13.6 – Динамічна в’язкість води

$t, {}^0C$	$\mu \cdot 10^5$, $н \cdot с/м^2$	$t, {}^0C$	$\mu \cdot 10^5$, $н \cdot с/м^2$	$t, {}^0C$	$\mu \cdot 10^5$, $н \cdot с/м^2$
0	175,5	30	80,1	60	47,4
5	150,5	35	72,1	65	44,2
10	129,5	40	65,3	70	41,0
15	113,3	45	59,8	80	35,6
20	100,0	50	55,2	90	31,6
25	89,3	55	51,1	100	28,7

Таблиця 13.7 – Вихідний коефіцієнт витрати звужуючих пристроїв

m	α'	
	Діафрагма	Сопло
0,05	0,598	0,987
0,10	0,602	0,988
0,15	0,608	0,993
0,20	0,615	0,999
0,25	0,624	1,007
0,30	0,634	1,017
0,35	0,646	1,029
0,40	0,660	1,043
0,45	0,676	1,060
0,50	0,696	1,081
0,55	0,716	1,108
0,60	0,740	1,142
0,65	0,768	1,183
0,70	0,802	-

Таблиця 13.8 –Мінімальні значення числа Рейнольдса Re_{min}

Діафрагми		Сопла	
m	Re_{min}	m	Re_{min}
0,05-0,2	10000	0,2-0,4	40000
>0,2-0,5	20000	>0,4-0,5	30000
>0,5-0,7	40000	–	–

Таблиця 13.9 – Граничні значення числа Рейнольдса $Re_{гр}$

m	$Re_{гр}$		M	$Re_{гр}$	
	діафрагми	сопла		діафрагми	сопла
0,05	22000	60000	0,40	134000	164000
0,10	30000	66000	0,45	159000	180000
0,15	42000	76000	0,50	184000	190000
0,20	56000	90000	0,55	211000	196000
0,25	72000	106000	0,60	240000	200000
0,30	90000	123000	0,65	270000	200000
0,35	111000	143000	0,70	300000	-

