

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



ЛУЦЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

ОСНОВИ БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

Методичні вказівки до практичних занять
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми “Архітектура та містобудування”
галузі знань 19 Архітектура та будівництво
спеціальності 191 Архітектура та містобудування
денної форми навчання

Луцьк 2025

УДК 624.012

Б 89

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну
О. АНДРІЙЧУК

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій
ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Н. ПОЛЩУК

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури,
будівництва та дизайну ЛНТУ,
протокол № _____ від « _____ » _____ 2025 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри БЦІ ЛНТУ,
протокол № _____ від « _____ » _____ 2025 року.

Завідувач кафедри БЦІ _____ О. УЖЕГОВА

Укладач: _____ Р. Пасічник, к.т.н., доцент кафедри БЦІ ЛНТУ.

Рецензент: _____ Д.Кислюк, к.т.н., доцент кафедри БЦІ ЛНТУ.

Відповідальний за випуск: _____ О. УЖЕГОВА
завідувач кафедри будівництва та цивільної інженерії ЛНТУ.

Основи будівельної механіки: [Текст]: Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми “Архітектура та містобудування” галузі знань 19 Архітектура та будівництво спец. 191 Архітектура та містобудування денної форми навчання/ уклад. Р.В. Пасічник. – Луцьк : ЛНТУ, 2025. – 32 с.

Видання складено згідно з робочою програмою навчальної дисципліни, містить опис тематики курсу, завдання та зразки виконання задач, рекомендовану літературу.

Призначене для студентів спеціальності 191 «Архітектура та містобудування»

© Р.В. Пасічник, 2025

Зміст

| | |
|---|----|
| Вступ | 4 |
| Багатопролітні статично визначені балки | 5 |
| Тришарнірні арки і рами | 11 |
| Ферми | 19 |
| Шпренгельні ферми | 26 |
| Розрахунок плоскої статично невизначеної рами за допомогою програми ЛІРА-САПР | 28 |
| Література | 31 |

Вступ

Мета вивчення дисципліни «Основи будівельної механіки» полягає у вивченні інженерних методів розрахунків на міцність, жорсткість елементів конструкцій та споруд, їх взаємодія між собою та іншими конструкціями та спорудами.

Завданням вивчення дисципліни «Основи будівельної механіки» є засвоєння методів визначення зусиль та переміщень в елементах статично-визначених та статично-невизначених споруд від статичних дій; методи розрахунку напружень в перерізах елементів, класичні теорії міцності та набуття умінь розраховувати плоскі стержневі системи (балки, арки, ферми, рами) при дії статичного навантаження.

Вивчення дисципліни «Основи будівельної механіки» забезпечує формування наступних компетентностей:

1. Інтегральна компетентність

- Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у сфері містобудування та архітектури, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, на основі застосування сучасних архітектурних теорій та методів, засобів суміжних наук

2. Загальні компетентності

- Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми
- Здатність до адаптації та дії в новій ситуації
- Здатність приймати обґрунтовані рішення

3. Спеціальні (фахові) компетентності:

- Здатність застосовувати теорії, методи і принципи фізико-математичних, природничих наук, комп'ютерних, технологій для розв'язання складних спеціалізованих задач архітектури та містобудування
- Здатність розробляти архітектурно-художні, функціональні, об'ємно-планувальні та конструктивні рішення, а також виконувати креслення, готувати документацію архітектурно-містобудівних проєктів.
- Здатність до участі в підготовці архітектурно-планувальних завдань на проєктування, в організації розробки архітектурно-містобудівних, архітектурно-середовищних і ландшафтних проєктів.
- Усвідомлення особливостей використання різних типів конструктивних та інженерних систем і мереж, їх розрахунків в архітектурно-містобудівному проєктуванні.
- Здатність до розробки архітектурно-містобудівних рішень з урахуванням безпекових і санітарно-гігієнічних, інженерно-технічних і енергозберігаючих, техніко-економічних вимог і розрахунків, вимог щодо екологічності, енергоефективності, інклюзивності.
- Усвідомлення особливостей застосування сучасних будівельних матеріалів, виробів і конструкцій, а також технологій при створенні об'єктів містобудування, архітектури та будівництва

Поняття про розрахункову схему споруди.

Будівля чи споруда являє собою складне поєднання великого числа різноманітних за призначенням елементів. Розрахунок, що базується на точному врахуванні всієї різноманітності реальної споруди і взаємодії усіх елементів споруди, або не можливий, або настільки складний, що практично неприйнятний. Будівельна механіка змушена спростувати свої задачі, свідомо відмовляючись від врахування цілого ряду другорядних факторів. Спрощене зображення дійсної споруди, що фігурує в процесі розрахунку замість самої споруди, називається *розрахунковою схемою*. В розрахунковій схемі відображається максимальна ідеалізація несучої системи, що витікає із всієї сукупності можливих припущень як для системи в цілому, так і для елементів що її складають. Однак слід твердо пам'ятати, що розрахункова схема повинна як можна більш точно відображати суть задачі і забезпечувати достатньо точний і достовірний розрахунок.

Отже, розрахункова схема, з однієї сторони, повинна бути доступною для практичного інженерного розрахунку на даному рівні розвитку будівельної механіки, з другої, – вона повинна як можна точніше відображати реальну роботу конструкції. Можливо більш точний вибір розрахункової схеми здійснюється на основі вивчення ролі і взаємодії окремих елементів системи, характеру її роботи і розподілу в ній зусиль. Тільки знання будівельної механіки і інженерний досвід забезпечують правильний вибір розрахункової схеми.

Слід пам'ятати, що з розвитком науки можливості розв'язання складних задач розширюються. Зокрема на вибір розрахункової схеми впливає сучасна обчислювальна техніка, застосування якої дозволяє підвищити вимоги до розрахункової схеми, досягаючи більш повної її відповідності з реальною системою.

1. Багатопролітні статично визначені балки

1.1. Розрахунок багатопролітних балок на дію постійного навантаження

Багатопролітна статично визначна балка, звана також шарнірно-консольною, може бути одержана з нерозрізної балки шляхом введення в її прольотах шарнірів. Число таких шарнірів для нерозрізної балки, статично визначної щодо поздовжніх закріплень (тобто, що має по довжині лише одне горизонтальне закріплення), може бути визначено з виразу, що впливає з формули Чебишева:

$$T = C_0 - 3 \quad (1.1),$$

де T —число простих шарнірів; C_0 —число опорних стержнів.

Розстановку шарнірів в прольотах виконують так, щоб балка в цілому була геометрично незмінною. Шарніри при цьому ділять балку на окремі елементи-балки. Серед них виділяють основні, нерухомо пов'язані із основою,

і другорядні, при відсіканні яких від суміжних балок одержують геометрично змінну балку. Другорядні балки, не пов'язані із основою, називають підвісними.

На рис. 1.1 і 1.2 наводяться приклади багатопролітних балок.

Перед розрахунком шарнірно-консольної балки будують схему взаємодії її елементів, звану поверховою. По поверховій схемі легко переконатися в геометричній незмінності балки і помітити послідовність розрахунку її елементів. Приклад побудови поверхової схеми показаний на мал. 1.3.

При аналітичній побудові епюр внутрішніх зусиль в шарнірно-консольній балці розраховують окремо всі її елементи (послідовно звернувши по поверховій схемі), враховуючи характер взаємодії окремих балок - тиск вищерозміщених елементів на нижчерозміщені.

“Розрахунок статично визначеної багатопролітної балки”

З а в д а н н я. Для балки, вибраної згідно з варіантом Побудувати епюри згинальних моментів та поперечних сил (аналітично). (див. Рис. 1) Вихідні дані вибрати згідно з шифром з табл. 1.

