

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



ОПР МАТЕРІАЛІВ

Конспект лекцій
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня
освітньої програми «Агроінженерія»
галузі знань Н Сільське, лісове, рибне господарство та ветеринарна
медицина
спеціальності Н7 Агроінженерія

Луцьк 2026

УДК 531.3
О 24

До друку

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну
_____ О. АНДРІЙЧУК

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ
Директор бібліотеки _____ Н. ПОЛІЩУК

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ,
протокол № __ від «__» _____ 2026 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри прикладної математики та механіки
протокол № __ від «__» _____ 2026 року.
Завідувача кафедри _____ О. МІКУЛІЧ

Укладач: _____ О. МІКУЛІЧ, доктор технічних наук, професор, завідувач
кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ

Рецензент: _____ А. СЯСЬКИЙ, доктор технічних наук, професор,
професор кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ

Відповідальний за випуск: _____ О. МІКУЛІЧ, доктор технічних наук,
професор, завідувач кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ.

*Опір матеріалів [Текст]: Конспект лекцій для студентів
О 24 освітньої програми «Агроінженерія» денної та заочної форм
навчання / уклад. О.А. Мікуліч. — Луцьк: ЛНТУ, 2026. — 40 с.*

У конспекті лекцій викладено основи курсу «Опір матеріалів». Матеріал згрупований за основними темами дисципліни. Матеріал конспекту лекцій відповідає робочій програмі курсу.

Конспект лекцій призначений для студентів освітньої програми «Агроінженерія» денної та заочної форм навчання.

Конспект лекцій містить низку необхідних додатків, а також перелік літератури.

© О.А. Мікуліч, 2026

Зміст

<i>Вступ.....</i>	<i>4</i>
<i>Основні поняття.....</i>	<i>5</i>
<i>Розтяг і стиск.....</i>	<i>9</i>
<i>Зсув.....</i>	<i>15</i>
<i>Кручення.....</i>	<i>18</i>
<i>Згин.....</i>	<i>23</i>
<i>Складний опір.....</i>	<i>25</i>
<i>Стійкість стиснутих стрижнів.....</i>	<i>30</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>35</i>
<i>Література.....</i>	<i>37</i>
<i>ДОДАТКИ</i>	<i>38</i>

Вступ

Дисципліна «Опір матеріалів» є базовою ланкою у підготовці бакалаврів освітньої програми «Агроінженерія». Вона дозволяє реалізувати теоретичні розрахунки з практикою проектування реальних елементів конструкцій та деталей машин, формуючи в майбутніх інженерів здатність забезпечувати надійність, довговічність та економічність технічних об'єктів.

Курс опору матеріалів насичений складним математичним апаратом. Даний конспект структурований таким чином, щоб спростити перехід від абстрактних розрахункових схем до реальних деталей машин.

У конспекті реалізовано логічну послідовність викладу: від аналізу простих видів деформацій: розтяг-стиск, зсув, кручення, згин до складних навантажень та втрат стійкості

У конспекті лекцій викладено основні теоретичні відомості з головних тем опору матеріалів. Також є питання для самоконтролю, що допомагають студенту оцінити рівень засвоєння матеріалу.

При складанні конспекту основна увага була спрямована на ті питання, які у подальшому знаходять безпосереднє теоретичне і практичне застосування у загальнотехнічних і спеціальних дисциплінах, що вивчаються у Луцькому національному технічному університеті.

Даний навчально-методичний посібник складено з метою допомоги студентам освітньої програми «Агроінженерія» денної та заочної форм навчання при підготовці до занять, контрольних робіт, модульного контролю, захисту розрахункових робіт, заліків та іспитів з опору матеріалів механіки.

Основні поняття

Опір матеріалів – це наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів машин і споруд.

Міцність – здатність конструкцій витримувати певне навантаження, не руйнуючись.

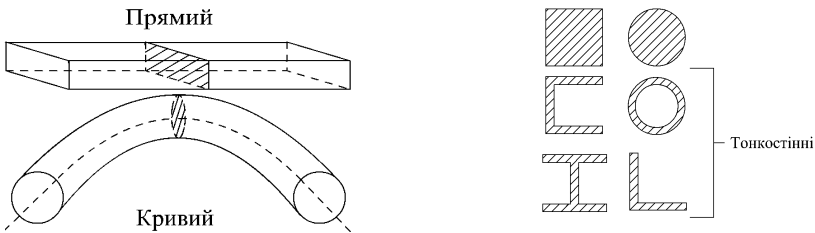
Жорсткість – здатність конструкцій чинити опір деформуванню. Деформації не повинні перевищувати певну величину.

Стійкість – здатність конструкцій зберігати початкову форму.

Конструкція повинна задовольняти усім цим вимогам. Тоді вона буде надійною в експлуатації. Проектування повинно бути раціональним і оптимальним. Зайва вага спричиняє збільшення навантаження (у тому числі за рахунок інерційних сил), зайвий розхід матеріалу, підвищення вартості.

Деталі мають складну форму, але їх можна розкласти на прості елементи. Найбільш поширені із них є:

а) **стрижень** – тіло, у якого один розмір значно більший двох інших.

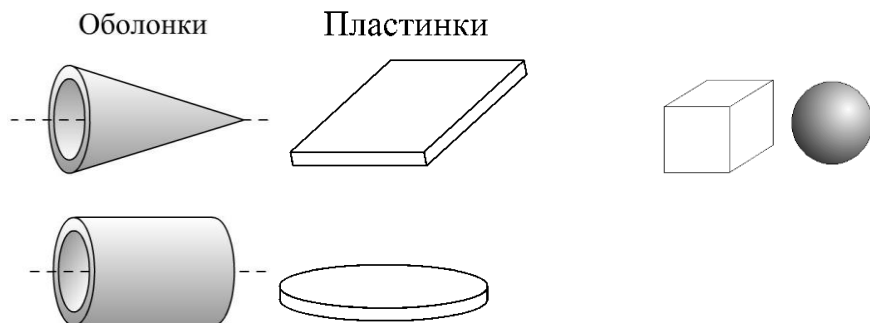


Стрижні можуть бути зі сталим і змінним поперечним перерізом. Якщо стрижень має суцільний, не тонкостінний переріз, його називають **брусом**.

б) **Пластинки і оболонки** – тіла, обмежені двома поверхнями, що знаходяться на невеликій відстані одна від іншої.

Поверхня що проходить через середину їх товщини називається **серединою**. В пластинках серединна поверхня є площиною, а в оболонках – кривою поверхнею.

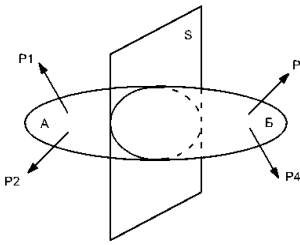
в) **Масивні тіла (масиви)** – тіла, у яких усі розміри одного порядку.



Гіпотези науки про опір матеріалів

1. Гіпотеза про суцільність: матеріал суцільно заповнює форму тіла.
2. Гіпотеза про однорідність: в будь-якій точці тіла властивості матеріалу однакові
3. Гіпотеза про ізотропність: в будь-якому напрямку властивості матеріалу однакові.
4. Гіпотеза про ідеальну пружність тіла: після навантаження і розвантаження залишкові деформації відсутні..
5. Гіпотеза про малість деформацій тіла: деформації малі порівняно з розмірами тіла.
6. Принцип суперпозиції (принцип незалежності і складання дій сил): результат дії на конструкцію системи сил дорівнює сумі результатів дій кожної сили окремо і не залежить від порядку прикладання сил.
7. Гіпотеза плоских перерізів (гіпотеза Бернуллі): поперечні перерізи бруса, плоскі до прикладання навантаження, залишаються плоскими і при дії навантаження.

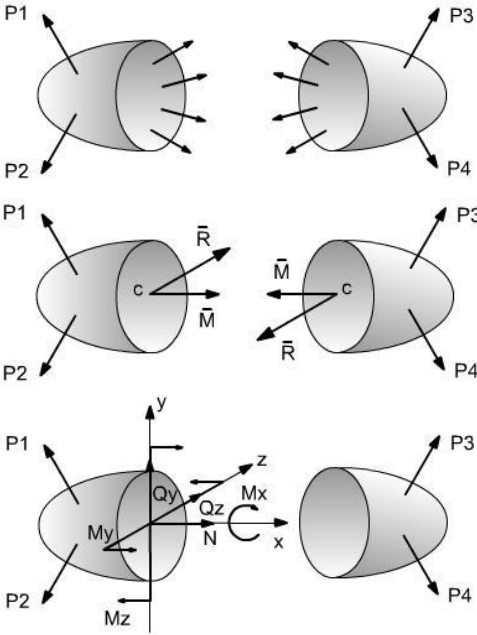
Внутрішні сили. Метод перерізів



Внутрішні сили – сили взаємодії між частинами твердого тіла. Вони існують і в не навантаженому тілі. Під час навантаження виникають. Для визначення внутрішніх сил використовують метод перерізів.

