

# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



## ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Методичні вказівки до самостійної роботи  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво  
спеціальності G19 Будівництво та цивільна інженерія  
освітньої програми «Будівництво та цивільна інженерія»  
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 519.87

О 34

До друку

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну

\_\_\_\_\_ О. АНДРІЙЧУК

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки \_\_\_\_\_ Н. ПОЛЩУК

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ,

протокол № \_\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри прикладної математики та механіки

протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 року.

Завідувача кафедри \_\_\_\_\_ О. МІКУЛІЧ

Укладач: \_\_\_\_\_ О. МІКУЛІЧ, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ

Рецензент: \_\_\_\_\_ М. ДЕЛЯВСЬКИЙ, доктор технічних наук, професор, професор кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ

Відповідальний за випуск: \_\_\_\_\_ О. МІКУЛІЧ, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ.

О34

**Опір матеріалів.** Методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня спеціальності «Будівництво та цивільна інженерія» денної та заочної форми навчання. / уклад. О.А. Мікуліч – Луцьк: ЛНТУ, 2025. – 40 с.

Методичні вказівки до самостійної роботи містять перелік задач для самостійної роботи студентів з основних тем курсу. Туту також наведено основні необхідні для розв'язання задач додатки. Видання призначене для студентів галузі знань 6 Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності 619 Будівництво та цивільна інженерія освітньої програми «Будівництво та цивільна інженерія» денної та заочної форми навчання.

© Мікуліч О.А., 2025

## Зміст

ВСТУП.....	4
Тема 1. <i>Осьове навантаження</i> .....	5
Задача 1.....	5
Задача 2.....	6
Задача 3.....	8
Задача 4.....	10
Тема 2. <i>Зріз</i> .....	13
Задача 5.....	13
Задача 6.....	14
Тема 3. <i>Кручення</i> .....	16
Задача 7.....	16
Тема 4. <i>Плоский згин</i> .....	18
Задача 8.....	20
Задача 9.....	21
Задача 10.....	23
Задача 11.....	25
Тема 5. <i>Складний опір</i> .....	26
Задача 12.....	26
Задача 13.....	29
Тема 5. <i>Стійкість</i> .....	31
Задача 14.....	31
Тема 6. <i>Динамічне навантаження</i> .....	33
Задача 15.....	33
Список літератури.....	32
Додатки.....	34

## *Вступ*

У зв'язку з істотними змінами та оновлення у системі вищої освіти, актуальним стає питання про організацію самостійної роботи студентів під час вивчення дисциплін природничого циклу, а особливо опору матеріалів.

Тому актуальним є видання методичних вказівок до самостійної роботи студентів, що міститиме перелік розрахункових робіт, необхідних до виконання студентами спеціальності «Будівництво та цивільна інженерія усіх форм навчання, що сприятимуть поглибленню знань з таких важливих під час вивчення опору матеріалів тем як «Осьове навантаження», «Зріз», «Кручення», «Плоский поперечний згин», «Стійкість», «Динамічне навантаження».

Дані методичні вказівки містять низку задач, що згруповані за темами та призначені для самостійного розв'язання студентами.

У методичні вказівки включено велику кількість додатків, які необхідні для розрахунку задач.

До методичних вказівок також включений перелік літератури, що сприятиме поглибленню знань студентів.

## Тема: «Осьове навантаження»

### Задача 1. СТРИЖНЕВА СИСТЕМА

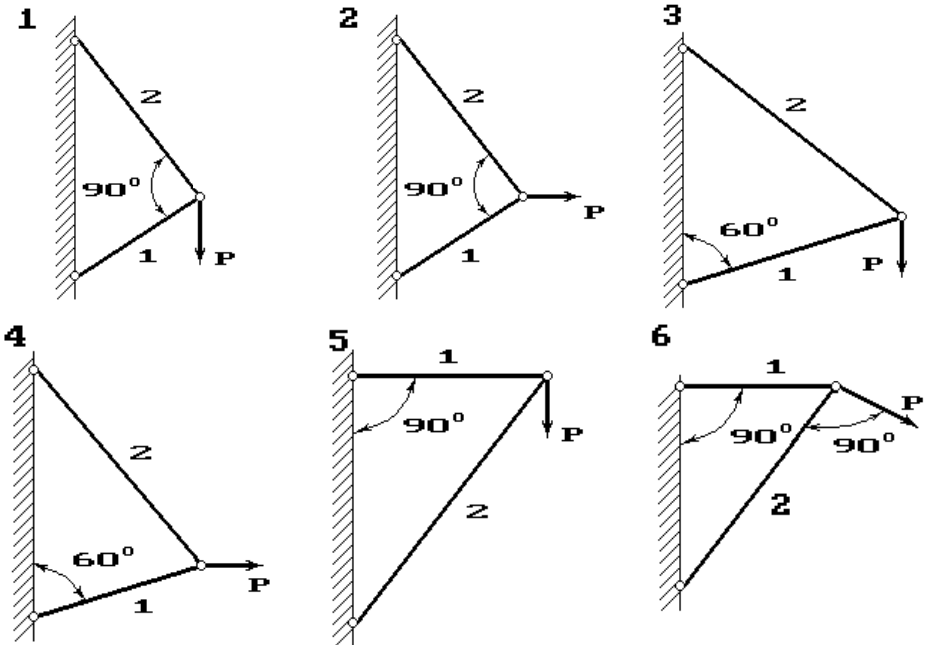
Два сталеві стрижні (1 і 2), які шарнірно сполучені в точці, знаходяться під дією сили  $P$  (рис. 1). Перший стрижень має довжину  $c$  і площу поперечного перерізу  $A$ , другий - довжину  $a$  і площу -  $2A$ .

Знайти величину нормальних напружень, що діють у стрижнях. Визначити абсолютну і відносну деформації стрижнів.

Розміри конструкції та значення навантаження вибрати з таблиці 1 згідно індивідуального варіанту студента.

Таблиця 1

Варіант	$A$	$P$	$a$	$c$	Варіант	$A$	$P$	$a$	$c$
	$см^2$	$кН$	$М$	$м$		$см^2$	$кН$	$м$	$м$
<b>1</b>	1.5	55	2.0	3.5	<b>6</b>	0.8	60	3.9	5.6
<b>2</b>	2.4	65	2.2	4.2	<b>7</b>	3.0	85	3.6	1.4
<b>3</b>	6.4	110	1.8	2.9	<b>8</b>	2.8	80	3.8	2.0
<b>4</b>	0.6	90	2.6	3.7	<b>9</b>	1.6	95	3.0	4.5
<b>5</b>	2.5	75	1.9	4.2	<b>10</b>	1.9	100	2.1	4.2



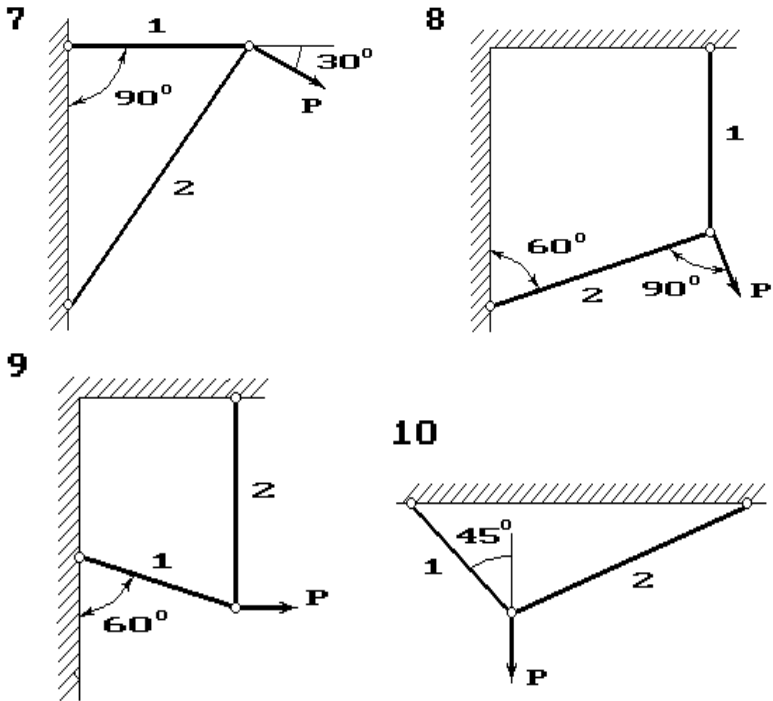


Рис. 1.

## Задача 2. СХІДЧАСТИЙ СТРИЖЕНЬ

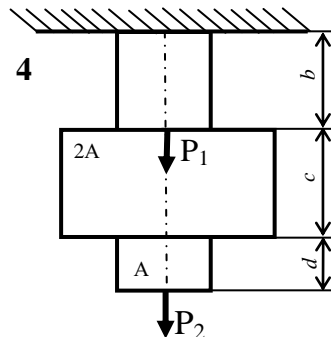
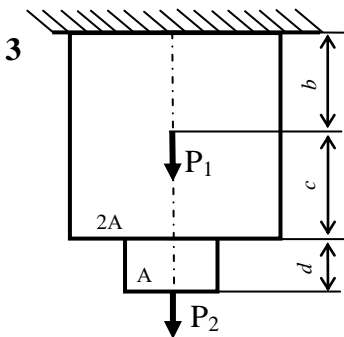
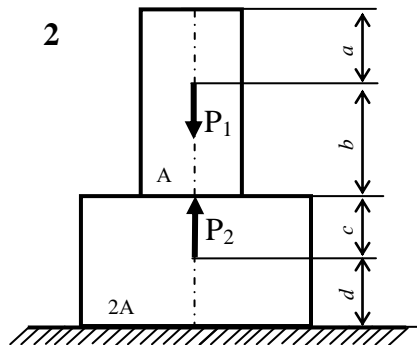
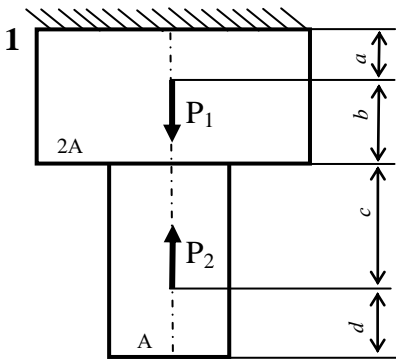
Для сталевого стрижня, що знаходиться під дією сил, вказаних на схемі (рис. 2):

- 1) побудувати епюру поздовжніх сил;
- 2) підібрати розміри поперечного перерізу бруса згідно критерію міцності (форма перерізу зазначена в таблиці).
- 3) визначити напруження, що виникають в поперечних перерізах бруса та побудувати їх епюру;
- 4) визначити переміщення поперечних перерізів та побудувати їх епюру;

Розміри стрижня та значення навантаження вибрати з таблиці 2 згідно індивідуального варіанту студента.

