

Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет



МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА
ПРОЄКТУВАННЯ

Методичні вказівки до самостійних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітніх програм «Електроніка», «Автомобільна електроніка»
галузі знань 17 (G) Електроніка, автоматизація та електронні комунікації
спеціальності 171 (G5) Електроніка
денної та заочної форм навчання

УДК 519.6; 004.94
М – 74

Рекомендовано до видання вченою радою факультету комп'ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № __ від « __ » _____ 2025 року.

Голова вченої ради ФКІТ _____ Інна КОНДІУС

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Наталія ПОЛІЩУК

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ, протокол № __ від « __ » _____ 2025 року.

Завідувач _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ к.т.н., доц.
кафедри ЕіТК кафедри
електроніки та телекомунікацій ЛНТУ

Укладач: _____ Наталія ЯКИМЧУК к.т.н., доц. кафедри
електроніки та телекомунікацій ЛНТУ

Рецензент: _____ Наталія ХРИСТИНЕЦЬ к.т.н., доц. кафедри
комп'ютерної інженерії та безпеки ЛНТУ

Відповідальний _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ к.т.н., доц.,
за випуск: завідувач кафедри електроніки та
телекомунікацій ЛНТУ

Математичне та комп'ютерне моделювання та проєктування.
М – Методичні вказівки до самостійних робіт для здобувачів першого
74 (бакалаврського) рівня вищої освіти освітніх програм «Електроніка»,
«Автомобільна електроніка» галузі знань 17 Електроніка,
автоматизація та електронні комунікації, спеціальності 171
Електроніка, всіх форм навчання / уклад. Н. М. Якимчук. Луцьк:
ЛНТУ, 2025. 28 с.

Видання містить комплекс задач та питань для самостійного опрацювання з дисципліни «Математичне та комп'ютерне моделювання та проєктування». Призначене для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітніх програм «Електроніка», «Автомобільна електроніка».

Н. М. Якимчук, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Основні правила математичного моделювання в Mathcad.....	5
Самостійна робота 1. Розв’язання рівнянь електронних схем у середовищі MathCAD.....	7
Самостійна робота 2. Розв’язання СЛАР у середовищі MathCAD.....	10
Самостійна робота 3. Розв’язання СНР у середовищі MathCAD.....	12
Самостійна робота 4. Інтерполяція функцій в MathCAD.....	14
Самостійна робота 5. Апроксимація функцій в MathCAD.....	16
Самостійна робота 6. Інтегрування функцій в MathCAD.....	18
Самостійна робота 7. Диференціювання функцій в MathCAD.....	20
Комплексне практичне індивідуальне завдання.....	22
Контрольні питання для перевірки знань.....	25
Інформаційні джерела.....	27

ВСТУП

Самостійна робота студентів є невід'ємною складовою процесу навчання, що сприяє поглибленню теоретичних знань, розвитку практичних навичок та формуванню професійних компетентностей. У межах курсу «Математичне та комп'ютерне моделювання та проектування» студенти отримують знання та навички, необхідні для аналізу, розрахунку та оптимізації різних електронних систем за допомогою сучасних обчислювальних засобів.

Одним із ключових інструментів для математичного моделювання є програмне середовище Mathcad, яке забезпечує зручні засоби для проведення символічних і числових розрахунків, побудови графіків та розв'язання рівнянь. Його особливістю є можливість роботи з інженерними розрахунками в природній математичній нотації, що значно спрощує процес моделювання та підвищує точність отриманих результатів.

Метою даних методичних вказівок є надання студентам вказівок та рекомендацій щодо використання Mathcad для розв'язання завдань з присвячених моделюванню і дослідженню електронних пристроїв та систем. Основна увага приділяється застосуванню чисельних методів, математичному аналізу сигналів та систем, розрахунку електронних схем та їх параметрів, що є важливими для майбутньої професійної діяльності фахівців у галузі електроніки.

Завдяки самостійному виконанню завдань студенти набудуть досвіду роботи з математичними моделями, що дозволить їм впевнено використовувати методи моделювання у своїй майбутній професійній діяльності.

Основні правила математичного моделювання в Mathcad

Математичне моделювання є фундаментальним інструментом для аналізу, розробки та оптимізації різних процесів у технічних і природничих науках. Основні завдання математичного моделювання:

- розробка математичних моделей – опанування підходів до формулювання математичних задач для аналізу реальних систем;
- розв’язання моделей – використання чисельних та аналітичних методів для знаходження рішень;
- візуалізація результатів – створення графіків, таблиць та діаграм для ефективного представлення даних;
- аналіз точності – оцінка похибок та перевірка достовірності отриманих результатів.

Mathcad є потужним середовищем для математичного моделювання, яке поєднує зручність роботи з формулами, чисельними та символічними обчисленнями. Його особливість полягає у використанні інтерфейсу, що дозволяє вводити математичні вирази у вигляді, близькому до рукописного запису, завдяки чому процес створення моделей стає інтуїтивно зрозумілим.

Однією з головних переваг є інтерактивність розрахунків. Зміна будь-якого параметра миттєво впливає на результати, що дає можливість швидко оцінити поведінку моделі за різних умов. Це особливо корисно для аналізу складних систем, де вплив змін може бути непередбачуваним.

Mathcad підтримує інтеграцію чисельних і символічних методів, що дозволяє вирішувати широкий спектр задач: від розв’язання систем рівнянь до виконання складних інтегралів і диференціальних рівнянь. Крім того, це середовище надає широкі можливості для візуалізації даних, зокрема створення двовимірних і тривимірних графіків, що сприяє кращому розумінню результатів.

Ще однією особливістю є гнучкість у роботі з даними: Mathcad дозволяє імпортувати та експортувати дані, що робить його сумісним з іншими програмами та засобами аналізу. Завдяки цьому студенти можуть використовувати Mathcad не лише як інструмент для моделювання, а й для підготовки звітів із якісним оформленням текстів, формул та графіків.

У результаті Mathcad виступає універсальним інструментом для моделювання, аналізу та подання результатів, сприяючи глибшому засвоєнню матеріалу та розширенню професійних навичок.

Основні правила виконання моделювання в Mathcad включають виконання ряду кроків:

1. Чітке визначення мети моделювання.

У Mathcad перед початком роботи необхідно сформулювати завдання та визначити вихідні дані, параметри й бажані результати.