Порядок визначення внутрішніх сил наступний:

1. Розріжемо умовно тіло площиною S на дві частини. Дію однієї частини на іншу замінимо системою внутрішніх сил, розподілених по площі перерізу. В перерізах кожної частини діють сили рівні за величиною і протилежні за напрямом.



2. Системи внутрішніх сил приведемо до однієї точки – центра ваги перерізу C . В результаті одержимо головний вектор \vec{R} ; головний момент внутрішніх сил \vec{M} .

3. Спроектуємо головний вектор і головний момент на осі координат.

Одержимо наступні проекції:

Q_z, Q_y – поперечні сили; N – поздовжня сила;

M_z, M_y – згинальні моменти;

$M_x \cdot (M_{кр})$ – крутний момент;

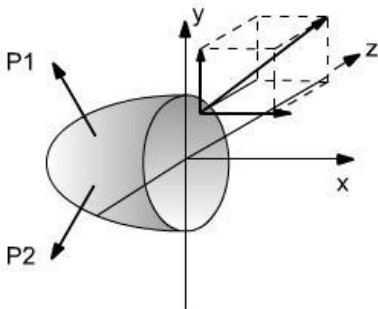
Проекції сил і моментів називають **внутрішніми силовими факторами**, або **внутрішніми зусиллями**.

4. Для визначення внутрішніх силових факторів потрібно записати рівняння рівноваги для однієї з частин тіла.

dR - внутрішня сила, що діє на площадку dA ;
 dQ_y, dQ_z, dN - проекції сили dR на осі координат;
 dQ_y, dQ_z - поперечні сили;
 dN - поздовжня (нормальна) сила.

Поняття про напруження

Напруження- це міра інтенсивності внутрішніх сил.



Повне напруження – в т.А перерізу – це внутрішнє зусилля, що діє на одиницю площі перерізу:

$$\vec{p} = \frac{d\vec{R}}{dA}, \quad \vec{p} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}.$$

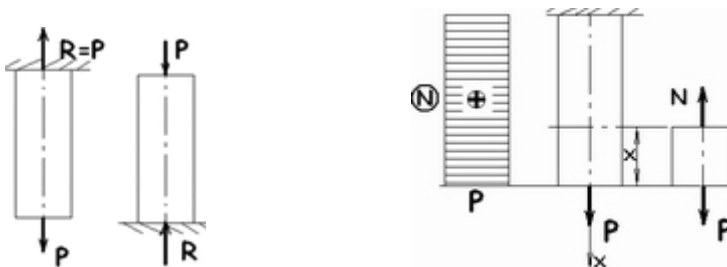
Тут $\vec{\sigma}$ – **нормальне напруження** (перпендикулярне до перерізу), $\vec{\tau}$ – **дотичне напруження** (лежать в площині перерізу).

Напруження визначаються у

$$\frac{H}{m^2} = Па; \quad \frac{MH}{m^2} = МПа; \quad \frac{H}{mm^2} = МПа.$$

Розтяг і стиск

Центральний розтяг (стиск) має місце тоді, коли рівнодійна навантаження напрямлена вздовж осі стрижня. При розтягу (стиску) стрижня в поперечних перерізах діє один внутрішній силовий фактор-поздовжня сила N .



Графік, що показує зміну внутрішніх сил при переході від одного до другого поперечного перерізу називається **епюрою**. Величина зусилля відкладається в якомусь масштабі у вигляді відрізків, перпендикулярних до осі стрижня. Внутрішня **поздовжня сила N** у довільному поперечному перерізі дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь стрижня усіх зовнішніх сил, взятих по одну сторону від перерізу. Сили розтягу (напрявлені від перерізу) вважають **додатними**, сили стиску (напрявлені до перерізу) – **від'ємними**.

Напруження при розтягу (стиску)

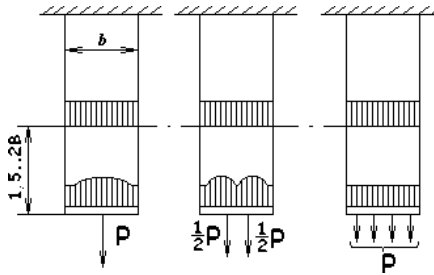
Поздовжня сила N є рівнодійною внутрішніх сил, розподілених по площі поперечного перерізу. Звідси:

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

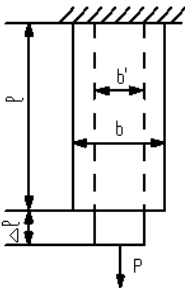
Одиниці вимірювань $\frac{H}{m^2}$ (Па); $\frac{kH}{m^2}$ (кПа); $\frac{MH}{m^2}$ (МПа).

Розтягувальні нормальні напруження – додатні, а стискувальні – від'ємні.

Принцип Сен-Венана: якщо тіло навантажують еквівалентними системами сил, то в поперечних перерізах, досить віддалених від місць прикладання сил, напруження мало залежить від способу навантаження.



Деформації при розтягу (стиску)



Δl - абсолютне видовження (укорочення)

стрижня; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ - відносне видовження

(відносна поздовжня деформація);

$\varepsilon' = \frac{b' - b}{b} = \frac{\Delta b}{b}$ -- відносне звуження (відносна

поперечна деформація);

$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$ - коефіцієнт Пуассона.

Для різних матеріалів $\mu = 0..0,5$. Для сталей $\mu \approx 0,3$.

Закон Гука

При розтягу(стиску) відносна лінійна деформація ε пропорційна напруженню σ : $\sigma = E\varepsilon$.

Коефіцієнт пропорційності E - модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга).

Сталь - $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; Мідь - $E = 1 \cdot 10^5$ МПа;

Алюміній - $E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа.

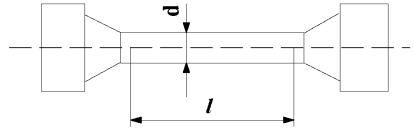
Підставимо $\sigma = \frac{N}{A}$, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ в формулу (2), отримаємо

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

Ця формула називається **законом Гука** для абсолютних деформацій. Вона справедлива для стрижня або ділянок стрижня, у яких $N = \text{const}$ і $A = \text{const}$. Величину EA називають жорсткістю поперечного перерізу, EA/l - жорсткістю стрижня.

Діаграма розтягу. Механічні характеристики матеріалу

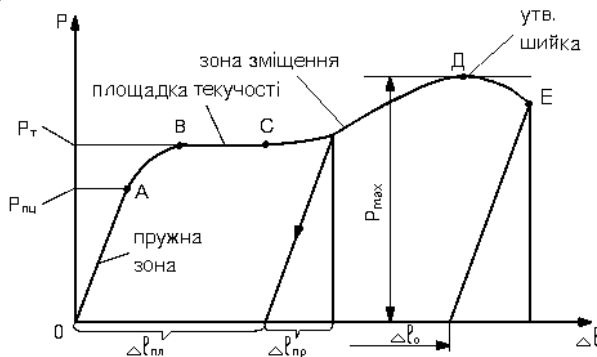
Для визначення механічних властивостей матеріалу його випробовують на спеціальних машинах. Найбільш поширене випробовування на розтяг на розривних машинах. Для цього з матеріалу виготовляють зразки: довгий зразок: $l = 10d$; $l = 11,3\sqrt{A}$; короткий зразок: $l = 5d$; $l = 5,66\sqrt{A}$.



Графік залежності між розтягувальною силою P і видовженням зразка Δl називається **діаграмою розтягу**.

Вигляд цієї діаграми залежить не тільки від властивостей матеріалу, а й від розмірів випробуваного зразка. Тому початкову діаграму розтягу перебудовують у координатах σ - ϵ

Характерні ділянки діаграми:



OA – пружна ділянка: деформація повністю зникає після розвантаження, існує пропорційна залежність між напруженням і деформацією, тобто справедливий закон Гука;

AB – перехідна ділянка: поряд з пружною виникає пластична (залишкова) деформація;

BC – площадка текучості: матеріал пластично деформується при постійному навантаженні;

CD – ділянка зміцнення: опір матеріалу зростає;

$$\delta = \Delta l_0 / l \cdot 100\% .$$

Відносне залишкове звуження після розриву ψ – відношення в процентах абсолютного зменшення площі поперечного перерізу в шийці до початкової площі.

$$\Psi = \frac{F_0 - F_{ш}}{F_0} \cdot 100\% ,$$

F_0 – початкова площа

$F_{ш}$ – площа в шийці.

Для конструкційних сталей

$$\delta = 8...20\% ; \psi \leq 60\% .$$

Матеріали, для яких $\delta < 5\%$, вважають **крижкими**, а для яких $\delta > 5\%$ – **пластичними**.

