

Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет



ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ

Методичні вказівки до лабораторних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Комп'ютеризовані телекомунікаційні мережі»
спеціальність G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та
радіотехніка
галузь знань G Інженерія, виробництво та будівництво
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2026

УДК 621.391(07)

Т – 33

Рекомендовано до видання вченою радою факультету комп'ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № __ від « __ » _____ 2026 року.

Голова вченої ради ФКІТ _____ Інна КОНДІУС

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Наталія ПОЛІЩУК

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ, протокол № __ від « __ » _____ 2026 року.

Завідувач кафедри ЕіТК _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ

Укладачі: _____ Наталія ЯКИМЧУК к.т.н., доцент кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ

Рецензент: _____ Олег СМОЛЯНКІН ст. викл. кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ

Відповідальний за випуск: _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ к.т.н., доц., завідувач кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ

Т - 33 Теорія електричного зв'язку. Методичні вказівки до лабораторних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Комп'ютеризовані телекомунікаційні мережі» спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка, денної та заочної форм навчання / уклад. Н.М. Якимчук. Луцьк: ЛНТУ, 2026. 64 с.

Видання містить основні теоретичні положення, завдання та вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія електричного зв'язку». Призначене для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Комп'ютеризовані телекомунікаційні мережі».

Н.М. Якимчук, 2026

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Лабораторна робота №1. Спектральні властивості сигналів у системах електричного зв'язку.....	5
2. Лабораторна робота №2. Кореляційні методи виявлення та синхронізації сигналів у каналах зв'язку.....	14
3. Лабораторна робота №3. Дослідження характеристик шумів і завад у телекомунікаційних системах.....	22
4. Лабораторна робота №4. Фільтрація сигналів у приймальних трактах систем зв'язку	32
5. Лабораторна робота № 5. Моделювання передачі багатокomпонентних сигналів через канал електрозв'язку.....	38
6. Лабораторна робота № 6. Перетворення сигналів у передавальних і приймальних пристроях зв'язку.....	44
7. Лабораторна робота № 7. Дослідження сигналів аналогових модуляцій.....	52
Інформаційні джерела.....	62

ВСТУП

Вивчення дисципліни «Теорія електричного зв'язку» є важливою складовою підготовки фахівців спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка, оскільки формує фундаментальні знання про процеси передавання, перетворення та приймання сигналів у сучасних телекомунікаційних системах. Теоретичні положення цієї дисципліни описують закономірності формування сигналів, їх спектральні та статистичні властивості, вплив шумів і завад, а також особливості функціонування каналів зв'язку. Розуміння цих процесів є необхідною передумовою для проектування, аналізу та експлуатації інформаційно-телекомунікаційних систем.

Лабораторні роботи є важливою складовою навчального процесу, оскільки дозволяють поєднати теоретичні знання з практичним дослідженням сигналів та процесів передавання інформації. У процесі виконання лабораторних робіт здобувачі освіти отримують можливість наочно дослідити часові та частотні характеристики сигналів, вивчити статистичні властивості шумів, проаналізувати кореляційні характеристики процесів, а також дослідити вплив каналу зв'язку на форму та спектр сигналу. Використання сучасних програмних засобів моделювання дозволяє відтворювати типові ситуації, що виникають у реальних системах електрозв'язку, і аналізувати їх з позицій теорії сигналів та систем.

Особливістю лабораторних досліджень є застосування середовища математичного моделювання, яке дає змогу формувати сигнали різної структури, моделювати випадкові процеси, виконувати спектральний і кореляційний аналіз, а також досліджувати вплив шумів і фільтрації на процес передавання інформації. Такий підхід сприяє глибшому розумінню взаємозв'язку між часовими та спектральними характеристиками сигналів, а також дозволяє сформувати практичні навички аналізу телекомунікаційних систем.

Методичні вказівки містять короткі теоретичні відомості, що пояснюють основні фізичні та математичні закономірності досліджуваних процесів, опис послідовності виконання лабораторних завдань, приклади використання програмних засобів моделювання, а також контрольні запитання для перевірки рівня засвоєння матеріалу. Виконання лабораторних робіт сприяє розвитку аналітичного мислення, формує навички роботи з математичними моделями сигналів і дозволяє здобувачам освіти краще зрозуміти принципи функціонування сучасних систем електронних комунікацій.

СПЕКТРАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ
ЕЛЕКТРИЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ

Мета роботи: дослідити спектри періодичних сигналів: послідовностей прямокутних імпульсів; трикутних імпульсів; пилкоподібного сигналу. Проаналізувати вплив обмеження спектру сигналу на його часову форму.

Теоретичні відомості

Періодичний сигнал $s(t)$ з періодом T може бути представлений у вигляді тригонометричного ряду Фур'є:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_1 t + \varphi_n), \quad (1.1)$$

де $f_1 = 1/T$ – основна (перша гармонічна) частота;

$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ – амплітуда n -ої гармоніки;

$\varphi_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$ – початкова фаза n -ої гармоніки.

Коефіцієнти ряду Фур'є визначаються за формулами:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(2\pi n f_1 t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(2\pi n f_1 t) dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

Із поданого ряду видно, що періодичний сигнал у загальному випадку складається з постійної складової $a_0/2$ та гармонічних коливань із частотами, кратними основній f_1 : $2f_1, 3f_1, \dots$

Кожна гармоніка характеризується амплітудою A_n та початковою фазою φ_n . Сукупність значень A_n утворює амплітудний спектр сигналу, а сукупність φ_n – фазовий спектр. Спектр періодичного сигналу є дискретним. У деяких випадках певні гармоніки можуть бути відсутні, якщо $A_n = 0$.

При графічному зображенні спектра амплітуду A_n або фазу φ_n відображають вертикальними лініями на відповідних частотах $n f_1$. Висота лінії відповідає значенню амплітуди або фази відповідної гармоніки.

Спектри прямокутних імпульсів у періодичних сигналах.

На практиці особливу увагу приділяють періодичним сигналам з періодом T , які складаються з однополярних прямокутних імпульсів амплітудою A та тривалістю τ (рис. 1.1, а).

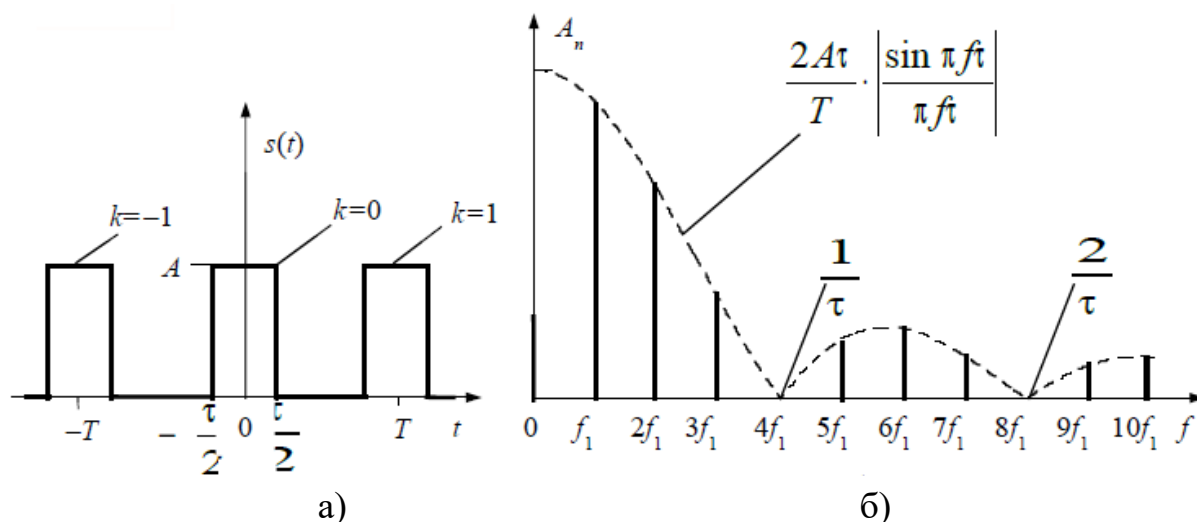


Рисунок 1.1 – Періодична послідовність прямокутних (П-) імпульсів:
а – часовий графік; б – спектральна діаграма

