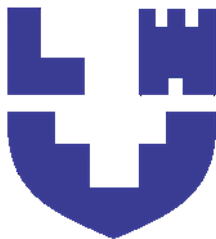


Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет



ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Методичні вказівки до виконання самостійної роботи
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія
спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка денної та заочної форми навчання

УДК 621.316 (07)
Т 33

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Н.П. Поліщук

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ,
протокол № ___ від « ___ » _____ 2026 року

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну _____ О.В Андрійчук

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електричної інженерії ЛНТУ,
протокол № ___ від « ___ » _____ 2026 року

Завідувач кафедри електричної інженерії _____ Ю.В. Грицюк

Укладач: _____ Ю.І. Вашцелюк, асистент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Рецензент: _____ А.М. Падалко, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Відповідальний

за випуск: _____ Ю.В. Грицюк, кандидат технічних наук, доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Теорія автоматичного керування: методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка денної та заочної форм навчання /уклад. Ю.І. Вашцелюк, Луцьк: ЛНТУ, 2026. 20 с.

Т 33

© Ю.І. Вашцелюк, 2026

ЗМІСТ

ПОРЯДОК ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ НАД РОЗДІЛАМИ КУРСУ	4
Тема 1. Основні поняття в ТАК.....	4
Тема 2. Рівняння динаміки і динамічні характеристики систем автоматичного керування	6
Тема 3. Визначення стійкості САК за критеріями стійкості	7
Тема 4. Аналіз якості процесів керування а автоматичних системах.....	10
Тема 5. Корегування систем автоматичного керування	12
Тема 6. Синтез коригувальних пристроїв, що забезпечують необхідні показники якості САК	14
Тема 7. Імпульсні (дискретні) САК	15
Тема 8. Нелінійні системи автоматичного керування.....	17
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ	19

ПОРЯДОК ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ НАД РОЗДІЛАМИ КУРСУ

Теоретичний матеріал курсу «Теорія автоматичного керування» для студентів спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка викладається з врахуванням того, що окремі розділи його тем студент повинен засвоїти самостійно.

Порядок проведення самостійної роботи містить такі етапи:

1. Перед проведенням самостійної роботи студентів викладач на лекції оголошує теми і розділи курсу, що виносяться на самостійне опрацювання, дає перелік літератури і перелік питань, які необхідно опрацювати.

2. Під час самостійної роботи студенти за рекомендованою літературою опрацьовують відповідний розділ курсу. Для закріплення матеріалу студенти мають дати відповіді на контрольні запитання. Форма контролю - усне опитування.

Тема 1. Основні поняття в ТАК

Алгоритм – упорядкована сукупність правил, точне виконання яких приводить до потрібного кінцевого результату.

Алгоритм, це одне із основних понять математики і кібернетики. В сучасному понятті під алгоритмом розуміємо записаний певною мовою, або визначений певним чином, порядок виконання дій, що веде до вирішення поставленого завдання. В кібернетиці та теорії керування алгоритм, як правило, визначає порядок роботи з інформацією.

Алгоритм функціонування – сукупність правил чи вимог, які визначають потрібне здійснення робочого процесу певним об'єктом (пристроєм, технічною, природною чи організаційною системою).

Алгоритм керування – сукупність правил, які визначають характер дій на об'єкт керування (ОК) з метою підтримання його алгоритму функціонування.

Керування – процес дії на об'єкт у відповідності з алгоритмом керування.

Система автоматичного керування – це сукупність об'єкта керування та пристрою автоматичного керування (ПАК), які взаємодіють між собою з метою забезпечення заданого алгоритму функціонування.

Іншими словами систему автоматичного керування можна визначити, як систему, що складається з об'єкта керування та пристрою керування, в якій керування чи регулювання режимом роботи об'єкта, відповідно до алгоритму керування, здійснюється автоматично без участі людини.

