Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет

Моделювання динамічних процесів у складних системах

Методичні вказівки для самостійної роботи з дисципліни Моделювання динамічних процесів у складних системах для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти освітньої програми «Прикладна математика» галузі знань F Інформаційні технології спеціальності F1 «Прикладна математика» денної та заочної форм навчання (перша частина)

ЛУЦЬК 2026

УДК 517.53/.55
М 21
До друку
Голова вченої ради факультету робототехніки та штучного інтелекту __________________ А. Ткачук
Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ
Директор бібліотеки _________________ Н. Поліщук
Рекомендовано до видання вченою радою факультету робототехніки та штучного інтелекту ЛНТУ,
протокол № ____ від «____» ______________ 2026 року.
Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри штучного інтелекту та математичного моделювання протокол № ____ від «____» _____2026 року.
Завідувач кафедри _________________ О. Мікуліч
Укладач: ______________О. Бондарський, кандидат технічних наук, доцент кафедри кафедри штучного інтелекту та математичного моделювання ЛНТУ
Рецензент: ______________ О. Приходько, кандидат технічних наук, доцент кафедри кафедри штучного інтелекту та математичного моделювання ЛНТУ
Відповідальний за випуск: ______________О. Мікуліч, доктор технічних наук, завідувач кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ

Моделювання динамічних процесів у складних системах: Методичні вказівки для самостійної роботи для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти освітньої програми «Прикладна математика» галузі знань F Інформаційні технології спеціальності F1 «Прикладна математика» денної та заочної форм навчання (перша частина) / укладач О. Бондарський. – Луцьк: ЛНТУ, 2026. –17 с.

Методичні вказівки для самостійної роботи складені відповідно до діючої програми курсу Моделювання динамічних процесів у складних системах для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти освітньої програми «Прикладна математика» галузі знань F Інформаційні технології спеціальності F1 «Прикладна математика» денної та заочної форм навчання. Наведені мета, завдання та програма навчальної дисципліни та матеріал для самостійної роботи.

Мета і завдання дисципліни «Моделювання динамічних процесів у складних системах»

Мета вивчення дисципліни.

Як навчальна дисципліна «Моделювання динамічних процесів у складних системах» забезпечує формування у студентів практичних навичок моделювання, формалізації та розв'язання інженерних задач динаміки за допомогою сучасних методів аналітичної, чисельної та штучно-інтелектуальної обробки даних.

Завдання вивчення дисципліни

Формування у студентів комплексного бачення про методи розв'язання інженерних задач динаміки, застосування математичного моделювання для вирішення реальних практичних задач, вивчення основних прийомів та методів, ознайомлення з необхідним програмним забезпеченням.

Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1

«Застосування в моделюванні динамічних процесів диференціальних рівнянь та загальних теорем динаміки».

Тема 1. Моделювання динаміки систем за допомогою звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Тема 2. Використання загальних теорем динаміки для моделювання руху складних механічних систем.

Тема 3. Вивчення динаміки механічної системи з використанням теореми про зміну кінетичної енергії.

Змістовий модуль 2

«Моделювання динаміки механічних систем за допомогою різноманітних методів та теорій».

Тема 4. Застосування у моделюванні задач динаміки методу кінетостатики.

Тема 5. Моделювання динаміки твердого тіла у випадку його поступального, обертального, плоскопаралельного або сферичного руху.

Тема 6. Застосування в моделюванні динаміки систем наближеної теорії гіроскопів.

ДЕЯКІ ВІДОМОСТІ ІЗ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Основні поняття. Розглянемо звичайне диференціальне рівняння

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots y^{(n-1)}).$$

Будемо припускати, що функція f така, що дане рівняння при заданих початкових умовах має єдиний розв'язок. Цей розв'язок може бути отриманий із загального інтеграла

$$y = y(x, C_1, C_2, \dots C_n).$$

Лінійним рівнянням другого порядку називається рівняння виду

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = F, \qquad (1)$$

де a_1, a_2, F - функції від x.

Якщо $F = 0$, то рівняння (1) називається однорідним, у противному випадку - неоднорідним.

Якщо коефіцієнти a_1 і a_2 сталі, то рівняння (1) називається рівнянням із сталими коефіцієнтами.