Пластичні матеріали руйнуються після великих пластичних деформацій. У крижких пластичні деформації при руйнуванні незначно перевищують пружні деформації.

Розрахунок на міцність при розтягу (стиску)

Небезпечні (граничні) напруження: σ^0 ;

для пластичних матеріалів – $\sigma^0 = \sigma_T$;

для крижких матеріалів – $\sigma^0 = \sigma_s$.

$$\text{Допустиме напруження } [\sigma] = \frac{\sigma^0}{n} ,$$

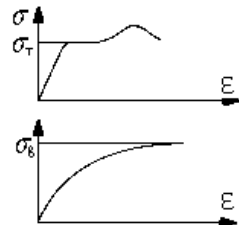
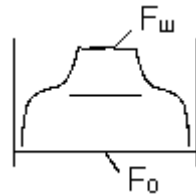
де n – коефіцієнт запасу міцності.

Коефіцієнт запасу міцності показує,

в скільки разів допустиме напруження менше небезпечного.

На вибір n впливають наступні фактори:

- 1) стан матеріалу (пластичний, крижкий, неоднорідний і т.д.);
- 2) вид навантаження (статичне, динамічне);
- 3) неточність визначення зовнішнього навантаження;
- 4) наближення розрахункових схем і розрахункових формул;
- 5) відповідальність конструкції (які наслідки після руйнування).



Для пластичних матеріалів: $[\sigma] = \sigma_T / n_T$. Коефіцієнт запасу відносно границі текучості $n_T = 1,4 \dots 1,6$ (в машинобудуванні $n_T = 1,5$).

У деяких випадках допустиме напруження обчислюють за формулою $[\sigma] = \sigma_a / n_a$. Коефіцієнт запасу відносно границі міцності $n_e = 2,4 \dots 2,6$ (в машинобудуванні $n_e = 2,4$; в енергомашинобудуванні – $n_e = 2,6$).

Для крихких матеріалів: $[\sigma] = \sigma_a / n_a$; $n_e = 2,5 \dots 3,0$.

Для пластичних матеріалів допустимі напруження на розтяг і стиск однакові, $[\sigma_p] = [\sigma_c]$

Для крихких матеріалів $[\sigma_c] > [\sigma_p]$.

Умова міцності:

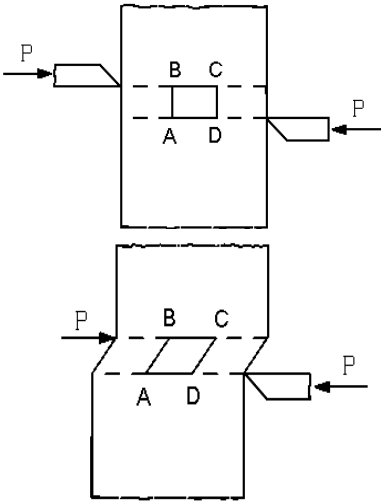
$$|\sigma_{\max}| = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma]$$

Умова жорсткості:

$$\Delta \ell = \sum \frac{N \ell}{EA} \leq [\Delta \ell]$$

$[\Delta \ell]$ – допустима величина зміни розмірів.

Зсув



Зсув виникає тоді, коли зовнішні сили зміщують два паралельних плоских перерізи один відносно другого при незмінній відстані між ними.

З шести внутрішніх силових факторів, що можуть діяти в перерізах стрижня, при зсуві відрізняються від нуля тільки поперечні сили Q_y і Q_z . Використовуючи метод перерізів маємо $Q = P$, де Q – рівнодійна поперечних сил.

Напруження при зсуві

Розглянемо поперечний переріз стрижня. На кожен елементарну площадку dA діє сила τdA . Рівнодійна цих сил складає поперечну силу Q . В розрахунках приймають, що дотичні напруження τ розподіляються рівномірно, тоді:

$$Q = \tau A; \tau = Q / A.$$

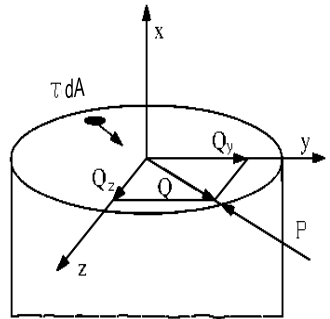
Деформації при зсуві

ΔS – абсолютний зсув; γ - кутова деформація (кут зсуву);

$$tg \gamma = \frac{\Delta S}{a}; tg \gamma \approx \gamma; \gamma = \frac{\Delta S}{a}.$$

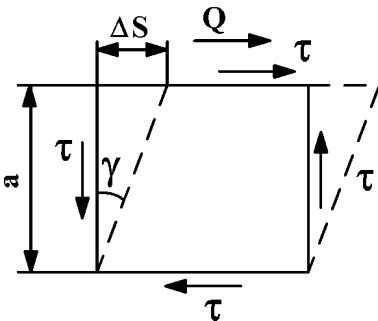
Закон Гука при чистому зсуві

Дотичні напруження пропорційні кутовій деформації,



$$\tau = G \gamma,$$

G – модуль пружності при зсуві (модуль зсуву, модуль пружності 2-Закон Гука можна представити в іншому виді:



$$\Delta S = \frac{Qa}{FG}.$$

Умова міцності

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max}}{F} \leq [\tau].$$

$[\tau] \approx 0,6[\sigma_p]$ – для пластичних матеріалів;

$[\tau] \approx 0,7...0,8[\sigma_p]$ – для крихких матеріалів.

Розрахунок заклепкових з'єднань

Дано: сила P ; товщина листів δ ; кількість заклепок – n .

Обчислити діаметр заклепок.

Розрахунок заклепок на зріз:

$$\tau = \frac{Q}{F} \leq [\tau];$$

$$Q = P; F = \frac{\pi d^2}{4} n;$$

$$\frac{4P}{\pi d^2 n} \leq [\tau].$$

Розрахунок заклепок і листів на зминання (проводять наближено):

$$\sigma_{зм} = \frac{P}{F_{зм}}; F_{зм} = d\delta n; \sigma_{зм} = \frac{P}{d\delta_{\min} n} \leq [\sigma_{зм}]; d \geq \frac{P}{\delta_{\min} [\sigma_{зм}] n};$$

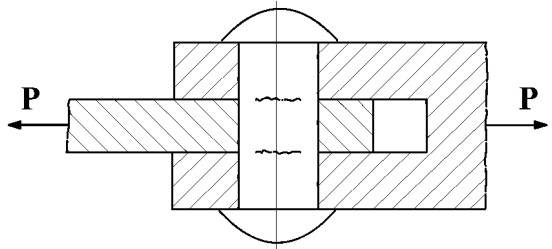
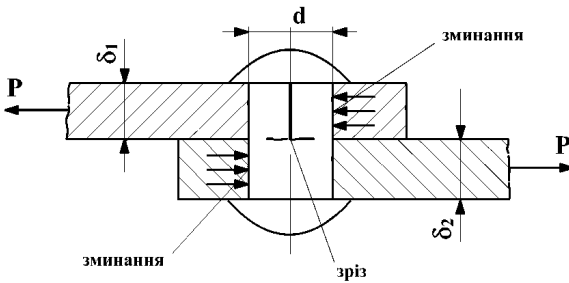
$$[\sigma_{зм}] = (2...2,5)[\sigma_p].$$

З розрахунку на зріз і зминання вибирають більший діаметр.

Якщо заклепки зрізаються по i площинах (на рис. $i=2$), тоді площа зрізу усіх заклепок

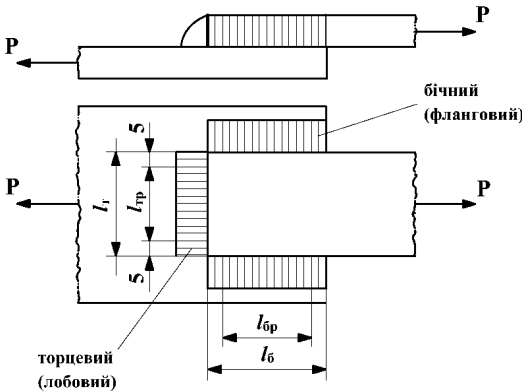
$$F = \frac{\pi d^2}{4} ni, d \geq \sqrt{\frac{4P}{\pi [\tau] ni}}.$$

Розрахунок зварних з'єднань, виконаних кутовими швами

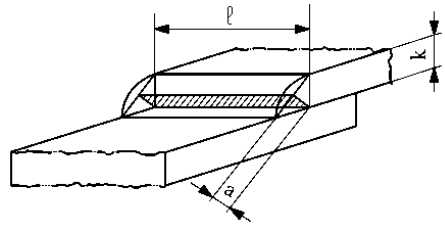


Типи зварних швів: стикові та кутові (валикові). Стикові шви розраховуються на розтяг, а кутові – на зріз.