Під поняттям величина (вхідна, вихідна, збурююча величина і т.п.) розуміють конкретну фізичну величину, яка діє на систему з врахуванням її фізичної природи. Наприклад температура, напруга, швидкість обертання, світловий потік, і т.п. Поняття величина використовують у випадках коли пояснюють роботу конкретної реально існуючої системи керування.

Поняття сигнал використовують під час теоретичного вивчення закономірностей роботи систем керування, вивчення принципів керування, законів керування. Під поняттям сигнал (вхідний сигнал, задаючий сигнал, збурюючий сигнал, вихідний сигнал і т.п.) розуміють інформацію про значення величини (вхідної, задаючої., збурюючої), без урахування її конкретної фізичної природи.

При вивченні цього питання необхідно ознайомитись з основними поняттями та визначеннями, які використовуються в теорії автоматичного керування.

Література: [1, с. 7-13], [4, §1.1], [3, §1.1, 1.3], [5, §1.1-1.7], [6, §1.1].

Питання для самоперевірки

1. Що таке система автоматичного керування (САК)?
2. З яких основних елементів складається САК?
3. Дайте визначення поняттям автоматичне керування, регулювання.
4. Що таке алгоритм?
5. Чи можна здійснити регулювання роботи сучасних технічних пристроїв без автоматичного керування? Наведіть приклади.
6. Дайте визначення поняттю автоматизація.
7. Наведіть перелік основних видів автоматизації.

Тема 2. Рівняння динаміки і динамічні характеристики САК

Дослідження САК починають із складання її схеми. Під час вивчення конкретну САК попередньо формально розділяють на типові елементи, виявляють фізичні взаємозв'язки між елементами і зображують у вигляді певних схем. Схеми САК полегшують їх вивчення, дають можливість проаналізувати взаємозв'язок і роботу системи в цілому.

Структурною схемою САК називається умовне графічне зображення її елементів (ланок) та зв'язків між ними з визначенням перетворень сигналів за допомогою передаточних функцій цих елементів. При аналізі структурних схем враховуються лише інформаційні аспекти, в першу чергу напрямок передачі сигналів. На структурних схемах крім динамічних ланок з фіксованими виходами та входами, зображаються також суматори або елементи порівняння кількох сигналів та вузли (точки розгалуження сигналів). В задачах аналізу та синтезу структурні схеми приводять до зручного виду за рахунок перетворень, для чого існують певні правила. В основі цих перетворень лежить фундаментальне правило: вихід елемента – відображення входу за допомогою передаточної функції, тобто $x(p) = W(p) * U(p)$.

Після аналізу будови САК, вивчення принципової та функціональної схем наступним кроком аналізу є складання рівняння динаміки системи. Для цього розглядають фізичні процеси в елементах системи і записують рівняння динаміки кожного елемента. Ці рівняння об'єднують відповідно до схеми у систему рівнянь і одержують загальне рівняння динаміки системи.

Розімкнута система в ТАК здебільшого розглядається як окремий випадок стану замкнутої системи, коли зворотний зв'язок у системі відсутній і вихідна величина об'єкта керування не надходить на вхід системи.

У цьому разі функціональна схема розімкнутої системи складається з послідовно з'єднаних ланок і не має ніяких принципових відмінностей від відповідної схеми.

Водночас рівняння, передаточна функція і відповідно частотні характеристики розімкнутої системи використовуються в ТАК як при розгляді питань теорії, так і самостійно.

Система рівнянь окремих ланок у складі замкнутої системи дещо відрізняється від системи рівнянь цих самих ланок розглянутої раніше розімкнутої системи.

Ці відмінності полягають у тому, що в даному разі необхідно враховувати: дію збурення на об'єкт регулювання; що замикання системи регулювання відбувається за допомогою від'ємного зворотного зв'язку. Це враховується введенням знаку «-» на вході першої ланки. При вивченні даної теми ознайомитись з структурними схемами САК, а також з правилами перетворення структурних схем.

Література: [1, с. 35-46], [3, §1.5, 1.6, 1.8], [4, §1.3], [5, §2.1, 3.1], [6, §2.4.3].