Такий сигнал можна описати так:

$$s(t) = \begin{cases} A, & \text{для } t \in \left[kT - \frac{\tau}{2}, kT + \frac{\tau}{2} \right], k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (1.3)$$

Оскільки цей сигнал є парною функцією, його розклад у ряд Фур'є містить лише косинусні гармоніки (синусні складові зникають, бо інтеграл від непарної функції на симетричному інтервалі дорівнює нулю).

Коефіцієнти ряду Фур'є для такого сигналу визначаються за формулою:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cos(2\pi n f_1 t) dt = A \cdot \frac{2\tau}{T} \cdot \frac{\sin(\pi n f_1 \tau)}{\pi n f_1 \tau}, \quad (1.4)$$

або коротко:

$$a_n = A \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \text{sinc}(n f_1 \tau), \quad \text{де } \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, \quad (1.5)$$

Таким чином, розклад у ряд Фур'є набуває вигляду:

$$s(t) = A \cdot \frac{\tau}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} A \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \frac{\sin(\pi n f_1 \tau)}{\pi n f_1 \tau} \cdot \cos(2\pi n f_1 t). \quad (1.6)$$

Амплітудний спектр послідовності прямокутних імпульсів

Графік амплітудного спектру (рис. 1, б) визначається множителем:

$$A_n = A \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \left| \frac{\sin(\pi n f_1 \tau)}{\pi n f_1 \tau} \right|, \quad (1.7)$$

який описує огинаючу спектра. Вона залежить лише від співвідношення між тривалістю імпульсу τ та періодом T , а також визначає, як швидко зменшуються амплітуди гармонік із зростанням частоти.

Нулі огинаючої (це частоти, на яких амплітудний спектр періодичного сигналу дорівнює нулю. Іншими словами, це ті точки частотної осі, де відсутні гармонійні складові, бо амплітуда гармоніки обнуляється через властивості самої функції (наприклад, у випадку прямокутного імпульсу – через нулі функції sinc)) виникають на частотах: $f_p = \frac{p}{\tau}, p = 1, 2, 3 \dots$.

Ці частоти визначаються виключно тривалістю імпульсу τ , а не періодом T .

Вплив параметрів сигналу на спектр:

– зменшення тривалості імпульсу τ (при фіксованому T) призводить до того, що нулі огинаючої зміщуються на вищі частоти. Таким чином, спектр сигналу стає ширшим, але частоти гармонік залишаються незмінними. Змінюється лише їх амплітуда.

– збільшення періоду T (при фіксованій τ) призводить до зменшення основної частоти $f_1 = \frac{1}{T}$ і, відповідно, до щільнішого розташування гармонік у спектрі.

Пилкоподібний сигнал.

Ще одним важливим періодичним сигналом є пилкоподібне коливання (рис. 1.2). Такі сигнали характерні для пристроїв розгортки в осцилографах, дисплеях, телевізійних приймачах тощо.

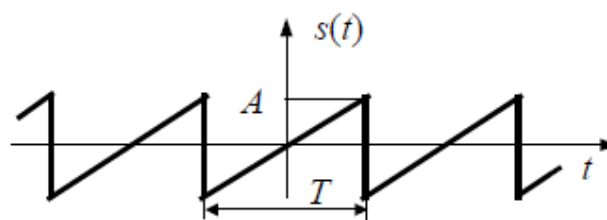


Рисунок 1.2 – Пилкоподібне коливання

Його розклад у ряд Фур'є має вигляд:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left(\sin(2\pi f_1 t) - \frac{1}{2} \sin(2\pi \cdot 2f_1 t) + \frac{1}{3} \sin(2\pi \cdot 3f_1 t) - \dots \right), \quad (1.8)$$

де $f_1 = \frac{1}{T}$ – основна частота.

Як видно з цього виразу, спектр пилкоподібного сигналу містить основну частоту та всі її непарні гармоніки.

Порівняння спектрів сигналів різної форми

Спільною рисою спектрів періодичної послідовності прямокутних імпульсів (рис. 1.1) і пилкоподібного сигналу (рис. 1.2) є повільне зменшення амплітуд гармонік із зростанням їх номерів n – у середньому за законом $1/n$. Це пов'язано з наявністю різких змін миттєвих значень сигналів (фронтів і спадів).

Розглянемо тепер послідовність двополярних трикутних імпульсів (рис. 1.3). Ряд Фур'є для такого сигналу має вигляд:

$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\sin(2\pi f_1 t) - \frac{1}{3^2} \sin(2\pi \cdot 3f_1 t) + \frac{1}{5^2} \sin(2\pi \cdot 5f_1 t) - \dots \right). \quad (1.9)$$

Як видно з виразу, амплітуди гармонік зменшуються значно швидше – пропорційно $1/n^2$. Це пояснюється відсутністю різких стрибків у сигналі. Проте через наявність зламів (точок зміни напрямку), спектр трикутного сигналу все одно залишається досить широким, хоча вже вужчий, ніж у попередніх сигналів.

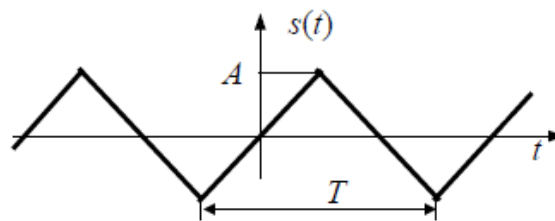


Рисунок 1.3 – Періодична послідовність трикутних імпульсів

Обмеження спектру сигналу.

У практиці часто виникає потреба обмежити ширину спектра сигналу. Для цього застосовують фільтри нижніх частот (ФНЧ), які характеризуються частотою зрізу $F_{зр}$.

У спектральному поданні дія ФНЧ полягає в тому, що він пропускає гармоніки з частотами меншими за $F_{зр}$, та приглушує гармоніки з частотами вищими за $F_{зр}$. У часовій області це призводить до згладжування різких змін сигналу (наприклад, згладжуються фронти та злами), а також до появи згасаючих коливань на ділянках зміни сигналу.

При правильному виборі частоти зрізу: якщо $F_{зр}$ трохи більша за f_1 виділяється основна гармоніка; якщо $F_{зр} < f_1$, у сигналі залишається лише постійна складова.

Хід роботи

Оскільки сигнал може бути адекватно представлений як у часовій (функція $s(t)$), так і у частотній (залежність амплітуд і фаз гармонік від частоти) областях, тому будь-які зміни форми і спектра сигналу однозначно пов'язані між собою. Вкрай важливо не тільки вміти розраховувати, але й представляти собі якісно (відчувати) зв'язок між спотвореннями спектра і форми сигналу.