Таблиця 1. Вихідні дані до розрахунку статично визначеної багатопролітної балки

| Перша цифра шифру | l_1 , м | q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$ | b , м | Друга цифра | l_2 , м | F , кН | Остання цифра (номер схеми) | a , (м) | c , (м) | M , кН*м |
|-------------------|-----------|---------------------------------------|------------|-------------|--------------|-------------|-----------------------------|--------------|--------------|---------------|
| 1 | 16 | 26 | 0,8 | 1 | 7 | 60 | 1 | 0,8 | 1,0 | 30 |
| 2 | 14 | 24 | 0,9 | 2 | 8 | 65 | 2 | 0,9 | 1,2 | 11 |
| 3 | 8 | 16 | 1,0 | 3 | 10 | 30 | 3 | 2,0 | 1,6 | 26 |
| 4 | 12 | 30 | 2,0 | 4 | 15 | 70 | 4 | 1,2 | 2,0 | 12 |
| 5 | 9 | 18 | 2,2 | 5 | 14 | 40 | 5 | 1,8 | 1,5 | 28 |
| 6 | 11 | 25 | 1,8 | 6 | 12 | 50 | 6 | 1,0 | 1,8 | 15 |
| 7 | 7 | 20 | 1,2 | 7 | 13 | 80 | 7 | 1,3 | 1,6 | 20 |
| 8 | 10 | 22 | 1,9 | 8 | 9 | 45 | 8 | 1,6 | 1,3 | 27 |
| 9 | 13 | 28 | 2,1 | 9 | 11 | 55 | 9 | 2,2 | 1,1 | 24 |
| 0 | 6 | 14 | 1,5 | 0 | 16 | 35 | 0 | 1,4 | 1,7 | 19 |

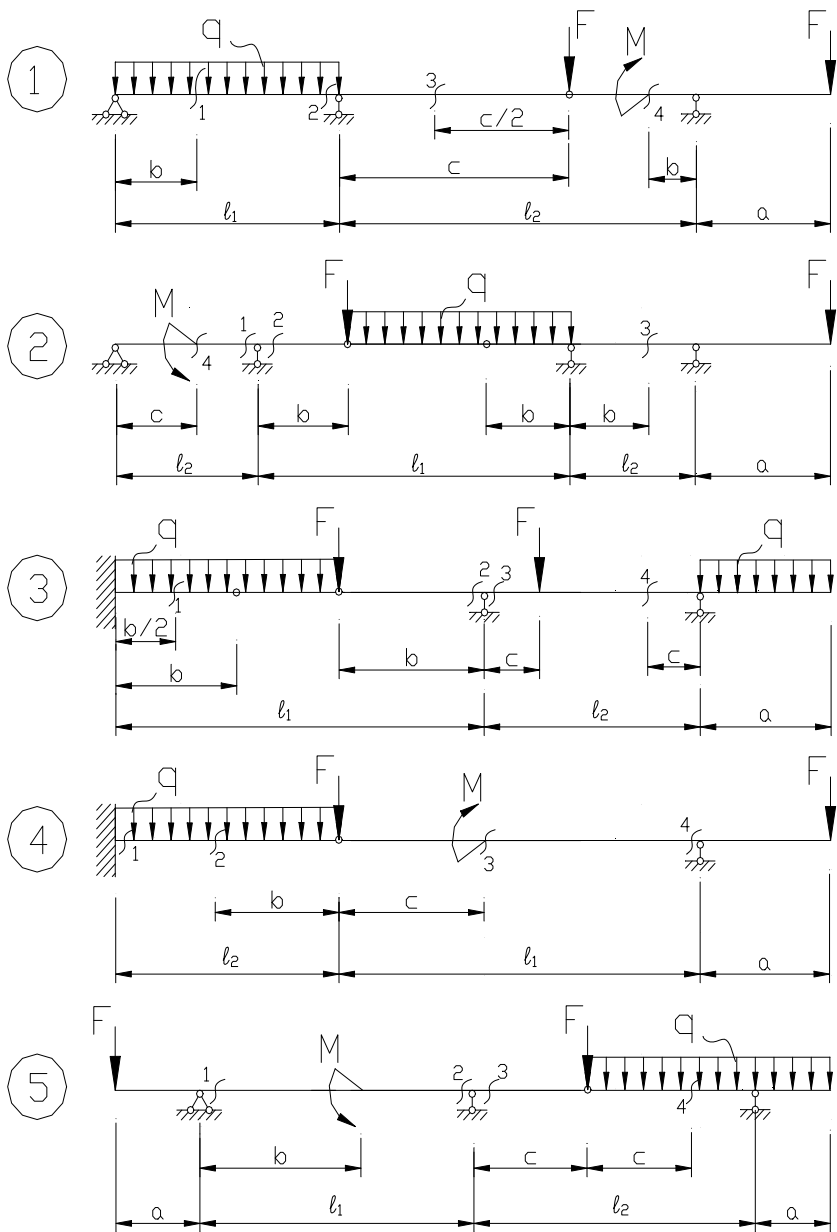


Рис. 1

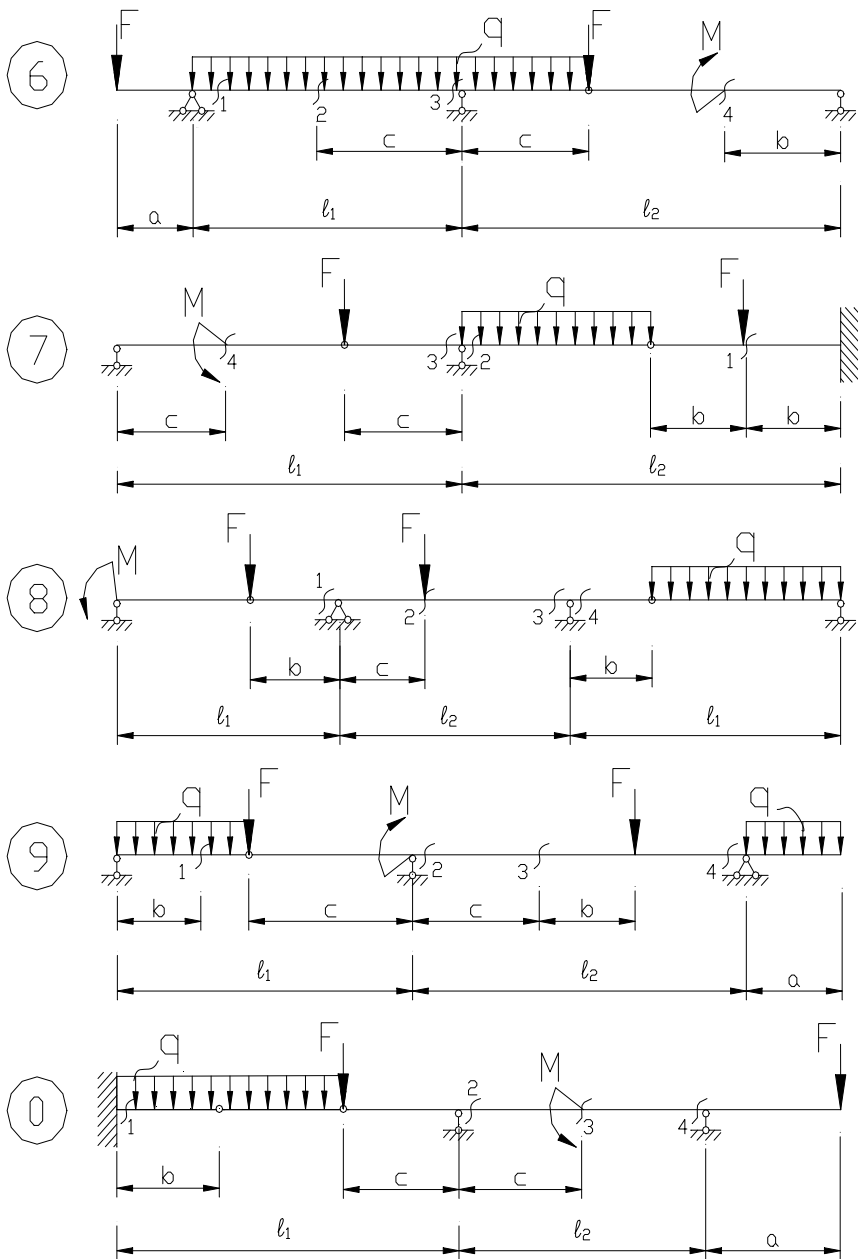


Рис. 1

Методичні вказівки

Перед виконанням розрахунково-проектувальної роботи повторіть правила побудови епюр згинальних моментів та поперечних сил з курсу опору матеріалів.

Для побудови епюр M і Q зручно користуватися схемою взаємодії дисків (поверховою схемою), яку необхідно викреслити під заданою схемою балки. Будуючи схему взаємодії, виділіть спочатку основні балки, що мають самостійно сприймати навантаження (консоль, або балка на двох опорах). Допоміжні балки мають тільки одну шарнірну опору, або не мають опор зовсім. Недостаючими опорами для них служать сусідні балки.

Побудувавши схеми взаємодії, задану балку можна розглядати як ряд простих балок.

Розрахунок починають з допоміжних балок вищого поверху. Опорні реакції цих балок передаються на балки нижчого поверху в вигляді зосереджених сил в точках опирання на них балок вищого поверху.