Питання для самоперевірки

1. Дайте визначення передавальної функції системи автоматичного керування.
2. Що називається структурною схемою САК?
3. Назвіть основні принципи керування САК.
4. Що таке зворотній зв'язок? Які види зворотного зв'язку?
5. Дайте визначення динамічної ланки САК.
6. Назвіть типові з'єднання динамічних ланок.
7. Запишіть передавальну функцію при послідовному з'єднанні ланок.
8. Запишіть передавальну функцію при паралельному з'єднанні ланок.
9. Запишіть передавальну функцію при зустрічно-паралельному з'єднанні ланок.

Тема 3. Визначення стійкості САК за критеріями стійкості

Визначення стійкості САК за допомогою критерію Рауса-Гурвіца.
Визначення стійкості САК за допомогою першого методу Ляпунова.
Оцінка запасів стійкості.

Система автоматичного керування (САК) повинна відповідати трьом вимогам: бути *стійкою*; працювати з заданою *точністю*; мати потрібну *якість перехідного процесу*. Стійкість автоматичних систем – це властивість повертатись в початковий стан після того, коли будь-яка дія вивела систему з цього стану. Для стійкості САК, тобто, для згасання перехідних процесів, *необхідно та достатньо*, щоб усі корені λ_i ($i=1, 2, \dots, n$) характеристичного рівняння передатної функції, яка описує систему n -го порядку, (дійсні та комплексні) мали від'ємну дійсну частину.

Якщо неможливо, або важко обчислити корні характеристичного рівняння, то для визначення стійкості системи можна використовувати різні *критерії стійкості*. Для визначення стійкості систем розроблені алгебраїчні та частотні критерії стійкості. Алгебраїчні критерії встановлюють необхідні та достатні умови стійкості на основі визначників, складених з коефіцієнтів характеристичного рівняння системи.

Англійський математик Є.Раус (1877 р.) та швейцарський математик А.Гурвіц (1893 р.) в різній формі запропонували критерій, згідно якого умови стійкості зводяться до виконання нерівностей, які зв'язують коефіцієнти рівняння системи. Для розв'язання прикладних задач ці критерії об'єднують в один – Рауса-Гурвіца. Вище було показано, що за допомогою такого рівняння описується поведінка лінійної АСР.

На основі характеристичного полінома:

$$D(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$$

складається визначник, який називається визначником Рауса-Гурвіца. Критерій стійкості Рауса-Гурвіца формулюється так: для стійкості лінійної системи n -ого порядку необхідно та достатньо, щоб були додатними n головних визначників матриці Гурвіца з коефіцієнтами характеристичного рівняння.

При складанні диференційних рівнянь руху системи, як правило, вводяться основні спрощення. Тому при дослідженні стійкості системи

виникає питання про припустимість використання лінеаризованих рівнянь. Відповідь на це питання дав О.М.Ляпунов у своїх теоремах про стійкість систем. Лінеаризовані рівняння він назвав рівняннями першого наближення. Звідси назва методу- перший метод Ляпунова. При вивченні цього питання треба ознайомитись з формулюванням теорем Ляпунова та з'ясувати їх зміст.

Визначення області стійкості за рівняннями першого наближення не дає певної впевненості в тому, що практично створена система буде стійкою при всіх значеннях параметрів, які належать до виділеної області. Розрахунок областей стійкості з врахуванням точних рівнянь або неможливий. Або втрачає свою практичність через громіздкість. В ТАК поступають так само, як в будь-якій іншій інженерній дисципліні. Виконують розрахунок за наближеними рівняннями, а потім вводять поправочні коефіцієнти (запас стійкості).

Запас стійкості встановлюється в зв'язку з тим, що:

- розрахунок системи приводиться з використанням спрощених, ідеалізованих моделей, які не враховують ряд факторів, важливих для роботи системи;

- проводиться лінеаризація математичних залежностей, а саме нелінійності відіграють суттєву роль при роботі системи;

- параметри окремих елементів, особливо об'єкта, можуть значно змінюватись в процесі роботи, наприклад коефіцієнти теплопередачі;

- конструктивні параметри. Через які подаються сталі часу та коефіцієнти передачі ланок. звичайно визначаються з похибками як в теорії. Так і в експерименті;

Запас стійкості може бути визначений різними способами залежно від того, який критерій прийнятий за основу розрахунку. При вивченні даного питання слід ознайомитись з тим, яким чином визначається запас стійкості для різних критеріїв стійкості.