Таблиця 2

Варіант	$P_1$ кН	$P_2$ кН	$a$ м	$b$ м	$c$ м	$d$ м	Форма перерізу
1	40	20	0,7	1,1	0,8	0,5	Квадрат
2	44	38	1,2	0,5	0,4	0,9	Круг
3	35	40	1,3	0,3	1,0	0,5	Прямокутник $d/h = 3$
4	33	22	1,0	0,8	1,1	0,7	Еліпс $d/h = 1,5$
5	46	30	1,1	0,6	0,5	0,8	Прямокутник $d/h = 1,5$
6	30	22	1,4	0,9	0,7	0,4	Еліпс $d/h = 2$
7	29	24	0,6	0,3	0,9	0,5	Квадрат
8	28	34	0,5	0,6	0,6	0,6	Еліпс $d/h = 3$
9	25	26	0,4	0,6	0,7	0,4	Круг
10	20	42	0,8	0,7	0,6	0,7	Прямокутник $d/h = 2$



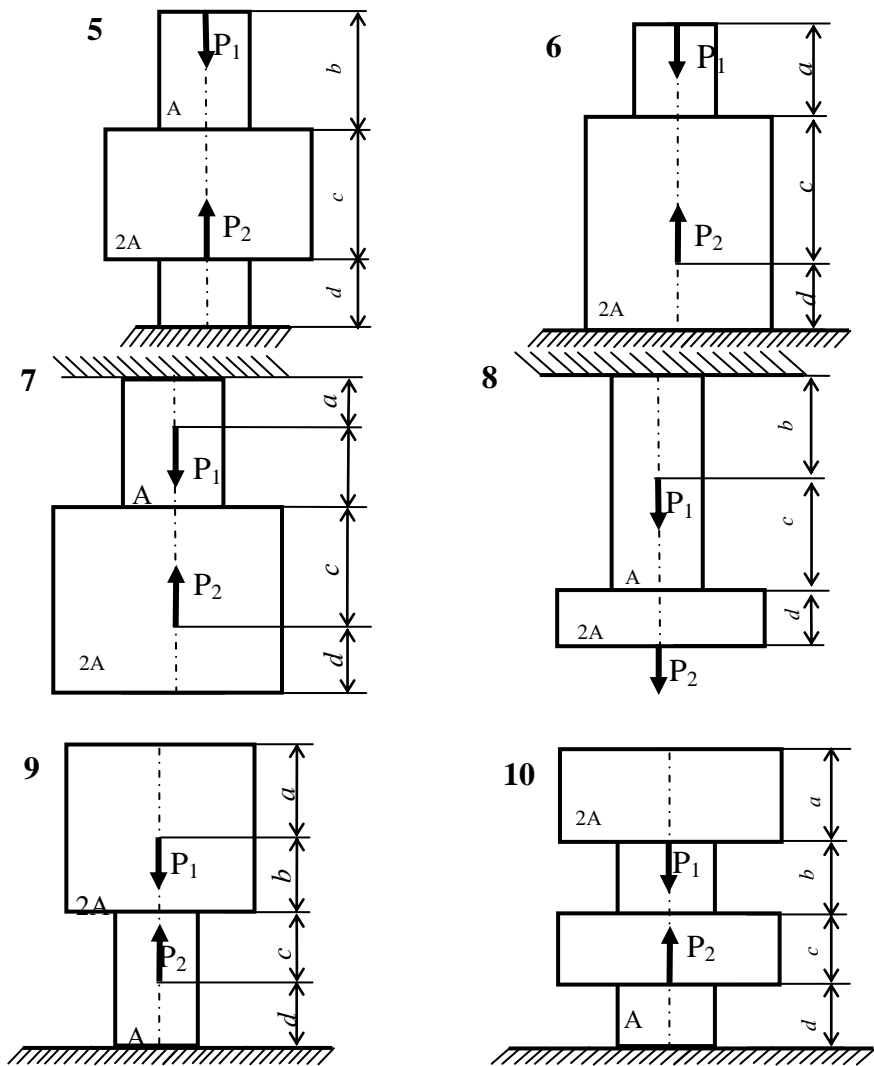


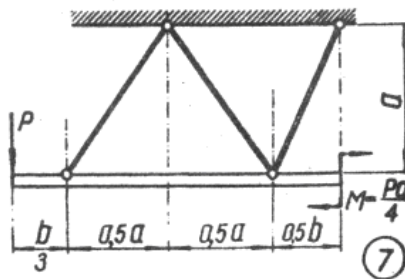
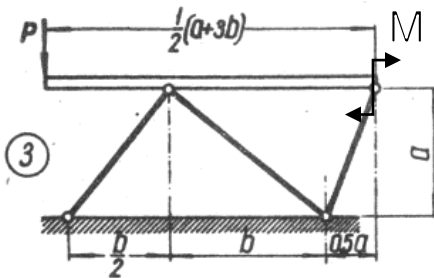
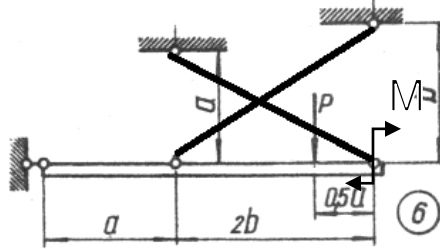
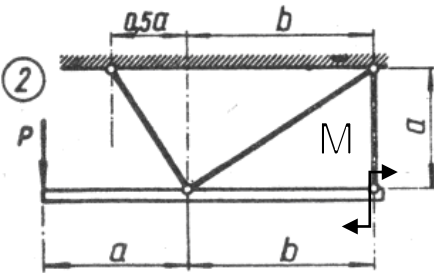
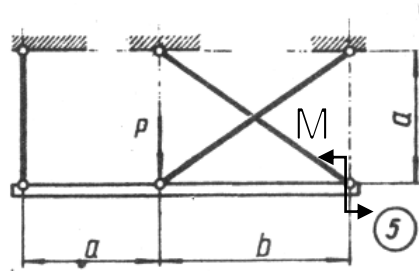
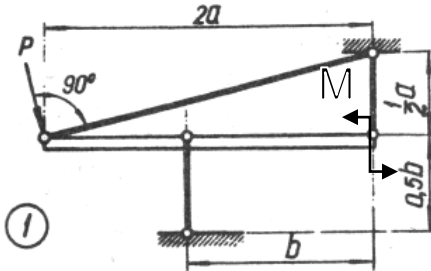
Рис. 2

**Задача 3. СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНА СТРИЖНЕВА СИСТЕМА**

Жорсткий брус (рис. 3), вагою і деформаціями якого нехтуємо, підтримується системою шарнірно закріплених сталевих стрижнів. Підібрати розміри стрижнів, якщо межа текучості становить 240 МПа і запас міцності  $k=1,5$ . Для розрахунку використати дані з таблиці 3.

Таблица 3

Вариант	Схема	$P$ , кН	$a$ , м	$b$ , м	Вариант	Схема	$P$ , кН	$a$ , м	$b$ , м
1	1	10	1,2	1,5	6	4	14	1,4	2,0
2	5	18	1,5	1,8	7	8	12	1,7	2,2
3	2	16	1,6	2,2	8	6	26	1,9	2,5
4	8	20	1,8	2,4	9	7	30	2,2	2,8
5	3	22	2,0	2,6	10	5	28	2,5	3,0