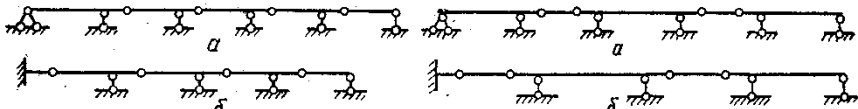


Рис. 1.1

Рис. 1.2

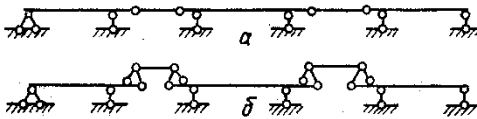


Рис. 1.3

Результуючі епюри M і Q будуються на загальній для всієї балки базі. Ординати епюри моментів слід відкладати зі сторони розтягнутих волокон і вказувати значення характерних ординат.

Всі розрахунки повинні супроводжуватися необхідними формулами в загальному і числовому вигляді.

Приклад 1. Побудувати епюри M і Q для балки, схема якої наведена на рис. 1.4, а.

Розв'язок. Перевіряємо кількість шарнірів по формулі (1.4):

$$T = 7 - 3 = 4.$$

Кількість шарнірів відповідає заданому на схемі. Будуємо поверхову схему балки (мал. 1.4, б). Починаємо з основної балки AT_1 . Оскільки ця балка геометрично незмінна, опираємо на неї наступну балку T_1T_2 . Для того, щоб і ця балка була геометрично незмінною, її потрібно оперти в точці T_2 на наступну балку T_2BCT_3 . Балка T_2BCT_3 має дві опори, отже, вона геометрично незмінна, і балка T_3T_4 повинна спиратися на неї і т.д. Всі елементи балки на поверховій схемі геометрично незмінні, тому і балка в цілому геометрично незмінна.

Розглядаємо балки верхнього поверху. Визначаємо реакції і будуємо епюри M і Q (мал. 1.4, в). Після цього переходимо до балок, розташованих на поверх нижче (мал. 1.8, г). На них, окрім навантаження, діє зусилля від вищерозміщених балок, рівне по величині і обернене по напрямку опорним реакціям R_1, R_2, R_3, R_4

2. Тришарнірні арки і рами

2.1. Загальні відомості

Аркою називається розпірна система, що має форму кривого стержня, повернутого опуклістю у напрям дії основного навантаження. Трохшарнірна арка є статично визначною розпірною системою, що складається з двох частин, сполучених між собою і з поверхнею землі шарнірами. Опорні шарніри звичайно називаються п'ятковими, а середній — ключовим (див. мал. 3.1).

Трохшарнірні рами є статично визначними розпірними системами, складеними з прямолінійних стержнів. Характерною особливістю розпірних систем є наявність горизонтальних складових опорних реакцій при дії вертикального навантаження.

Трохшарнірні арки і рами можуть мати опорні шарніри на одному і на різних рівнях. Трохшарнірні арки на практиці частіше зустрічаються з опорами на одному рівні.

У трохшарнірних арках і рамах одна з шарнірно нерухомих опор може бути замінена шарнірно рухомою з вертикальним опорним стержнем. В цьому випадку для забезпечення геометричної незмінності вводиться затяжка, яка і сприймає розпір. Ключовий (середній) шарнір трохшарнірної арки і рами може бути замінений двома стержнями, осі яких повинні перетинатися, при цьому точка перетину цих стержнів не повинна розташовуватися на прямій, що сполучає опорні шарніри.

Трохшарнірні арки або рами в різних з'єднаннях між собою або з іншими системами можуть утворювати і складніші статично визначні арочні або рамні системи.

Для трьохшарнірних арок з опорами на одному рівні характерними величинами є довжина прольоту l , що визначається відстанню між опорами, і стріла підйому f , що визначається відстанню по нормалі від прямої, що сполучає опори, до ключового шарніра (або до точки перетину стержнів, що замінили ключовий шарнір).

Координати осі арки $y=f(x)$, кут нахилу дотичної до осі арки φ , а також $\sin \varphi$ і $\cos \varphi$ можуть бути визначені за наступними формулами, якщо початок координат розташувати в точці А (рис.3. 1), вісь Ox направити в праву сторону, вісь Oy - вгору:

а) вісь — квадратна парабола:

$$\left. \begin{aligned} y &= 4fx(l-x)/l^2; \quad \operatorname{tg} \varphi = y' = 4f(l-2x)/l^2; \\ \cos \varphi &= \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \varphi}}; \quad \sin \varphi = \cos \varphi \operatorname{tg} \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

б) вісь — коло:

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{R^2 - (l/2 - x)^2} - R + f; \quad R = f/2 + l^2/8f; \\ \sin \varphi &= (l-2x)/2R; \quad \cos \varphi = (y+R-f)/R. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

У трьохшарнірних арках і рамах вважатимемо позитивними: момент, якщо розтягується нижнє волокно, поперечна сила, якщо вона повертає частину конструкції, на яку діє, за годинниковою стрілкою, подовжня сила — якщо вона розтягує вісь стержня.

2.2. Розрахунок тришарнірної арки на нерухоме вертикальне навантаження

Для арки з опорами на одному рівні опорні реакції розкладають на вертикальні і горизонтальні — розпір H (див. мал. 3.1).

Вертикальні складові опорних реакцій V_A і V_B визначають з рівнянь моментів щодо опор :

$$\left. \begin{aligned} \sum M_B = 0, \quad V_A = (1/l) \sum P_i(l - a_i) = V_A^0, \\ \sum M_A = 0, \quad V_B = (1/l) \sum P_i a_i = V_B^0, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

де a_i — плече сили P_i щодо точки А.

Правильність визначення V_A і V_B перевіряють, склавши рівняння $\sum Y=0$. З рівняння $\sum X=0$ стає відомим, що $H_A=H_B=H$. Значення розпору аналітично визначають з рівняння $\sum M_c^{лів}=0$, або $\sum M_c^{прав}=0$:

$$\sum M_C^{лев} = V_A l/2 - \sum P_i (l/2 - a_i) - Hf = 0;$$

оскільки

$$V_A l/2 - \sum P_i (l/2 - a_i) = M_C^0,$$

$$\text{То } H = M_C^0 / f. \quad (3.4)$$

Згинальний момент M , поперечна Q і поздовжня N сили в будь-якому січенні арки з координатами x , y і кутом нахилу дотичної φ можуть бути визначені з рівняння моментів відносно точки (x, y) і рівнянь проєкцій сил, що діють на ліву або праву частину арки, на дотичну і нормаль до осі в точці (x, y) :

$$M_x = V_A x - \sum P_i (x - a_i) - Hy; \quad M_x = M_x^0 - Hy; \quad (3.5)$$

$$Q_x = (V_A - \sum P_i) \cos \varphi - H \sin \varphi; \quad Q_x = Q_x^0 \cos \varphi - H \sin \varphi; \quad (3.6)$$

$$N_x = -(V_A - \sum P_i) \sin \varphi - H \cos \varphi; \quad N_x = -Q_x^0 \sin \varphi - H \cos \varphi \quad (3.7).$$

У трьохшарнірній арці із затяжкою $V_a = V_a^0$, $V_b = V_b^0$; зусилля в затяжці визначають з рівняння

$$\sum M_C^{лів} = 0$$

$$H = M_C^0 / (f - t).$$

Згинаючий момент M , поперечна Q і подовжня N сили в будь-якому січенні трьохшарнірної арки із затяжкою будуть рівні: а) для ділянок нижче затяжки

$$N_x = -Q_x^0 \sin \varphi;$$

$$M_x = M_x^0;$$

$$Q_x = Q_x^0 \cos \varphi;$$

б) для ділянок вище затяжки

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M_x^0 - H(y - t); \quad Q_x = Q_x^0 \cos \varphi - H \sin \varphi; \\ N_x &= -Q_x^0 \sin \varphi - H \cos \varphi. \end{aligned} \right\}$$

Як видно з наведених вище формул і прикладу, розглянутого нижче, в арці у порівнянні з балкою істотно зменшується згинальний момент і поперечна сила, що є результатом впливу розпору. Наявність в арках розпору викликає необхідність створення масивних опор, здатних сприймати великі горизонті зусилля.

Напруження від сумісної дії згинаючого моменту і подовжньої сили перевіряють в перетинах, де абсолютне значення моменту є найбільшим $M = |M|_{max}$, по формулі

$$\sigma = N/F \pm M/W.$$

Розрахунок тришарнірної системи

Для суцільної тришарнірної арки, або рами, вибраної згідно з шифром (рис. 2) Визначити аналітично - згинальні моменти, поперечні та поздовжні сили в перерізах K_1 та K_2 від дії постійного навантаження.