Література: [1, с. 85-94], [3, §4.2, 4.4, 4.7], [5, §7.1-7.5], [6, §3.3-3.6].

Питання для самоперевірки

1. Що називається стійкістю системи?
2. Які критерії стійкості застосовують для визначення стійкості САК?
3. Поясніть, як складається таблиця Рауса-Гурвіца при визначенні стійкості САК?
4. Сформулюйте теореми Ляпунова про стійкість САК.
5. Яким чином здійснюється оцінка запасу стійкості системи за допомогою критерію Найквіста?
6. Сформулюйте критерій стійкості Льєнара-Шіпара.
7. Сформулюйте критерій стійкості Рауса-Гурвіца.
8. Дайте визначення поняттям запас стійкості та межа стійкості.

Тема 4. Аналіз якості процесів керування в автоматичних системах

Прямі та непрямі методи оцінки якості процесу керування. Вплив розподілу коренів характеристичного рівняння на якість перехідного режиму

Якість автоматичних систем регулювання в цілому визначається комплексом показників: надійністю, вартістю, відповідністю світовому науково-технічному рівню, точністю. В теорії та практиці автоматизації поняття “якість системи”, “якість керування” зводиться в першу чергу до якості перехідних процесів відносно збурення та зміни завдання та забезпечення необхідної точності в усталеному режимі. В попередньому розділі відзначалось, що стійкість системи необхідна, але недостатня умова її працездатності, тому після перевірки та забезпечення стійкості системи розглядаються можливості гарантування якості процесів керування.

Оцінювати якість системи (якість процесу керування) можна безпосередньо за кривою перехідного процесу, або за деякими динамічними параметрами. Перший метод аналізу (за кривою перехідного процесу) називають *прямим методом дослідження*, а показники якості, що визначають цим методом, називають *прямими оцінками якості*. Аналіз перехідних процесів зводиться до знаходження загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння, що описує фізичні процеси в системі при заданих початкових

умовах і діях, а також до аналізу впливу зміни параметрів системи на вид цього розв'язку.

Даний розв'язок містить дві складові: змушену $y_3(t)$, яка залежить від виду правої частини рівняння, і вільну $y_6(t)$, яка визначається загальним розв'язком однорідного диференціального рівняння, тобто:

$$y(t) = y_3(t) + y_6(t) .$$

Відповідно до цього розрізняють дві групи показників якості перехідного процесу:

показники якості вільної складової перехідного процесу $y_6(t)$;

показники, що характеризують змушену (усталену) складову $y_3(t)$, за якою визначають точність системи.

Методи розв'язання диференціальних рівнянь розділяють на точні й наближені. До точних належать класичний і операційний методи. Класичний метод потребує визначення коренів характеристичного рівняння і сталих інтегрування з урахуванням початкових умов. Труднощі цього методу суттєво зростають з підвищенням порядку диференціального рівняння і у випадку, коли права частина рівняння містить похідні. Тому класичний метод має обмеження в його використанні. Розв'язання диференціального рівняння операційним методом зводиться до знаходження оригіналу функції за відомим зображенням за Лапласом, тобто шляхом оберненого перетворення Лапласа. Наближені методи розв'язання диференціальних рівнянь (чисельні й графоаналітичні) при дослідженні перехідних процесів у лінійних системах застосовуються рідко, тому що не дозволяють в явному вигляді аналізувати вплив параметрів системи на якість процесів.

Існують також *непрямі оцінки якості*, що визначають без побудови кривої перехідного процесу. Для визначення непрямих оцінок існують три основні види *непрямих методів* оцінки якості: кореневі, інтегральні й частотні. При вивченні цього питання необхідно детально ознайомитись з прямими та непрямыми методами оцінки якості перехідного процесу.