Властивість лінійних диференціальних рівнянь: якщо y_1 і y_2 - розв'язки рівняння (1) для різних правих частин F_1 і F_2, то їхня сума $y = y_1 + y_2$ буде розв'язком того ж рівняння (1) із правою частиною $F = F_1 + F_2$. Звідси випливає, що загальний розв'язок неоднорідного рівняння складається із загального розв'язку однорідного рівняння та частинного розв'язку даного неоднорідного рівняння. Якщо два розв'язки y_1 і y_2 однорідного лінійного рівняння другого порядку лінійно незалежні на розглядуваному інтервалі, то вони утворюють фундаментальну систему. Загальний розв'язок такого рівняння в цьому випадку може бути записане у вигляді

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2.$$

Розв'яжемо лінійне однорідне рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.

Для знаходження загального розв'язку такого диференціального рівняння необхідно скласти характеристичне рівняння

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0.$$

Нехай його корені r_1 і r_2.

Тоді загальний розв'язок має вигляд

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}.$$

Якщо корені комплексні, то вони повинні бути комплексно спряженими $r_1 = \alpha + i\beta, \quad r_2 = \alpha - i\beta$, тоді розв'язок представляється у вигляді

$$y = e^{\alpha x}(C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x).$$

Інша форма запису цього розв'язку (амплітудна)

$$y = Ae^{\alpha x}\sin(\beta x + \varphi),$$

де A і φ - довільні сталі.

У випадку кратних коренів $r_1 = r_2 = r$ розв'язком є вираз

$$y = C_1 e^{rx} + C_2 x e^{rx} = e^{rx}(C_1 + C_2 x).$$

Розв'язок неоднорідного рівняння (1) можна встановити методом варіації сталих або методом Коші.

При деяких спеціальних правих частинах частинний розв'язок може бути отримано простими способами.

Якщо $F = Ae^{kx}$ й ліва частина характеристичного рівняння не перетворюється в нуль при $r = k$, тобто

$$k^2 + a_1 k + a_2 \neq 0,$$

то частинним розв'язком є

$$y = \frac{Ae^{kx}}{k^2 + a_1 k + a_2}.$$

Ця формула може бути використана і для правих частин виду

$$F(x) = Ae^{kx}\sin\omega x; \quad F(x) = Ae^{kx}\cos\omega x.$$

У курсі теоретичної механіки, зокрема в розділі динаміки "Елементи теорії коливань", малі вільні коливання матеріальної точки описуються рівнянням

$$m\ddot{x} + a\dot{x} + cx = 0,$$

а вимушені - рівнянням

$$m\ddot{x} + a\dot{x} + cx = f(t)$$

(тут крапки означають диференціювання за часом t). При встановленні законів руху точки доводиться, розв'язувати однорідне або неоднорідне звичайне диференціальне рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.

Приведемо загальний розв'язок диференціального рівняння вільних коливань без опору

$$m\ddot{x}+cx=0.$$

Якщо позначити $\dfrac{c}{m}=k^2$, то дане рівняння можна записати у формі

$$\ddot{x}+k^2x=0.$$

Його загальний розв'язок має вигляд

$$x=C_1\cos kt+C_2\sin kt.$$

Довільні сталі визначаються з початкових умов задачі, тобто, при

$$t=t_0=0,\quad x=x_0,\quad \dot{x}=V_0.$$

Звідси знаходимо

$$C_1=x_0,\quad C_2=V_0/k.$$

Остаточно загальний розв'язок, що описує процес вільних коливань, має вигляд

$$x=x_0\cos(kt)+(\frac{V_0}{k})\sin(kt).$$

Приведемо випадки інтегрування диференціальних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами у квадратурах.

а). Права частина залежить тільки від аргументу x:

$$y''=F(x).$$

Проводячи дворазове інтегрування по x, встановимо вираз для першої похідної і самої функції:

$$y'=\int F(x)dx+C_1;\quad y=\iint F(x)dxdx+C_1x+C_2.$$

б). Права частина залежить тільки від функції y:

$$y''=F(y).$$

З метою відділення змінних проводимо перетворення лівої частини:

$$y''=\frac{dy'}{dx}\cdot\frac{dy}{dy}=F(y)$$

або

$$y'dy'=F(y)dy.$$

Інтегруємо:

$$\int y'dy' = \int F(y)dy + C_1$$

або

$$\frac{1}{2}y'^2 = \int F(y)dy + C_1.$$

Знаходимо першу похідну

$$y' = \pm\sqrt{2\int F(ydy + C_1)} = \phi(y).$$

В отриманому виразі знову відділяємо змінні:

$$\frac{dy}{\phi(y)} = dx$$

Після інтегрування

$$x = \int \frac{dy}{\phi(y)} + C_2.$$

Таким чином, у цьому випадку розв'язок отримаємо у вигляді

$$x = x(y).$$

в). Права частина залежить від першої похідної:

$$y'' = F(y').$$

Тут можливі два шляхи розв'язання.