2. Побудова математичної моделі.

Використовуйте можливості Mathcad для введення формул, рівнянь та функцій. Додавайте пояснення до кожного етапу за допомогою текстових блоків для забезпечення зрозумілості.

3. Спрощення вихідної системи.

Моделюйте окремі елементи системи або їхні спрощені аналоги для зменшення обчислювальної складності. У Mathcad це можна зробити за допомогою заміни складних виразів на спрощені математичні рівняння.

4. Покрокове налаштування моделі.

Створюйте окремі блоки для різних компонентів системи. Використовуйте функції Mathcad для перевірки кожного етапу розрахунків.

5. Перевірка коректності моделі.

Порівнюйте проміжні результати з теоретичними розрахунками або експериментальними даними. У Mathcad використовуйте графіки, числові обчислення та інтерполяцію для візуалізації результатів.

6. Аналіз чутливості параметрів.

Використовуйте можливості Mathcad для варіювання параметрів через таблиці або функції, щоб оцінити вплив їхніх змін на результати.

7. Максимальне наближення до реальної системи.

Поетапно ускладнюйте модель, додаючи нові рівняння, обмеження та параметри, щоб досягти відповідності реальній системі.

Самостійна робота 1

РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ У СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD

Мета: Навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем, розв'язання систем лінійних і нелінійних рівнянь, а також візуалізації залежностей параметрів схем з метою поглиблення розуміння принципів роботи електронних компонентів і систем.

Питання для повторення:

1. Класифікація нелінійних рівнянь і систем та методів їх розв'язання.
2. Методи відокремлення коренів алгебраїчних рівнянь.
4. Ітераційні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь.
5. Методи гарантованої та умовної збіжності розв'язання нелінійних рівнянь
6. Оцінка збіжності ітераційних методів розв'язання нелінійних рівнянь.
7. Похибки комп'ютерних розрахунків

Завдання для самостійного розв'язання

1. Скласти алгоритм розв'язання методами половинного ділення, хорд, Ньютона, січних та простої ітерації (оцінити інтервал збіжності) з похибками 0.1, 0.01, 0.001 такі рівняння:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1. $x^4 + x^2 - x + 1 = 0;$ | 2. $x - 10\sin x = 0;$ |
| 3. $x^3 - 7x + 2 = 0;$ | 4. $x^3 - 2\operatorname{tg}x + 5 = 0;$ |
| 5. $x^5 - 10x^2 + 5 = 0;$ | 6. $x^2 - x + \operatorname{tg}x = 0;$ |
| 7. $x^3 - 2x^2 - 1 = 0;$ | 8. $x^5 - x^2 - 3 = 0;$ |
| 9. $x^2 - \ln x = 0;$ | 10. $x^3 - 2x + 1 = 0;$ |

2. Обчислити всі корені заданого вище рівняння:

- за допомогою функції $\operatorname{root}(f(x), x)$;
- за допомогою функції $\operatorname{polyroot}(v, x)$;
- за допомогою функції solve ;
- за допомогою конструкції $\operatorname{Given}\dots\operatorname{Find}$.

3. Розв'язати задачі за допомогою пакету MathCAD:

Задача 3.1. Оптимізація параметрів схеми.

Змодельуйте електронне коло, в якому опір R необхідно вибрати так, щоб потужність $P = I^2 \cdot R$ не перевищувала 5 Вт.

Знайдіть максимальний можливий опір R .

Побудуйте графік потужності $P(R)$.

Таблиця 1.1 – Вхідні дані до завдання 3.1

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Напруга V , В	10.0	11.1	12.2	13.3	14.4	15.6	16.7	17.8	18.9	20.0
Потужність P_{max} , Вт	4.0	4.2	4.4	4.7	4.9	5.1	5.3	5.6	5.8	6.0

Задача 3.2. Моделювання нелінійного елемента.

Розв'яжіть рівняння, яке описує роботу діода у напівпровідниковому колі:

$$I = I_s(e^{qV/kT} - 1),$$

де: I_s , А – зворотний насичений струм діода, постійна величина, яка вказує на струм через діод у зворотному напрямку за відсутності прикладеної напруги;

q , Кл – заряд електрона, $q=1.6 \times 10^{-19}$ Кл; T ,

К – температура в колі;

V – прикладена напруга на діоді.

Знайдіть значення струму I при заданих напругах $V = 0.1$ В, 0.3 В, 0.5 В.

Побудуйте графік залежності $I(V)$.

Таблиця 1.2 – Вхідні дані до завдання 3.2

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I_s , нА	1.0	2.0	5.0	10.0	7.0	3.0	20.0	6.0	4.0	8.0
T , К	300	310	290	320	305	315	300	295	310	300

Задача 3.3. Аналіз багатоланкової RC-мережі для сигналу з гармонічною залежністю.

Розглядається RC-коло, що складається з трьох послідовно з'єднаних RC-контурів із наступними параметрами: $R_1, C_1, R_2, C_2, R_3, C_3$. На вхід подається сигнал $V_{in}(t) = V_{in} \sin(2\pi ft)$, де частота f змінюється в діапазоні від 100 Гц до 10 кГц.

Запишіть систему рівнянь для напруг на кожному конденсаторі VC_1, VC_2, VC_3 .

Використовуючи MathCAD, розв'яжіть систему рівнянь для різних значень f .

Побудуйте графіки залежності амплітуди вихідної напруги $V_{out}(t) = VC_3(t)$ від частоти f .

Знайдіть частоту, на якій напруга на виході зменшується до 50% від максимальної.

Таблиця 1.3 – Вхідні дані до завдання 3.3

Варіант	R_1 (кОм)	R_2 (кОм)	R_3 (кОм)	C_1 ($\mu\Phi$)	C_2 ($\mu\Phi$)	C_3 ($\mu\Phi$)	V_{in} (В)
1	1.0	2.0	1.5	1.0	0.5	2.0	10.0
2	1.2	2.5	1.8	0.8	0.4	1.5	8.0
3	0.8	1.5	1.0	1.2	0.6	2.5	12.0
4	1.5	3.0	2.0	0.9	0.7	1.8	9.0
5	1.0	2.0	1.2	1.5	0.8	2.2	11.0
6	1.8	2.2	1.4	0.7	0.5	1.2	7.0
7	0.9	1.8	1.1	1.3	0.6	2.0	10.0
8	1.3	2.7	1.7	1.0	0.4	1.9	9.5
9	1.1	2.1	1.3	1.4	0.7	2.1	10.5
10	1.4	3.2	2.2	1.1	0.5	1.6	8.5

Питання для самостійного опрацювання:

1. Особливості аналітичного статичного моделювання. Особливості аналітичного динамічного моделювання.