Найбільш зручним для здійснення мети роботи сигналом є періодична послідовність прямокутних відеоімпульсів з тривалістю одного імпульсу τ , періодом повторення T (частотою повторення $F = 1/T$) і амплітудою U . Зручність такого сигналу полягає в тому, що форма піддається дозованим (достатньо просто розраховуваним) спотворенням, які є типовими для радіотехнічної практики і виникають під час проходження імпульсів через найпростіші RC або LC кола.

1. Дослідження спектру нефільтрованої періодичної послідовності П-імпульсів.

Обчислити амплітудний спектр періодичної послідовності П-імпульсів з наступними параметрами: період сигналу $T=10 \cdot N$ мс, тривалість імпульсу $\tau = T/(N+1)$ мс, амплітуда $A=1$ В, де N – номер вашої бригади.

1) Проведіть дослідження спектра періодичної послідовності прямокутних імпульсів без фільтрації в MathCAD. Для цього слід встановити параметри сигналу: амплітуда, період та тривалість імпульсу. Розрахувати величину $M = T / \tau$, яку називають шпаруватістю (застосовують лише для періодичної послідовності прямокутних імпульсів).

2) Побудуйте графік $u(t)$ – часової діаграми.

Заданий періодичний сигнал можна записати через функцію Хевісайда (одинична ступінчаста функція, що використовується для опису моменту «увімкнення» сигналу в часі) наступним чином:

$$u(t) = U_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[1 \left(t - nT + \frac{\tau}{2} \right) - 1 \left(t - nT - \frac{\tau}{2} \right) \right]. \quad (1.10)$$
$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases}$$

Приклад лістингу в MathCAD матиме вигляд:

$$N := 3 \quad U_0 := 1 \quad T := N \cdot 10 \text{ мкс} \quad \tau := \frac{T}{N+1} \quad \text{мкс} \quad M := \frac{T}{\tau} \quad M = 4$$

$$u(t) := U_0 \cdot \sum_{n=0}^5 \left(\Phi\left(t - n \cdot T + \frac{\tau}{2}\right) - \Phi\left(t - n \cdot T - \frac{\tau}{2}\right) \right)$$

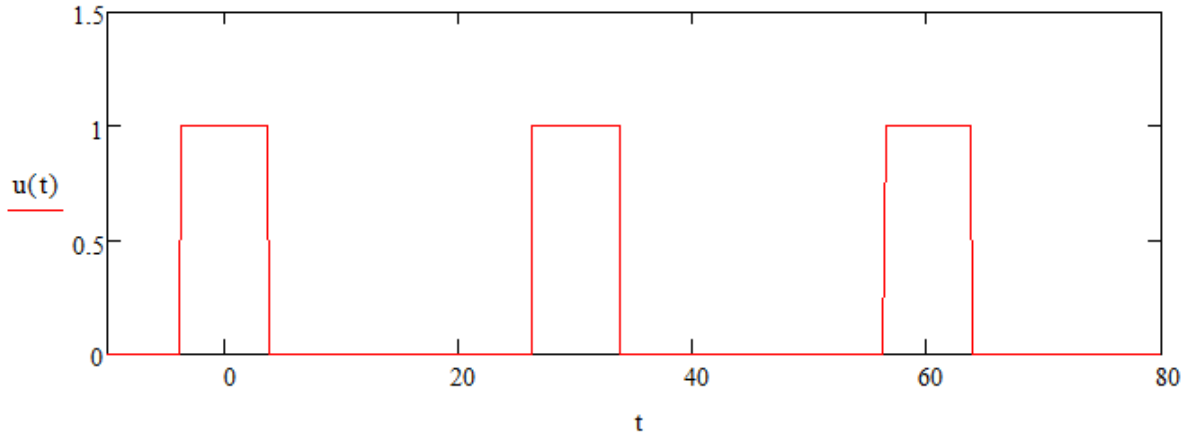


Рисунок 1.4 – Часова діаграма прямокутних імпульсів

Тут: $\Phi(t)$ – одинична функція Хевісайда (ступінчаста функція, що дорівнює 0 при $t < 0$ і 1 при $t \geq 0$); $U(t)$ – функція, що створює 6 прямокутних імпульсів (від $n = 0$ до $n = 5$) амплітуди U_0 і тривалості τ , розташованих із періодом T у часі.

Змініть масштаб осі X, щоб вмістилось 3 імпульси. Тут період сигналу задається у мікросекундах, відповідно, частота сигналу буде мати розмірність МГц. Постійна складова та амплітуди гармонік сигналу дорівнюють:

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_0^{\tau/2} U_0 dt = U_0 \cdot \frac{\tau}{T} = \frac{U_0}{M}, \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{4}{T} \int_0^{\tau/2} U_0 \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = \frac{4U_0}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{T} \tau\right)}{\frac{2\pi n}{T} \tau} = 2U_0 \frac{\tau}{T} \operatorname{sinc}\left(\pi n \frac{\tau}{T}\right) = \\ &= \frac{2U_0}{M} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi n}{M}\right). \end{aligned}$$

Проміжний висновок. Амплітуди гармонік періодичної послідовності прямокутних імпульсів не залежать від частоти, а залежать від шпаруватості M – відношення періоду до тривалості імпульсу – і номеру гармоніки.

Амплітуди дорівнюють нулю, коли $\sin\left(\frac{\pi n}{M}\right) = 0$, тобто коли $\frac{\pi n}{M} = k\pi, k = 1, 2, \dots$

Звідси $n = kM$. Тобто кожна гармоніка, номер якої є кратним шпаруватості, має нульову амплітуду.

У нас $M = 4$, тобто нулю дорівнюють амплітуди гармонік з номерами 4, 8, 12, ... Вони знаходяться на частотах $4F, 8F, 12F \dots$ кГц.

3) Обчисліть коефіцієнтів Фур'є та побудуйте амплітудний та фазовий спектр сигналу.

$$F := \frac{1}{T} \quad F = 0.033 \text{ МГц} \quad NG := 60 \quad n := 0..NG \quad NG = 60 \text{ — кількість гармонік (або розмірність спектра).}$$

$$C(M) := \begin{cases} G_0 \leftarrow \frac{U_0}{M} \\ \text{for } n \in 1..NG \\ G_n \leftarrow 2 \cdot \frac{U_0}{M} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi \cdot n}{M}\right) \\ \text{return } G \end{cases}$$

$C(m)$ — функція, що повертає масив спектральних коефіцієнтів для заданого параметра m .

$$A(M) := \begin{cases} \text{for } n \in 0..NG \\ G_n \leftarrow |C(M)_n| \\ \text{return } G \end{cases}$$

$A(m)$ — функція, яка повертає вектор модулів (амплітуд) спектральних коефіцієнтів $C(m)$.