Розрахунок кутових швів.



Зварні шви бувають **торцеві** (перпендикулярні до напрямку дії сили) та **бічні** (паралельні напрямку дії сили). Вважаючи, що шов зрізається по його мінімальному поперечному перерізу, одержимо розрахункову площу зрізу



$$F = a l_p .$$

$a = k \cos 45^\circ \approx 0,7k$; k – катет

шва. $F = 0,7k l_p$; $l_p = l - 10\text{мм}$,

l_p – розрахункова, а l – фактична довжина шва, 10 мм враховує непровар шва з двох його кінців.

Умова міцності одного шва
$$\tau = \frac{P}{0,7k(l - 10\text{мм})} \leq [\tau_e] ,$$

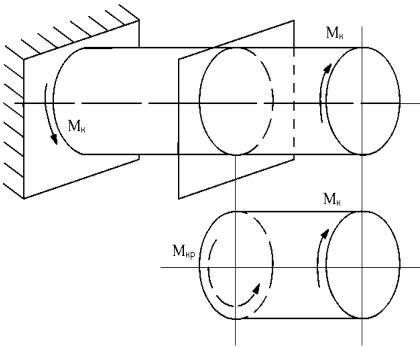
де $[\tau_e]$ - допустиме напруження для зварних швів.

Для випадку , представленою на рисунку

$$\tau = \frac{P}{\sum F} = \frac{P}{0,7k_T(l_T - 10\text{мм}) + 2 \cdot 0,7k_B(l_B - 10\text{мм})} \leq [\tau_e] .$$

Кручення

Кручення – це такий вид деформації стрижня, який спричиняється моментами, що діють в площині, перпендикулярній до його осі.



Методом поперечних перерізів визначаємо, що внутрішній силовий фактор – крутний момент $M_{кр}$. $M_{к1}, M_{к2}, \dots$ – зовнішні моменти; $M_{кр1}, M_{кр2}, \dots$ – внутрішні моменти.

Крутний момент в будь-якому поперечному перерізі дорівнює сумі зовнішніх моментів, взятих по одну сторону від перерізу. Причому $M_{кр}$ вважається додатнім, якщо при спостереженні зі сторони перерізу він повертає частину вала проти годинникової стрілки.

Для побудови епюри розбиваємо вал на ділянки.

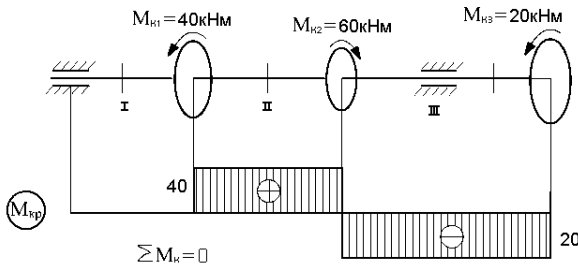
I діл. $M_{крI} = 0$;

II діл. $M_{крII} = M_{к1} = 40 \text{ кНм}$;

III діл. $M_{крIII} = M_{к1} - M_{к2} = -M_{к3} = -20 \text{ кНм}$.

Якщо задано потужність N , Вт на шківі чи шестерні, насаджених на валу, і частоту обертання n , об/хв або кутову швидкість вала ω , с^{-1} , крутний момент можна знайти за

формулами $M_{кр} = 9550 \frac{N}{n} (\text{Нм})$; $M_{кр} = \frac{N}{\omega} (\text{Нм})$.



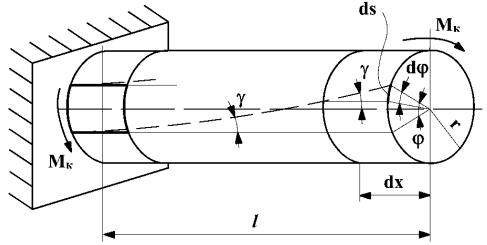
Напруження і деформації при крученні круглих валів

Циліндричний вал навантажено крутним моментом $M_{кр}$. В закріпленні виникає момент реакції опори, рівний $M_{ед}$. Система знаходиться в рівновазі.

При крученні твірна стає спіральною лінією.

φ – кут закручування ;

$\theta = \frac{\varphi}{\ell}$ – відносний кут закручування; γ – кут зсуву.



Закон Гука при крученні: $\theta = \frac{M_{кр}}{GI_p}$,

де GI_p – жорсткість поперечного перерізу при крученні.

$$\varphi = \theta \ell ; \quad \varphi = \frac{M_{кр} \ell}{GI_p} .$$

Напруження при крученні: $\tau = \frac{M_{кр} \rho}{I_p}$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{I_p} r ; \quad \frac{I_p}{r} = W_p - \text{полярний момент опору} ; \quad \tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p}$$

Умова міцності

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau] .$$

$$\text{Суцільний вал: } W_p = \frac{I_p}{d/2} ; I_p = \frac{\pi d^4}{32} ; W_p = \frac{\pi d^3}{16} .$$

Трубчастий (стрижень) вал:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4) ; \quad \alpha = \frac{d_1}{d} ; \quad W_p = \frac{I_p}{d/2} = \frac{\pi d^3}{16} (1 - \alpha^4)$$

Умова жорсткості

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GI\rho} \leq [\theta]_{max}$$

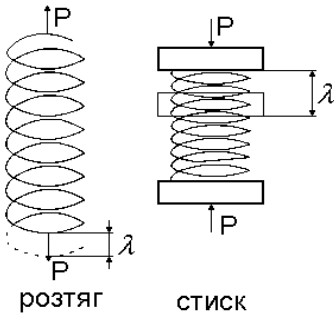
Допустимі відносні кути повороту:

$$[\theta] = 0,3 \frac{град}{м} - \text{статичне навантаження};$$

$$[\theta] = 0,25 \frac{град}{м} - \text{змінне навантаження};$$

$$[\theta] = 0,15 \frac{град}{м} - \text{ударне навантаження}.$$

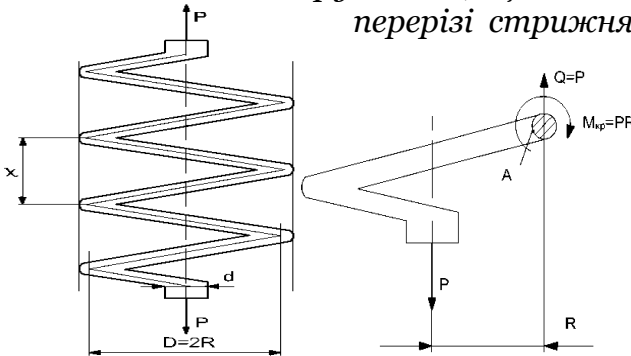
Розрахунок гвинтових циліндричних пружин



Пружини широко використовуються в техніці як елементи амортизації. Виготовляються з сталевого дроту, сталевих стрижнів. Параметри пружини: діаметр пружини $D = 2R$; діаметр дроту d ; крок пружини t ; кількість витків n .

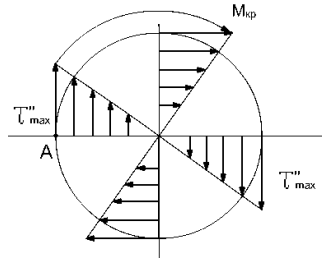
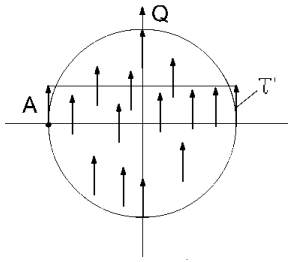
Напруження у пружині

Визначимо напруження, що виникають у поперечному перерізі стрижня пружини. Для цього умовно відріжемо останній виток пружини вертикальною січною площиною, що проходить через вісь пружини, і розглянемо умови рівноваги відрізаного витка.



Для пружин з невеликим кутом нахилу витків ($10...15^\circ$) переріз має форму близьку до круга.

Площина, в якій діє $M_{кр}$ майже перпендикулярна до осі стрижня. Тому можна вважати, що момент $M_{кр}$ викликає лише кручення стрижня.



Згином можна знехтувати. Крім того, сила P намагається зрізати стрижень. Таким чином, в поперечному перерізі діє поперечна сила $Q=P$ і крутний момент $M_{кр}=PR$.