2. Властивості складних систем. Кібернетична модель технічної та технологічної систем.

3. Алгоритмічні структури в матмоделюванні. Інструменти і можливості 3D моделювання.

4. Економіко-математичні моделі.

Література [2, 5-7]

Самостійна робота 2

РОЗВ'ЯЗАННЯ СЛАР У СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD

Мета: навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем, розв'язання систем лінійних рівнянь, а також візуалізації залежностей параметрів схем з метою поглиблення розуміння принципів роботи електронних компонентів і систем.

Питання для повторення:

1. Похибки моделювання.
2. Прямі та ітераційні методи розв'язування СЛАР.
3. Методи прямого розв'язання СЛАР.
4. Метод Гауса розв'язання СЛАР.
5. Метод Крамера розв'язання СЛАР.
6. Перевірка точності отриманого результату наближених обчислень.

Завдання для самостійного розв'язання

1. Розв'язати систему рівнянь:

- матричним способом ($X := A^{-1} \cdot B$);
- за допомогою функції `lsolve(...)`;
- за допомогою функції `Given...Find`;
- записати формули Крамера і знайти одну невідому x_2 за допомогою визначників.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 1,2x_2 - 2x_3 + 2,1x_4 + x_5 = 3 \\ 1,2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2,8x_4 + 4x_5 = 4, \\ 3x_1 + 1,2x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 1, \\ 1,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 1,4x_4 + 1,25x_5 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2,1x_3 + 1,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + 1,2x_2 - 2x_3 + 2,1x_4 - 2x_5 = 3, \\ 1,25x_1 + 4x_2 + 2,8x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 13, \\ 4,2x_1 + x_2 + 1,6x_3 + x_4 + 3x_5 = 2,5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4,4x_4 + 1,25x_5 = 6, \\ -2x_1 + x_2 + 2,1x_3 + 1,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 + 1,2x_2 + 2,3x_4 + x_5 = 7, \\ 1,6x_1 + 4x_2 + x_3 + 2,4x_4 + 4x_5 = 6, \\ 3x_1 + 1,6x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 2, \\ 3,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2,2x_4 + 1,75x_5 = 7, \\ 5x_1 + x_2 + 2,3x_3 + 0,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 + 1,2x_2 - 2x_3 + 2,1x_4 = 3, \\ 1,2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2,8x_4 + 4x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2,2x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 1,5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2,4x_4 + 1,25x_5 = 4, \\ x_2 + 2,1x_3 + 1,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 1,2x_2 - x_3 + 2,2x_4 = 5, \\ 1,2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2,6x_4 + 4x_5 = 8, \\ 3x_1 + 2,4x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2,8x_4 + 1,5x_5 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2,2x_3 + x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 4x_1 + 1,2x_2 + 2,3x_4 = 7, \\ 1,6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2,4x_4 + 4x_5 = 9, \\ 3x_1 + 2,6x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 2,5, \\ 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3,2x_4 + 1,75x_5 = 8, \\ 6x_1 + x_2 + 2,3x_3 + 0,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + 1,2x_2 - 2x_3 + 2,1x_4 - x_5 = 3, \\ 1,2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2,8x_4 + 4x_5 = 10, \\ 3x_1 + 3,2x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 1, \\ 2,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3,4x_4 + 1,25x_5 = 5, \\ -x_1 + x_2 + 2,1x_3 + 1,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 + 1,2x_2 - x_3 + 2,2x_4 - x_5 = 5, \\ 1,4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2,6x_4 + 4x_5 = 11, \\ 3x_1 + 3,4x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 2,5, \\ 3,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3,8x_4 + 1,5x_5 = 7, \\ x_1 + x_2 + 2,2x_3 + x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -4x_1 + 1,2x_2 + 2,3x_4 - x_5 = 7, \\ 1,6x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2,4x_4 + 4x_5 = 12, \\ 3x_1 + 3,6x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 3, \\ 4,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4,2x_4 + 1,75x_5 = 9, \\ 3x_1 + x_2 + 2,3x_3 + 0,5x_4 + 8x_5 = -8. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x_1 + 1,2x_2 - 2x_3 + 2,4x_4 + x_5 = 9, \\ 1,8x_1 + 5x_2 + x_3 + 2,2x_4 + 4x_5 = 7, \\ 3x_1 + 1,8x_2 + x_3 + 1,6x_4 + x_5 = 2,5, \\ 4,5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2,6x_4 + 2x_5 = 9, \\ 7x_1 + x_2 + 2,4x_3 + 9x_5 = -8. \end{cases}$$

2. Для схеми рис. 2.1. записати систему рівнянь за законами Кірхгофа та розв'язати її засобами MathCAD. Значення параметрів задаються викладачем.

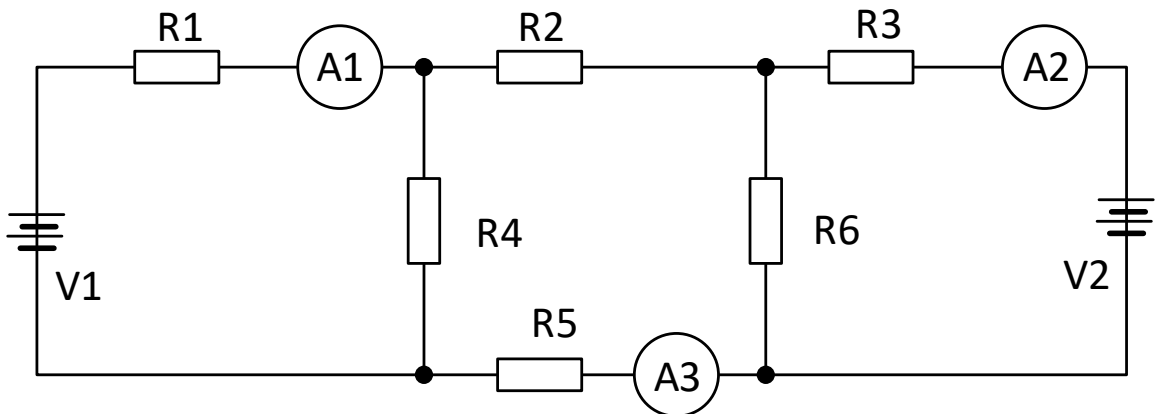


Рисунок 2.1. – Схема для самостійного виконання

3. Дослідити, як змінюються струми в колі при зміні напруги джерела V_1 для значень 5 В, 10 В, 15 В та 20 В. Побудувати графіки зміни I_1 , I_2 , I_3 від зміни напруги V_1 .