Вихідні дані вибрати згідно з шифром з табл.3

Методичні вказівки. Визначивши за рівнянням осі арки достатнє число точок (не менше п'яти) та провівши через них плавну криву, викресліть схему арки. Нанесіть на схему всі задані розміри та навантаження. Для перерізів K_1 та K_2 треба обчислити координати а також значення синусу та косинусу кута нахилу дотичної за формулами:

а) вісь арки окреслена по параболі:

$$y = \frac{4f}{l^2} \cdot x \cdot (l - x); \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha y}{\alpha x} = \frac{4f}{l^2} (l - 2x);$$

б) вісь арки окреслена по колу:

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{R^2 - (l/2 - x)^2} - R + f; & R &= f/2 + l^2/8f; \\ \sin \varphi &= (l - 2x)/2R; & \cos \varphi &= (y + R - f)/R. \end{aligned} \right\}$$

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f;$$

$$R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}; \quad \sin \varphi = \frac{l - 2x}{2R}; \quad \cos \varphi = \frac{y + R - f}{R}$$

Для тришарнірних рам кути нахилу та координати визначають безпосередньо з креслення.

Запам'ятайте, що для правої половини арки (рама) кут нахилу дотичної від'ємний.

Обчислюючи значення опорних реакцій, згинальні моменти, поперечні та поздовжні сили. Наведіть відповідні формули в загальному вигляді та в числах.

При побудові ліній впливу M , Q , і N спочатку побудуйте лінії впливу розпору H , а також балочних зусиль m^0 та Q^0 .

Таблиця 2

| Перша цифра шифру | L , м | α | β_1 | Друга цифра шифру | β_2 | q_1 , кН/м | q_2 , кН/м | Остання цифра шифру | Схема за рис. (22) | Обриси осі | β/L | F , кН |
|-------------------|---------|----------|-----------|-------------------|-----------|--------------|--------------|---------------------|--------------------|------------|-----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 1 | 24 | 0,20 | 0,22 | 1 | 0,65 | 0 | 4,0 | 1 | а | Парабола | 0,30 | 40 |
| 2 | 28 | 0,30 | 0,20 | 2 | 0,68 | 4,0 | 0 | 2 | б | Парабола | 0,31 | 30 |
| 3 | 30 | 0,50 | 0,30 | 3 | 0,70 | 0 | 5,0 | 3 | в | Рама | 0,32 | 50 |
| 4 | 18 | 0,40 | 0,25 | 4 | 0,72 | 5,0 | 0 | 4 | г | Рама | 0,33 | 60 |
| 5 | 26 | 0,60 | 0,40 | 5 | 0,80 | 0 | 6,0 | 5 | д | Рама | 0,39 | 70 |
| 6 | 20 | 0,25 | 0,35 | 6 | 0,84 | 6,0 | 0 | 6 | е | Рама | 0,40 | 80 |
| 7 | 32 | 0,36 | 0,15 | 7 | 0,86 | 7,0 | 0 | 7 | а | Коло | 0,38 | 20 |
| 8 | 34 | 0,45 | 0,34 | 8 | 0,90 | 0 | 7,0 | 8 | б | Коло | 0,36 | 50 |
| 9 | 22 | 0,70 | 0,45 | 9 | 0,85 | 3,0 | 0 | 9 | в | Рама | 0,35 | 80 |
| 0 | 36 | 0,80 | 0,24 | 0 | 0,75 | 0 | 3,0 | 0 | Г | Рама | 0,34 | 40 |

Приклад 2.1. Розрахувати трьохшарнірну арку у формі квадратної параболи, зображену на мал. 3.1.

Для визначення координат осі арки, вертикальних опорних реакцій, розпору, зусиль M , Q , N в перетинах арки використовуємо формули (3.1), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6), (3.7). Арку розбиваємо на вісім частин з проєкціями осі, рівними 3м. Розрахунок заносимо в таблицю 3.1. Розрахункова схема арки, задане навантаження і одержані результати розрахунку епюри M , Q , N наведено на мал. 3. 1. Розпір

$$H = M_c / f = 120 / 6 = 20 \text{ кН.}$$

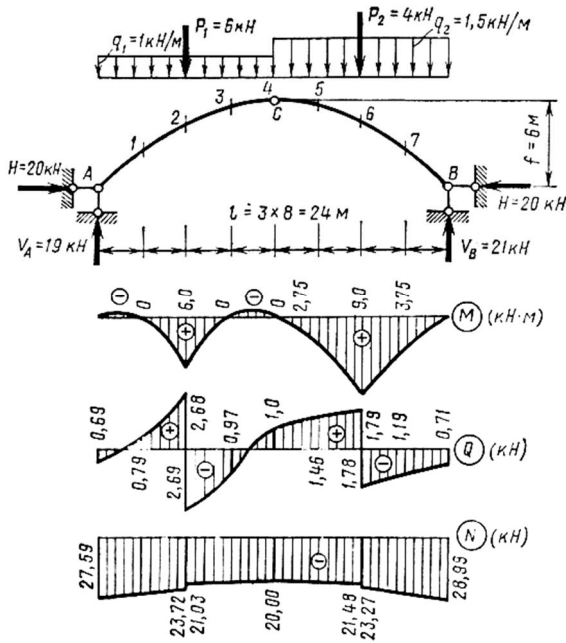


Рис. 3.1

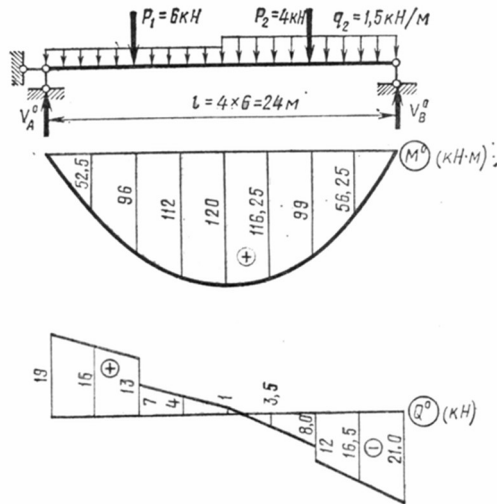


Рис. 2.2

На мал. 2.2 показані епюри M і Q для простої балки того ж прольоту при заданому навантаженні.

Таблиця 2.1

| Номер сечення | Координати, м | | φ | $\sin \varphi$ | $\cos \varphi$ | M_x^0 кН·м | M_x кН·м | Q_x^0 кН | Q_x кН | N_x кН |
|---------------|---------------|-------|-----------|----------------|----------------|-----------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| | x | y | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 45° | 0,707 | 0,707 | 0 | 0 | 19 | -0,69 | -27,59 |
| 1 | 3 | 2,625 | 36°50' | 0,598 | 0,798 | 52,5 | 0 | 16 | 0,79 | -25,53 |
| 2 | 6 | 4,5 | 26°35' | 0,447 | 0,895 | 96 | 6 | 13 | 2,69 | -23,72 |
| | | | | | | | | 7 | -2,68 | -21,03 |
| 3 | 9 | 5,625 | 14°0' | 0,242 | 0,968 | 112,5 | 0 | 4 | -0,97 | -20,32 |
| 4 | 12 | 6,0 | 0 | 0 | 1,0 | 120 | 0 | 1,0 | 1,0 | -20 |
| 5 | 15 | 5,625 | -14°0' | -0,242 | 0,968 | 116,25 | 2,75 | -3,5 | 1,46 | -20,20 |
| 6 | 18 | 4,5 | -26°35' | -0,447 | 0,895 | 99 | 9 | -8,0 | 1,78 | -21,48 |
| | | | | | | | | -12,0 | -1,79 | -23,27 |
| 7 | 21 | 2,625 | -36°50' | -0,598 | 0,798 | 26,25 | 3,75 | -16,5 | -1,19 | -25,83 |
| 8 | 24 | 0 | -45° | -0,707 | 0,707 | 0 | 0 | -21,0 | -0,71 | -28,99 |

3. Ферми

3.1. Розрахунок простих ферм на нерухоме навантаження

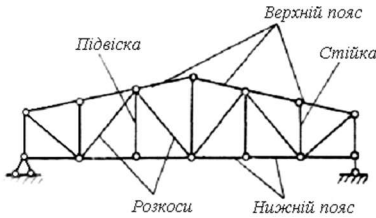


Рис. 3.1

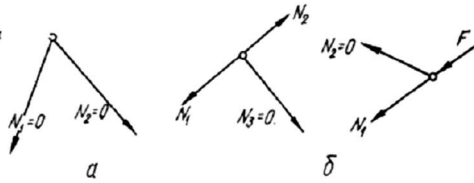


Рис. 3.2

Стержні, розташовані вгорі і внизу по контуру ферми, утворюють відповідно верхній і нижній пояси (мал.3.1). Стержні, розміщені між поясами, утворюють решітку ферми. Похилі стержні решітки ферми називають *розкосами*, вертикальні — *стіяками* і *підвісками*.