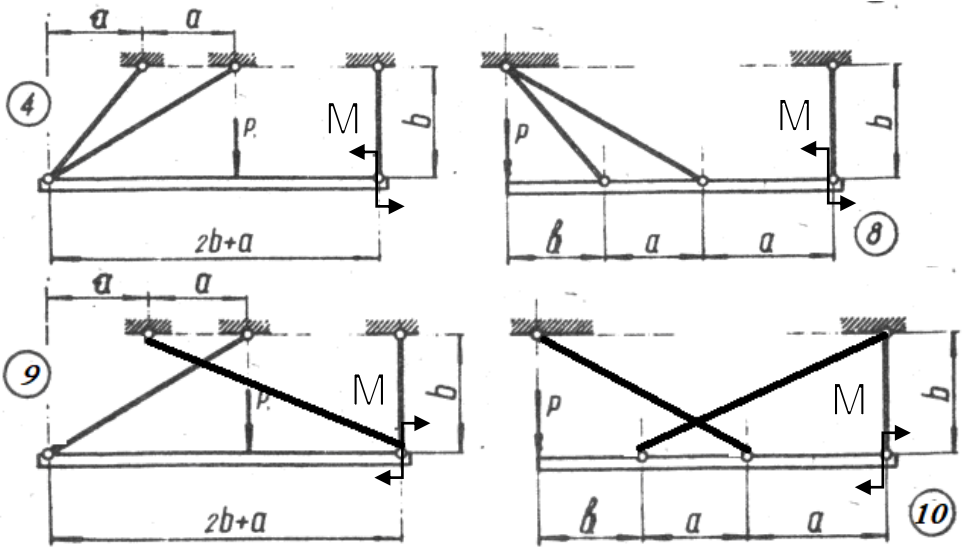


Рис. 3

#### Задача 4. СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНА СТРИЖНЕВА СИСТЕМА

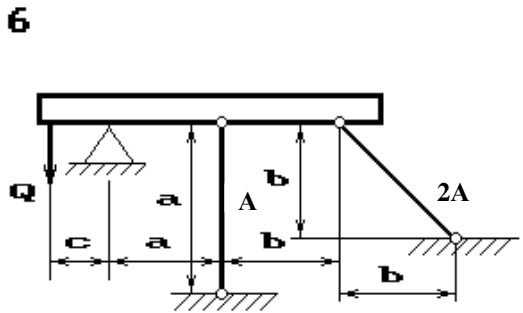
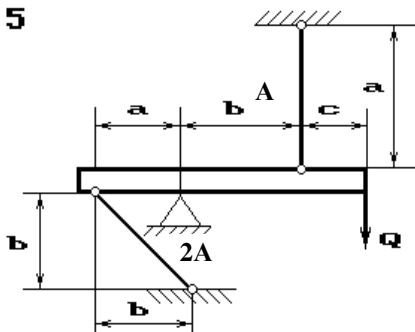
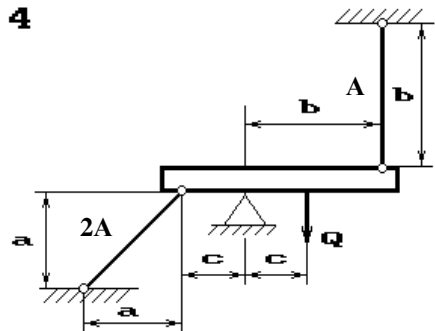
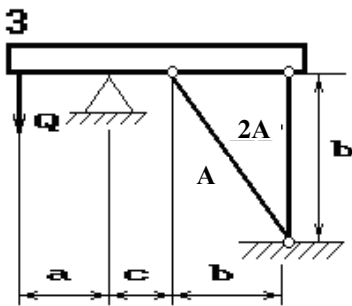
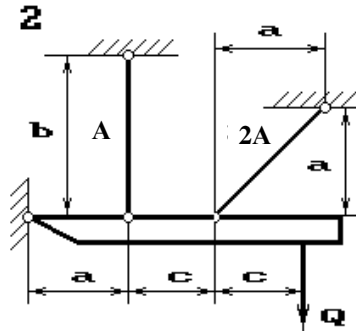
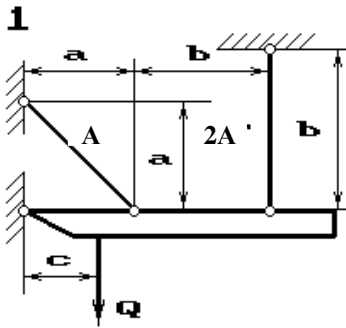
Абсолютно жорсткий брус спирається на шарнірно нерухому опору і прикріплений до двох стрижнів за допомогою шарнірів (рис. 4). Потрібно знайти:

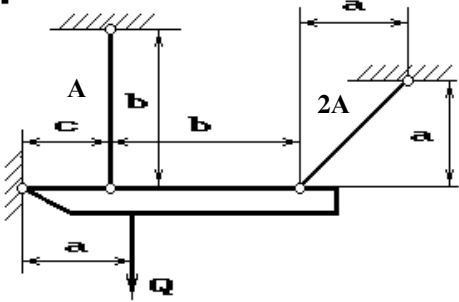
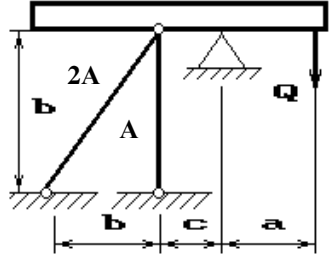
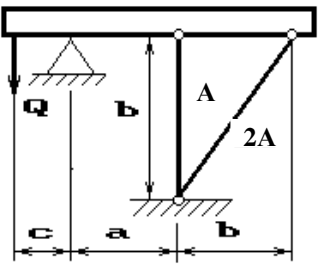
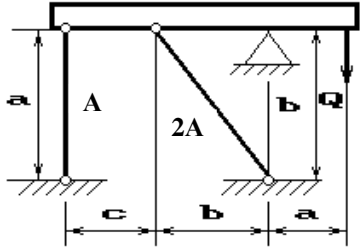
- 1) зусилля і напруження в стрижнях, виразивши їх через силу  $Q$ ;
- 2) допустиме навантаження  $[Q]$ , якщо  $[\sigma] = 160$  МПа;
- 3) граничну вантажопідйомність системи  $Q_{пр}$  і граничнодопустиме навантаження  $[Q_{гр}]$ , що допускаються, якщо межа текучості становить 240 МПа і запас міцності  $k=1,5$ ;
- 4) порівняти величини допустимих навантажень  $[Q]$  і граничнодопустимих  $[Q_{гр}]$ .

Дані для розрахунків узяти з таблиці 4.

Таблиця 4

Варіант	$A, \text{см}^2$	$a, \text{м}$	$b, \text{м}$	$c, \text{м}$	Варіант	$A, \text{см}^2$	$a, \text{м}$	$b, \text{м}$	$c, \text{м}$
1	6	3.0	2.5	2.6	6	1,5	3.6	3.3	2.3
2	3,6	3.1	3.2	2.2	7	2,6	3.6	2.5	1.5
3	1,8	2.1	3.2	3.9	8	3,2	3.4	4.1	2.2
4	2,0	3.6	3.8	1.9	9	2,9	3.6	1.3	3.1
5	5,4	3.0	4.0	2.0	10	2,4	3.0	2.5	2.0



**7****8****9****10***Puc. 4*

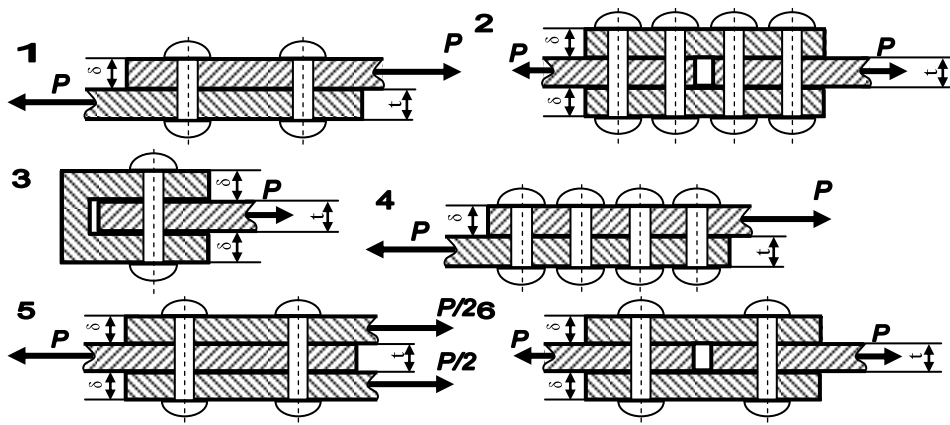
## Тема: «Зріз»

### Задача 5. РОЗРАХУНОК ЗАКЛЕПКОВИХ З'ЄДНАНЬ.

З умов міцності на зріз і зминання підібрати кількість заклепок діаметром  $d$ , якщо відомі значення допустимих напружень на зріз та зминання, та вказати їх розміщення. Перевірити на міцність листи, якщо їх ширина  $b$ . Необхідні для розрахунку дані наведені у таблиці 5.

Таблиця 5.

№	$d$ , мм	$t$ , мм	$\delta$ , мм	$b$ , мм	$P$ , кН	$[\sigma_{зм}]$ , МПа	$[\tau_{зр}]$ , МПа	Матеріал листа
1	10	6	5	220	<b>100</b>	300	65	Сталь 30
2	16	8	4	200	<b>90</b>	310	75	Сталь 40
3	8	4	5	240	<b>95</b>	320	70	Сталь 45
4	12	6	3	200	<b>65</b>	340	85	Сталь 50
5	20	10	4	220	<b>60</b>	350	80	Сталь 55
6	8	4	3	240	<b>75</b>	360	90	Сталь 60
7	8	4	2	220	<b>85</b>	370	100	Сталь 30Г
8	12	6	4	260	<b>80</b>	300	60	Сталь 50Г
9	10	5	3	200	<b>105</b>	340	70	Сталь 35



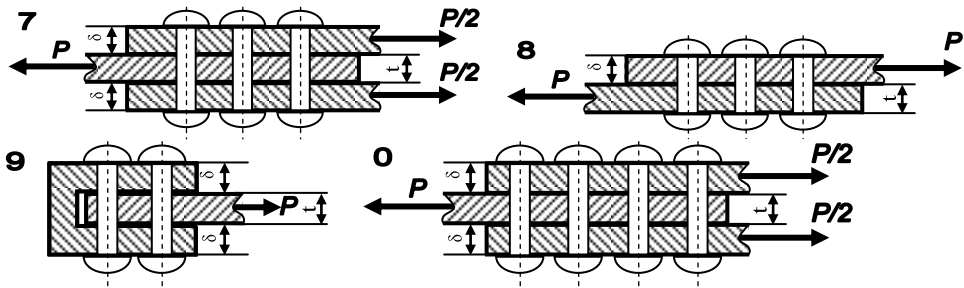
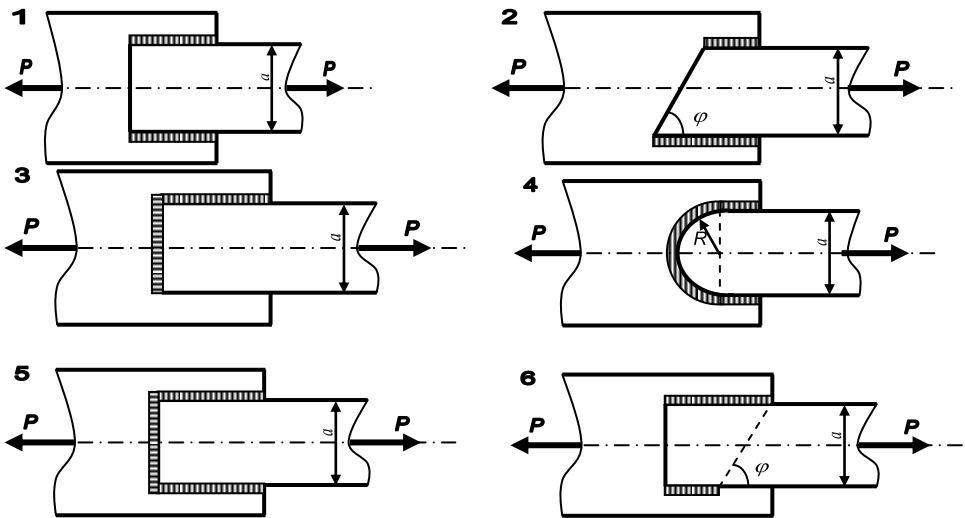


Рис. 5

**Задача 6. РОЗРАХУНОК ЗВАРНОГО ШВА.**

З умови міцності розрахувати довжину флангових швів для кріплення швелера, кутника чи пластини (в залежності від вибраного варіанту), що виготовлені зі сталі 20, до фасонного листа вузла ферми (рис. 6) для різних типів зварювання. Для випадку кутника висоту шва прийняти рівною товщині полочки, для швелера — товщині стінки, а для пластини — її висоті. Необхідні для розрахунку дані використати з таблиці 6.