Література: [3, §5.1-5.4], [6, §3.12].

Питання для самоперевірки

1. Які прямі показники якості використовуються для оцінки якості перехідних процесів?
2. Які непрямі показники якості використовуються для оцінки якості перехідних процесів?
3. В чому полягає методика використання частотних показників якості?
4. В чому полягає методика використання кореневих показників якості?

Тема 5. Корегування систем автоматичного керування

Корегування систем автоматичного керування за допомогою зворотних зв'язків. Корегування систем автоматичного керування за допомогою модального методу

Для отримання потрібної якості процесу керування в САК додатково вводяться коригуючі пристрої. Коригуючі пристрої за способом введення в загальну систему керування поділяються на паралельні та послідовні пристрої.

Паралельні коригуючі пристрої виконуються за рахунок введення додаткових місцевих (жорстких та гнучких) зворотних зв'язків $W_{зз}(s)$. Загальна передатна функція такої розімкнутої системи з паралельними коригуючими пристроями має вигляд:

$$W(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_{зз}(s) \cdot W_0(s)} .$$

Жорсткий зворотний зв'язок та інерційний жорсткий зворотний зв'язок покращують якість перехідного процесу, збільшують стійкість системи, але зменшують точність та анулюють астатизм системи. Гнучкий зворотний зв'язок покращує якість перехідного процесу, збільшує стійкість системи, не впливає на точність системи, зберігає астатизм системи, але погіршує перешкодостійкість системи. Тому в інерційний гнучкий зворотний зв'язок вводиться інерційна ланка з фільтруючими властивостями.

Послідовні коригуючі пристрої виконуються за рахунок введення послідовної додаткової ланки $W_k(s)$. Загальна передатна функція такої розімкнутої системи має вигляд:

$$W(s) = W_k(s) \cdot W_0(s).$$

Послідовні коригуючі пристрої ще називають ПД-регулятором, що складається з пропорційної (П), інтегруючої (І) та диференційної (Д) ланок.

Суть модального керування полягає в забезпеченні бажаного розміщення полюсів замкнутої системи, яка складається з лінійного об'єкта і регулятора, причому регулятор виконано у вигляді набору жорстких пропорційних зворотних зв'язків за кожною зі змінних стану об'єкта. Походження назви «модальне керування» пояснюється тим, що полюсам замкнутої системи від-повідують складові вільного руху системи, які іноді називаються модальними.

Модальне керування звичайно визначають як керування, яке змінює моди (власні значення матриці об'єкту) з метою досягнення цілей керування. При вивченні питання корегування САК необхідно ознайомитись з корегувальними пристроями, а також з корегуванням САК на основі модального методу.

Література: [1, с. 125-132], [3, §6.9, 6.13].

Питання для самоперевірки

1. Приведіть визначення та схеми різних зворотних зв'язків (головні, місцеві, додатні, від'ємні, гнучкі, жорсткі)
2. Наведіть приклади послідовних корегуючих пристроїв.
3. Які системи є статичними, а які астатичними?
4. Введення якої складової ПД-регулятора перетворює систему з статичної в астатичну?
5. Як впливає гнучкий зворотний зв'язок на усталену помилку при постійному впливі, що задається?
6. Наведіть приклади паралельних корегуючих пристроїв.
7. Назвіть основні причини появи момилок у САК.
8. У чому полягає суть модального керування?

Тема 6. Синтез коригувальних пристроїв, що забезпечують необхідні показники якості САК

Визначення основних показників при побудові бажаної логарифмічно-частотної характеристики системи. Синтез корегувальних пристроїв методом ЛАХ

Під синтезом системи розуміють таке її дослідження, в результаті якого за заданими показниками якості знаходять необхідну структуру схеми, параметри її елементів та способи реалізації знайденої структурної схеми.

Побудова бажаної ЛЧХ засновано на зв'язку перехідного процесу з дійсною частотною характеристикою (ДЧХ) замкненої системи та ЛЧХ розімкненої системи.