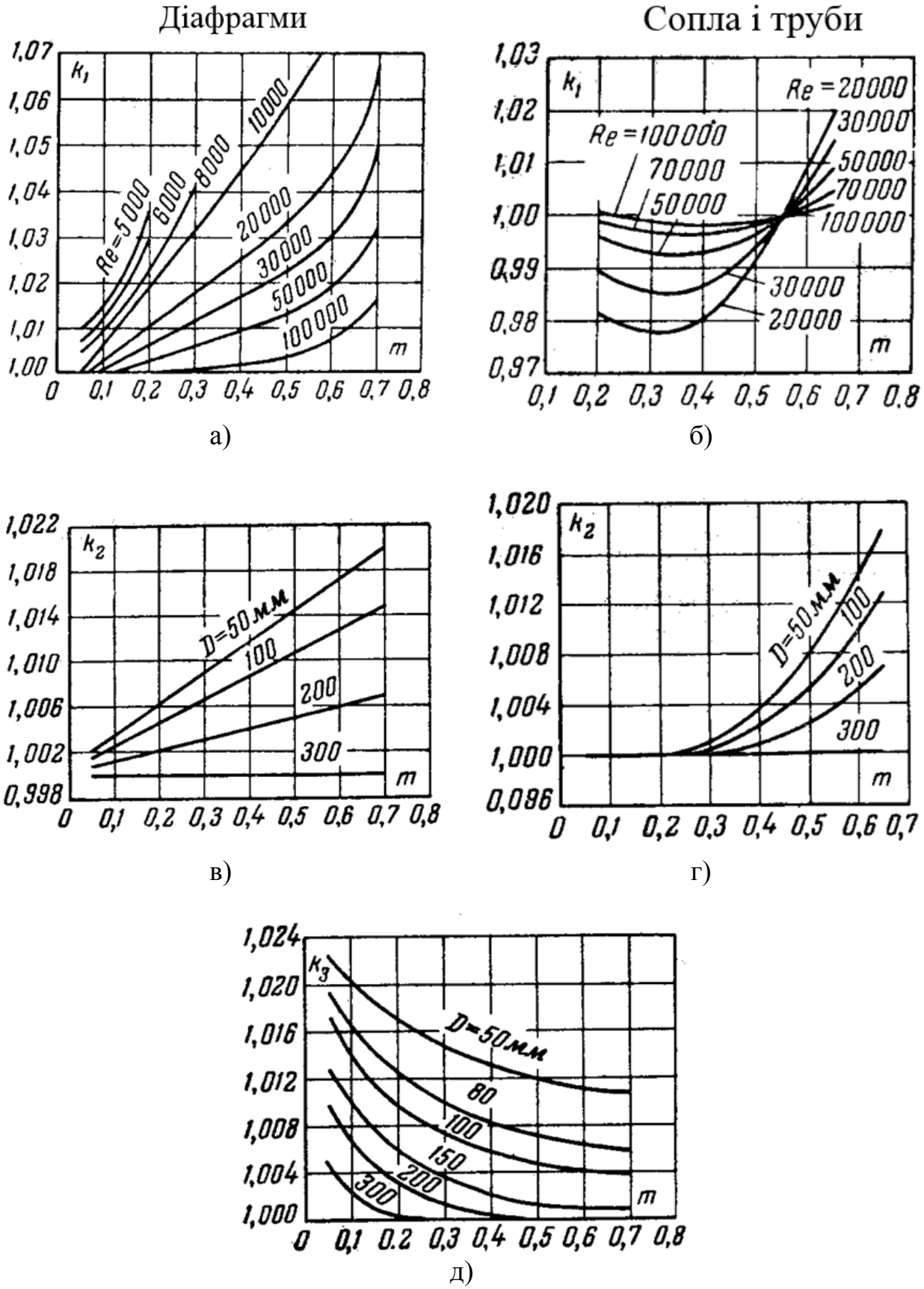


Рисунок 13.1 – Поправочні множники до вихідного коефіцієнта витрати: а та б – на в’язкість вимірюваного середовища; в та г – на шорсткість трубопроводу; д – на недостатню гостроту вхідної крайки діафрагм

ЛІТЕРАТУРА

1. Защепкіна Н. М. Метрологія: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 397 с.

2. Захарченко О. С. Основи метрології: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 127 с.

3. Солтис І. В., Деревянчук О. В. Основи метрології: навч. посіб. Чернівці: Чернівецький нац. ун-тет, 2021, 152 с.

4. Защепкіна Н. М., Шульга О. В., Наконечний О. А. Метрологічне забезпечення інформаційно-вимірювальних систем: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 176 с.

5. Кухарчук В. В. Основи метрології та електричних вимірювань. Частина І: конспект лекцій. URL: https://surl.li/olaaof (дата звернення: 07.09.2025).

6. Нестерчук Д. М. Контрольно-вимірювальні прилади з основами метрології: конспект лекцій. URL: https://surl.li/agtkcm (дата звернення: 08.09.2025).

7. Тичков В. В., Гальченко В. Я., Трембовецька Р. В., Базіло К. В. Автоматизація виробничих процесів. Технічні засоби автоматизації: навч.-метод. посіб. URL: https://surl.li/bjsjat (дата звернення: 08.09.2025).

8. Коренець Ю. М. Стандартизація, сертифікація і метрологія: навч. посібник. Кривий Ріг: ДонНУЕТ, 2023. 90 с.

9. Денисюк В.Ю., Пташенчук В.В. Розроблення блоку цифрової індикації електроакустичного твердоміра. *«Перспективні технології та прилади»*: зб. статей. 2023. Вип. 22. С. 122-126.

10. Пташенчук В.В., Денисюк В.Ю., Симонюк В.П. Вимірювання теплових деформацій торцешліфувальних автоматів та їх вплив на операційну точність оброблення підшипникової сталі ШХ15. *«Перспективні технології та прилади»*: зб. статей. 2022. Вип. 21. С. 102-106.

11. Денисюк В. Ю. Динамічні похибки в системах активного контролю та їх визначення в умовах експлуатації. *«Інформаційно-вимірювальні технології ІВТ-2022»*: зб. тез доп. Міжнар. наук.-практ. конф., м. Львів, 9-10 листопада 2022 р. Львів, 2022. С. 53-55.

12. Денисюк В. Ю. Аналіз особливостей конструювання та метрологічного забезпечення приладів активного контролю. *Перспективні технології та прилади»*: зб. статей. Луцьк, 2024. Вип. 24. С. 32-37.

13. Денисюк В. Ю., Лапченко Ю. С. Методика повірки покращення метрологічних характеристик акустичних датчиків рівня. Технологічні комплекси: наук. журнал. Луцьк, 2025. Вип. 17(1). С. 4-17.

14. Ptachenchuk V., Denysiuk V., Lapchenko Y., Symoniuk V., Reshetylo O. Automated Control System Qualities of Roller Bearings in Butt End Grinding Operations. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing* VIII. DSMIE 2025. Lecture notes in mechanical engineering. Springer, Cham. 2025. pp. 219-228.

Метрологія, технологічні вимірювання та прилади: методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами», галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво (17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації) спеціальності G7(174) Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка денної та заочної форм навчання / уклад. В. Ю. Денисюк. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 116 с.

Комп'ютерний набір та верстка: В. Ю. Денисюк.

Редактор: в авторській редакції.

Підп. до друку «___» _____ 2025 р.
Формат 60х84/16. Папір офс. Гарн. Таймс.
Ум. друк. арк. 7,25. Обл. – вид. арк. 7,25.
Тираж _50_ прим. Зам. _____.

Відділ іміджу та промоцій
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75