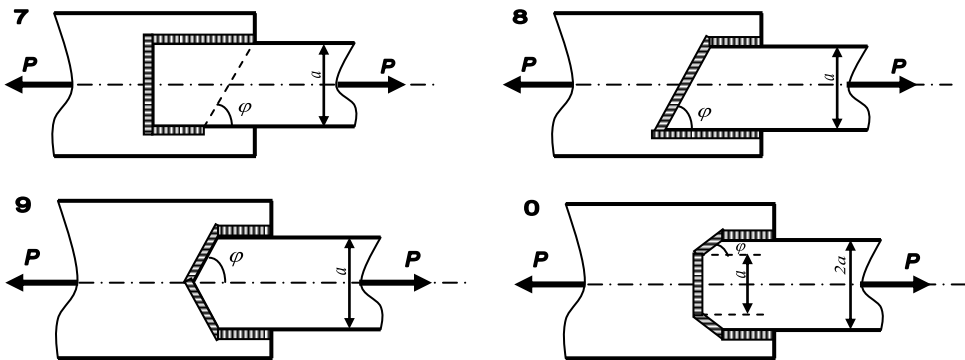


Рис. 6

Таблиця 6.

№	Вид кріплення	Тип зварювання	$a$ , мм	$\varphi$ , °
1	двотавр № 12	Ручне, електроди з тонкою обмазкою	-	30
2	швелер №10	Ручне, електроди з товстою обмазкою	-	45
3	Пластина $t=3$ мм	Автоматичне зварювання	200	60
4	Двотавр № 14	Ручне, електроди з тонкою обмазкою	-	30
5	пластина $t=5$ мм	Ручне, електроди з товстою обмазкою	220	45
6	Двотавр № 16	Автоматичне зварювання	-	60
7	пластина $t=4$ мм	Ручне, електроди з тонкою обмазкою	160	30
8	швелер № 12	Ручне, електроди з товстою обмазкою	-	45
9	Двотавр № 18	Автоматичне зварювання	-	60
10	швелер №14	Ручне, електроди з тонкою обмазкою	-	30

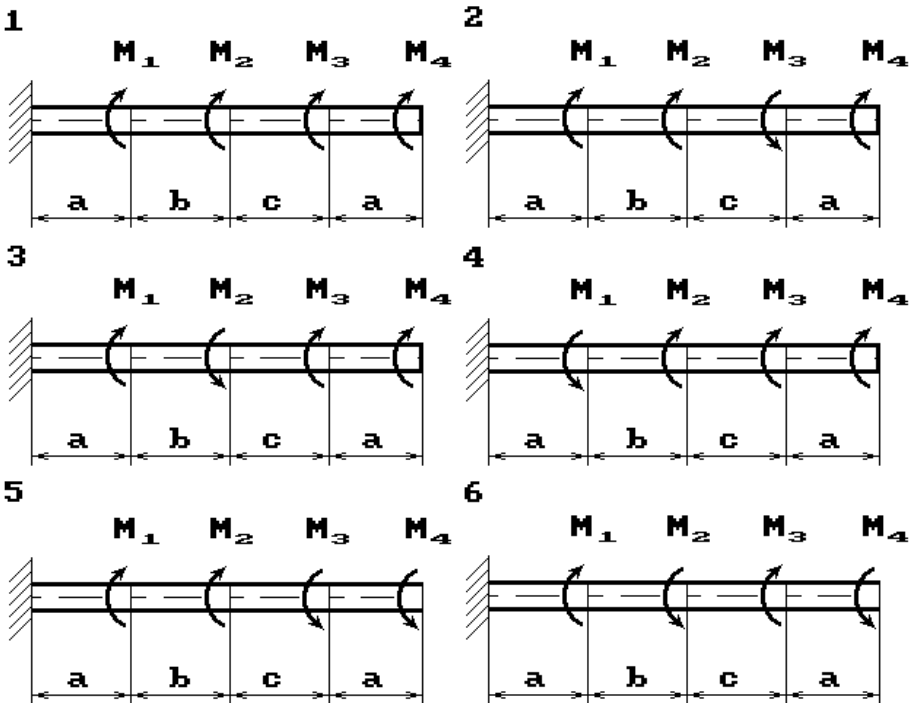
## Тема: «Кручення»

### Задача 7. КРУЧЕННЯ ВАЛІВ

До сталевому валу прикладені скручувальні моменти:  $M_1, M_2, M_3, M_4$  (рис.7). Потрібно:

- 1) побудувати епюру крутних моментів;
- 2) при заданому значенні  $[\tau]$  визначити діаметр вала з розрахунку на міцність і округлити його значення до найближчої більшої, відповідно рівної: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
- 3) побудувати епюру кутів закручення;
- 4) знайти найбільший відносний кут закручування та перевірити умову жорсткості при заданому значенні  $[\theta]$ .

Необхідні для розрахунку дані використати з таблиці 7.



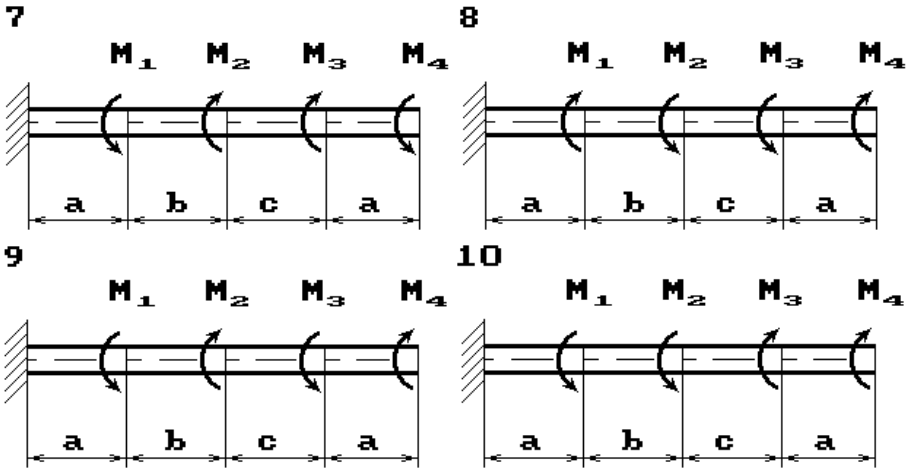


Рис. 7

Таблиця 7.








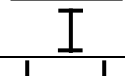


Номер рядка	Відстань, м			Моменти, кНм				[ $\tau$ ], мПа	[ $\theta$ ], $^{\circ}$ /м
	a	b	c	M1	M2	M3	M4		
1	1,1	1,2	1,3	1,3	2,1	1,1	0,2	40	2
2	1,2	1,3	1,4	1,5	2,2	1,2	0,4	45	1,7
3	1,3	1,4	1,5	1,7	2,3	1,3	0,6	50	2
4	1,4	1,5	1,6	1,9	2,4	1,4	0,8	55	2,2
5	1,5	1,6	1,7	2,1	2,5	1,5	1,0	60	1,8
6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,6	0,6	1,2	65	2
7	1,7	1,8	1,9	2,0	1,7	0,7	1,4	70	1,7
8	1,8	1,9	2,0	1,6	1,8	0,8	1,5	75	1,9
9	1,9	2,0	2,1	1,4	1,9	0,9	1,3	80	1,5
0	2,0	1,9	1,2	1,2	2,0	1,0	1,1	85	1,6

## Тема: «Плоский поперечный изгиб»

### Задача 8. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗА НОРМАЛЬНИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

Для сталевої балки складеного перерізу (форма перерізу вказана у табл. 8, а), виконати перевірку міцності за нормальними напруженнями. Схема навантаження балки вказана на рис 8. Розрахунок здійснити без урахування ваги конструкції. Значення допустимих напружень вибрати для відповідної марки сталі. Дані для розрахунку вибрати з таблиці 8, б.

Таблиця 8, а

Схема	<i>a, м</i>	<i>b, м</i>	<i>c, м</i>	<i>M, кН·м</i>	<i>P, кН</i>	Форма перерізу	Двутавр	Швелер	Смуга (мм×мм)
1	1	1,5	0,5	20	20		-	20	20×220
2	1,2	1,4	0,4	25	10		20	24	-
3	1,3	0,7	1	30	25		22	20	-
4	1,4	0,9	0,7	35	15		-	16	20×180
5	0,5	0,5	1	40	35		-	22	30×240
6	1,6	1	0,4	45	40		18	-	15×200
7	1,2	0,6	1,2	40	45		16	-	-
8	1,6	0,8	0,6	35	50		30	-	10×200
9	0,5	1	0,5	30	25		24	27	-
10	0,8	0,8	0,4	35	30		-	18	-