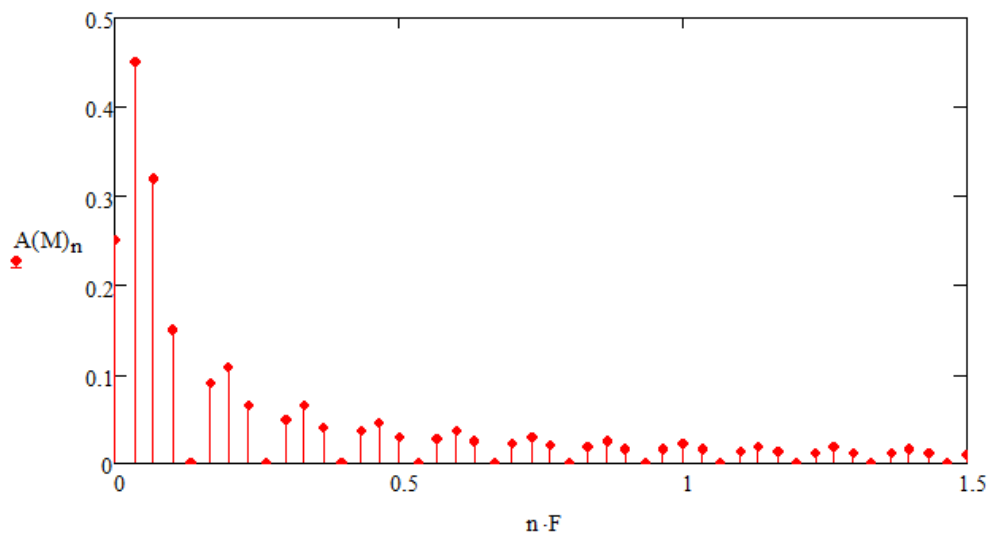
$|C(m)_n|$ — модуль комплексного числа.

$$\varphi_a(M) := \begin{cases} \text{for } n \in 0..NG \\ G_n \leftarrow -\arg(C(M)_n) \\ \text{return } G \end{cases}$$

$\varphi_a(m)$ — повертає вектор фаз спектральних коефіцієнтів.

$\arg(C(m)_n)$ — аргумент (фаза) комплексного числа $C(m)_n$.

Занесіть у протокол графіки часової та спектральної діаграм (рис.1.4, рис. 1.5). Для зручності налаштуйте вигляд маркерів у вікні Формат – Трасування, та масштаб осі X.



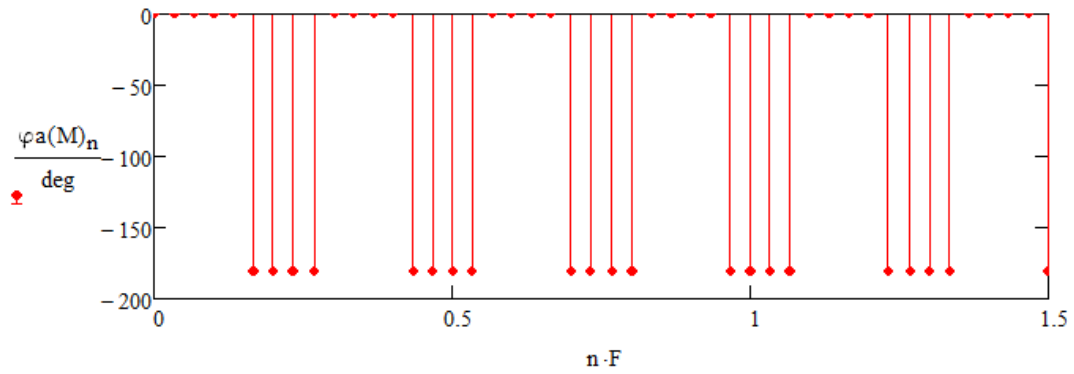


Рисунок 1.5 – Спектральні діаграми прямокутних імпульсів

Тут сформовано дві функції-вектори $A(M)$ та $\varphi a(M)$, що залежать від шпаруватості M .

При побудові графіків по осі абсцис задається величина $n \cdot F$ (F – основна частота). Тоді для прямокутних імпульсів з іншими параметрами, отримуємо нові графіки АЧС та ФЧС, копіюючи ці графіки та змінюючи в них аргумент у $A(M)$ та $\varphi n(M)$ при зміні M та/або множник у $n \cdot F$ при зміні F (рис. 1.6).

Наприклад:

– зменшуємо в 2 рази тривалість імпульсів (тобто, збільшуємо в 2 рази шпаруватість імпульсів, рис. 1.6);

– збільшуємо в 2 рази період повторення (тобто, зменшуємо в 2 рази частоту повторення, та збільшуємо в 2 рази шпаруватість імпульсів).

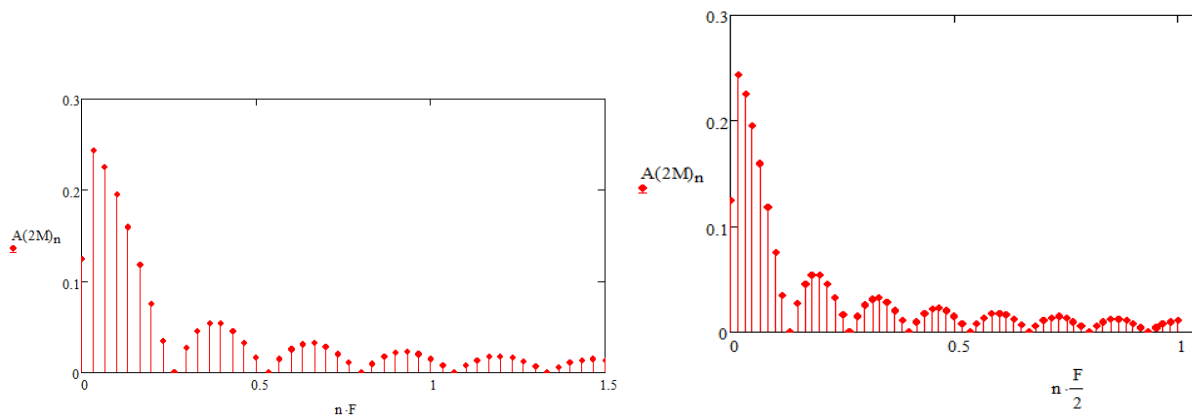


Рисунок 1.6 – Спектральні діаграми при зміні тривалості імпульсів

2. Дослідження спектра пилкоподібного та трикутного сигналів.

Дослідіть спектр пилкоподібного сигналу та сигналу трикутної форми з тими ж A і T . Порівняйте спектри: П-імпульсів, пилкоподібного сигналу та трикутного сигналу. Зробіть висновок про вплив зміни частоти сигналів на форму спектру.

Контрольні питання

1. Поясніть фізичний зміст спектрального подання сигналу. Чому часове та частотне представлення вважаються рівноправними моделями одного й того ж сигналу?
2. У чому принципова різниця між спектром періодичного та неперіодичного сигналу? Як це відображається на структурі їхніх спектрів?
3. Що називають шириною спектра сигналу? Як вона пов'язана з тривалістю сигналу в часовій області?
4. Поясніть, чому скорочення сигналу в часі призводить до розширення його спектра, а розтягування — до звуження. Яке фізичне значення має ця властивість?
5. Опишіть основні властивості перетворення Фур'є та поясніть, як кожна з них використовується при аналізі сигналів у системах електрозв'язку.
6. Як парність або непарність сигналу в часовій області впливає на вигляд його спектра? Поясніть взаємозв'язок між дійсною та уявною частинами спектра.
7. Який вплив має часовий зсув сигналу на його амплітудний і фазовий спектри? Чому амплітудний спектр при цьому не змінюється?
8. Що таке спектральна густина потужності сигналу? Чому за нею неможливо повністю відновити сигнал у часовій області?
9. Поясніть фізичний зміст рівності Парсеваля. Чому енергія сигналу в часовій області дорівнює енергії в частотній області?
10. У чому полягає суть теореми Котельникова з точки зору спектральних характеристик сигналу? Які спектральні умови необхідні для точного відновлення неперервного сигналу з відліків?