4. Дослідити, як зміна величини опору кожного з резисторів R_1 , R_2 , R_3 на 10% впливає на струми у схемі. Для цього: визначити початкові значення струмів і напруг; по черзі змінювати значення R_1 , R_2 , R_3 на 10%; записати зміну величини струмів I_1 , I_2 , I_3 ; порахувати зміну значення струмів у відсотках від номінального.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Комп'ютерне та імітаційне моделювання.
2. Особливості імітаційного статистичного моделювання.
3. Склад математичного опису моделей об'єктів з розподіленими параметрами.
4. Склад математичного опису моделей об'єктів із зосередженими параметрами.

Література [1, 2, 4, 5]

Самостійна робота 3

РОЗВ'ЯЗАННЯ СНР У СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD

Мета: навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем, розв'язання систем нелінійних рівнянь, а також візуалізації залежностей параметрів схем з метою поглиблення розуміння принципів роботи електронних компонентів і систем.

Питання для повторення:

1. Основні особливості нелінійних рівнянь порівняно з лінійними.
2. Алгоритм методу Ньютона для розв'язання систем нелінійних рівнянь.
3. Алгоритм методу січних.
4. Вибір початкового наближення для числових методів розв'язання нелінійних рівнянь.
5. Визначення кількості можливих розв'язків системи нелінійних рівнянь за допомогою графічної інтерпретації.
6. Критерій збіжності числового методу, фактори, які на нього впливають.

Завдання для самостійного розв'язання

1. Розв'язати систему нелінійних рівнянь за допомогою функції Given...Find.

- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4, \\ y + x = 0. \end{cases}$ | 2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ (x-1)^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4, \\ x + y = 1 \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4, \\ (x+1)^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} (x-3)^2 + (y+3)^2 = 9, \\ x + y = 2. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} y = -x^2, \\ x^2 + (y+1)^2 = 1. \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} y = x^2 - 4x, \\ x + y = 1. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} y = x^2, \\ x^2 + (y-1)^2 = 1. \end{cases}$ |
| 9. $\begin{cases} y = 4x - x^2 \\ x + y = 4. \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} (y-1)^2 + x^2 = 9, \\ x = y - 1. \end{cases}$ |

2. Для випрямної схеми, рис. 3.1. на основі двох діодів з резистивним навантаженням розв'язати систему нелінійних рівнянь, що описує її роботу, використовуючи числові методи в MathCAD. Вхідна змінна напруга має амплітуду U_m та частоту $f = 50$ Гц. Схема має навантаження R_H . Параметри діода: зворотний струм насичення I_s , заряд електрона $q = 1.6 \times 10^{-19}$ Кл, температура $T = 300$ К.

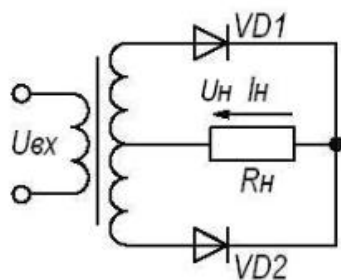


Рисунок 3.1. – Двопівперіодна схема випрямлення

Таблиця 3.1 – Вхідні дані до завдання 2

Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_m, \text{В}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$R_H, \text{Ом}$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$I_s, \text{нА}$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5

3. Використайте числовий метод для розв’язання системи в MathCAD, та визначіть:

- напругу на діодах U_d для додатнього та від’ємного півперіодів;
- струм через діоди I_d та напругу на навантаженні U_R у кожному випадку.

$$\begin{cases} I_d = I_s \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right), \\ \text{для } U_{\text{вх}}(t) > 0: U_{\text{вх}}(t) = U_d + I_d(U_d) \cdot R_H, \\ \text{для } U_{\text{вх}}(t) < 0: -U_{\text{вх}}(t) = U_d + I_d(U_d) \cdot R_H. \end{cases}$$

4. Побудуйте графіки залежності: напруги на діоді U_d від часу, струму через діод від часу, вихідної напруги від часу.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Інструментальні особи моделювання. Моделювання з використанням математичних пакетів.
2. Програмні пакети для імітаційного моделювання. САПР.
3. Метод Ньютона-Рафсона для розв’язування СНАР.
4. Форми представлення одновимірних систем.
5. Форми представлення багатовимірних систем.

Література [1-4, 6]

Самостійна робота 4

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ В MATHCAD

Мета: навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем з використанням методів інтерполяції функцій.

Питання для повторення:

1. Поняття інтерполяції функцій. У яких задачах числових методів вона використовується?
2. Метод Лагранжа для інтерполяції. Інтерполяційний поліном.
3. Похибка глобальної поліноміальної інтерполяції.
4. Кускова лінійна інтерполяція.
5. Кускова квадратична інтерполяція.
6. Сплайн інтерполяція.
7. Як залежить похибка інтерполяції від кількості вузлів і їх розташування?

Завдання для самостійного розв'язання

1. Для функції, яка задана таблицею, побудувати інтерполяційний поліном Лагранжа:

- а) записати загальний вираз полінома;
- б) побудувати графік функції, яка задана таблицею;
- в) побудувати графік полінома Лагранжа;
- г) визначити значення полінома Лагранжа в одній вузловій точці та в будь-якій точці між вузлами.

x_i	-1	0	1	2,5
y_i	0	-2	-1	3

x_i	-2	-1	0	0,5
y_i	-1	-2	2	1

x_i	-1,5	-0,5	1	2
y_i	2	1	0	-1

x_i	-2,5	-1	-0,5	0,5
y_i	4	2	1	0

x_i	-1,5	-0,5	0	1
y_i	0	2	1	4

x_i	-3	-1,7	-0,9	0
y_i	0	1	2	3

x_i	-2	-1	2	3
y_i	3	2	0	1

x_i	-2	-1	4	5
y_i	2	-1	0	4

x_i	-3,5	-2,5	-1	0
y_i	-3	-2,5	-1	0

x_i	-3	-1,5	0	1
y_i	4	0	-1	-2

2. Розробити інтерполяційний поліном для заданої функції на інтервалі та порівняти його точність на основі різних вузлів інтерполяції.