Вирізуючи вузли ферми, можемо скласти для кожного з них дві умови рівноваги, Загальне число рівнянь для всіх вузлів ферми рівне $2Y$, де Y - число вузлів ферми. З рішення цих рівнянь можуть бути визначені зусилля у всіх стержнях і реакції в опорних зв'язках, оскільки для статично визначної ферми $2Y = C + C_0$. Такий спосіб визначення зусиль може вимагати сумісного рішення багатьох рівнянь. У зв'язку з цим розроблені способи обчислення зусиль, що використовуючи різні прийоми складання умов рівноваги частин ферми.

Спосіб вирізування вузлів. Для ферми, геометрична схема якої утворена послідовним приєднанням до шарнірного трикутника нових вузлів за допомогою двох стержнів, що не лежать на одній прямій, можна запропонувати такий порядок вирізування вузлів, при якому в кожному вузлі зустрічаються не більше двох невідомих зусиль. Тоді ці зусилля можуть бути знайдені з умов рівноваги вузла.

Наприклад, для ферми, показаної на мал. 4.3, з умови рівноваги вузла 7 визначають зусилля в стержнях 7—8 і 6—7, потім з рівноваги вузла 6 — зусилля в стержнях 5—6 і 6—8. Подальший можливий порядок вирізування вузлів: 5, 8, 9, 4, 3, 1, 2, 11, 10, 12, 18, 17, 13, 14, 16 і контроль по рівновазі вузла 15.

В деяких випадках для визначення зусиль в стержнях можна не записувати рівняння рівноваги вузлів. Наприклад:

якщо в двохстержньовому незавантаженому вузлі (мал. 3.2, а) стержні не лежать на одній прямій, то $N_1 = N_2 = 0$;

якщо в трьохстержньовому незавантаженому вузлі (мал. 3.2, б, зліва) два стержні лежать на одній прямій, то зусилля в третьому стержні, що не лежить на цій прямій, рівне нулю, а $N_1 = N_2$;

якщо в двохстержньовому вузлі навантаження прикладене по напрямку одного із стержнів, то зусилля в іншому стержні $N_2 = 0$, а $N_1 = -F$.

Недоліком способу вирізування вузлів є те, що при переході від вузла до вузла накопичується похибка обчислень.

Графічний спосіб полягає в побудові діаграми Максвелла-Кремони. Цей спосіб по суті є графічною інтерпретацією способу вирізування вузлів. Звідси - та ж область застосування і ті ж недоліки. Неточність цього способу у багатьох випадках компенсується відносною простотою і порівняно малими витратами часу при визначенні зусиль.

Якщо вдається провести перетин, що розділяє ферму на дві частини, перетинаючи при цьому не більш трьох стержнів, то зусилля в різних стержнях завжди можна визначити способом моментної точки або способом проекцій.

Спосіб моментної точки (Ріггера). Знайшовши точку перетину зусиль в двох розрізаючих стержнях (моментну точку), складають щодо неї рівняння моментів сил, діючих на одну з частин ферми. З цього рівняння знаходять зусилля в третьому стержні.

Спосіб моментної точки може бути застосований і у тому випадку, коли перетин проходить більш ніж через три стержні, якщо при цьому осі всіх стержнів, окрім одного, перетинаються в одній точці.

Спосіб проекцій. Якщо два з трьох розрізаних стержнів паралельні, то, склавши рівняння проекцій сил, розташованих з одного боку від перетину, на перпендикуляр до паралельних стержнів, одержують рівняння для визначення зусилля в третьому стержні.

Спосіб заміни стержнів. У складних фермах, коли не можна скористатися жодним з перерахованих вище способів, застосовують спосіб, заснований на перетворенні ферми усуненням деяких стержнів і заміною їх іншими стержнями. Стержні, що усуваються, при цьому називають *замінюваними*, нові стержні - *замінюючими*, нову ферму - *перетвореною*, або *заміненою*.

Перетворена ферма повинна бути геометрично незмінною і можливо більш простою в плані обчислення зусиль.

Щоб перетворена ферма була еквівалентна заданій, зусилля в кожному замінюючому стержні від сумарної дії зовнішнього навантаження і невідомих зусиль в замінюваних стержнях повинне бути рівне нулю. При заміні одного стержня ця умова має такий вигляд:

$$N_{\theta,f} + N_{\theta}X = 0$$

де X — зусилля в замінюваному стержні від зовнішнього навантаження;
 $N_{\theta,f}$ та N_{θ} - зусилля в замінюючому стержні відповідно від зовнішнього навантаження і від зусилля $X = 1$. Шукане остаточне зусилля в замінюваному стержні:

$$X = -\frac{N_{\theta,f}}{N_{\theta}}$$

Тепер зусилля в решті стержнів можуть бути знайдені за формулою

$$N_i = N_{i,f} + N_i X$$

де $N_{i,f}$ і N_i — зусилля в i -м стержні замінюючої ферми від зовнішнього навантаження і зусилля $X = 1$.

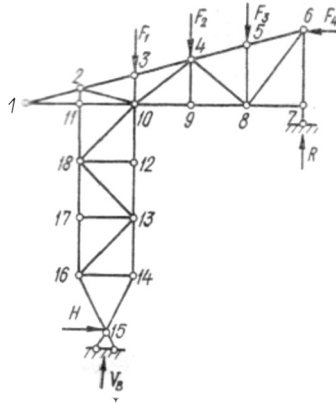


Рис.3.3.

“Розрахунок простої балочної ферми”

Для простої балочної ферми, вибраної згідно з варіантом, (див. Рис.3):

1. Визначити зусилля в стержнях заданої панелі за аналітичним способом (метод моментної точки).

Вихідні дані вибрати згідно з шифром табл.3.

Методичні вказівки

Перед виконанням проектувально-розрахункової роботи вивчіть тему 3 та повторіть з курсу теоретичної механіки (статика) способи визначення зусиль в стержнях ферм, Діаграму Максвелла-Кремони необхідно будувати в масштабі, використовуючи креслярські інструменти (бажано на міліметровому папері, що значно спростить побудову діаграми та визначення зусиль в стержнях). Користуючись методом моментної точки, пам’ятайте, що при деяких обставинах він переходить в так званий метод проєкцій.

Лінії впливу в стержнях ферми краще будувати статичним способом, використавши метод моментної точки.

Таблиця 3. Вихідні дані для розрахунку ферми

| Перед- остання цифра шифру | Вузлове навантаження (кН) | | Остання цифра шифру (номер схеми) | Довжина панелі, м d | Номер панелі, раховуючи зліва |
|-------------------------------------|---------------------------------|----------------|---|---------------------------|--|
| | P ₁ | P ₂ | | | |
| 1 | 20 | 40 | 1 | 2,0 | 3 |
| 2 | 30 | 40 | 2 | 4,0 | 4 |
| 3 | 40 | 60 | 3 | 6,0 | 5 |
| 4 | 50 | 60 | 4 | 2,4 | 6 |
| 5 | 40 | 20 | 5 | 4,4 | 2 |
| 6 | 60 | 20 | 6 | 6,4 | 3 |
| 7 | 80 | 40 | 7 | 4,8 | 2 |
| 8 | 20 | 60 | 8 | 2,8 | 4 |
| 9 | 30 | 80 | 9 | 3,2 | 5 |
| 0 | 10 | 20 | 0 | 4,2 | 4 |

Зауваження:

1. Сила P₁ прикладена до непарних вузлів ферми, сила P₂ – до парних,
2. Сили прикладаються до вантажного пояса ферми, позначеного на рисунку додатковою пунктирною лінією,
3. Панеллю ферми рахується віддаль між вузлами решітки, отже повинно бути визначено 5 зусиль