1. Відділяємо змінні:

$$\frac{dy'}{F(y')} = dx$$

і інтегруємо:

$$x = \int \frac{dy'}{F(y')} + C_1.$$

Нехай можливо виразити першу похідну y' через x, тобто

$$y' = f(x, C_1).$$

Подальше інтегрування дозволяє отримати залежність від x:

$$dy = f(x, C_1)dx;$$

$$y = \int f(x, C_1)dx + C_2.$$

2. Перетворимо вихідне рівняння:

$$\frac{dy'}{dx}\cdot\frac{dy}{dy}=F(y'),$$

$$\frac{y'dy'}{F(y')}=dy.$$

Інтегруємо:

$$y=\int\frac{y'dy'}{F(y')}+C_1=\psi(y',C_1).$$

Виражаємо y' через y і інтегруємо отриману залежність.

Нехай $y'=\varphi(y,C_1)$. Відділимо змінні

$$\frac{dy}{\varphi(y,C_1)}=dx.$$

Звідси знаходимо розв'язок у вигляді

$$x=\int\frac{dy}{\varphi(y,C_1)}+C_2.$$

У всіх випадках довільні сталі C_1 і C_2 визначаються з початкових умов:

$$\text{при } x=0 \quad y=y_0, \quad y'=y'_0 .$$

Задачі інтегрування диференціальних рівнянь у квадратурах розглядаються в розділі динаміки "Прямолінійний рух точки". Тут описуються випадки руху матеріальної точки, коли на неї діє сила, що залежить тільки від часу, або тільки від координати, або тільки від швидкості. Відповідно маємо диференціальні рівняння руху точки:

$$m\ddot{x}=F(t);$$

$$m\ddot{x}=F(x);$$

$$m\ddot{x}=F(\dot{x}),$$

тобто рівняння одного з вищевказаних видів.

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

Комплексні числа (деколи їх називають уявними числами) не є числами в елементарному розумінні слова. Вони складають новий клас математичних об'єктів, що визначаються такими властивостями.

Кожному комплексному числу z ставиться у відповідність єдина пара

(a,b) дійсних чисел a і b і навпаки. Дійсні числа a містяться в класі комплексних чисел в якості пар $(a,0)$. Уявна одиниця $ɜ$, що визначається із умови $ɜ \leftrightarrow (0,1)$, задовольняє умові $ɜ^2 = -1.$

Кожне комплексне число $z \leftrightarrow (a,b)$ може бути записане у вигляді суми $z = a + ɜb$ дійсного числа $a \leftrightarrow (a,0)$ і чисто уявного числа $ɜb \leftrightarrow (0,b).$

Дійсні числа $a = \mathrm{Re}\, z$ і $b = \mathrm{Im}\, z$ відповідно називаються дійсною частиною і уявною частиною комплексного числа z.

Формула Муавра

$$z^n = r^n(\cos\varphi + ɜ\sin\varphi)^n = r^n(\cos n\varphi + ɜ\sin n\varphi),$$

де n - ціле число.

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}(\cos(\frac{\varphi + 2\pi k}{n}) + ɜ\sin(\frac{\varphi + 2\pi k}{n})),$$

де $\sqrt[n]{|z|}$ - арифметичний корінь із додатного числа $|z|$, $k = 0,1,2,...,n-1.$

Формула Ейлера

$$e^{\pm i\alpha} = \cos\alpha \pm i\sin\alpha.$$

Звідси випливає, що

$$\cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2};$$

$$\sin\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}.$$

ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ З ТРИГОНОМЕТРІЇ

Таблиця 3

№ п/п	Тригонометричні формули
	Функції одного аргументу

1.	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$
2.	$ch^2\alpha-sh^2\alpha=1.$
3.	$1+tg^2\alpha=1/\cos^2\alpha.$
4.	$1+ctg^2\alpha=1/\sin^2\alpha.$
5.	$ch\alpha=\dfrac{e^{\alpha}+e^{-\alpha}}{2},\quad sh\alpha=\dfrac{e^{\alpha}-e^{-\alpha}}{2}.$
	Функції суми і різниці кутів
6.	$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta.$
7.	$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta.$
8.	$tg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}.$
9.	$ctg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{ctg\alpha ctg\beta\mp1}{ctg\alpha\mp ctg\beta}.$
	Перетворення суми та різниці функцій в добуток
10.	$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha\mp\beta}{2}$
11.	$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}.$
12.	$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}.$
13.	$tg\alpha\pm tg\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}.$
14.	$ctg\alpha\pm ctg\beta=\pm\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}.$
15.	$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{1+\sin\alpha}=\sqrt{2}\sin(45^\circ+\alpha)=$ $=\sqrt{2}\cos(45^\circ-\alpha).$