Таблиця 4.1 – Вхідні дані до завдання 2

	1	2	3	4	5
Функція	$\sin(x)$	$x^2 - 4x + 3$	$x^3 - 3x^2 + 2x$	e^x	$\ln(x+1)$
Інтервал	$[0, \pi]$	$[-2, 4]$	$[0, 3]$	$[0, 2]$	$[0, 5]$

Для цього:

Задайте вузли інтерполяції:

– перший набір вузлів: рівномірно розташовані точки x_1, x_2, \dots, x_n , де $n=5$;

– другий набір вузлів: вузли Чебишева для того ж $n=5$.

Використовуючи Mathcad:

– побудуйте інтерполяційні поліноми методом Лагранжа для обох наборів вузлів;

– візуалізуйте графіки функції $f(x)$, поліномів інтерполяції та похибки інтерполяції (різниця між $f(x)$ і поліномом $E(x) = |f(x) - P(x)|$);

– визначте сумарну похибку для кожного набору вузлів на заданому інтервалі.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Інтерполяція за ортогональними поліномами. Поліноми Чебишева.
2. Вибір вузлів інтерполяції: рівномірний розподіл та вузли Чебишева.
3. Похибки інтерполяції: ефект Рунге та способи його зменшення.
4. Тригонометрична інтерполяція.
5. Інтерполяція періодичних функцій.
6. Поняття екстраполяції.

Література [1, 2, 4, 6]

Самостійна робота 5

АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ В MATHCAD

Мета: навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем, з використанням методів апроксимації функцій.

Питання для повторення:

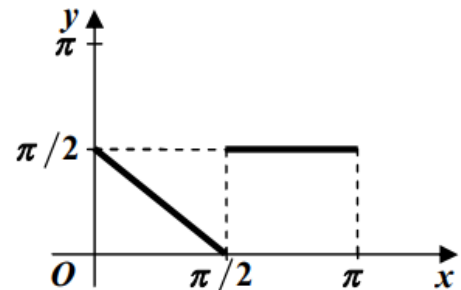
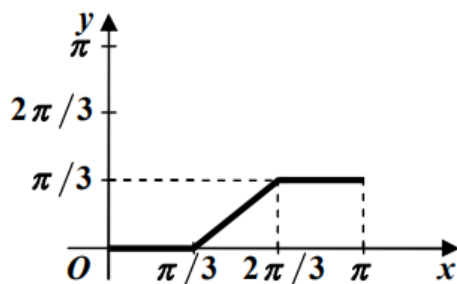
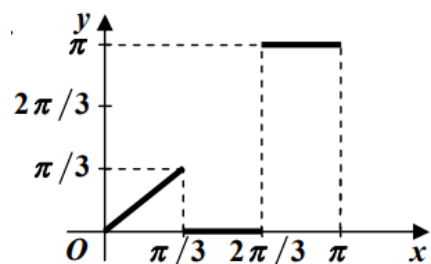
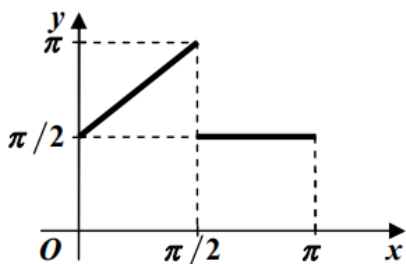
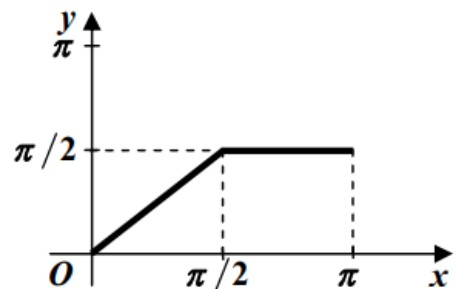
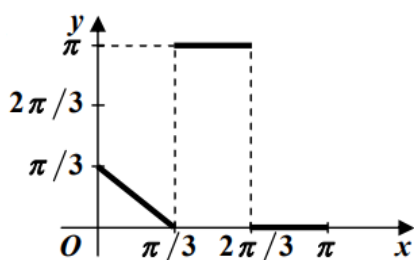
1. У чому полягає суть апроксимації функцій?
2. Опишіть основну ідею методу найменших квадратів. Як він застосовується для знаходження параметрів апроксимуючої функції?
3. Використання сплайнів для апроксимації функцій.
4. Способи оцінки точності апроксимації.
5. Обчислення середньоквадратичного відхилення.

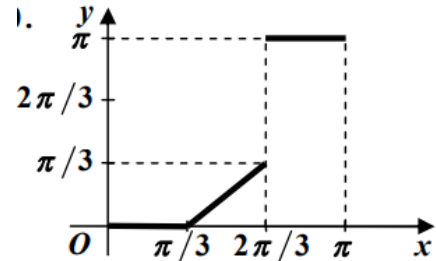
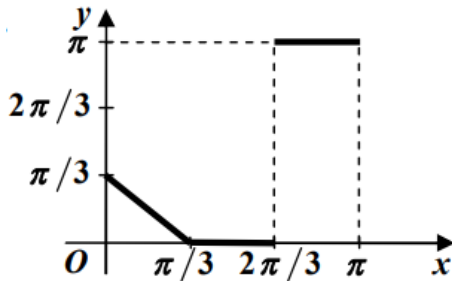
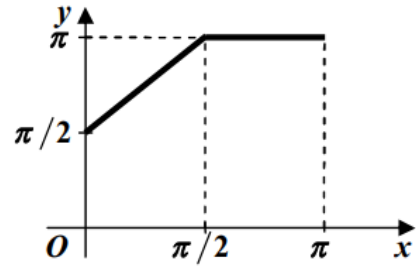
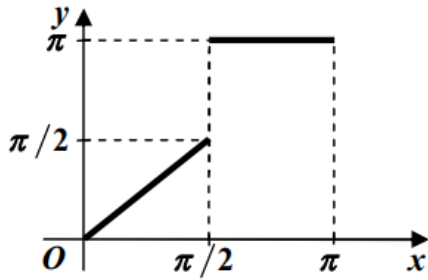
Завдання для самостійного розв'язання

1. Для функції, графік якої зображено на рисунку здійснити тригонометричну апроксимацію – розкласти в ряд Фур'є:

- а) по синусах для парних номерів варіанта;
- б) по косинусах для непарних номерів варіанта.