КОРЕЛЯЦІЙНІ МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА СИНХРОНІЗАЦІЇ СИГНАЛІВ У КАНАЛАХ ЗВ'ЯЗКУ

Мета роботи: ознайомлення з методами аналізу сигналів у часовій області за допомогою кореляції, автокореляції та часткової автокореляції.

Основні теоретичні відомості

У теорії електричного зв'язку кореляція є одним із ключових інструментів аналізу сигналів для виявлення прихованих залежностей у сигналі, пошуку повторюваних структур, затримок або для оцінювання властивостей каналів зв'язку. Якщо один сигнал є копією іншого, але зсунутий у часі, то значення кореляції буде максимальним саме в момент, коли цей зсув буде компенсовано, тобто сигнали вирівнюються у часі – тобто один із сигналів зсувається настільки, що він максимально збігається з іншим сигналом за формою. Така властивість дозволяє використовувати кореляцію для виявлення затримок, викликаних, наприклад, проходженням сигналу через канал зв'язку або його відбиттям від об'єкта.

У практичних системах зв'язку, таких як радіолокаційні чи сонарни, кореляційний аналіз дозволяє визначати відстані до об'єктів за рахунок аналізу часової затримки між переданим і прийнятим сигналами. У цифрових системах зв'язку кореляція також використовується для синхронізації приймача з передавачем, розпізнавання кодових послідовностей, а також для виявлення сигналу на тлі шуму.

Взаємна кореляційна функція (крос-кореляція) аналогових сигналів:

$$K_{XY}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)y(t + \tau)dt. \quad (2.1)$$

Значення КФ K_{XY} визначають величину залежності між значеннями процесів при зсуві часу між ними $\tau = t_2 - t_1$.

Для стаціонарного ергодичного процесу розглядають автокореляційну функцію АКФ, що визначається:

$$K_X(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t + \tau)dt, \quad (2.2)$$

де $x(t)$ – реалізація процесу $X(t)$.

Використовується для визначення періодичності, структури та статистичних властивостей сигналу.

Незалежно від вигляду АКФ різних процесів, для них виконуються наступні властивості:

- $K_X(0) = P_X$, де P_X – середня потужність процесу;
- $K_X(0) \geq K_X(\tau)$ – коли $\tau = 0$, значення функції $K_X(\tau)$ максимальне;
- $K_X(\tau) = K_X(-\tau)$ – функція $K_X(\tau)$ парна ;
- $K_X(\infty) = \overline{X(t)^2}$ – середнє значення процесу.

Чим менше значення $K_X(\tau)$ порівняно з $K_X(0)$, тим менша статистична залежність між значеннями процесу, які віддалені за часом на τ . Якщо значення $K_X(\tau) = 0$, то значення процесу $X(t)$, які віддалені за часом на такий інтервал τ , є некорельованими.

Значення $K_X(\tau)$ і $K_X(0)$ легше порівнювати, якщо перейти до нормованої кореляційної функції:

$$R_X(\tau) = \frac{K_X(\tau)}{K_X(0)}. \quad (2.3)$$

Значення $R_X(0) = 1$ і $-1 \leq R_X(\tau) \leq 1$.

Часто для опису кореляційних властивостей випадкових процесів замість КФ використовують параметр – інтервал кореляції τ_k . Інтервал кореляції вводиться для «грубого» опису кореляційних властивостей процесу, а саме: значення процесу, віддалені на час $\tau > \tau_k$, вважають некорельованими, а значення процесу, віддалені на час $\tau \leq \tau_k$, вважають корельованими. Використовуються різні способи визначення інтервалу кореляції:

1) Інтервал кореляції τ_k є основа прямокутника висоти $K_X(0)$, площа якого дорівнює площі під кривою модуля ФК (рис. 2.1, а):

$$\tau_k = \frac{1}{K_X(0)} \int_0^{\infty} |K_X(\tau)| d\tau \quad (2.4)$$

2) Інтервалом кореляції є таке значення τ_k , що при $\tau > \tau_k$, значення ФК не перевищують деякого заданого рівня (рис. 1, б).

Якщо ФК має коливальний характер, то за інтервал кореляції τ_k можна прийняти значення τ , за якого ФК перший раз приймає нульове значення (рис. 2.1, в).

Виміряти КФ строго відповідно до (2.1 і 2.2) неможливо, оскільки для цього необхідна реалізація процесу нескінченної тривалості. Можна виміряти КФ лише реалізації випадкового процесу скінченної тривалості. Очевидно, чим більша тривалість реалізації процесу $T_{\text{реал}}$, тим точніше виміряна КФ реалізації відображує КФ процесу.

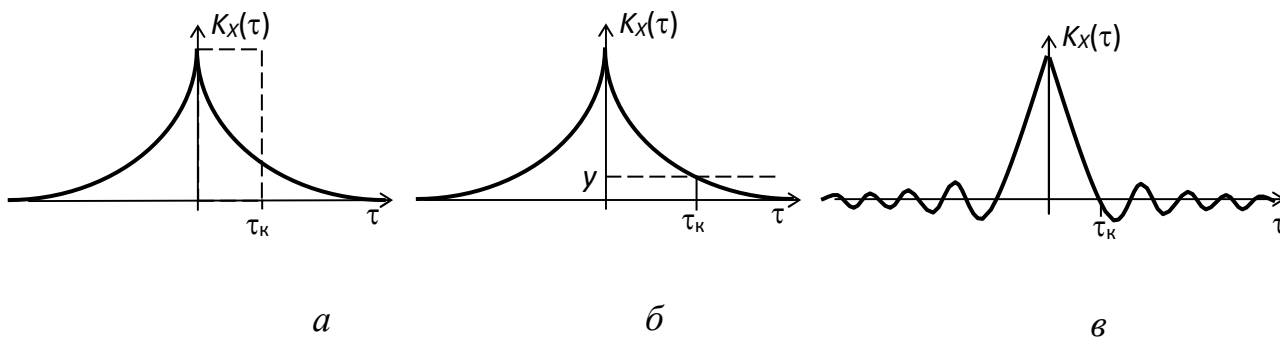


Рисунок 2.1 – Визначення інтервалу кореляції

Пристрій для вимірювання КФ реалізації називається корелометром (рис. 2.2).

Реалізація процесу

$x(t)$ тривалістю $T_{\text{реал}}$

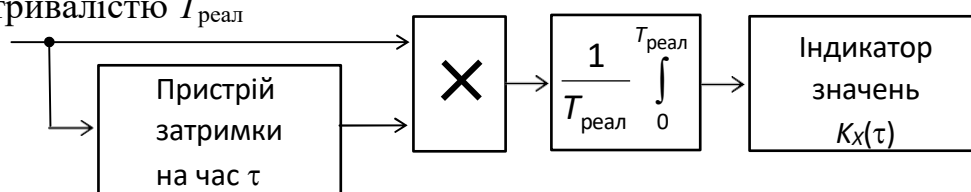


Рисунок 2.2 – Функціональна схема корелометра

Тут час затримки τ визначає аргумент вимірюваного значення КФ. Якщо корелометр, показаний на рис. 2.2, виконати на процесорі чи на комп'ютері, то можна отримати масив значень $K_X(kT_d)$, де T_d – інтервал дискретизації реалізації процесу $x(t)$; значення аргументу лежать у межах $-T_{\text{реал}} < kT_d < T_{\text{реал}}$. Отримані масиви значень kT_d і $K_X(kT_d)$ виводяться на двовимірний дисплей.