У перерізі діють дві групи дотичних напружень τ' та τ'' , спричинені поперечною силою і крутним моментом:

$$\tau' = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2}; \quad \tau''_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p} = \frac{16PR}{\pi d^3}.$$

В точці А. $\tau_{\max} = \tau' + \tau''_{\max}$, або

$$\tau_{\max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{16PR}{\pi d^3} = \frac{16PR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right).$$

Умова міцності

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right) \leq [\tau].$$

Для загартованої пружинної сталі

$$[\tau] = 500 \text{ МПа} \quad d \leq 6 \text{ мм}$$

$$[\tau] = 400 \text{ МПа} \quad d = 10 \text{ мм}$$

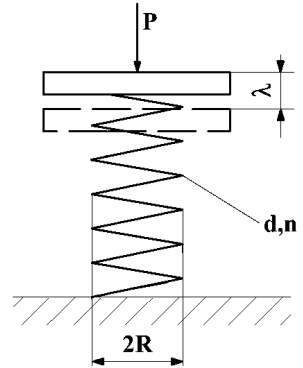
$$[\tau] = 350 \text{ МПа} \quad d = 12 \text{ мм}$$

Оскільки для більшості пружин $d / 4R \ll 1$, то умову міцності можна записати:

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi d^3} \leq [\tau].$$

Тобто вважають, що стрижень працює тільки на кручення, а зрізом нехтують.

Потужні гвинтові ресори, що використовуються в залізничному транспорті, розраховуються за формулою, що враховує і зріз.



Досвід показує, що перші тріщини утворюються на внутрішній поверхні витка (в т. А), де діють τ_{\max} .

Осадка (видовження) пружини

Якщо враховувати деформацію дроту лише від кручення, то осадка пружини визначатиметься:

$$\lambda = \frac{64PR^3n}{Gd^4}.$$

Умова жорсткості

$$\lambda = \frac{64PR^3n}{Gd^4} \leq [\lambda].$$

Згин

Багато деталей машин працює на згин (вали, осі, важелі, балки перекриття, кранів тощо). **Балка** – прямолінійний стержень, що працює на згин.

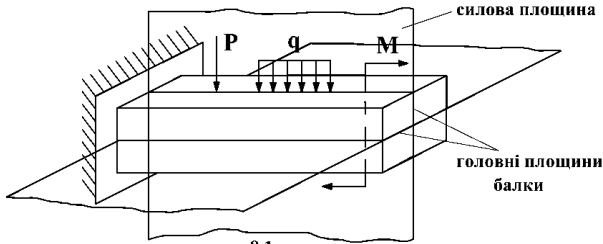


рис. 8.1.

Площини, що проходять через головні центральні осі інерції поперечних перерізів балки, називають **головними**.

Згин, при якому всі сили лежать в одній площині, що збігається з однією з головних площин балки, називається **плоским згином**.

На розрахунковій схемі балку заміняють віссю.

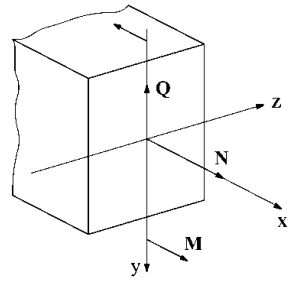
Поперечні сили і згинальні моменти

При плоскому згині внутрішні сили:

$Q_y = Q$ – поперечна сила;

$M_z = M$ – згинальний момент.

Поперечна сила в будь-якому перерізі балки дорівнює сумі проєкцій на вісь Y усіх зовнішніх сил (включаючи реакції опор), що діють з однієї сторони від перерізу. При цьому сили, що намагаються повернути розглядувану частину балки відносно перерізу за годинниковою стрілкою, беруться зі знаком **плюс**, проти годинникової стрілки – зі знаком **мінус**.



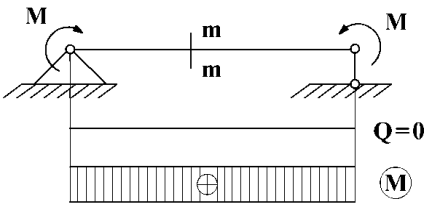
Згинальний момент в перерізі балки дорівнює сумі моментів відносно перерізу всіх зовнішніх сил, що діють з однієї сторони від перерізу. Моменти, що намагаються зігнути балку вгору (стискають верхні волокна), беруться зі знаком **плюс**. Моменти, що намагаються зігнути балку вниз

(стискають нижні волокна), беруться зі знаком **мінус**. Тобто епюра моментів будується зі сторони стиснутих волокон.

При згині частина волокон перерізу балки стискаються, частина — розтягується. Геометричне місце точок, що не змінюють своєї довжини називаються **нейтральним шаром**.

Нормальні напруження при згині прямого стрижня

Розглянемо випадок, коли в поперечних перерізах діє тільки згинальний момент M , а поперечна сила відсутня: $Q = 0$.



Формула Нав'є:

$$\sigma = \frac{M}{I_z}$$

де I_z — осьовий момент перерізу.

За формулою Нав'є напруження по висоті перерізу змінюються

за лінійним законом і досягають максимальних значень у

крайніх волокнах: $\sigma_{\max} = \frac{M y_{\max}}{I_z} = \frac{M}{W}$.

Величина $I_z / y_{\max} = W$ - момент опору перерізу.

Дотичні напруження при згинанні

Наявність дотичних напружень τ при згині зумовлює поперечна сила Q . Ці напруження визначаються за формулою **Журавського**:

$$\tau = \frac{QS_z(y)}{I_z b}$$

Тут $S_z(y)$ — статичний момент відсіченої частини перерізу.

Розрахунок на міцність при згині

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma] \text{ — у крайніх точках перерізу.}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{z \max}}{I_z b} \leq [\tau] \text{ — біля нейтрального шару.}$$

Складний опір

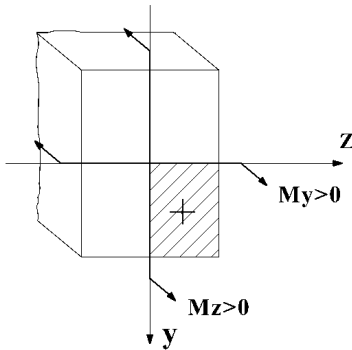
Розтяг, стиск, кручення, згин спричиняються простими видами навантаження. **Складне навантаження** – це комбінація простих видів навантаження.

Опір матеріалів дії різних комбінацій простих навантажень називається **складним**.

Види складного опору:

1. Косий і складний згин.
2. Згин з розтягом (стиском).
3. Позацентричний розтяг (стиск).
4. Згин з крученням.

Для визначення напружень використовують принцип суперпозиції: напруження при складному опорі представляють як суму напружень, спричинених кожним видом простого навантаження окремо.



При обчисленні напружень використовують наступне правило знаків для згинальних моментів: згинальний момент будемо вважати додатним, якщо він викликає в точці першого квадранта розтягуювальні

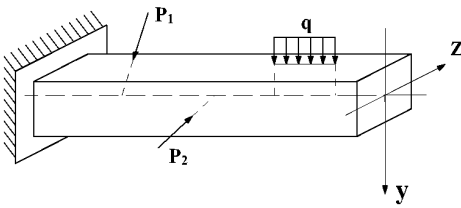
напруження.

Косий і складний згин

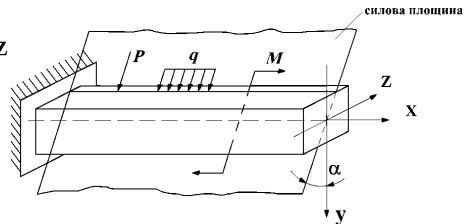
Згин, при якому всі зусилля діють в одній площині, що проходить через вісь балки, але не збігається з головними площинами балки, називається **косим**.

Складний згин створюється силами і моментами, що діють в різних площинах, які проходять через вісь балки.

Оскільки при складному згині вісь балки не є плоскою кривою, цей згин називається ще **неплоским** або **просторовим**.



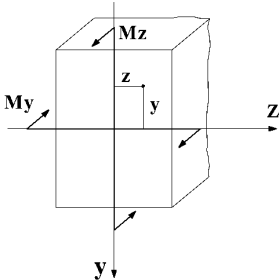
складний згин



косий згин

Напруження при косому і складному згині.

В кожній із головних площин будемо еюри згинальних моментів M_Y, M_Z . Нормальні напруження в точці з координатами Y, Z в будь-якому перерізі визначаємо як суму напружень, спричинених моментами M_Y, M_Z , що діють в цьому перерізі:



$$\sigma = \frac{M_Z}{I_Z} Y + \frac{M_Y}{I_Y} Z .$$

Величина M_Z і M_Y визначається за еюрами. Напрямок дії моментів в перерізі визначаються по розміщенні еюр, які будуються на стиснутих волокнах. У формулі для визначення напружень M_Z, M_Y, y, z підставляються зі своїми знаками.

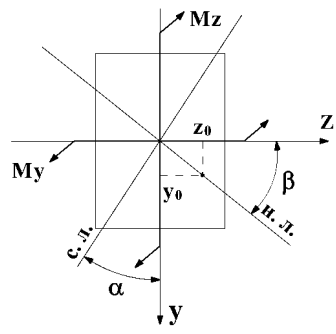
Положення нейтральної лінії

Геометричне місце точок, де напруження рівні нулю називається **нейтральною лінією перерізу**.