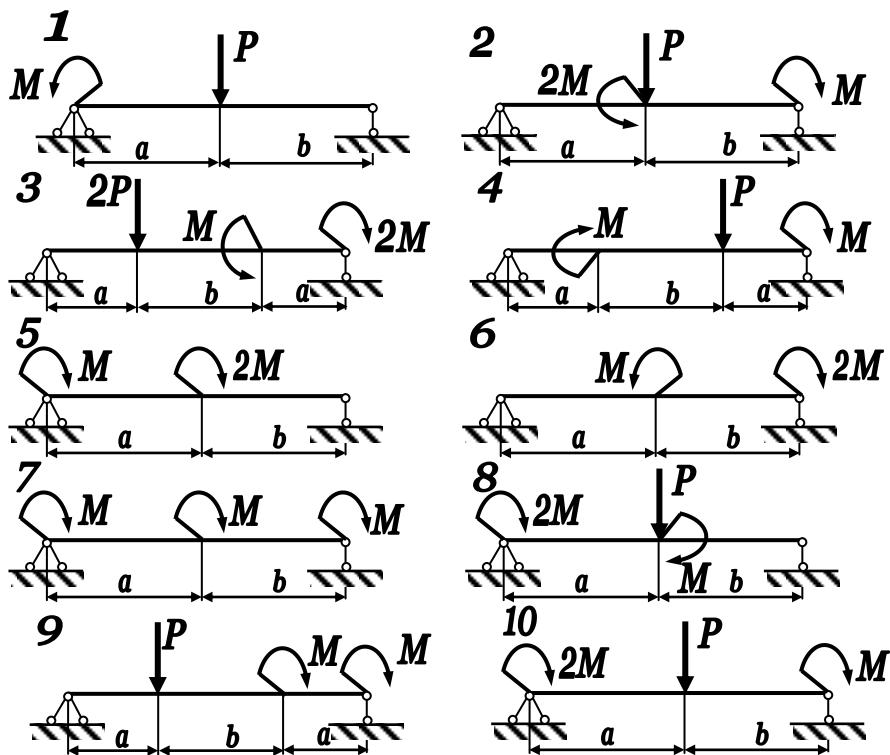


Рис. 8

Таблица 8, б

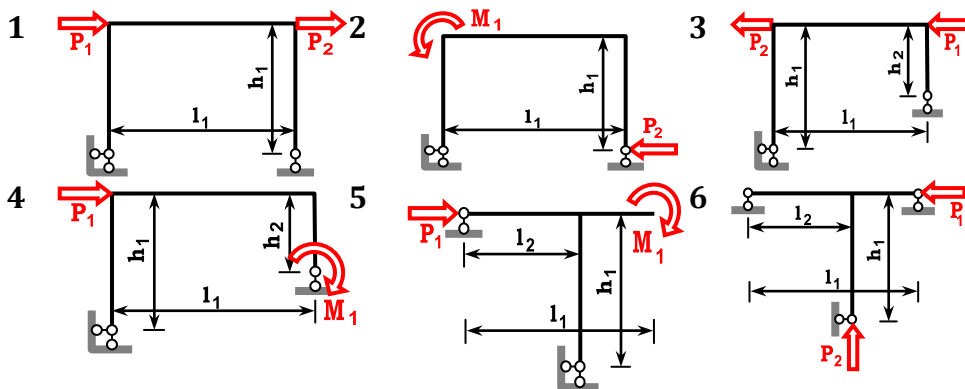
Схема	$a, м$	$b, м$	$M, кН·м$	$P, кН$	$B, см$	$H, см$	Материал
0	1	1	20	20	10	20	Сталь 10
1	1,2	1	25	10	12	18	Сталь 20
2	1,3	1,7	30	25	8	20	Сталь 25
3	1,4	0,7	35	15	12	22	Сталь 30
4	1,5	1,5	40	35	10	24	Сталь 35
5	1,6	2,4	45	40	14	20	Сталь 40
6	1,2	0,6	40	45	12	16	Сталь 45
7	1,6	0,8	35	50	10	14	Сталь 20Г
8	2	1	30	25	12	20	Сталь 50Г
9	1	1,2	35	30	8	18	Сталь 60

### Задача 9. РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ РАМ

Для статично визначної рами, поданої на рис. 9, побудувати епюри внутрішніх силових факторів та підібрати прямокутний переріз з заданим відношенням розмірів для вказаної марки сталі. З таблиці 9 для вказаного індивідуального варіанта студента вибрати розміри рами, матеріал, з якого вона виготовлена та значення навантаження.

Таблиця 9

№	$P_1, кН$	$P_2, кН$	$M_1, кНм$	$h_1, м$	$h_2, м$	$l_1, м$	$l_2, м$	$h/b$	Матеріал
1	20	40	10	1,2	$0,5 h_1$	2,2	$0,4 l_1$	2,1	Сталь 20
2	55	15	40	1,4	$0,4 h_1$	2,4	$0,3 l_1$	2,2	Сталь 25
3	40	30	30	1,6	$0,3 h_1$	2,6	$0,4 l_1$	2,3	Сталь 30
4	35	25	45	1,8	$0,4 h_1$	2,8	$0,6 l_1$	2,4	Сталь 35
5	20	30	50	2,0	$0,5 h_1$	3,0	$0,7 l_1$	1,5	Сталь 40
6	-15	35	35	1,8	$0,6 h_1$	2,8	$0,5 l_1$	1,6	Сталь 45
7	-20	40	25	1,6	$0,7 h_1$	2,6	$0,3 l_1$	1,7	Сталь 20Г
8	-30	20	15	1,4	$0,8 h_1$	2,4	$0,4 l_1$	1,8	Сталь 50Г
9	-35	45	20	1,2	$0,6 h_1$	2,0	$0,6 l_1$	1,9	Сталь 60
10	15	25	20	1,0	$0,6 h_1$	2,0	$0,5 l_1$	2,0	Сталь 10



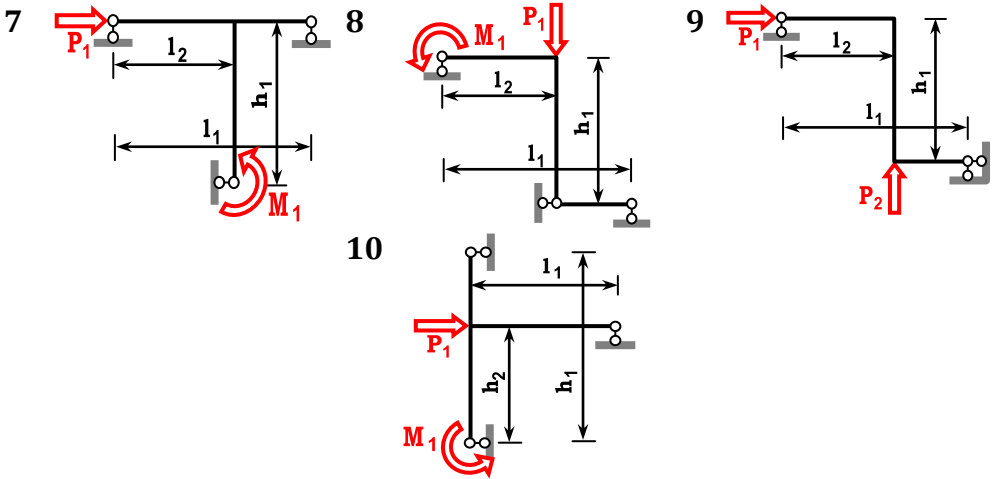
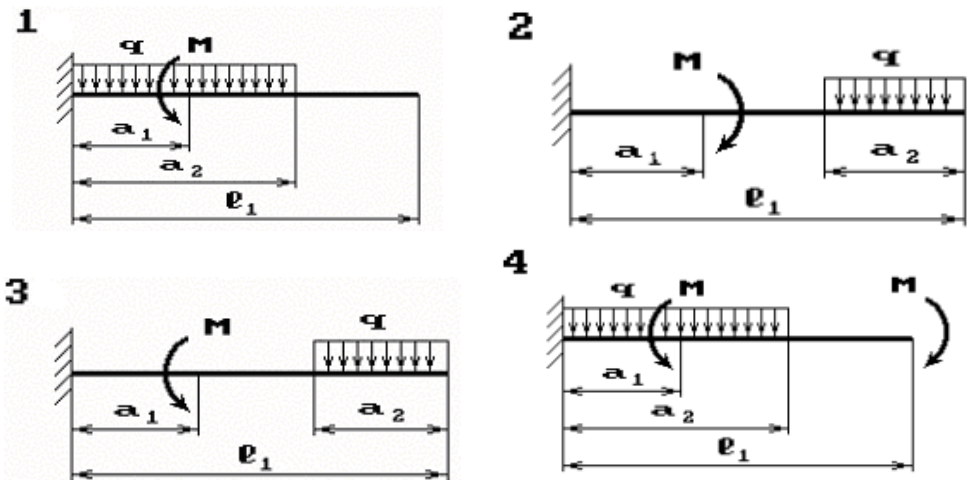


Рис. 9

### Задача 10. ВИЗНАЧЕННЯ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ЗГІНІ

Для балки-консолі двотаврового перерізу (рис. 10) накреслити схему наванження відповідно до даних таблиці 10. Визначити значення прогину вільного кінця консолі балки та кута повороту половини її прольоту методом початкових параметрів та за допомогою інтегралу Мора. При розрахунку використати дані з таблиці 10.



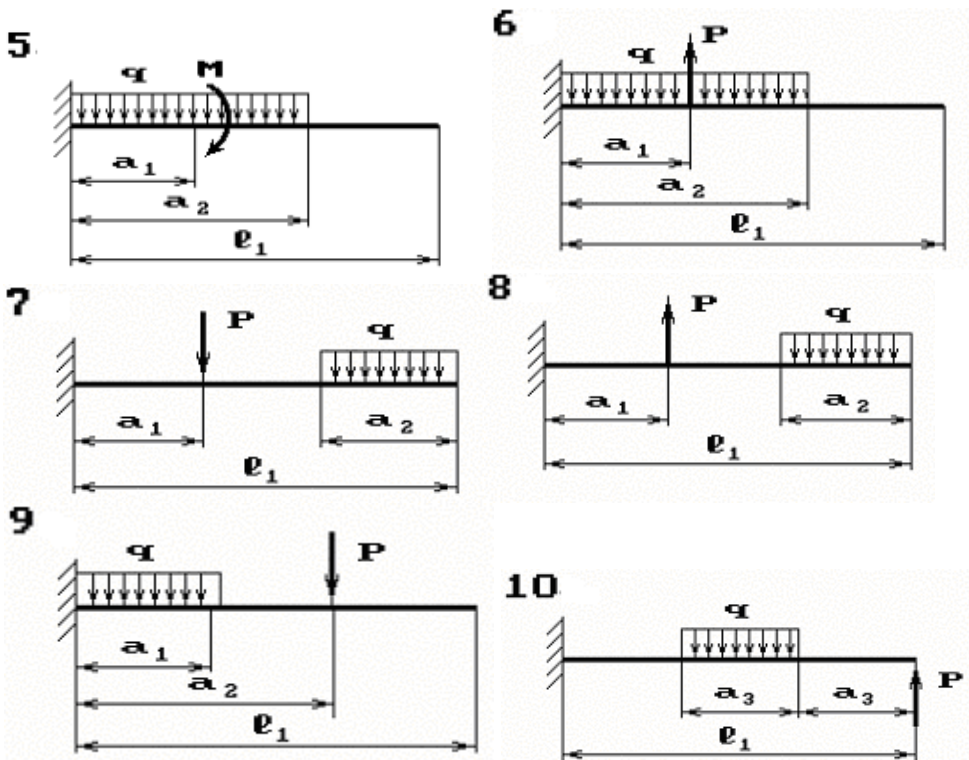


Рис. 10

Таблиця 10

№	$l_1$ м	Відстань у частинах прольоту			$M$ кНм	$P$ кН	$q$ кН/м	Двогавр №
		$a_1$	$a_2$	$a_3$				
1	2,0	1,1	1,0	1,8	25	20	0,4	16
2	2,3	1,2	1,1	1,9	36	15	0,6	20
3	2,4	1,3	1,2	2,0	49	19	1,5	22
4	2,5	1,4	1,3	1,1	34	18	1,6	22а
5	3,5	1,5	1,4	1,2	26	13	0,8	20а
6	3,0	1,6	1,5	1,3	20	19	1,2	18
7	2,7	1,7	1,6	1,4	33	36	3,3	16
8	3,8	1,8	1,7	1,5	78	27	0,9	24а
9	3,6	1,9	1,8	1,6	62	19	4,0	24
10	3,9	2,0	1,9	1,7	28	10	1,0	27