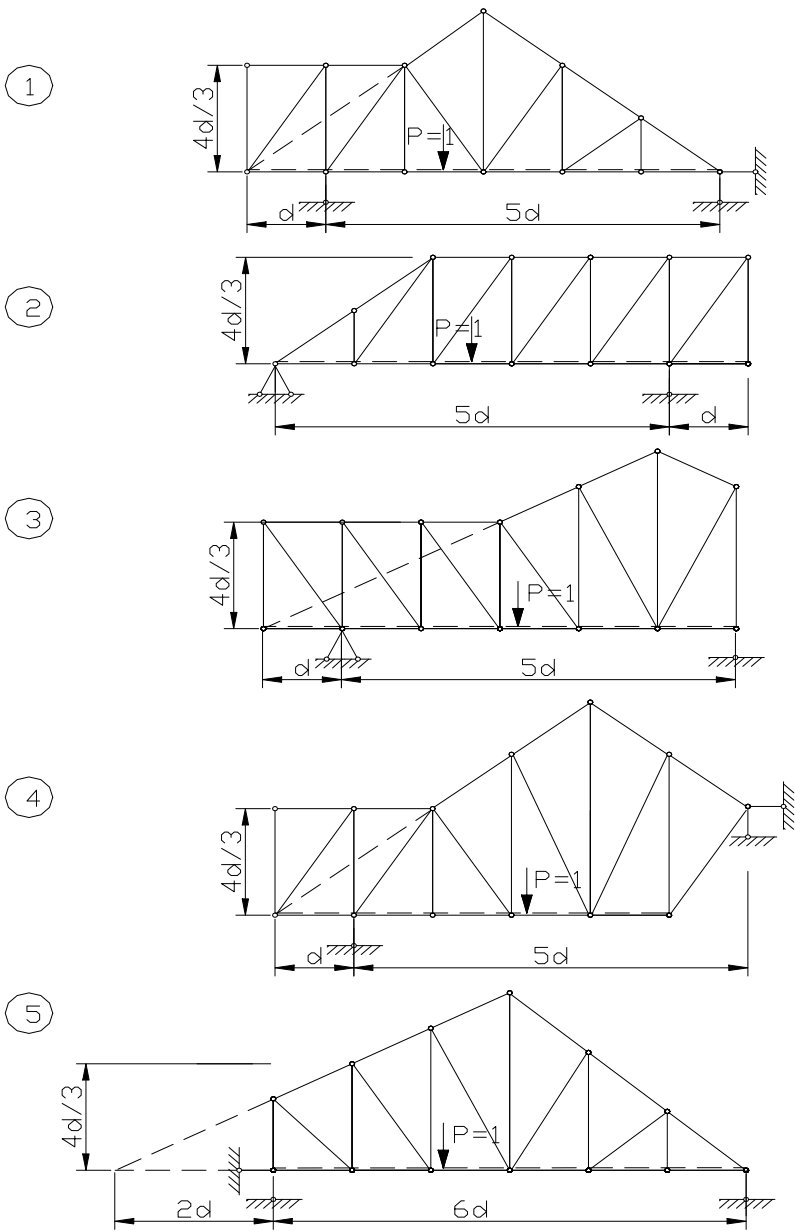
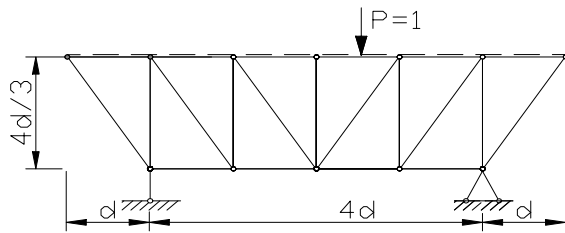
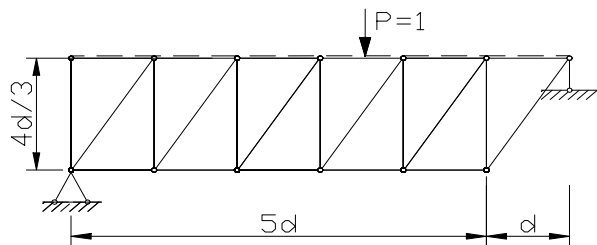


Рис. 3

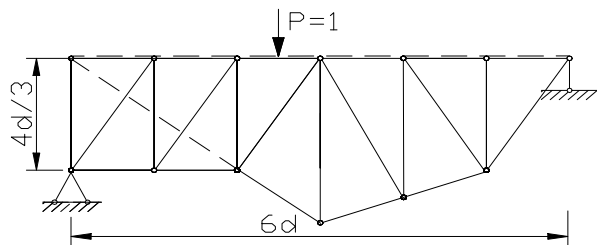
6



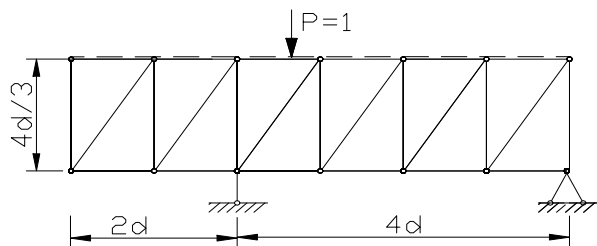
7



8



9



0

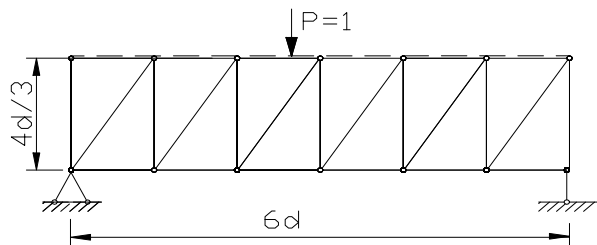


Рис. 3

Приклад 3.1. Способом вирізання вузлів та графічним способом визначити зусилля в стержнях кроквяної ферми (рис. 4.4)

Аналітичне рішення.

Визначаємо опорні реакції:

$$\sum M_A = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 15 - R_B \cdot 20 = 0; R_B = 6,25 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -5 \cdot 5 - 3 \cdot 10 - 4 \cdot 15 + R_A \cdot 20 = 0; R_A = 5,75 \text{ кН}.$$

Послідовно вирізаємо вузли ферми і розглядаємо їх рівновагу.

Вузол 1. (рис. 4.4, б)

$$\sum y = N_{1-2} \sin \alpha + R_A = 0;$$

$$\sum x = N_{1-2} \cos \alpha + N_{1-3} = 0,$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = 0,371; \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = 0,928; \alpha = 21^\circ 47'.$$

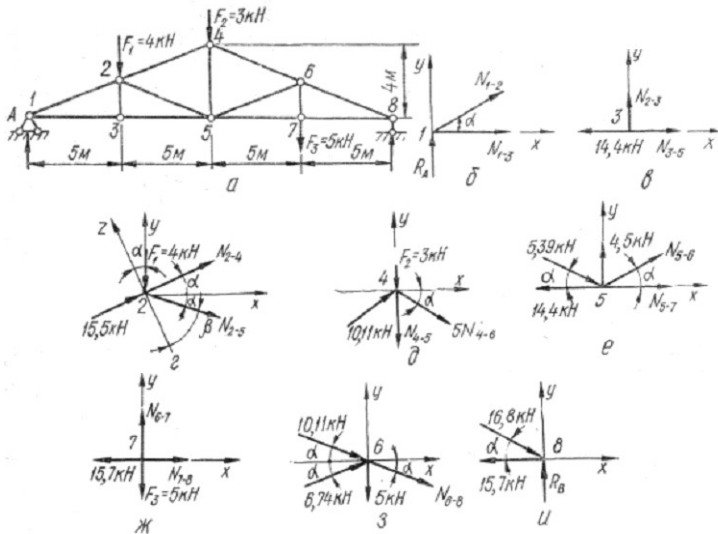
де
тоді

$$N_{1-2} = \frac{-5,75}{0,371} = -15,5 \text{ кН};$$

$$N_{1-3} = 15,5 \cdot 0,928 = 14,4 \text{ кН}.$$

Оскільки N_{1-3} знайдено, можна вирізати вузол 3 (рис. 4.4, в). За ознакою нульових стержнів $N_{2-3} = 0$.