Положення нейтральної лінії визначається:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Y_0}{Z_0} = -\frac{M_Y}{M_Z} \frac{I_Z}{I_Y} = -\operatorname{tg} \alpha \frac{I_Z}{I_Y} .$$

Нейтральна лінія проходить через центр перерізу і повернута на $\angle \beta$ відносно осі Z в ту ж сторону, в яку силова лінія повернута відносно осі Y на кут α .



В загальному випадку нейтральна лінія не перпендикулярна до силової лінії. Тільки для поперечних

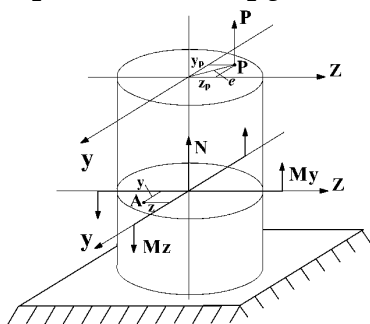
перерізів, у яких I_z , I_y (квадрат, круг), нейтральна лінія перпендикулярна до силової лінії ($\alpha = \beta$).

Умова міцності при косому згині

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma].$$

Позацентровий розтяг (стиск) прямого бруса

Позацентровий розтяг (стиск) має місце тоді, коли брус розтягується (стискується) силами, рівнодійна яких паралельна осі бруса, але не збігається з віссю.



Точка прикладання рівнодійної осевих сил називається полюсом сили і позначається P .

Y_P, Z_P – координати полюса;

e – ексцентриситет.

У будь-якому перерізі бруса діють:

$$N = P; \quad M_y = PZ_P; \quad M_z = PY_P.$$

Напруження в точці A з координатами Y, Z визначаються:

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{PY_P}{I_z} Y + \frac{PZ_P}{I_y} Z,$$

де сила і координати підставляються зі своїми знаками.

Останню формулу можна представити у іншому вигляді:

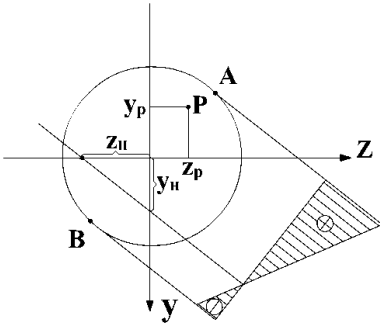
$$\sigma = \frac{P}{\bar{A}} \left(1 + \frac{Y_P}{i_z^2} Y + \frac{Z_P}{i_y^2} Z \right),$$

де $i_z = \sqrt{I_z / \bar{A}}$; $i_y = \sqrt{I_y / \bar{A}}$ – радіуси інерції.

Рівняння нейтральної лінії

$$1 + \frac{Y_P}{i_z^2} Y_0 + \frac{Z_P}{i_y^2} Z_0 = 0$$

Положення нейтральної лінії в перерізі будемо встановлювати за допомогою відрізків, які вона відсікає на осях координат Y, Z . Для їх визначення підставимо в рівняння по черзі $Y_0=0, Z_0=0$. Одержимо:



$$Z_H = -\frac{i_Y^2}{Y_P}; ; Y_H = -\frac{i_Z^2}{Y_P}.$$

Розрахунок на міцність

Небезпечні точки – найбільш віддалені від нейтральної лінії.

Умови міцності:

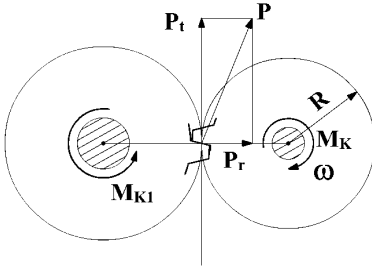
$$\sigma_{\max}^+ = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{Z_P}{i_Y^2} Z_A + \frac{Y_P}{i_Z^2} Y_A \right) \leq [\sigma_P]$$

$$|\sigma_{\min}^-| = \left| \frac{P}{F} \left(1 + \frac{Z_P}{i_Y^2} Z_B + \frac{Y_P}{i_Z^2} Y_B \right) \right| \leq [\sigma_C]$$

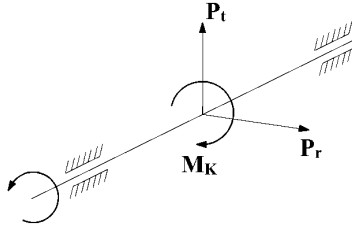
Згин з крученням

На згин з крученням працюють вали, стрижні просторових рам тощо.

Зубчаста передача

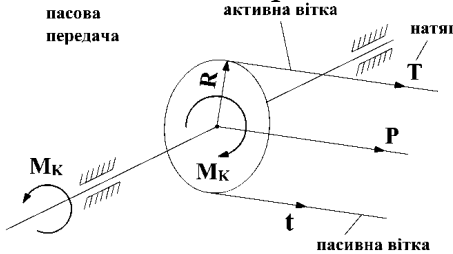


Розрахункова схема вала

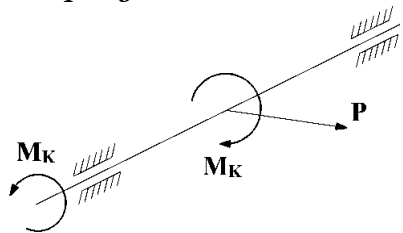


Крутний момент $M_k = N / \omega$ кНм, де N – потужність у Вт, ω – кутова швидкість в c^{-1} ; колова сила $P_t = M_k / R$; радіальна сила $P_2 = P_t \alpha$; $\alpha = 20^\circ$.

Пасова передача



Розрахункова схема вала



Сила, що діє на вал $P=T+t$, де T, t – сили натягу віток паса. Крутний момент $M_K = (T - t) \cdot R$; $T = 2t$.

При згині з крученням в поперечних перерізах вала виникають силові фактори:

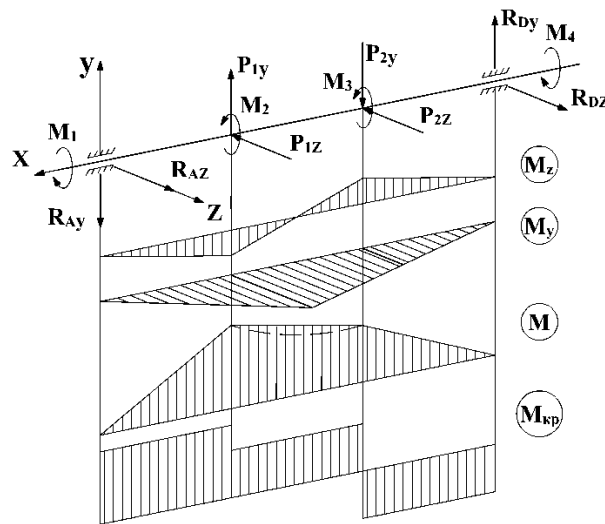
$M_Z, M_Y, M_{KP}, Q_Y, Q_Z$. Діями Q_Y, Q_Z нехтуємо.

Розрахунок на згин з крученням круглих валів

1. Проектуємо всі сили на площини XY, XZ .

2. Будуємо епюри згинальних моментів M_Z, M_Y .

3. В перерізах вала, в яких на епюрах M_Z, M_Y є переломи, визначають сумарні згинальні моменти. $M = \sqrt{M_Y^2 + M_Z^2}$.



Будуємо епюру M . Величини M відкладаємо в одній площині по одну сторону від осі. Точки з'єднуємо прямими.

4. Будуємо епюру крутного моменту M_{KP} .

5. За епюрами M і M_{KP} встановлюємо небезпечні перерізи

6. Визначаємо максимальні напруження в небезпечних

перерізах і розраховуємо вал на міцність:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} = \frac{\sqrt{M_Y^2 + M_Z^2}}{W}; \quad W = \frac{\pi d^3}{32}; \quad \tau_{\max} = \frac{M_{KP}}{W_P}; \quad W_P = \frac{\pi d^3}{16}.$$

7. Визначаємо еквівалентні напруження:

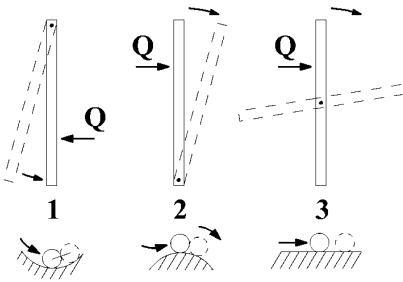
$$\sigma_{\text{еквIII}} = \frac{\sqrt{M_{KP}^2 + M_Z^2 + M_Y^2}}{W} \quad \text{або} \quad \sigma_{\text{еквIV}} = \frac{\sqrt{M_Y^2 + M_Z^2 + 0,75M_{KP}^2}}{W}.$$

Загальний вираз умови міцності для всіх теорій:

$$\sigma_{\text{екв}} = \frac{M_{\text{зб}}}{W} \leq [\sigma], \quad \text{де } W - \text{осьовий момент опору } W = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Стійкість стиснутих стрижнів

Рівновага твердого тіла буває **стійкою** (випадок 1), **нестійкою** (випадок 2) і **байдужою** (випадок 3):



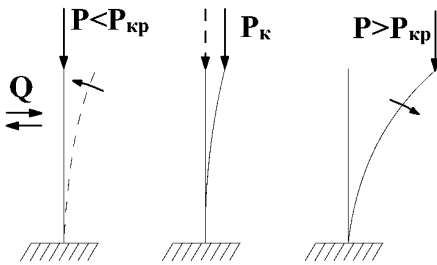
1. Стрижень або кулька, виведені боковою силою зі стану рівноваги, повертаються у початкове положення – стійка рівновага.