16.	$\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{1-\sin 2\alpha} = \sqrt{2}\sin(45^\circ - \alpha) =$ $= \sqrt{2}\cos(45^\circ + \alpha).$
17.	$\sin\alpha - \cos\alpha = -\sqrt{1-\sin 2\alpha}.$
18.	$tg\alpha + ctg\alpha = \dfrac{2}{\sin 2\alpha}.$
19.	$tg\alpha - ctg\alpha = -2ctg2\alpha.$
	Функції подвійного та потрійного аргументу
20.	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
21.	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1.$
22.	$tg2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}.$
23.	$ctg2\alpha = \dfrac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}.$
24.	$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha.$
2 5.	$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha.$
	Формули пониження степенів
26.	$\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}.$
27.	$\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}.$
28.	$tg^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}.$
29.	$\sin^3\alpha = \dfrac{3\sin\alpha - \sin 3\alpha}{4}.$
30.	$\cos^3\alpha = \dfrac{3\cos\alpha + \cos 3\alpha}{4}.$
31.	$\sin^4\alpha = \dfrac{\cos 4\alpha - 4\cos 2\alpha + 3}{8}.$

32.	$\cos^4\alpha = \dfrac{\cos 4\alpha + 4\cos 2\alpha + 3}{8}$.
	Формули універсальної підстановки
33.	$\sin\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$.
34.	$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$.
35.	$tg\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$.
	Формули перетворення добутку функцій
36.	$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$.
37.	$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$.
38.	$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$.
39.	$tg\alpha tg\beta = \dfrac{tg\alpha + tg\beta}{ctg\alpha + ctg\beta}$.
40.	$tg\alpha ctg\beta = \dfrac{tg\alpha + ctg\beta}{tg\beta + ctg\alpha}$.

Синусом кута в прямокутному трикутнику називається відношення протилежного катета до гіпотенузи

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}.$$

Косинусом кута в прямокутному трикутнику називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}.$$

Тангенсом кута в прямокутному трикутнику називається відношення протилежного катета до прилеглого

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a}{b}.$$

Котангенсом кута в прямокутному трикутнику називається відношення прилеглого катета до протилежного

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b}{a}.$$

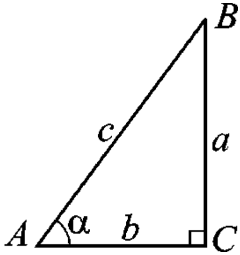

Рис. 15

$a = c\cdot\sin\alpha$; $\quad b = c\cdot\cos\alpha$; $\quad c^2 = a^2 + b^2$.

Теорема косинусів. Квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними, тобто **(рис. 16)**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

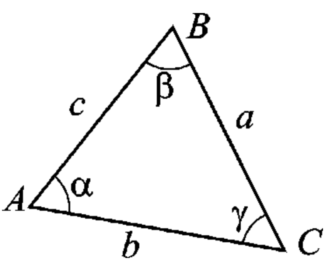

Рис. 16

Теорема синусів. Відношення кожної сторони трикутника до синуса протилежного кута рівні між собою, тобто

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Таблиця значень тригонометричних функцій

Таблиця 4

α, град	α, рад	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
0	0	0	1	0	∞
5	$\pi/36$	0,0872	0,9962	0,0875	11,4301
10	$\pi/18$	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713
15	$\pi/12$	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321
20	$\pi/9$	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475
25	$5\pi/36$	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445
30	$\pi/6$	0,5	0,8660	0,5774	1,7321
35	$7\pi/36$	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281
40	$2\pi/9$	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918
45	$\pi/4$	0,7071	0,7071	1,0	1,0
50	$5\pi/18$	0,7660	0,6428	1,1918	0,8391
55	$11\pi/36$	0,8192	0,5736	1,4281	0,7002
60	$\pi/3$	0,8660	0,5	1,7321	0,5774
65	$13\pi/36$	0,9063	0,4226	2,1445	0,4663
70	$7\pi/18$	0,9397	0,3420	2,7475	0,3640
75	$5\pi/12$	0,9659	0,2588	3,7321	0,2679
80	$4\pi/9$	0,9848	0,1736	5,6713	0,1763
85	$17\pi/36$	0,9962	0,0872	11,4301	0,0875
90	$\pi/2$	1,0	0	∞	0

ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Махней О.В. Лабораторний практикум з імітаційного моделювання у GPSS: Метод рекомендації до проведення лабораторних занять. – Ів.-Франківськ: 2020. – 40 с.
2. Мурашиний алгоритм [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/ Мурашиний алгоритм. 2021.
3. Яворський Н.Б., Андрущак Н.А. Моделювання дисперсійних співвідношень пористих композиційних матеріалів на підставі коміркових мікрорівневих структурних моделей. Науковий вісник НЛТУ України, 2020, 30(1), 142-151.
4. Bargmann, S., Klusemann, B., Markmann, J., Schnabel, J., et al. (2018). Generation of 3D representative volume elements for heterogeneous materials: A review. Progress in Materials Science, 96, 322–384.
5. Li, S., Lin, H., Meng, F., Moss, D., et al. (2018). On-Demand Design of Tunable Complete Photonic Band Gaps based on Bloch Mode Analysis. Scientific Reports, 8, 14283.
6. Segovia-Chaves, F., Vinck-Posada, H., & Navarro-Barón, E. (2019). Photonic band structure in a two-dimensional hexagonal lattice of equilateral triangles. Physics Letters A, 383(25), 3207–3213.
7. Zohd, T. (2018). 1Rapid Voxel-Based Digital-Computation for Complex Microstructured Media. Arch. of Comp. Meth. in Eng., 1–16.

Допоміжна

1. Омаров М.А. Основи теоретичної механіки. Ч.1: Навч. посібник. – Харків: ХНУРЕ, 2018. – 184 с.
2. Пирогов В.В. Практикум з технічної механіки. Теоретична механіка: Навч. посібник. – Кропивницький: ЦНТУ, 2018. – 68 с.
3. Романюк О.Д. Теоретична та прикладна механіка: Навч. посібник. – Дніпро: ДДТУ, 2021. -283 с.
4. Черниш О.М. Теоретична механіка: Навч. посібник – Центр учбової літератури, 2022. – 760 с.
5. Цвіркун Л.О., Омельченко О.В. Теоретична механіка. Методичні рекомендації для вивчення дисципліни. – Кривий Ріг: Дон. НУЕТ, 2019. – 100 с.
6. Штанько П.К., Шевченко В.Г. та інші. Теоретична механіка: Навч. посібник. – Запоріжжя: НУ Запорізька політехніка, 2021, - 464 с.

7. Штефан Н.І., Гнатейко Н.В. та інші. Теоретична механіка: Конспект лекцій. Навч. посібник. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 143 с.
8. Янгулова О.Л. Теоретична механіка. Аналітична механіка: Навч. посібник. – Дніпро: Дніпров. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2019. – 75 с.
9. Alex Maas. Theoretical Mechanics. Lecture in WS 2016/17 at the KFU Graz. – 181 p.
10. Бондарський О.Г., Приходько О.С. Теоретична механіка. Статика. Методичні вказівки до практичних занять для студентів технічних спеціальностей денної та заочної форми навчання. – Луцьк: ЛНТУ, 2018. – 28 с.
11. Бондарський О.Г., Приходько О.С. Теоретична механіка. Статика. Методичні вказівки до практичних занять для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія денної та заочної форми навчання. – Луцьк: ЛНТУ, 2018. –30 с.
12. Бондарський О.Г. Теоретична механіка. Кінематика. Методичні вказівки до практичних занять для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія денної та заочної форми навчання. – Луцьк: ЛНТУ, 2022. – 17 с.
13. Бондарський О.Г. Теоретична механіка. Динаміка. Методичні вказівки до практичних занять для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія денної та заочної форми навчання. – Луцьк: ЛНТУ, 2022. –53 с.

Моделювання динамічних процесів у складних системах: Методичні вказівки для самостійної роботи для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти освітньої програми «Прикладна математика» галузі знань F Інформаційні технології Математика та статистика спеціальності F1 «Прикладна математика» денної та заочної форм навчання (перша частина)/ укладач О. Бондарський. – Луцьк: ЛНТУ, 2026. – 17 с.

Комп'ютерний набір О.Бондарський
Редактор О.Бондарський

Підп. до друку «___»________2026 р. Формат 60х84/16.Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 1,0.
Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоцій
Луцького національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – відділ іміджу та промоцій ЛНТУ