Хід роботи

1. Обчислимо лінійну кореляцію процесу в MathCAD за допомогою функції `lcorr`.

Функція `lcorr` передбачає, що обидва вхідних сигнали, які аналізуються мають однакову довжину, наприклад, віконний імпульс синусоїдальної хвилі. Такий імпульс може використовуватись, наприклад, як тестовий сигнал для гідролокатора (сонару).

Тестовий сигнал проходить певну відстань, відбивається від об'єкта дослідження й повертається до джерела з затримкою (через час проходження), ослабленим і зашумленим.

Корелюючи прийнятий сигнал з тестовим сигналом, можна визначити затримку, а отже, і відстань до об'єкта дослідження. Для цього виберіть параметри сигналу з таблиці 2.1 згідно варіанту, де N – кількість відліків сигналу, A –

амплітуда сигналу, k – визначає кутову частоту сигналу, W – ширина вікна кореляційного аналізу.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані до завдання

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
A	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
k	6	5	4	3	2	6	5	4	3	2
W	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Для цього необхідно виконати наступні кроки:

– визначити кількість точок дискретизації (кількість відліків сигналу):

$$N := 1000 \quad n := 0 .. N - 1$$

$$t_n := \frac{n}{200}$$

– визначити довжину імпульсу:

$$pulselen := 200$$

$$m := 0 .. pulselen$$

– створити гармонічний сигнал $x_m = A \sin(k\pi t_m)$:

$$x_{N-1} := 0$$

$$x_m := 3 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot t_m)$$

– використайте функцію Ханнінга для визначення віконної функції (ширина вікна 200, довжина вектора 1000 елементів).

У теорії електров'язку віконні функції застосовуються для обробки сигналів, коли потрібно обмежити сигнал у часі або частоті, зменшуючи побічні ефекти, що виникають при дискретизації, аналізі та фільтрації. У багатьох задачах, коли сигнал потрібно обмежити певною скінченною довжиною раптове обрізання сигналу викликає ефект витoku спектра, тобто появу небажаних частотних компонентів. Саме тому перед обробкою сигнал множиться на віконну функцію – спеціальну плавну функцію, яка зменшує амплітуду сигналу біля країв до нуля. Це зменшує спектральні спотворення.

$$window := \text{hanning}(pulselen)$$

$$window_{N-1} := 0$$

$$x := \overrightarrow{(window \cdot x)}$$

– побудуйте вхідний сигнал x , використайте вертикальний маркер, щоб показати лінію довжини імпульсу (рис. 2.3):

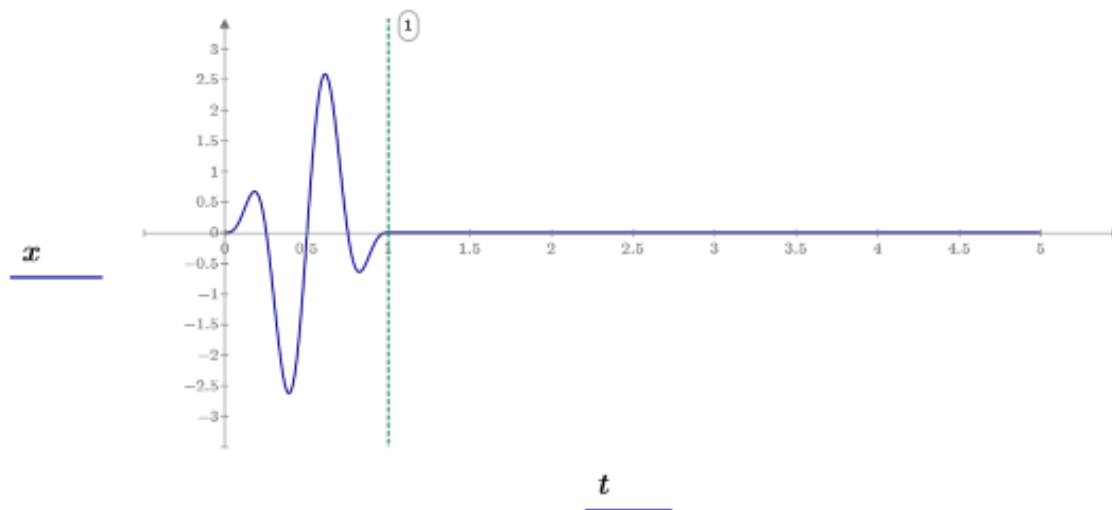


Рисунок 2.3 – Графік вихідного сигналу

– використайте функцію `rnd` для формування випадкового шуму, тоді встановіть затримку і послаблення відбитого сигналу:

$$y_n := \text{rnd}(0.6) - 0.3$$

$$\text{lag} := 300$$

$$m := \text{lag} .. \text{pulselen} + \text{lag}$$

– визначте і побудуйте графік відбитого сигналу разом з вхідним (рис.2.4):

$$y_m := y_m + 0.1 \cdot x_{m - \text{lag}}$$

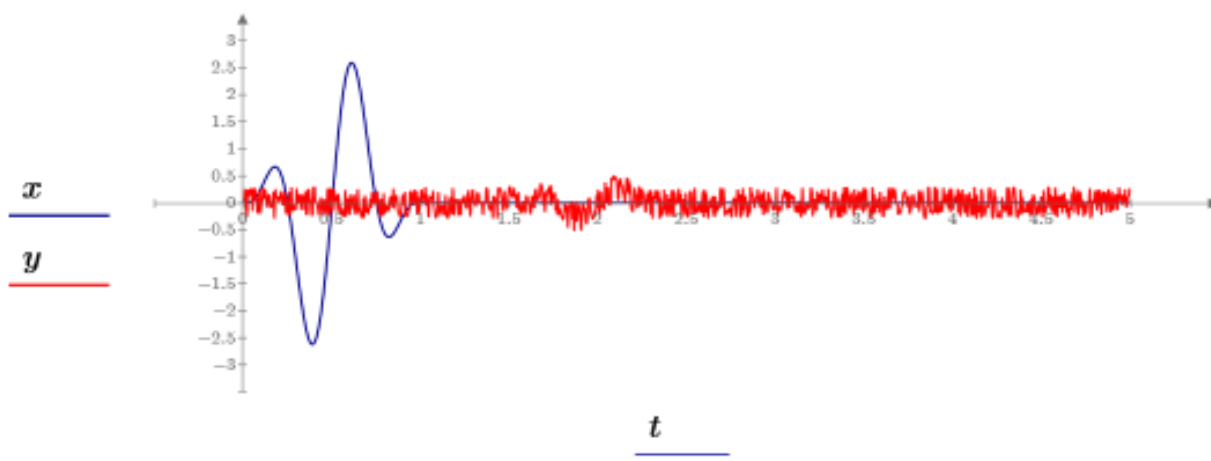


Рисунок 2.4 – Графіки вихідного і відбитого сигналу

Якщо час затримки невідомий, наприклад у випадку, коли сигнали отримані в результаті вимірювань, а не в ході моделювання, то на зашумленому графіку буде складно точно визначити місце розташування відбитого імпульсу.