$$\sum x = -N_{1-3} + N_{3-5} = 0; N_{3-5} = N_{1-3} = 14,4 \text{ кН}.$$



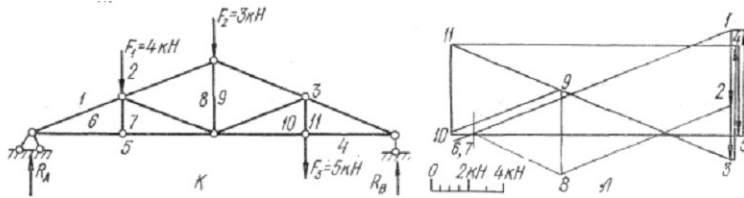


Рис. 3.4

Вузол 2 (рис. 3.4, з):

$$\beta = 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - 2 \cdot 21^\circ 47' = 46^\circ 26';$$

$$\cos \beta = 0,689; \sin \beta = 0,725.$$

$$\sum z = -4 \cos \alpha - N_{2-5} \cos \beta = 0; N_{2-5} = -\frac{4 \cdot 0,928}{0,689} = -5,39 \text{ кН};$$

$$\sum x = 15,5 \cos \alpha + N_{2-4} \cos \alpha - 5,39 \cos \alpha = 0,$$

Звідки $N_{2-4} = 5,39 - 15,5 = -10,11 \text{ кН}$

Вузол 4 (рис. 3.4, д):

$$\sum x = 10,11 \cos \alpha + N_{4-6} \cos \alpha = 0; N_{4-6} = -10,11 \text{ кН};$$

$$\sum y = -3 + 2 \cdot 10,11 \sin \alpha - N_{4-5} = 0;$$

$$N_{4-5} = 4,5 \text{ кН}.$$

Вузол 5 (рис. 3.4, е):

$$\sum y = 4,5 - 5,39 \sin \alpha + N_{5-8} \sin \alpha = 0; N_{5-8} = -6,74 \text{ кН};$$

$$\sum x = 5,39 \cos \alpha - 6,74 \cos \alpha - 14,4 + N_{5-7} = 0; N_{5-7} = 15,7 \text{ кН}.$$

Вузол 7 (рис. 3.4, ж):

$$\sum y = N_{6-7} - 5 = 0; N_{6-7} = 5 \text{ кН};$$

$$\sum x = -15,7 + N_{7-8} = 0; N_{7-8} = 15,7 \text{ кН};$$

Вузол 6 (рис. 3.4, з):

$$\sum x = 10,11 \cos \alpha + 6,74 \cos \alpha + N_{6-8} \cos \alpha = 0; N_{6-8} = -16,8 \text{ кН}.$$

Контроль:

$$\sum y = (-10,11 + 6,74 + 16,8) \sin \alpha - 5 = -0,02 \approx 0.$$

Для контролю також розглянемо рівновагу вузла 8 (рис. 3.4, и).

$$\sum y = -16,8 \sin \alpha + 6,25 = 0,02 \approx 0;$$

$$\sum x = 16,8 \cos \alpha - 15,7 = 0,11 \approx 0.$$

4. Шпренгельні ферми

Шпренгельні ферми (мал. 4.6, а) відносяться до ферм з складовими решітками. При великих панелях для зменшення відстані між вузлами вантажного поясу вводять додаткові ферми — ш п р е н г е л і (мал. 4.6, б), що передають вертикальне навантаження у вузли основної ферми. Конфігурація шпренгелів може бути різною: *однорусні* шпренгелі (мал. 4.7) передають навантаження у вузли вантажного поясу, *двохрусні* (мал. 4.8) — у вузли

протилежного поясу. Співпадаючі елементи шпренгеля і основної ферми звичайно виконуються як єдині стержні (мал. 4.6, в).

У шпренгельній фермі розрізняють наступні типи стержнів:

а) стержні основної ферми, зусилля в яких обчислюють з розрахунку основної ферми без урахування шпренгелів;

б) стержні шпренгелів, зусилля в яких визначають з розрахунку відповідного шпренгеля на місцеве навантаження;

в) стержні, що входять до складу і основної ферми, і шпренгеля; зусилля в них обчислюють окремо для основної ферми і окремо для шпренгеля, а потім сумують;

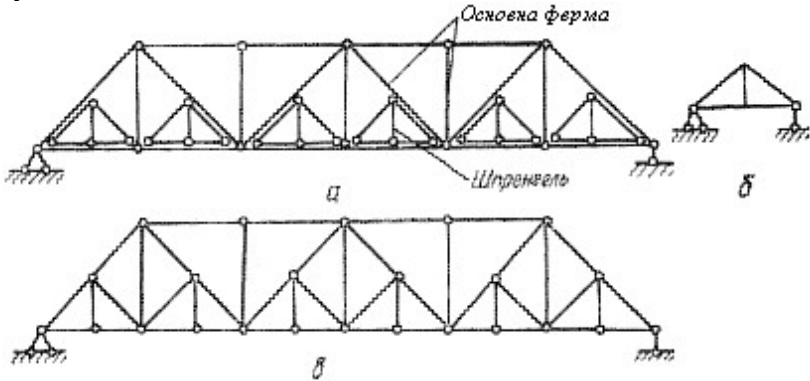


Рис. 4.6.

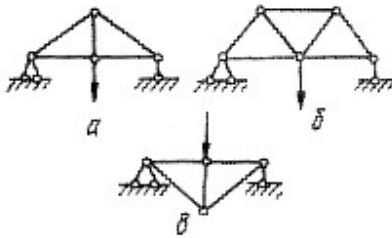


Рис. 4.7.

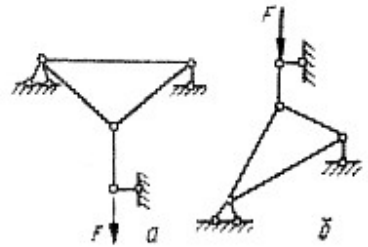


Рис. 4.8.

г) стержні основної ферми з двоохрусними шпренгелями, для яких лінії впливу при розташуванні навантаження на нижньому і верхньому поясу різні.

Розчленовування на основну ферму і шпренгелі звичайно виконують в тих випадках, коли це полегшує обчислення зусилля, або коли при розгляді заданої ферми зусилля не можуть бути обчислені.

Приклад 4.3

Визначити зусилля в стержнях четвертої панелі шпренгельної ферми (мал. 4.9, а) від заданого навантаження.

Рішення. Відкинувши шпренгелі, утворюємо основну ферму (мал. 4,9,б). Навантаження, прикладене до шпренгелів, розподіляємо по вузлах основної ферми. Провівши перетин $I-I$ і вирізавши вузли 1 і 3, обчислюємо зусилля в стержнях основної ферми: $N_{2,0}=270$ кН; $N_{1,0}=-292$ кН; $N_{4,0}=25,5$ кН; $N_{7,0}=30$ кН; $N_{9,0}=-30$ кН.

Зусилля в стержнях шпренгеля (мал. 4,9, в) знаходимо способом вирізування вузлів: $N_{8,sp}=30$ кН; $N_{4,sp}=25,5$ кН; $N_{6,sp}=21,6$ кН; $N_{1,sp}=-18,3$ кН. Остаточні зусилля в стержнях заданої ферми наступні: $N_2=N_3=N_{2,0}=270$ кН; $N_1=N_{1,0}+N_{1,sp}=-310,3$ кН; $N_4=N_{4,0}+N_{4,sp}=51$ кН; $N_6=N_{6,sp}=21,6$ кН; $N_5=N_{4,0}=25,5$ кН; $N_7=N_{7,0}=30$ кН; $N_8=N_{8,sp}=30$ кН; $N_9=N_{9,0}=-30$ кН.

Слід зазначити, що зусилля $N_1, N_2, N_3, N_4, N_7, N_8$ можна одержати безпосередньо з розрахунку заданої ферми, не розчленовуючи її на основну і шпренгелі.

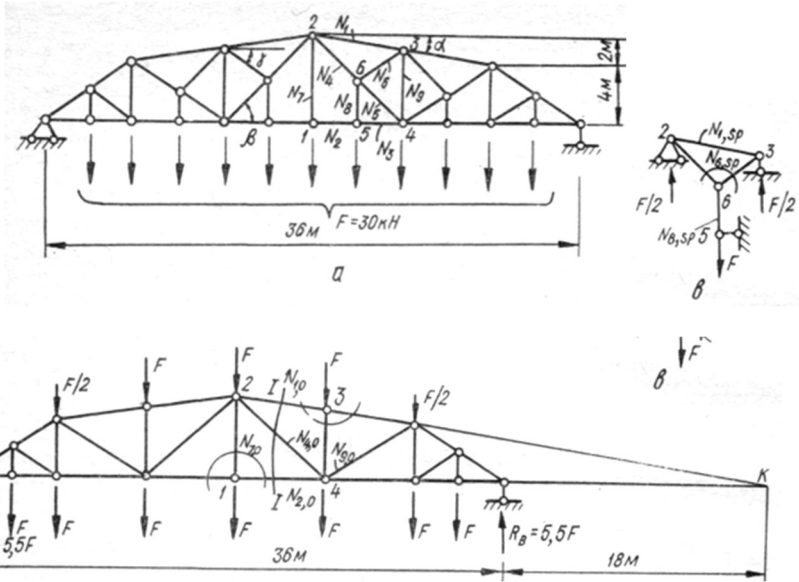


Рис. 4.10

5. “Розрахунок плоскої статично невизначеної рами за допомогою програми ЛІРА-САПР”

Для рами вибраної згідно з шифром (рис 5)

1. Побудувати епюру згинальних моментів від заданого навантаження та перевірити її.
2. Побудувати епюру поперечних сил та перевірити її.