2. Стрижень і кулька продовжують відхилятися від початкового положення – нестійка рівновага.

3. Стержень або кулька можуть займати довільне положення рівноваги – байдужа рівновага.

З аналогічними випадками рівноваги зустрічаються при дії стискувальних сил на тверді тіла, що здатні деформуватися.

Пружна рівновага деформованого тіла є **стійкою**, коли після довільно малого відхилення від стану рівноваги тіло намагається повернутися у початковий стан.



Пружна рівновага є **нестійкою**, коли тіло продовжує деформуватися у напрямку наданого йому відхилення.

Між стійким і нестійким станом рівноваги існує перехідний, так званий **критичний** стан, у якому тіло може зберігати і початкову форму рівноваги і відхилятися від неї. Йому відповідає значення сили $P_{кр}$.

При $P < P_{кр}$ – стійка прямолінійна форма тіла. Стрижень, відхилений від вертикального положення силою Q , повертається до нього, якщо силу Q усунути.

При $P = P_{кр}$ – байдужий стан. Стрижень, виведений із прямолінійної форми, може повернутися до неї, але може

також залишитися злегка зігнутим, коли сила Q перестане діяти.

При $P > P_{кр}$ – прямолінійна форма рівноваги не зберігається, стержень набуває нової криволінійної форми рівноваги або руйнується.

Найменша стискувальна сила, при якій прямолінійна форма рівноваги стає нестійкою, називається **критичною**.

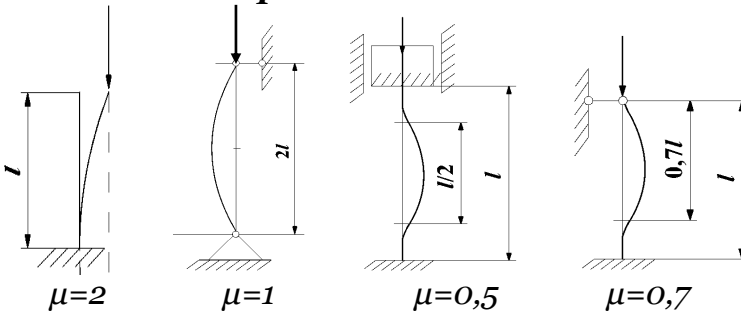
При $P = P_{кр}$ напруження в стержні менші границі текучості $\sigma_{0,2}$ і тим більше границі міцності σ_v , але досягання $P = P_{кр}$ рівносильне руйнуванню конструкції, яке відбувається раптово без попередніх ознак і тому є небезпечним, оскільки немає можливостей прийняти запобіжні заходи.

Згин стержня, що відбувається після втрати стійкості його прямолінійної форми під дією осевих стискувальних сил, називається **поздовжнім згином**.

Формула Ейлера для визначення критичної сили

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu \ell)^2}$$

Вплив умов закріплення стержня на величину критичної сили



Критичні напруження

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu \cdot \ell)^2}$$

де A – площа поперечного перерізу стержня. Враховуючи що $\frac{I_{min}}{F} = i_{min}^2$, де i_{min} – мінімальний радіус інерції перерізу стержня, одержимо

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

де $\lambda = \frac{v \cdot \ell}{i_{\min}}$ — гнучкість стрижня.

За однакових умов закріплення кінців стрижня в обох головних площинах інерції при обчисленні λ потрібно брати i_{\min} . У випадку різних умов закріплення визначається два значення λ і розрахунок на стійкість проводиться за λ_{\max} .

Щоб забезпечити високу стійкість заданого стрижня, його поперечний переріз необхідно розташовувати відносно осей y, z так, щоб різниця між гнучкостями в обох площинах була найменша.

Межі придатності формули Ейлера

Формула Ейлера справедлива в межах дії закону Гука тобто, коли $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц}$, де $\sigma_{пц}$ — межа пропорційності матеріалу. Тому: $\lambda \geq \sqrt{\pi^2 E / \sigma_{пц}}$. Введемо поняття граничного

значення гнучкості: $\lambda_{ГР} = \sqrt{\pi^2 E / \sigma_{пц}}$. Остаточню отримаємо умову придатності формули Ейлера:

$$\lambda \geq \lambda_{ГР}.$$

Формула Ейлера придатна для стрижнів, гнучкість яких більша граничного значення. Для мало вуглецевої сталі

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \sigma_{пц} = 200 \text{ МПа}; \lambda_{ГР} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{200}} \approx 100.$$

Розрахунок на стійкість за формулами Ейлера

Умова стійкості: $\sigma = \frac{P}{A} \leq [\sigma_{СТ}]$.

Допустиме напруження на стійкість $[\sigma]_{СТ} = \frac{\sigma_{КР}}{n_{СТ}}$;

допустиме напруження на стиск, яке називають **основним**

допустимим напруженням, $[\sigma]_С = \frac{\sigma_T}{n_T}$.

Залежність між допустимими напруженнями:

$$[\sigma_{СТ}] = \varphi [\sigma_С].$$

Величину $\varphi < 1$ називають **коефіцієнтом зниження основного допустимого напруження** або **коефіцієнтом поздовжнього згину**.

Коефіцієнт φ залежить від матеріалу і гнучкості стрижня. Його значення наведені в таблицях.

Умова стійкості приймає вигляд

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi [\sigma_c]$$

Гнучкість стрижня залежить від поперечного перерізу на всій довжині стрижня і тому місцеві послаблення (отвори, вирізи і т.д.) на стійкість стрижня в цілому не впливають. Тому в формулі використовується площа «брутто»

Перевірний розрахунок. Задано: розміри і форма поперечного перерізу, сила P , умови закріплення кінців стрижня. Перевірити на стійкість.

1. Визначаємо I_{\min} , A , $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$, $\lambda = \frac{\nu \cdot \ell}{i_{\min}}$.

2. За таблицями в залежності від матеріалу і λ знаходимо φ , а також σ_T .

Для даного матеріалу обчислюємо $[\sigma_c]$.

3. Перевіряємо виконання умови $\sigma = \frac{P}{A} \leq \varphi [\sigma_c]$

Проектувальний розрахунок. Задано: навантаження P , довжина стрижня ℓ , форма перерізу, матеріал, умови закріплення. Підібрати поперечний переріз.

Оскільки φ залежить від розмірів поперечного перерізу, які ще невідомі, використовуємо метод послідовних наближень.

1) Задаємося значенням $\varphi_1 = 0,5 \dots 0,6$

2) З умови стійкості визначаємо $A \geq \frac{P}{\varphi_1 [\sigma_c]}$.

Підбираємо переріз з необхідним профілем і визначаємо для нього i_{\min} і розраховуємо

$$\lambda = \frac{v \cdot \ell}{i_{\min}}$$

3) За λ визначаємо φ'_1 для підбраного профілю.

4) Якщо φ'_1 відрізняється від φ_1 , визначаємо $\varphi_2 = \frac{\varphi'_1 + \varphi_1}{2}$.

5) Знову підбираємо A , визначаємо фактичне значення φ'_2 .

6) Якщо φ'_2 відрізняється від φ_2 знаходимо $\varphi_3 = \frac{\varphi'_2 + \varphi_2}{2}$.

Як правило, після 2-3 спроб досягаємо, що $\varphi_n = \varphi'_n$.
Допускається відхилення 5%. Профіль підбрано.