Побудувати графіки функції, яка задана, а також частинної суми ряду Фур'є для $n = 5$ та $n = 10$, де n – кількість членів частинної суми ряду Фур'є.





2. На основі експериментальних даних визначити залежність між споживаною потужністю P (Вт) і напругою U (В) для світлодіодної лампи. Знайти апроксимуючу функцію методом найменших квадратів і зробити висновки щодо ефективності роботи лампи при різних напругах. В результаті вимірювань отримано наступні значення:

Таблиця 5.1 – Вхідні дані до завдання 2

U (В)	100	110	120	130	140
P (Вт)	4,2	5,1	6,4	7,9	9,5

Оскільки залежність $P(U)$ нелінійна через особливості роботи напівпровідників, то для спрощення припускаємо квадратичну модель: $P=aU^2+bU+c$, де a, b, c – невідомі коефіцієнти.

Розрахувати середньоквадратичне відхилення моделі від даних. Побудувати графіки.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Задачі ідентифікації систем. Етапи ідентифікації систем.
2. Графо-аналітичний метод оцінювання параметрів моделі системи заданої структури. Метод Ормана.
3. Пошук екстремумів функцій багатьох змінних.
4. Кореляційний аналіз. Оцінка тісноти зв'язку між даними.
5. Регресії та їх основні властивості.
6. Оптимізаційні задачі математичного моделювання.

Література [2, 3, 8, 9]

Самостійна робота 6

ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ В MATHCAD

Мета: навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем з використанням методів числового інтегрування.

Питання для повторення:

1. Що таке числове інтегрування? У яких випадках застосовують числові методи інтегрування?
 2. Метод прямокутників (методу лівих, правих та середніх прямокутників) для обчислення визначеного інтеграла.
 3. Визначення похибки у методі прямокутників.
 4. Алгоритм методу трапецій для числового інтегрування та його геометричний зміст.
 5. Методу Сімпсона (парабол) для обчислення визначених інтегралів.
 6. Як впливає розбиття області інтегрування на точність числових методів?
- Крок інтегрування.

Завдання для самостійного розв'язання

1. Обчислити наближено за формулою Сімпсона та за допомогою пакета Mathcad такі інтеграли:

$$\int_0^{3\pi/2} \sqrt{4 - 0,5 \sin^2 x} dx .$$

$$\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{1 + \frac{\sin^2 x}{4}}} .$$

$$\int_0^{10} e^{-x^2} dx .$$

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{(9 + x^2)(16 + x^2)^3}}$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + x} dx .$$

$$\int_0^{7\pi/4} x^3 \sin^5 x dx .$$

$$\int_0^{10} \frac{dx}{(t^2 + 2)(t^2 + 4)} .$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \ln\left(2 \sin \frac{x}{2}\right) dx .$$

$$\int_2^{12} \frac{dx}{\sqrt{24 + 12x + 2x^2 + x^3}} .$$

$$\int_0^{10} \frac{e^{-x^2} dx}{1 + x} .$$

2. Дослідження потужності в RL-кола. Необхідно знайти загальну енергію W_R , розсіяну у резисторі, за час $t \in [0;0.1]$ с перехідного процесу в RL-колі. Тут струм, миттєва потужність та енергія визначаються відповідно:

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}} \right),$$

$$P(t) = RI^2(t),$$

$$W_R = \int_0^{0.1} P(t)dt.$$

Побудувати графіки функцій $I(t)$ і $P(t)$.

Таблиця 6.1 – Вхідні дані до завдання 2

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R , Ом	10	15	20	5	12	8	25	30	18	6
L , Гн	0.1	0.2	0.05	0.15	0.12	0.08	0.25	0.2	0.18	0.1
U_0 , В	5	10	12	8	9	6	15	20	10	7

Питання для самостійного опрацювання:

1. «Жорсткі» задачі.
 2. Адаптивне числове інтегрування.
 3. Чисельне інтегрування розривних та осцилюючих функцій.
 4. Метод Монте-Карло для чисельного інтегрування.
 5. Використання чисельного інтегрування в інженерних розрахунках.
- Література [1, 2, 4, 6]

Самостійна робота 7

ДИФЕРЕНЦІОВАННЯ ФУНКЦІЙ В MATHCAD

Мета: Навчитися застосовувати MathCAD для математичного аналізу електронних схем з використанням методів числового диференціювання.

Питання для повторення:

1. Числове диференціювання. Основні методи числового диференціювання.
2. Методи центральних, лівосторонніх та правосторонніх різниць числового диференціювання.
3. Що таке похідна у точці, та як її можна наближено обчислити числовими методами?
4. Точність обчислення числової похідної.
5. Чим відрізняються методи першого порядку точності від методів вищого порядку?
6. Що таке похибка числового диференціювання?

Завдання для самостійного розв'язання

1. Знайти похідні даних функцій:

1. $y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+2}) - \sqrt{x+2}$
2. $y = \ln \frac{x^2}{\sqrt{1-5x^4}}$;
3. $y = 2\sqrt{x} + 4\ln(2 + \sqrt{x})$;
4. $y = \cos(\ln 2x) - \frac{1 + \cos^2 3x}{3 - \sin 6x}$;
5. $y = \ln(x + \sqrt{x+1})$;
6. $y = \ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{3}\right) + \frac{1 + \sin^2 4x}{4 - \cos 8x}$;
7. $y = \ln^3(1 + \cos x)$;
8. $y = \frac{\cos(\operatorname{ctg} 3x) \cdot \cos^2 14x}{28 \cdot \sin 28x}$;
9. $y = \sin \sqrt{3x} + \frac{1 + \sin^3 3x}{3 + \cos 6x}$;
10. $y = \sqrt[7]{\operatorname{tg} \cos 2x} + \frac{\sin^2 27x}{27 \cos 54x}$;

2. Знайти значення частинних похідних $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ у точці $M(x_0, y_0)$.