Очікується, що при значенні часу затримки або поблизу нього лінійна кореляція між сигналами x і y набуде максимального значення порівняно з іншими

відліками кореляції. Це пояснюється тим, що під час обчислення кореляції один із сигналів поступово зсувається відносно іншого, і для кожного зсуву обчислюється сума добутків відповідних відліків сигналів. Коли зсув відповідає часу затримки, перекриття сигналів є найбільшим, що й забезпечує максимум кореляції.

– використайте функції `lcorr`, `max` та `match`, щоб перевірити, що лінійна кореляція сигналів x і y є максимальною на момент або поблизу часу затримки:

`detect := lcorr(x, y)` – обчислює лінійну кореляцію між сигналами x і y для всіх можливих лагів (зсувів), рис 2.5;

`dmax := match(max(detect), detect) = [302]` – знаходить максимальне значення кореляції у векторі `detect` та знаходить позицію (індекс або індекси) у векторі `detect`, де це максимальне значення зустрічається.

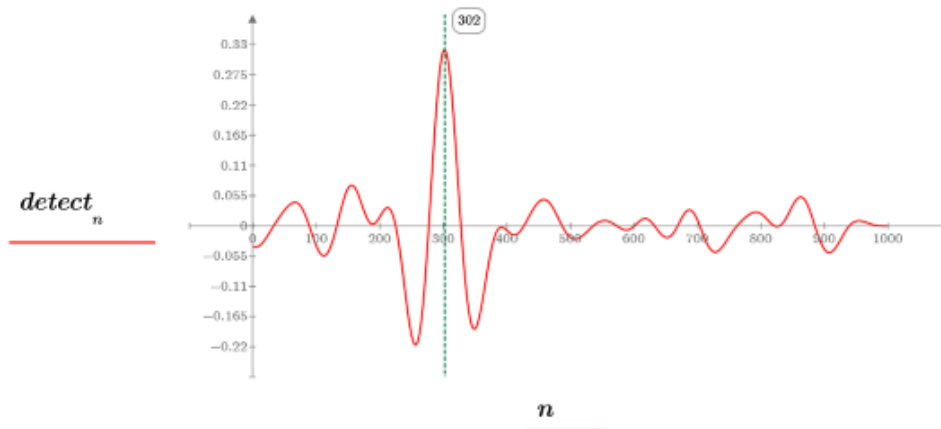


Рисунок 2.5 – Функція лінійної кореляції між вхідним та відбитим сигналом

– зробіть висновок, запишіть максимальне значення кореляційної функції та час затримки відбитого сигналу.

2. Розрахунок автокореляції процесу за допомогою функції `lcorr`. Використовується для оцінювання порядку процесу з рухомим середнім – це кількість попередніх випадкових відліків, що формують сигнал. Таким чином, автокореляція допомагає визначити структуру процесу для подальшого аналізу або моделювання. Для цього:

– використайте функції `rnd` та `movavg` для згладжування випадкової послідовності з $N/2$ точок і шириною вікна W . (Вихідні дані в табл. 2.1):

```
i := 0..500
Xi := rnd(1)
W := 7
Y := movavg(X, W)
```

– зобразіть графік рухомого середнього:

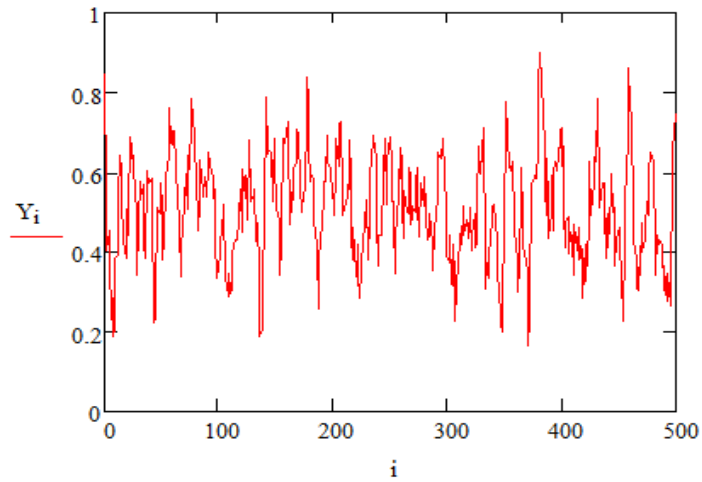


Рисунок 2.6 – Графік рухомого середнього

– використайте `lcorr` для розрахунку автокореляційної функції від Y :

$$A := \text{lcorr}(Y, Y)$$

$$ii := 0..50$$

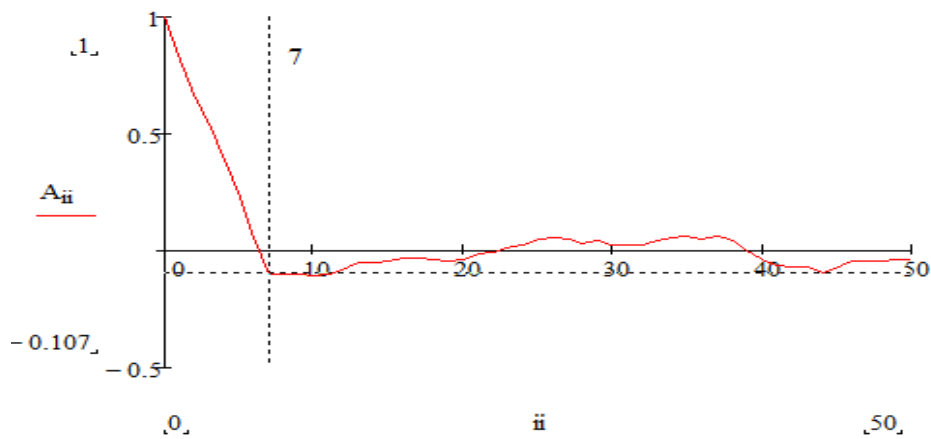


Рисунок 2.7 – Графік лінійної автокореляційної функції

Бачимо, що перші 7 значень автокореляції утворюють більш-менш пряму лінію, що зменшується приблизно до нуля. За цією поведінкою можна зробити досить точну оцінку порядку процесу.

– для перевірки використайте функцію `slope`, щоб обчислити нахил цієї початкової ділянки та порівняти його з $-1/W$.

$$A_t =$$

1
0.836
0.666
0.522
0.382
0.223
0.054
-0.098

$$t := 0..W$$

$R_t := A_t$ – це значення автокореляції на лагу t .

$p_t := t$ – номер лагу t . Це координата по осі часу затримки.

$\text{slope}(p, R) = -0.156$ – обчислений нахил прямої, яка апроксимує перші N точок автокореляції. Значення -0.137 показує, як швидко автокореляція зменшується зі збільшенням лага.

$$\text{SLOPE} := \frac{-1}{W} \quad \text{SLOPE} = -0.143$$

– теоретичне значення нахилу для процесу з рухомим середнім порядку W .

Обчислене значення нахилу (-0.156) дуже близьке до теоретичного (-0.143). Це підтверджує, що обрану модель з шириною вікна W добре описує графік спадання автокореляції.

Контрольні запитання

1. Поясніть фізичний і статистичний зміст автокореляційної функції сигналу. Яку інформацію про часову структуру сигналу вона дає без використання спектрального аналізу?