Питання для самоконтролю

1. Які предмет і завдання опору матеріалів?
2. Перерахуйте основні гіпотези опору матеріалів.
3. Опишіть суть методу перерізів.
4. Що таке напруження?
5. Які внутрішні сили виникають при розтязі?
6. Яка умова міцності при розтязі?
7. Що описує закон Гука при розтязі-стиску?
8. Яке призначення діаграми розтягу?
9. Які є механічні характеристики матеріалу?
10. Коли виникає деформація згину?
11. Як визначається згинальний момент та поперечна сила?
12. Для чого призначена формула Нав'є?
13. Що можна визначити з формули Журавського?
14. Як відбувається розрахунок балки на міцність?
15. Що таке деформація зсуву?
16. Як записується закон Гука при зсуві?
17. Як здійснюється практичний розрахунок заклепових і болтових з'єднань на зсув?
18. Які є види зварних швів?
19. Як відбувається практичний розрахунок зварних з'єднань на зсув?
20. Що таке кручення?
21. Як визначається крутний момент?
22. Як розрахувати Напруження та деформації при крученні стрижня круглого поперечного перерізу?
23. Як записується умова міцності та умова?
24. Як визначити напруження у циліндричній гвинтовій пружині при її розтягу чи стиску?
25. Коли виникає деформація позацентрового розтягу-стиску?
26. Як визначити напруження при позацентровому розтязі-стиску?
27. Що таке нейтральна лінія і як визначається її положення?

28. Яка умова міцності при позацентровому розтязі-стиску?
29. Як розподілені сили у точці зчеплення зубчастої передачі?
30. Які сили діють вздовж пасі пасової передачі?
31. Як відбувається розрахунок при згині з крученням?
32. Як розраховуються еквівалентні напруження?
33. Яка умова міцності при згині з крученням?
34. Опишіть поняття стійкої та нестійкої пружної рівноваги.
35. Запишіть формулу Ейлера для визначення критичної сили стиснутих стрижнів.
36. Розкажіть про вплив способів закріплення на величину критичної сили.
37. Як відбувається практичний розрахунок стрижнів на стійкість?

Література

1. *Динамічні задачі в опорі матеріалів* [Навчальний посібник для студентів механічних та матеріалознавчих спеціально-стей] / В.І. Шваб'юк, В.М. Максимович, О.А. Мікуліч, М.І. Морозов. Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2010. 220 с.
2. *Корнілов О. А.* Опір матеріалів. Київ: Лотос, 2000. 551 с.
3. *Мошинський С.І., Примак О.П., Гуртовий О.Г.* Задачі і приклади з опору матеріалів. Навчальний посібник. К.: «Освіта України», 2009. 400 с.
4. *Огородніков В.А.* Опір матеріалів. Розрахунково-графічні завдання з прикладами розрахунків. Частина 1 : Навчальний посібник / В.А. Огородніков, О.В. Грушко, М.І. Побережний. Вінниця : ВНТУ, 2003. 158 с
5. *Огородніков В. А.* Опір матеріалів. Розрахунково-графічні завдання з прикладами розрахунків. Частина 2 : навчальний посібник / В. А. Огородніков, О. В. Грушко, І. Ю. Кириця. Вінниця : ВНТУ, 2011. 146 с.
6. *Огородніков В.А.* Опір матеріалів. Теоретичні відомості і контрольні завдання. / В. А. Огородніков, І. О. Сивак, Г. О. Лебедева; Під загальною редакцією В.А. Огороднікова. Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2004. 75 с.
7. *Ольховий І.М., Стасюк Б.М., Станкевич В .З.* Короткий курс опору матеріалів: Навчальний посібник. Львів: Вид-во «Національний університет "Львівська політехніка"», 2004. 196 с.
8. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.* Опір матеріалів, К., “Вища школа”. 2003.
9. *Шваб'юк В.І.* Опір матеріалів. Навч. посіб. К.: Знання, 2015. 380 с.
10. *Шваб'юк В.І.* Основи опору матеріалів. Навчальний посібник. Луцьк: Вид-во ЛДТУ, 2005. 280 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Механічні характеристики конструкційних сталей

Марка сталі	σ_M	σ_T	τ_T	Відносне вдовження δ , %	Ударна в'язкість КС, кДж/м ²	Границя витривалості, МПа		
	не менше					Згин σ_{-1}	Розтяг-стиск σ_{-1p}	Кручення τ_{-1}
	МПа							
10	340	210	140	31	2400	160-220	120-150	80-120
20	420	250	160	25	-	170-220	120-160	100-130
25	460	280	-	23	900	190-250	-	-
30	500	300	170	21	800	200-270	170-210	110-140
35	540	320	190	20	700	220-300	170-220	130-180
40	580	340	-	10	600	230-320	180-240	140-190
45	610	360	220	16	500	250-340	190-250	150-200
50	640	380	-	14	400	270-350	200-260	160-210
55	660	390	-	13	-	-	-	-
60	690	410	-	12	-	310-380	220-280	180-220
20Г	460	280	-	24	-	-	-	-
30Г	550	320	-	20	800	220-320	-	-
50Г	660	400	-	13	400	290-360	-	-
20Х	800	650	-	11	600	380	-	170-320
40Х	1000	800	-	10	600	350-380	250	225
45Х	1050	850	-	9	500	400-500	-	-
30ХМ	950	750	-	11	800	310-410	370	230
35ХМ	1000	850	-	12	800	470-510	-	-
40ХН	1000	800	390	11	700	400	290	240
50ХН	1100	900	-	9	500	550	-	-
40ХФА	900	750	-	10	900	380-490	-	-
38ХМЮА	1000	850	-	14	900	420-550	-	-
12ХН3А	950	700	400	11	900	390-470	270-320	220-260
20ХН3А	950	750	-	12	1000	430-450	300-320	245-255
30ХН3А	1000	800	-	10	800	520-700	-	320-400
40ХНМА	1000	950	-	12	1000	500-700	-	270-380
30ХГСА	1100	850	-	10	500	510-540	500-535	220-245

Примітка: При використанні сталей за ГОСТ 380-71 необхідно врахувати приблизну відповідність марок: Ст.3 відповідає сталі 20; Ст.4 – сталі 25; Ст.5 – сталі 35; Ст.6 – сталі 45.

Питома вага γ деяких матеріалів

Матеріал	$\gamma, \text{кН/м}^3$	Матеріал	$\gamma, \text{кН/м}^3$
Сталь (СТ 3)	78,5	Сосна, ялина, тополя, осика	5
Чавун	70		
Мідь	88	Дуб, береза, бук клен, ясен, граб	7
Бронза	83		
Дюралюміній	27	Пробка	2,2-2,6
Титан	45	Кладка цегляна	19-20
Сплави манію	18	Кладка кам'яна	20-22
Склопластик	14-19	Бетон	22-24
текстоліт	13-14	Базальт	27-33
Скло органічне	11,8	Пісковик	21-28
Пінопласти	0,2-2,2	СВАМ 1:1	19
Каучук	9,1	Лід (при 0°C)	9,17

Модулі пружності і коефіцієнт Пуассона

Матеріал	Модуль пружності, МПа		Коефіцієнт Пуассона, μ
	E	G	
Чавун сірий, білий	$(1,15-1,60) \times 10^5$	$4,5 \times 10^4$	0,23-0,27
Сталі вуглецеві	$(2,0-2,1) \times 10^5$	$(8,0-8,1) \times 10^4$	0,24-0,28
Сталі леговані	$(2,1-2,2) \times 10^5$	$(8,0-8,1) \times 10^4$	0,25-0,30
Мідь прокатна	$1,1 \times 10^5$	$4,0 \times 10^4$	0,31-0,34
Мідь холоднотягнута	$1,3 \times 10^5$	$4,9 \times 10^4$	-
Мідь лита	$0,84 \times 10^5$	-	-
Бронза фосфориста катана	$1,15 \times 10^5$	$4,2 \times 10^4$	0,32-0,35
Бронза марганцевиста катана	$1,1 \times 10^5$	$4,0 \times 10^4$	0,35
Бронза алюмінієва лита	$1,06 \times 10^5$	$4,2 \times 10^4$	-
Латунь холоднотягнута	$(0,91-0,99) \times 10^5$	$(3,5-3,7) \times 10^4$	0,32-0,42
Латунь катана	$1,0 \times 10^5$	-	0,36
Алюміній канатний	$0,69 \times 10^5$	2,6-2,7	0,32-0,36
Дріт алюмінієвий тягнутий	$0,7 \times 10^5$	-	-
Дюралюміній катаний	$0,71 \times 10^5$	$2,7 \times 10^4$	-
Цинк катаний	$0,84 \times 10^5$	$3,2 \times 10^4$	0,27
Свинець	$0,17 \times 10^5$	$0,70 \times 10^4$	0,42
Скло	$0,56 \times 10^5$	22×10^4	0,25

Опір матеріалів [Текст]: Конспект лекцій для студентів освітньої програми «Агроінженерія» денної та заочної форм навчання / уклад. О.А. Мікуліч. — Луцьк: ЛНТУ, 2026. — 40 с.

Комп'ютерний набір

О.А. Мікуліч

Редактор

О.А. Мікуліч

Підп. до друку « ____ » _____ 2026 р.

Формат А4. Папір офс.

Ум. друк. арк. 4. Обл.-вид. арк. 2,5.

Тираж 10 прим.

Інформаційно-видавничий відділ
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – кафедра ПММ ЛНТУ