Спочатку слід вибрати бажану типову ДЧХ замкненої системи, яка відповідає потрібними показниками якості. В літературі наведена типова ДЧХ, реалізувати яку достатньо просто.

Для побудови бажаної ЛЧХ необхідно визначити вимоги до її вигляду, еквівалентні вимогам до ДЧХ, при яких забезпечуються певні показники якості.

Еквівалентну вимогу до ЛЧХ можна знайти за номограмами переводу ЛЧХ розімкненої системи до ДЧХ замкненої, які наведені в літературі. Зазначені вимоги будуть виконуватись, якщо одночасно в області частот, яка визначає заборонну зону, будуть виконуватись певні умови. Доцільно ознайомитись з цими умовами, а також з ЛЧХ та ЛФЧХ системи, при яких виконуються ці умови.

Література: [1, с. 125-132], [3, §6.11].

Питання для самоперевірки

1. Як визначаються максимальне та мінімальне значення типової дійсної частотної характеристики автоматичної системи?
2. Як визначається запас стійкості за амплітудою та фазою при побудові бажаної ЛЧХ системи?
3. У чому полягає суть синтезу?.
4. Які форми синтезу існують?

5. На чому ґрунтується ідея методу синтезу коректувальних пристроїв за допомогою ЛАХ?
6. Як виконується синтез послідовної коректувальної ланки?
7. Як виконується синтез паралельної коректувальної ланки?
8. Наведіть спрощену методичку побудови бажаної ЛАХ.

Тема 7. Імпульсні (дискретні) САК

Складання рівнянь динаміки та передавальних функцій розімкнених й замкнених імпульсних систем. Визначення стійкості імпульсних систем за допомогою аналогів критеріїв Гурвіца та Михайлова-Найквіста.

Під час дослідження імпульсних систем зовнішня дія переноситься на вхід імпульсного елемента за правилом перенесення суматорів у безперервних системах, реальний імпульсний елемент подається у вигляді послідовного з'єднання ідеального імпульсного елемента і формувача. Формувач об'єднується з безперервною частиною системи в одну приведену безперервну частину з передаточною функцією:

$$W_n(p) = W_\phi(p) \cdot W_{\text{он}}(p).$$

Щоб визначити дискретну передаточну функцію розімкнутої системи, що складається з послідовно з'єднаних імпульсного елемента і безперервної частини, треба знайти передаточну функцію приведеної безперервної частини, а потім її z-зображення:

$$W(Z) = Z \{W_n(p)\}.$$

Під час визначення дискретної передаточної функції розімкнутої системи слід враховувати відмінність у визначенні дискретних і безперервних передаточних функцій послідовно з'єднаних ланок. Для безперервних систем передаточна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій цих ланок. Для імпульсних систем з одним імпульсним елементом на вході це правило не є справедливим, тобто:

$$W(Z) \neq \prod_{i=0}^k W_i(z).$$

Для визначення дискретної передаточної функції $W(Z)$ необхідно спочатку знайти:

$$W(p) \neq \prod_{i=0}^k W_i(p),$$

а потім здійснити z-перетворення:

$$W(Z) = Z \left\{ \prod_{i=0}^k W_i(p) \right\}.$$

Щоб отримати рівняння замкненої імпульсної САК відносно зображень, необхідно здійснити z-перетворення рівняння замикання системи та рівняння розімкненої імпульсної системи відносно оригіналів. Рівняння замкненої імпульсної системи має вигляд

$$\beta(z, \varepsilon) = W_z(z, \varepsilon) \cdot \alpha(z, 1) z^{-1},$$

де $W_z(z, \varepsilon) = \frac{W_p(z, \varepsilon)}{1 + z^{-1}W_p(z, 1)}$ - передавальна функція замкненої

імпульсної системи. Доцільно ознайомитись з цим, як визначається передавальна функція замкненої імпульсної системи.