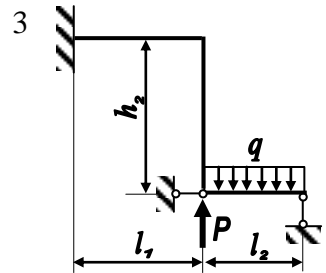
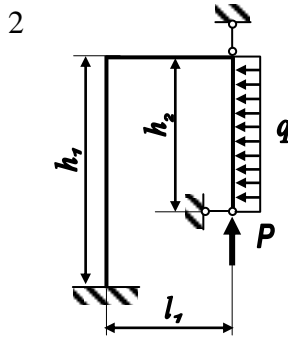
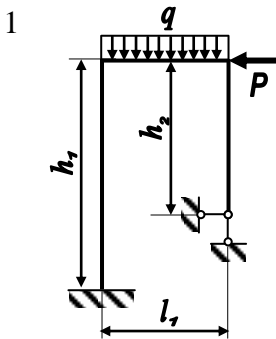
### Задача 11. РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧНИХ РАМ.

Для статично невизначної рами (рис. 11), що навантажена у своїй площині, побудувати епюри внутрішніх силових факторів та підібрати прямокутний переріз із заданим відношенням розмірів для вказаної марки сталі. При визначенні реакцій рами виконати деформаційну перевірку.

Дані для розрахунку вибрати з таблиці 11.

Таблиця 11.

№	$P$ , кН	$q$ , кН/м	$h_1$ , м	$h_2$ , м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$h/b$	Матеріал
0	15	20	1,0	$0,6 h_1$	2,0	$0,5 l_1$	2,0	Сталь 10
1	20	10	1,2	$0,5 h_1$	2,2	$0,4 l_1$	2,1	Сталь 20
2	55	40	1,4	$0,4 h_1$	2,4	$0,3 l_1$	2,2	Сталь 25
3	40	30	1,6	$0,3 h_1$	2,6	$0,4 l_1$	2,3	Сталь 30
4	35	45	1,8	$0,4 h_1$	2,8	$0,6 l_1$	2,4	Сталь 35
5	20	50	2,0	$0,5 h_1$	3,0	$0,7 l_1$	1,5	Сталь 40
6	-15	35	1,8	$0,6 h_1$	2,8	$0,5 l_1$	1,6	Сталь 45
7	-20	25	1,6	$0,7 h_1$	2,6	$0,3 l_1$	1,7	Сталь 20Г
8	-30	15	1,4	$0,8 h_1$	2,4	$0,4 l_1$	1,8	Сталь 50Г
9	-35	20	1,2	$0,6 h_1$	2,0	$0,6 l_1$	1,9	Сталь 60



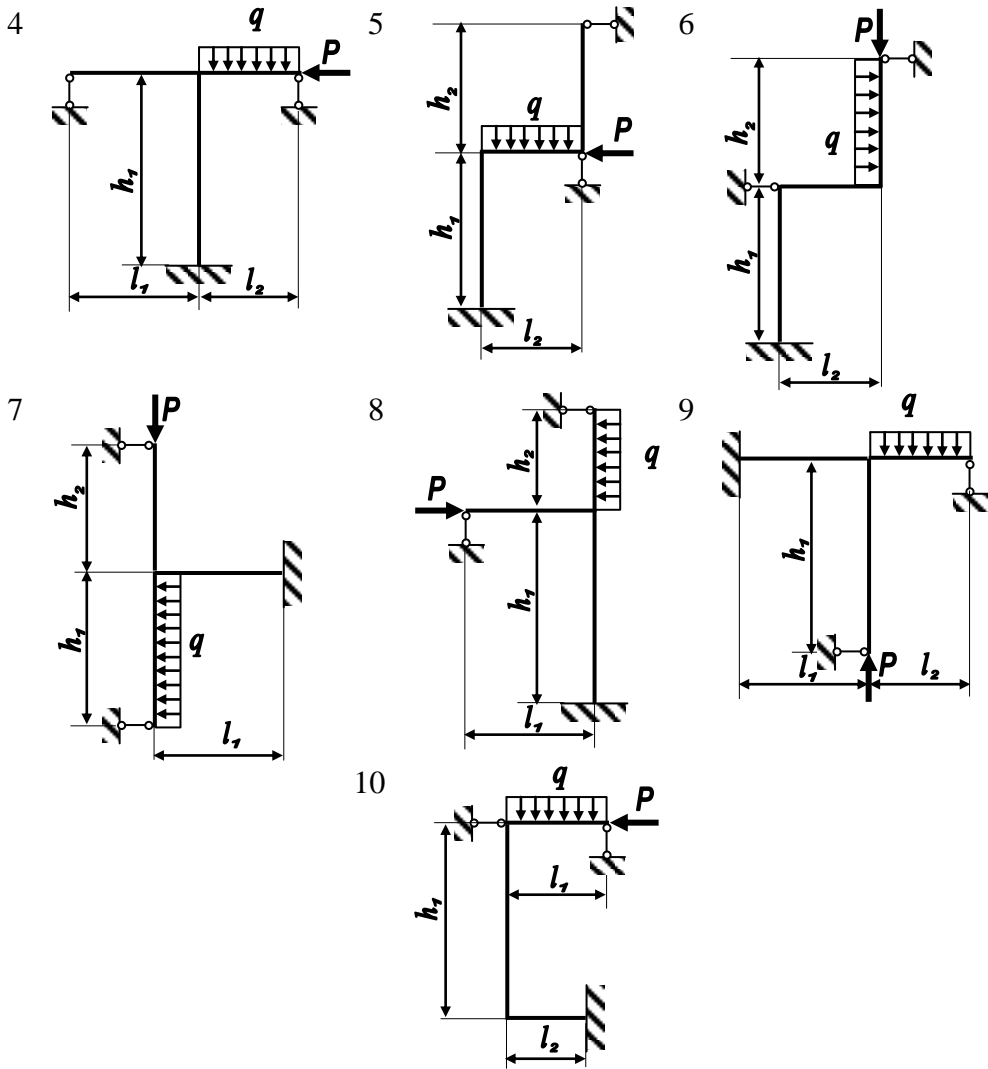


Рис. 11

## Тема: «Складний опір»

### Задача 12. НЕПЛОСКИЙ (КОСИЙ) ЗГИН

Для балки-консолі (рис. 12) підібрати прямокутний переріз при заданому відношенні висоти балки  $h$  до її ширини  $b$ , розмістивши сторони  $h$  та  $b$  паралельно до осей  $y$  та  $z$  найбільш раціонально.

Знайти положення нейтральної осі у небезпечному перерізі балки, побудувати просторову епюру нормальних напружень по перерізу. Визначити повний прогин вільного кінця консолі.

Розміри балки, матеріал, з якого вона виготовлена, значення навантаження вибрати з таблиці 12 згідно індивідуального варіанту студента.

При розрахунках допустимих напружень враховувати, що  $[\sigma] = \sigma_m / n_m$ , де  $\sigma_m$  — напруження, що відповідають площинці текучості,  $n_m$  — коефіцієнт запасу ( $n_m = 1,5$ ).

Таблиця 12

№	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кНм	$l$ , м	$a$ , м	$h/b$	Матеріал
0	5	-25	10	20	2,0	0,51	2,0	Сталь 10
1	10	20	20	30	2,2	0,41	2,1	Сталь 20
2	15	25	30	10	2,4	0,31	2,2	Сталь 25
3	10	30	40	-20	2,6	0,41	2,3	Сталь 30
4	25	-15	50	25	2,8	0,61	2,4	Сталь 35
5	30	-20	-50	10	3,0	0,71	1,5	Сталь 40
6	-5	15	-40	30	2,8	0,51	1,6	Сталь 45
7	-10	30	-30	40	2,6	0,31	1,7	Сталь 20Г
8	-20	10	-20	20	2,4	0,41	1,8	Сталь 50Г
9	-30	15	-10	30	2,0	0,61	1,9	Сталь 60

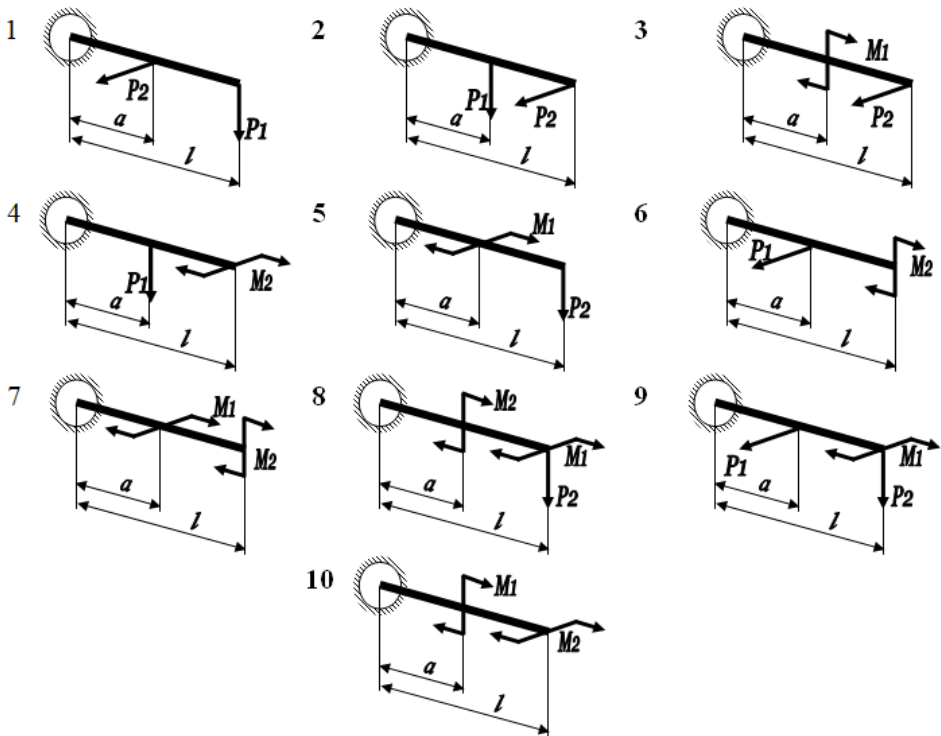


Рис. 12

### Задача 13. ПОЗАЦЕНТРОВИЙ РОЗТЯХ-СТИСК

Бетонний короткий стрижень, поперечний переріз якого зображений на рис. 13, стискається силою  $P$ , що прикладена в точці А. Потрібно:

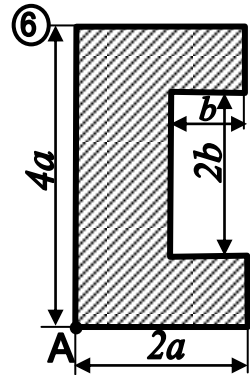
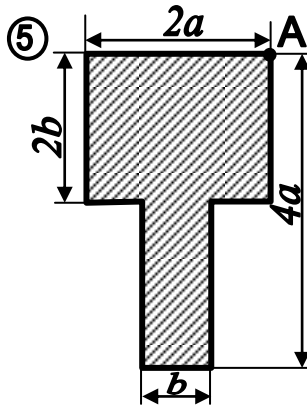
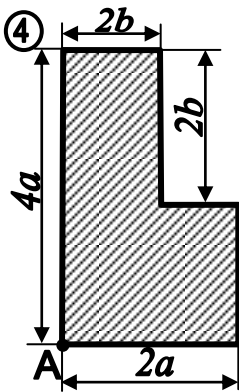
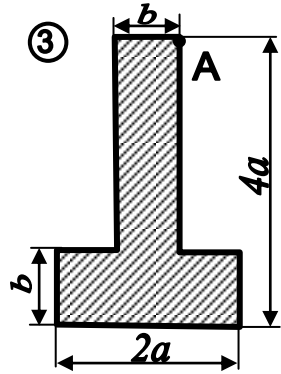
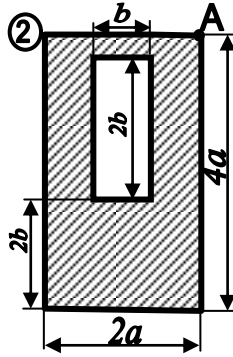
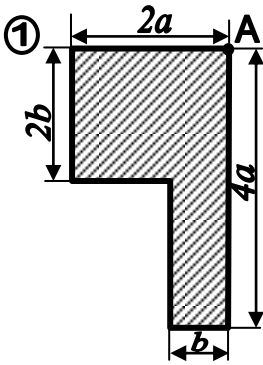
1) обчислити найбільше стискаюче та найбільше розтягуюче напруження в поперечному перерізі, виразивши величини цих напружень через  $P$  та розміри перерізу;

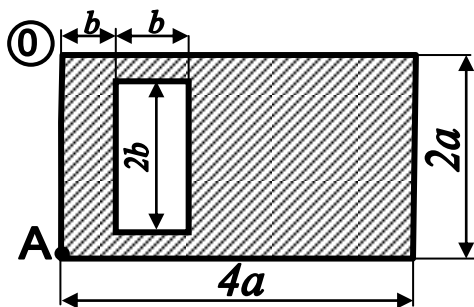
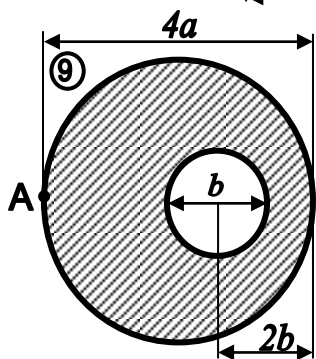
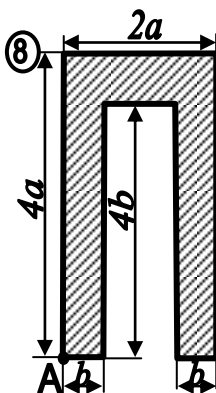
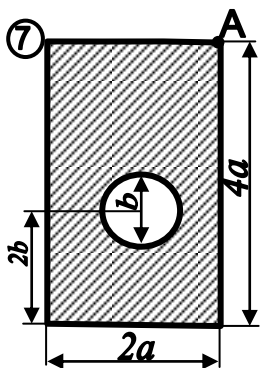
2) знайти допустиме навантаження  $P$  при заданих розмірах перерізу для відповідного класу бетону.

Дані для розрахунку вибрати з таблиці 13.

Таблица 13

№	$a$ , м	$b$ , м	Клас бетону	№	$a$ , м	$b$ , м	Клас бетону
1	6	4	B 10	6	2	6	B 40
2	2	3	B 25	7	8	2	B 50
3	3	5	B 35	8	3	6	B 15
4	7	4	B 20	9	4	8	B30
5	5	9	B 55	10	5	6	B45





*Puc. 13*

## Тема: «Стійкість»

### Задача 14. СТІЙКІСТЬ

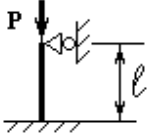
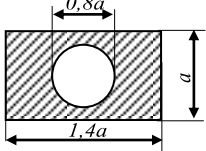
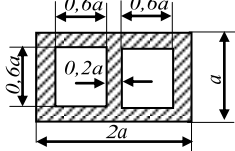
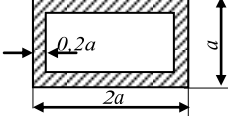
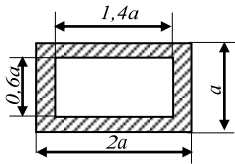
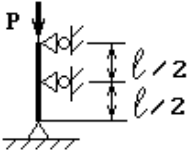
Сталевий стрижень завдовжки  $l$  стискається силою  $P$ . Потрібно знайти:

- 1) розміри поперечного перерізу при допустимих напруженнях на стиск  $[\sigma]=160$  МПа (розрахунок проводити послідовними наближеннями, для початкового наближення вважати  $\varphi=0,5$ );
  - 2) величину критичної сили і коефіцієнт запасу стійкості.
- Дані узяти з табл. 14.

Таблиця 14

№	$P$ , кН	$l$ , м	Схема закріплення стрижня	Форма перерізу стрижня	
1	100	2,1		I	II
2	200	2,2			
3	300	2,3		III	IV
4	400	2,4			
5	500	2,5		V	VI
6	600	2,6			

Таблиця 14 (продовження)

№	$P$ , кН	$l$ , м	Схема закріплення стрижня	Форма перерізу стрижня	
7	700	2,7		VII 	VIII 
8	800	2,8		IX 	X 
9	900	2,9			
10	1000	3,0			

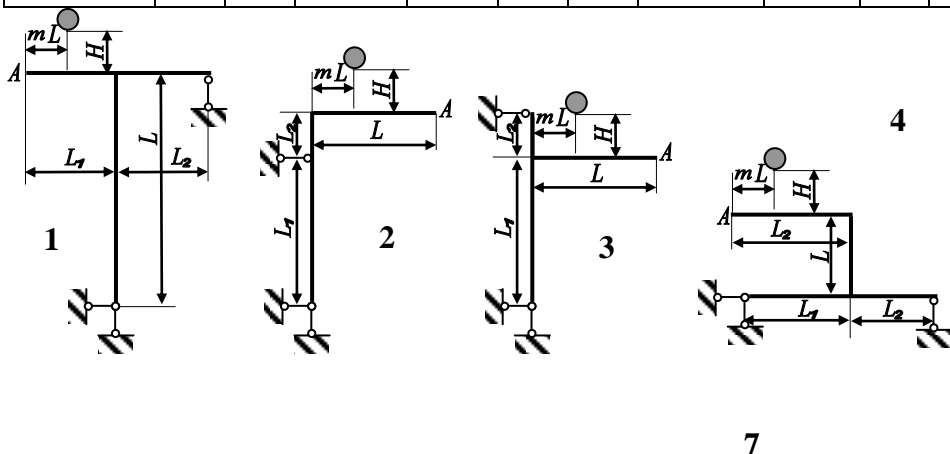
## Тема: «Динамічне навантаження»

### Задача 15. РОЗРАХУНОК РАМИ НА УДАР

Для заданої сталевий рами двотаврового перерізу сталю жорсткості (рис. 15) визначити значення нормальних напружень, що виникають при ударі вантажу  $Q$ , що падає з висоти  $H$ , а також величину повного переміщення точки  $A$  рами. Дані для розрахунку використати з таблиці 15.

Таблиця 15.

Значення	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q, H$	100	80	90	110	120	50	60	70	130	140
$H, м$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$m$	0,1	0,6	0,4	0,5	0,2	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$L, м$	1,4	1,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,3	1,7	1,6	1,2
$L1/L$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,5	0,3	0,7	0,9	1,1	1,2
$L2/L$	0,9	0,8	0,3	0,5	1	0,7	1,4	1,1	0,7	0,6
№ про- філю	10	12	14	16	12	14	16	12	10	14
Марка сталі	20Г	45Х	40ХФА	50ХН	30Г	40Х	12ХНЗА	30ХМ	50Г	20Х