1. $Z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$, $M(2;3)$
2. $Z = y^{\ln x}$, $M(7;9)$
3. $Z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$, $M(3;3)$
4. $Z = \operatorname{arc} \sin(xy)$, $M(1;6)$
5. $Z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$, $M(1;4)$
6. $Z = e^{xy^2}$, $M(1;6)$

$$7. Z = \sin^2(2x + 3y), \quad M(2;5) \quad 8. Z = \ln(x^2 + y^2), \quad M(6;2)$$

$$9. Z = e^{x \cdot e^y}, \quad M(5;6) \quad 10. Z = y^{\ln x}, \quad M(7;9)$$

3. Конденсатор C заряджається від джерела постійної напруги U_0 через резистор R . Напруга на конденсаторі змінюється за законом:

$$U_C(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Миттєва потужність, що виділяється в резисторі, визначається як:

$$P_R(t) = \frac{U_0^2}{R} \cdot e^{-\frac{2t}{RC}}.$$

Знайдіть момент часу t , коли потужність на резисторі $P_R(t)$ досягає максимуму. Побудуйте графік $P_R(t)$.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Методи розв'язання крайових задач.
2. Метод Ейлера для числового розв'язування ЗДР.
3. Числове розв'язування ЗДР методом Рунге-Кутта.
4. Багатокрокові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.
5. Метод Адамса – Бошфорда.
6. Метод Адамса – Мултона.
7. Методи прогнозу та корекції для числового розв'язування ЗДР.

Література [1, 2, 4, 6]

КОМПЛЕКСНЕ ПРАКТИЧНЕ ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

Математичне моделювання характеристик електронних компонентів

Комплексне практичне індивідуальне завдання з дисципліни «Математичне та комп'ютерне моделювання» виконується здобувачами освіти з використанням програмного середовища MathCAD та спрямоване на формування практичних навичок математичного аналізу, моделювання та дослідження характеристик електронних компонентів і пристроїв.

Метою виконання комплексного завдання є оволодіння методами та способами математичного моделювання, чисельного аналізу й оптимізації, а також набуття вмінь практичного застосування інструментів пакету MathCAD для побудови математичних моделей електронних компонентів, проведення обчислень, побудови графіків та аналізу отриманих результатів. У процесі виконання завдання студент повинен навчитися формалізувати фізичні процеси, що відбуваються в електронних елементах, у вигляді математичних залежностей та інтерпретувати результати обчислень з урахуванням їх фізичного змісту.

Виконання комплексного практичного індивідуального завдання здійснюється відповідно до індивідуального варіанта, який видається викладачем. Разом із варіантом студент отримує вихідну математичну функцію або експериментальні дані, параметри електронного компонента чи фрагмент електронної схеми для аналізу, а також початкові умови та обмеження для оптимізаційної задачі. Самостійна заміна вихідних даних або використання даних іншого варіанта не допускається.

Перший етап комплексного завдання передбачає дослідження заданої математичної залежності, яка описує характеристику електронного компонента або електричного процесу. Студент виконує обчислення таблиці значень функції на заданому інтервалі зміни аргументу з використанням пакету MathCAD, після чого здійснює побудову графіка досліджуваної залежності. Отриманий графік повинен бути належним чином оформлений, мати підписи осей, одиниці вимірювання та назву. За результатами аналізу графічної залежності студент робить висновки щодо характеру зміни функції, наявності максимумів, мінімумів, ділянок зростання та спадання, а також пояснює фізичний зміст отриманих закономірностей у контексті роботи електронного компонента.

Другий етап комплексного завдання полягає у побудові наближеної математичної моделі за заданими дискретними значеннями, які можуть відповідати експериментально отриманій характеристиці електронного компонента. Студент використовує засоби апроксимації або інтерполяції пакету MathCAD для визначення аналітичного виразу функції, що найкращим чином описує задані точки. Після цього здійснюється порівняння вихідних даних і побудованої наближеної залежності з графічною візуалізацією результатів. Окрема увага приділяється оцінці точності апроксимації та аналізу похибки наближення. У звіті обов'язково наводиться висновок щодо адекватності отриманої математичної моделі та можливості її використання для подальших інженерних розрахунків.

Третій етап комплексного завдання спрямований на дослідження унімодальних властивостей досліджуваної функції. У процесі виконання цього

етапу студент здійснює аналіз поведінки функції на заданому інтервалі, визначає області, в яких функція монотонно зростає або спадає, а також встановлює наявність єдиного максимуму або мінімуму. Для цього в MathCAD виконується диференціювання функції та аналіз знаку похідної. На основі отриманих результатів студент визначає інтервал унімодалності та пояснює його фізичний зміст, наприклад, як область стабільної роботи електронного компонента або режим максимальної ефективності.

Четвертий етап комплексного завдання присвячений розв'язанню задачі лінійного програмування, яка пов'язана з оптимізацією параметрів електронної схеми або компонента. На цьому етапі студент формулює цільову функцію, що характеризує енергетичні, економічні або експлуатаційні показники роботи пристрою, а також систему обмежень, які визначають допустимі межі зміни параметрів. За допомогою інструментів MathCAD знаходиться оптимальне значення змінних, яке забезпечує максимум або мінімум цільової функції. Отриманий результат аналізується з точки зору його фізичного змісту та практичної доцільності для реальних електронних пристроїв.

Оформлення звіту з комплексного практичного індивідуального завдання здійснюється у вигляді пояснювальної записки на аркушах формату А4 з дотриманням вимог до науково-технічної документації. У звіті обов'язково повинні бути наведені мета роботи, вихідні дані відповідно до індивідуального варіанта, короткі теоретичні відомості щодо застосованих методів, повний хід розв'язання всіх чотирьох етапів завдання з поясненням дій у середовищі MathCAD, графічні результати та обґрунтовані висновки. Усі графіки повинні мати підписи осей, одиниці вимірювання та пояснювальні назви. Результати обчислень необхідно супроводжувати текстовими поясненнями.

Разом із друкованим звітом студент подає електронний файл MathCAD, у якому повинні міститися всі виконані розрахунки, побудовані таблиці та графіки. Файл має бути впорядкованим, логічно структурованим і придатним до перевірки та відтворення результатів викладачем. Відсутність електронного файлу або невідповідність його вмісту поданому звіту є підставою для неприйняття роботи.