Для визначення стійкості імпульсної системи достатньо дослідити рівняння замкненої імпульсної системи:

$$c_n z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_1 z + c_0 = 0.$$

Імпульсна система буде стійкою, якщо корені цього рівняння будуть розташовані усередині кола одиничного радіуса.

Література: [3, §10.3-10.8], [5, §9.1-9.3], [6, §5.1-5.2, §5.5-5.6].

Питання для самоперевірки

1. Запишіть передавальну функцію замкненої системи у смислі з-перетворення.
2. Сформулюйте аналог критерію Михайлова-Найквіста для імпульсних систем
3. Знайдіть імпульсну передавальну функцію паралельно з'єднаних кіл.
4. Знайдіть імпульсну передавальну функцію послідовно з'єднаних кіл.

Тема 8. Нелінійні системи автоматичного керування

Аналіз стійкості нелінійних систем за допомогою другого методу Ляпунова.

Теореми першого методу Ляпунова надають можливість використовувати методи лінійної теорії для дослідження реальних нелінійних систем. Природно, що цей висновок справедливий тільки для систем, що містять несуттєві нелінійності. Для систем із суттєвими нелінійностями перший метод Ляпунова застосовувати не можна. Перш ніж сформулювати теореми другого (прямого) методу Ляпунова введемо такі поняття.

Функція $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається *знакосталою* в деякій зоні, якщо вона зберігає один і той самий знак в усіх точках цієї зони навколо початку координат, за винятком деяких точок, в яких вона дорівнює нулю. Знакостала функція, що дорівнює нулю тільки в початку координат, називається *знаковизначеною* (безумовно-додатною або безумовно-від'ємною). Функція називається *знакозмінною*, якщо вона в деякій зоні навколо початку координат може мати різні знаки. Будь-яку функцію $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ що тотожно перетворюється на нуль при $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, називаємо функцією Ляпунова.

Повна похідна за часом від цієї функції має вигляд:

$$\frac{dv}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial V}{\partial X_k} \cdot \frac{dx_k}{dt}.$$

Функції Ляпунова $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ не можуть бути довільними. Необхідно з'ясувати, яким вимогам має задовольняти функція Ляпунова, щоб її можна було б використати для визначення стійкості нелінійних систем. Крім того, ознайомитись з формулюванням теорем Ляпунова, в яких наведені необхідні та достатні умови стійкості нелінійних систем.

Література: [3, §8.6-8.7], [6, §6.4].

Питання для самоперевірки

1. Сформулюйте другий метод Ляпунова.
2. Які вимоги представляються до функції О.М.Ляпунова?
3. Яка функція Ляпунова називається знакосталою?
4. Яка функція Ляпунова називається знакозмінною?
5. Яка функція Ляпунова називається знаковизначеною?

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Теоретичні основи автоматики. Практикум: навчальне видання / О. І. Лобода, О. М. Годоріко, С. В. Дубініна Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2020. 158 с.
2. Аблесімов О. К. Теорія автоматичного керування: навчальний посібник. Київ: «Освіта України», 2019. 270 с.
3. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: підручник. 2-ге вид. перероб. і доп. Київ: Либідь, 2007. 656 с.
4. Ладанюк А.П., Архангельська К.С., Власенко Л.О. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами: навчальний посібник. К.: НУХТ, 2014. 274 с.
5. Теорія керування: навчальний посібник / В.Є. Бахрушин, Т.Ю. Огаренко. Запоріжжя: КПУ, 2014. 224 с.
6. Теорія автоматичного управління: курс лекцій /Т.М. Боровська. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Т 33 **Теорія автоматичного керування:** методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка денної та заочної форм навчання /уклад. Ю.І. Вашелюк, Луцьк: ЛНТУ, 2026. 20 с.

Комп'ютерний набір: Ю.І. Вашелюк

Видається в авторській редакції

Підп. до друку _____ Формат 60x80/16. Папір офс. Гарн. Таймс.
Ум. друк. арк. Обл. вид. арк. Тираж прим. Зам.

Луцький національний технічний університет
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ЛНТУ