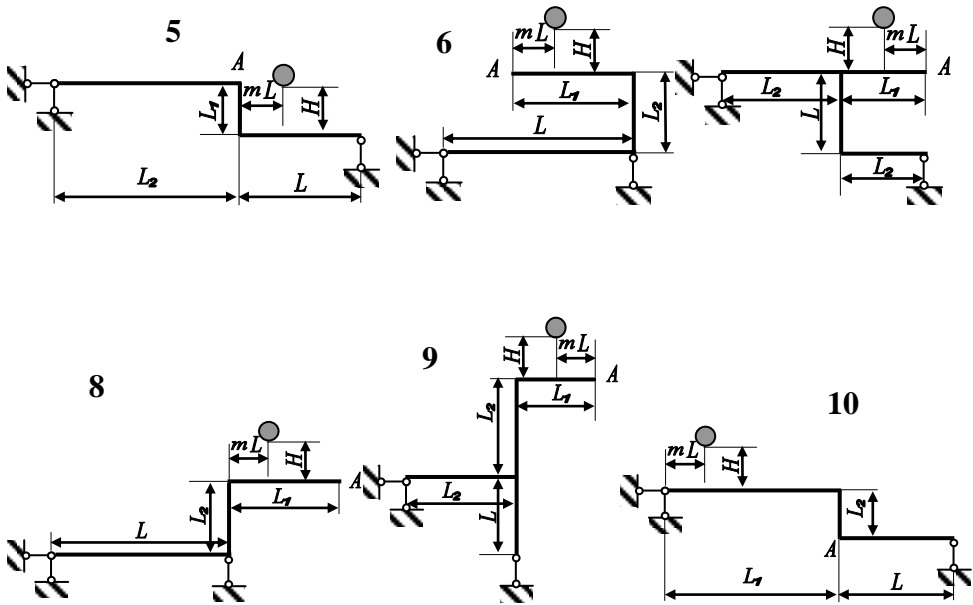


Рис. 15

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Динамічні задачі в опорі матеріалів* [Навчальний посібник для студентів механічних та матеріалознавчих спеціальностей] / В.І. Шваб'юк, В.М. Максимович, О.А. Мікуліч, М.І. Морозов. Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2010. 220 с.
2. *Корнілов О.А.* Опір матеріалів. Київ: Лотос, 2000. 551 с.
3. *Мошинський С.І., Примак О.П., Гуртовий О.Г.* Задачі і приклади з опору матеріалів. Навчальний посібник. К.: «Освіта України», 2009. 400 с.
4. *Огородніков В.А.* Опір матеріалів. Розрахунково-графічні завдання з прикладами розрахунків. Частина 1 : Навчальний посібник / В.А. Огородніков, О.В. Грушко, М.І. Побережний. Вінниця : ВНТУ, 2003. 158 с
5. *Огородніков В. А.* Опір матеріалів. Розрахунково-графічні завдання з прикладами розрахунків. Частина 2 : навчальний посібник / В. А. Огородніков, О. В. Грушко, І. Ю. Кириця. Вінниця : ВНТУ, 2011. 146 с.
6. *Огородніков В.А.* Опір матеріалів. Теоретичні відомості і контрольні завдання. / В. А. Огородніков, І. О. Сивак, Г. О. Лебедева; Під загальною редакцією В.А. Огороднікова. Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2004. 75 с.
7. *Ольховий І.М., Стасюк Б.М., Станкевич В .З.* Короткий курс опору матеріалів: Навчальний посібник. Львів: Вид-во «Національний університет "Львівська політехніка"», 2004. 196 с.
8. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.* Опір матеріалів, К., “Вища школа”. 2003.
9. *Шваб'юк В.І.* Опір матеріалів. Навч. посіб. К.: Знання, 2015. 380 с.
10. *Шваб'юк В.І.* Основи опору матеріалів. Навчальний посібник. Луцьк: Вид-во ЛДТУ, 2005. 280 с.

## ДОДАТКИ

Додаток 1

### Механічні характеристики конструкційних сталей

Марка сталі	$\sigma_M$	$\sigma_T$	$\tau_T$	Відносне видовження $\delta, \%$	Ударна в'язкість КС, кДж/м <sup>2</sup>	Границя витривалості, МПа		
	не менше					Згин $\sigma_{-1}$	Розтяг-стиск $\sigma_{-1p}$	Кручення $\tau_{-1}$
	МПа							
10	340	210	140	31	2400	160-220	120-150	80-120
20	420	250	160	25	-	170-220	120-160	100-130
25	460	280	-	23	900	190-250	-	-
30	500	300	170	21	800	200-270	170-210	110-140
35	540	320	190	20	700	220-300	170-220	130-180
40	580	340	-	10	600	230-320	180-240	140-190
45	610	360	220	16	500	250-340	190-250	150-200
50	640	380	-	14	400	270-350	200-260	160-210
55	660	390	-	13	-	-	-	-
60	690	410	-	12	-	310-380	220-280	180-220
20Г	460	280	-	24	-	-	-	-
30Г	550	320	-	20	800	220-320	-	-
50Г	660	400	-	13	400	290-360	-	-
20Х	800	650	-	11	600	380	-	170-320
40Х	1000	800	-	10	600	350-380	250	225
45Х	1050	850	-	9	500	400-500	-	-
30ХМ	950	750	-	11	800	310-410	370	230
35ХМ	1000	850	-	12	800	470-510	-	-
40ХН	1000	800	390	11	700	400	290	240
50ХН	1100	900	-	9	500	550	-	-
40ХФА	900	750	-	10	900	380-490	-	-
38ХМЮА	1000	850	-	14	900	420-550	-	-
12ХНЗА	950	700	400	11	900	390-470	270-320	220-260
20ХНЗА	950	750	-	12	1000	430-450	300-320	245-255
30ХНЗА	1000	800	-	10	800	520-700	-	320-400
40ХНМА	1000	950	-	12	1000	500-700	-	270-380
30ХГСА	1100	850	-	10	500	510-540	500-535	220-245

Примітка: При використанні сталей за ГОСТ 380-71 необхідно врахувати приблизну відповідність марок: Ст.3 відповідає сталі 20; Ст.4 – сталі 25; Ст.5 – сталі 35; Ст.6 – сталі 45.

## Механічні характеристики чавуну

Марка чавуну	Границя міцності, МПа				Твердість по Брінелю НВ	Границя витривалості, МПа	
	При розтягу $\sigma_{\text{мр}}$	При стиску $\sigma_{\text{мс}}$	При згині $\sigma_{\text{м}}$	При крученні $\tau_{\text{м}}$		Згин $\sigma_{-1}$	Кручення $\tau_{-1}$
СЧ 12	120	500	380	-	143-229	-	-
СЧ 15	150	650	320	240	163-229	70	50
СЧ 18	180	700	360	-	170-229	-	-
СЧ 21	210	750	400	280	173-241	100	80
СЧ 24	240	850	440	300	187-217	120	100
СЧ 28	280	1000	480	350	170-241	140	110
СЧ 32	320	1100	520	390	187-255	140	110
СЧ 35	350	1200	560	400	198-269	160	115
СЧ 38	380	1400	600	460	207-269	150	115
ВЧ 40-10	400	1600-1700	-	480-510	156-197	250-280	198
ВЧ 50-1,5	500	1860-2000	-	740-790	187-255	200-220	170-210
ВЧ 60-2	600	2040-2290	-	660-810	197-269	170-230	150-160

Питома вага  $\gamma$  деяких матеріалів

Матеріал	$\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Матеріал	$\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>
Сталь (СТ 3)	78,5	Сосна, ялина, тополя, осика	5
Чавун	70		
Мідь	88	Дуб, береза, бук, клен, ясен, граб	7
Бронза	83		
Дюралюміній	27	Пробка	2,2-2,6
Титан	45	Кладка цегляна	19-20
Сплави манію	18	Кладка кам'яна	20-22
Склопластик	14-19	Бетон	22-24
текстоліт	13-14	Базальт	27-33
Скло органічне	11,8	Пісковик	21-28
Пінопласти	0,2-2,2	СВАМ 1:1	19
Каучук	9,1	Лід (при 0°C)	9,17

## Орієнтовні значення основних допустимих напружень на розтяг та стиск

Матеріали	Допустимі напруження, МПа	
	На розтяг	На стиск
Чавун сірий	28-30	120-150
Сталь: Ст. 2	140	
Ст..3	160	
Машинобудівельна (конструкційна) - вуглецева	60-250	
Машинобудівельна (конструкційна) - легована	110-400 і більше	
Мідь	30-120	
Латунь	70-140	
Бронза	60-120	
Алюміній	30-80	
Алюмінієва бронза	80-120	
Дюралюміній	80-150	
Текстоліт	30-40	
Сосна вздовж волокон	7-10	10-12
Сосна впоперек волокон	-	1,5-2
Дуб вздовж волокон	9-13	13-15
Дуб впоперек волокон	-	2-3,5
Кам'яна кладка	до 0,3	0,5-4
Цегляна кладка	до 0,2	0,6-2,5
Бетон	0,1-0,7	1-9
Фанера бакелізована	30-32	25-28
Фанера клеєна березова	12-14	10-12



Границі міцності  $\sigma_m$  деяких матеріалів

Матеріал	Границі міцності, МПа	
	При розтягу	При стиску
	$\sigma_{mp}$	$\sigma_{ms}$
Чавун сірий звичайний	140-180	600-1000
Чавун сірий дрібнозернистий	210-250	до 1400
Сталь (Ст. 3)	380-470	-
Сталь вуглецева конструкційна	330-750	-
Сталь легована конструкційна	430-1050	-
Латунь м'яка	320	-
Латунь тверда	660	-
Бронза алюмінієва Бр45 (м'яка)	280	-
Алюміній та сплав АЛ1	200	-
Дюралюміній Д1	240	-
Д6	380	-
Д16	500	-
Титан та сплави	610-1200	-
Сосна вздовж волокон	80	40
Сосна впоперек волокон	-	5
Дуб вздовж волокон	95	50
Дуб впоперек волокон	-	15
Ялина вздовж волокон	65	35
Ялина впоперек волокон	-	4
Кам'яна кладка на розчині	0,2-0,5	2,5-9
Цегла	0,7-3	7,4-30
Бетон	0,25-1,75	5-35
Пісковик	2	40-150
Граніт	3	120-260
Фанера бакелізована	130	115
Текстоліт	85-100	130-250
Гетинакс	150-170	150-180
Бакеліт	20-30	80-100
Целулоїд	50-70	-
Пінопласти	0,4-4,2	0,17-4,5
Склопластики	260-400	100-300
СВАМ 1:1	480	420
Скло органічне	71-92	120

**Опір матеріалів.** Методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня спеціальності «Будівництво та цивільна інженерія» денної та заочної форми навчання. / уклад. О.А. Мікуліч – Луцьк: ЛНТУ, 2025. – 40 с.

Комп'ютерний набір  
Редактор

О.А. Мікуліч  
О.А. Мікуліч

Підп. до друку 2025 р.  
Формат 60x84/16. Папір офс. Гарнітура Таймс.  
Ум. друк. арк. \_\_. Обл.-вид. арк. 2,5.  
Тираж \_\_ прим. Зам. 1.

Редакційно-видавничий відділ  
Луцького національного технічного університету  
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75  
Друк – РВВ ЛНТУ