Оцінювання комплексного практичного індивідуального завдання здійснюється з урахуванням правильності побудови математичних моделей, коректності виконаних розрахунків, наявності та якості графічних матеріалів, обґрунтованості зроблених висновків, відповідності роботи індивідуальному варіанту та рівня самостійності виконання. Особлива увага приділяється здатності студента інтерпретувати отримані результати з точки зору фізичних процесів, що відбуваються в електронних компонентах.

Комплексне практичне індивідуальне завдання вважається виконаним і зарахованим лише за умови повного виконання всіх етапів, дотримання вимог до оформлення та своєчасного подання роботи на перевірку.

Література [1-7]

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАТЬ

1. Що таке математична модель?
2. Системний та індуктивний підходи моделювання.
3. Класифікація моделей та методів моделювання.
4. Структурні моделі.
5. Недоліки аналітичних моделей.
6. Основні характеристики моделей.
7. Етапи моделювання.
8. Обчислювальний експеримент.
9. Похибки комп'ютерних розрахунків.
10. Похибки арифметичних обчислень.
11. Обернена задача теорії похибок.
12. Похибка округлення комп'ютерних розрахунків.
13. Прямі чисельні методи.
14. Ітераційні чисельні методи.
15. Алгоритм ітераційного методу.
16. Нормальний та явний вид рівнянь.
17. Методи звуження інтервалу для відокремлення коренів.
18. Методи апроксимації для відокремлення коренів.
19. Що таке ітераційні методи розв'язання систем лінійних рівнянь?
20. Що таке комп'ютерне моделювання?
21. Що таке метод Гауса-Зейделя?
22. Який із методів використовується для розв'язку диференціальних рівнянь у моделюванні?
23. Що таке симуляційне моделювання?
24. Який основний етап процесу математичного моделювання?
25. Моделювання випадкових процесів?
26. Основні параметри моделі.
27. Яка головна мета математичного моделювання?
28. Адекватність моделі.
29. Яка роль початкових умов у математичному моделюванні?
30. Яка особливість нелінійних математичних моделей?
31. Який метод використовується для чисельного розв'язку систем лінійних рівнянь?
32. Що таке стійкість математичної моделі?
33. Як визначається похибка чисельного моделювання?
34. Який алгоритм використання методу Монте-Карло?
35. Який підхід використовується для аналізу часових рядів?
36. Який метод використовується для розв'язання нелінійних рівнянь?
37. Що є основною перевагою чисельного моделювання?
38. Який метод використовується для пошуку мінімуму функції?
39. Що є основною характеристикою детермінованих моделей?
40. Який чисельний метод застосовується для розв'язання жорстких диференціальних рівнянь?

41. Що таке апроксимація?
42. Чим відрізняється метод Ейлера від методу Рунге-Кутта?
43. Який метод використовується для прогнозування динамічних систем?
44. Який підхід використовується у багатофакторному моделюванні?
45. Який основний недолік чисельного методу?
46. Яка основна особливість стохастичних моделей?
47. Який метод використовується для розв'язання рівнянь у частинних похідних?
48. Що таке метод кінцевих різниць?
49. Який алгоритм найчастіше використовується для оптимізаційних задач?
50. Що є основною характеристикою хаотичних систем?
51. Який підхід використовується для моделювання систем масового обслуговування?
52. Що таке ітераційний метод розв'язку рівнянь?
53. Як перевіряється коректність чисельного методу?
54. Яка область застосування нейронних мереж у моделюванні?
55. Що таке граничні умови у математичних моделях?
56. Які типи математичних моделей існують?
57. Що таке адаптивне моделювання?
58. Як впливає дискретизація на точність чисельного моделювання?
59. Яка роль символічних обчислень у математичному моделюванні?
60. Що таке метод найменших квадратів?
61. Що таке баланс похибок у чисельних методах?
62. Принципи моделювання електронних кіл.

ІНФОРМАЦІЙНІ ДЖЕРЕЛА

1. Жученко А. І., Ладієва Л. Р., Піргач М. С., Жураковський Я. Ю. Математичне моделювання процесів і систем. Навч. посіб. Київ: КПІ ім. І. Сікорського, 2021. 351 с.
2. Комп'ютерне моделювання процесів і систем. Організація розрахунків у середовищі MathCAD. Навчальний посібник для самостійної роботи студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / уклад.: О. О. Квітка, А. М. Шахновський. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 89 с.
3. Конспект лекцій з дисципліни «Обчислювальні методи» / уклад. В. В. Пастернак. Луцьк: ВНУ ім. Лесі Українки, 2023. 95 с.
4. Матвійчук В. А., Веселовська Н. Р., Шаргородський С. А. Математичне моделювання новітніх технологічних систем. Монографія. Вінниця, 2021. 193 с.
5. Математичне моделювання систем і процесів. Методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня зі спеціальності 172 «Електронні комунікації та радіотехніка» / уклад.: О. М. С'янов, М. С. Загребяєв. Кам'янське, ДДТУ, 2024. 93с.
6. Моделювання сигналів і процесів в радіотехніці в середовищах MathCAD та Multisim. Частина I. Навч. посіб. для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» / уклад.: О. В. Гусєва, О. І. Павлов. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 118 с.
7. Робота в системі Mathcad. URL: https://elearning.sumdu.edu.ua/free_content/lectured:876f79037206171518c31a71d8f5603acb21b2c2/latest/476297/index.html (дата звернення 25.09.2025 р).

М – 74 Математичне та комп'ютерне моделювання та проектування.
Методичні вказівки до самостійних робіт для здобувачів першого
(бакалаврського) рівня вищої освіти освітніх програм «Електроніка»,
«Автомобільна електроніка» галузі знань 17 (G) Електроніка,
автоматизація та електронні комунікації, спеціальності 171 (G5)
Електроніка, всіх форм навчання / уклад. Н. М. Якимчук. Луцьк:
ЛНТУ, 2025. 28 с.

Комп'ютерний набір
Редактор

Наталія ЯКИМЧУК
Наталія ЯКИМЧУК

Підп. до друку «__»_____2025 р.
Формат 60x84/16. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 1.
Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоції
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ВІП ЛНТУ