3. Побудувати епюру поздовжніх сил та виконати перевірку.
4. Перевірити рівновагу рами в цілому, “зчитавши” опорні реакції з епюр M, Q і N .

Вихідні дані для розрахунку вибрати з таблиці 5

Таблиця 5

| Передо- стання цифра шифру | $P_{1,k}$ Н | P_2 , кН | P_3 , кН | α | β | γ | δ | Остан- ня цифра шифру | q_1 , $\frac{кН}{м}$ | q_1 , $\frac{кН}{м}$ | q_1 , $\frac{кН}{м}$ | $L, м$ | $h, м$ |
|-------------------------------------|----------------|---------------|---------------|----------|---------|----------|----------|--------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 1 | 40 | - | - | 0.50 | 0.6 | 1.0 | 2.0 | 1 | - | 20 | - | 6.0 | 4.0 |
| 2 | - | 60 | - | 0.60 | 0.8 | 1.2 | 2.5 | 2 | - | - | 10 | 8.0 | 6.0 |
| 3 | - | - | 80 | 0.75 | 0.8 | 1.4 | 2.2 | 3 | 24 | - | - | 8.0 | 4.0 |
| 4 | 50 | - | - | 0.25 | 0.5 | 1.5 | 2.6 | 4 | - | 15 | - | 10.0 | 6.0 |
| 5 | - | 80 | - | 0.40 | 0.6 | 1.6 | 2.4 | 5 | - | - | 25 | 12.0 | 8.0 |
| 6 | - | - | 100 | 0.20 | 0.4 | 1.5 | 2.5 | 6 | 10 | - | - | 6.0 | 10.0 |
| 7 | 120 | - | - | 0.80 | 0.5 | 1.8 | 2.6 | 7 | - | 25 | - | 10.0 | 8.0 |
| 8 | - | 100 | - | 0.50 | 0.8 | 1.6 | 2.5 | 8 | - | - | 80 | 6.0 | 8.0 |
| 9 | - | - | 40 | 0.25 | 0.5 | 2.0 | 2.8 | 9 | 12 | - | - | 8.0 | 10.0 |
| 0 | 80 | - | - | 0.60 | 0.8 | 2.5 | 2.0 | 0 | - | 10 | - | 8.0 | 8.0 |

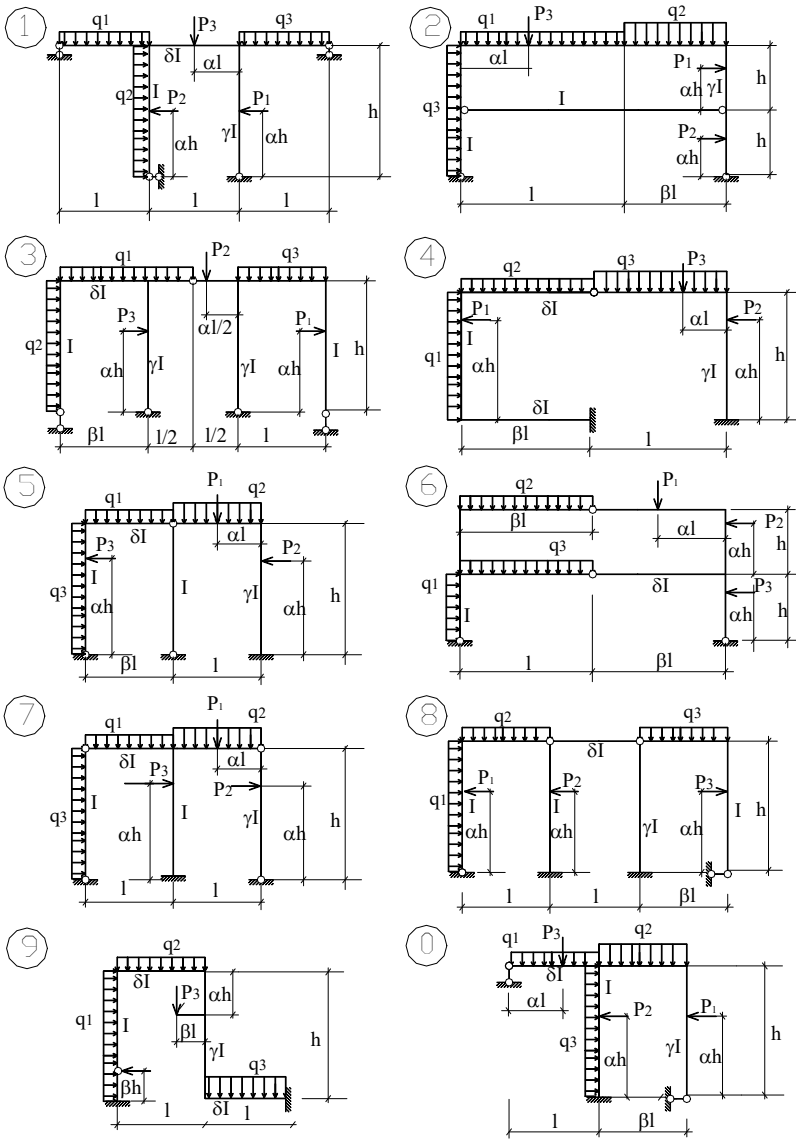


Рис. 5

Література

1. Р. ПАСІЧНИК – Основи будівельної механіки. Методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми “Архітектура та містобудування” денної форми навчання галузі знань 19 Архітектура та будівництво спец. 191 Архітектура та містобудування денної форми навчання/ уклад. Р.В. Пасічник. – Луцьк : ЛНТУ, 2024. – 44 с.
2. Основи будівельної механіки: Конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми “Архітектура та містобудування” галузі знань 19 Архітектура та будівництво спец. 191 Архітектура та містобудування денної форми навчання/ уклад. Р.В. Пасічник. – Луцьк : ЛНТУ, 2024. – 64 с.Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Будівельна механіка. Комп’ютерні технології/ Підручник. — К.: Каравела, 2009. — 696 с.
3. Дорошук Г. П., Трач В. М. Будівельна механіка. Приклади, задачі та комп’ютерні розрахунки/ Навч. посібник. — Рівне НУВГП, 2008. — 472 с.
4. В.А.Баженов, А.В.Перельмутер, О.В.Шишов. Будівельна механіка. Комп’ютерні технології і моделювання - К.: ВІПОЛ, 2013.
5. В.А.Баженов, Г.М.Іванченко, О.В.Шишов, С.О.Піскунов. Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп’ютерне тестування. Навчальний посібник. -К.: Каравела, 2010.
6. Ruslan Pasichnyk , Oksana Pasichnyk , Olga Uzhegova , Olexandr Andriichuk , Olexandr Bondarskii Calculation optimization of complex shape shells by numerical method. Advances in Design, Simulation and Manufacturing. Proceedings of the International Conference on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange, pp 643-652 DSMIE-2020 DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_64.
7. Krantovska O., Ksonshkevych L., Synii S., Pasichnyk R., Maskalkova Yu. Modeling of the stress-strain state of a continuous reinforced concrete beam in ANSYS mechanical // 9th International Scientific Conference “Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings” (TransBud 2021), 17-19 November 2021, Kharkiv, Ukraine. AIP Conference Proceedings, AIP Publishing, 2023. Volume 2684, Issue 1, 030021 <https://doi.org/10.1063/5.0142710> 0,75 обл.вид.арк.
8. Пасічник Р.В., Ротко С.В., Лучинець С.А., Пасічник О.С. Автоматизований розрахунок плити на пружній основі на додаткове навантаження. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. Луцьк: ЛНТУ, 2023. Вип. 19. С. 135-140. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2023-9\(19\)-16](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2023-9(19)-16) 0,38 обл.вид.арк.

занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми “Архітектура та містобудування” галузі знань 19 Архітектура та будівництво спец. 191 Архітектура та містобудування денної форми навчання/ уклад. Р.В. Пасічник. – Луцьк : ЛНТУ, 2025. – 32 с.

Комп’ютерний набір та верстка
Редактор

Р. Пасічник
Р. Пасічник

Підп. до друку 2025р.
Формат 60×84/16. Папір офс. Гарнітура Таймс.
Ум. друк. арк. _0,12. Обл. – вид. арк. 4,5
Тираж ___ прим. Зам.

Луцький національний технічний університет
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75