2. Чому значення автокореляційної функції при $\tau=0$ дорівнює енергії (або середній потужності) сигналу? Як це впливає з математичного означення АКФ?

3. Опишіть основні властивості автокореляційної функції дійсного сигналу та поясніть їх фізичний сенс для систем електров'язку.

4. Що таке інтервал кореляції сигналу? Як він визначається аналітично та як інтерпретується з точки зору залежності значень процесу в часі?

5. Поясніть відмінність між автокореляційною та взаємною кореляційною функціями. У яких практичних задачах зв'язку використовується взаємна кореляція?

6. Чому автокореляційна функція стаціонарного процесу не залежить від фазового спектра сигналу? Які наслідки цього факту для відновлення сигналу за АКФ?

7. Поясніть зв'язок між кореляційною функцією та спектральною густиною потужності. У чому полягає суть теореми Вінера-Хінчіна і яке її практичне значення?

8. Як форма автокореляційної функції прямокутного відеоімпульсу пов'язана з тривалістю самого імпульсу? Чому АКФ у цьому випадку має трикутну форму?

9. Поясніть особливості автокореляційної функції дискретного сигналу. Як зміна знаків елементів послідовності впливає на рівень бічних пелюсток АКФ?

10. Чому кореляційна функція білого шуму має вигляд дельта-функції? Який фізичний зміст цього результату та чому білий шум є зручною, але ідеалізованою моделлю?

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ШУМІВ І ЗАВАД У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Мета роботи: ознайомитися з характеристиками основних типів шумів (білий, гаусівський, $1/f$), виконувати статистичний аналіз, обчислювати автокореляційні функції та спектральні характеристики.

Теоретичні відомості

1. Шум у системах зв'язку.

У теорії електричного зв'язку шум відіграє важливу роль як фактор, що впливає на якість передавання сигналів. Він є невід'ємним компонентом будь-якої реальної системи, оскільки виникає внаслідок випадкових фізичних процесів – теплових флуктуацій, квантових ефектів, атмосферних явищ або електромагнітних перешкод. Шум у комунікаційних системах здебільшого розглядається як стаціонарний випадковий процес з нульовим середнім значенням і визначеними статистичними властивостями. Вивчення шуму дає змогу зрозуміти обмеження, які він накладає на потужність, смугу пропускання, завадостійкість та пропускну здатність каналу зв'язку.

Залежно від форми розподілу і частотної структури шум може мати різну природу. Наприклад, білий шум характеризується постійною спектральною щільністю, що означає рівномірну енергетичну заповненість у всьому частотному діапазоні. У свою чергу, гаусівський шум описується нормальною щільністю ймовірності, і він є математичною моделлю, яка часто застосовується при аналізі лінійних систем зв'язку. Ще один важливий тип – $1/f$ шум, або рожевий шум, має спектр, що спадає обернено пропорційно частоті, і є характерним для складних систем з ієрархічною структурою та корельованими процесами.

У системах зв'язку шум моделюється для перевірки працездатності фільтрів, кодувальних схем та алгоритмів виявлення сигналів. Автокореляційна функція та спектральна щільність потужності є основними характеристиками, що описують внутрішню структуру шуму. Зокрема, для білого шуму автокореляція зникає для будь-якого ненульового зсуву, у той час як для $1/f$ шуму зберігається статистична залежність між відліками. Аналіз цих властивостей дає змогу ефективно моделювати та оптимізувати системи електровз'язку в умовах впливу завад.

2. Основні статистичні параметри шуму.

Основними статистичними характеристиками випадкових сигналів є середнє значення, дисперсія, стандартне відхилення та автокореляційна функція. Їх розрахунок є основою для подальшого аналізу ефективності прийому, фільтрації та декодування сигналів.

Середнє значення (математичне сподівання) сигналу є числовою характеристикою, що описує його загальний рівень. Для неперервного випадкового сигналу $x(t)$ воно визначається інтегралом від функції густини ймовірності, а для дискретного – як середнє арифметичне елементів вибірки. У математичній формі середнє значення для вибірки з N відліків має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (3.1)$$

Дисперсія характеризує розсіювання значень сигналу навколо середнього. Вона є мірою енергетичного вмісту флуктуацій:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2, \quad (3.2)$$

а стандартне відхилення σ є квадратним коренем з дисперсії.

Ці параметри використовуються для оцінки рівня шуму, а також як критерії у фільтраційних алгоритмах.

Автокореляційна функція сигналу дає змогу оцінити, наскільки значення сигналу в певний момент часу пов'язані з його значеннями у попередні або наступні моменти. Це дозволяє виявити структуру залежності, періодичність або корельованість у сигналі. Для дискретного сигналу автокореляційна функція обчислюється за формулою:

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x_i \cdot x_{i+k}), \quad (3.3)$$

де k – це лаг (зсув), а N – кількість відліків.

У випадку стаціонарних шумових процесів автокореляційна функція залежить лише від зсуву, а не від абсолютного часу.

Для білого шуму автокореляційна функція має максимум при нульовому зсуві й дорівнює нулю при будь-якому іншому, що свідчить про відсутність зв'язку між відліками. У протилежність цьому, корельовані шуми, зокрема $1/f$ шум, демонструють поступове спадання автокореляційної функції зі зростанням лагу, що вказує на наявність довготривалих статистичних залежностей.

Спектральна щільність потужності описує розподіл потужності сигналу або шуму по частотах. Вона показує, скільки потужності припадає на одиницю частотного діапазону, тобто дозволяє визначити, в яких частотних областях сигнал має найбільшу енергію.

Для стаціонарного випадкового процесу $x(t)$, спектральна щільність потужності $S_x(f)$ пов'язана з автокореляційною функцією $R_{xx}(\tau)$ через перетворення Фур'є:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.4)$$

Цей зв'язок називається теоремою Вінера-Хінчина. Вона показує, що спектральний вміст сигналу є прямим відображенням його статистичної структури в часі.

У дискретному випадку, для сигналу $x[n]$, спектральна щільність оцінюється за допомогою дискретного перетворення Фур'є (DFT). При цьому використовується квадрат модуля перетворення:

$$S_x[k] = \frac{1}{N} |X[k]|^2, \quad (3.5)$$

де $X[k]$ – результат DFT сигналу $x[n]$, а N – кількість відліків.

Для підвищення точності оцінки спектра часто застосовується усереднення по кількох реалізаціях або згладжування спектра в частотних групах.

Білий шум має постійну спектральну щільність у всьому частотному діапазоні, тобто $S_x(f) = const$, що свідчить про рівномірну потужність на всіх частотах. Натомість $1/f$ шум має спектр, що спадає обернено пропорційно до частоти. Така поведінка характерна для складних, самоорганізованих систем.

Спектральна щільність потужності широко використовується в аналізі шумів, фільтрів, систем зв'язку, оскільки дозволяє оцінити, які частоти найбільше зазнають впливу завад, та як змінюється енергетичний вміст сигналу після проходження через канал.

Хід роботи

1. Генерація білого шуму засобами пакету MathCAD.

Функція `whiten` моделює шум, створений N незалежними джерелами, кожне з яких має випадковий вихід, що підпорядковується рівномірному розподілу в діапазоні від -0.5 до 0.5.

```
N:=1000
wn:=whiten(N)
n:=0..last(wn)
```

Здійснюємо побудову графіка (рис. 3.1).

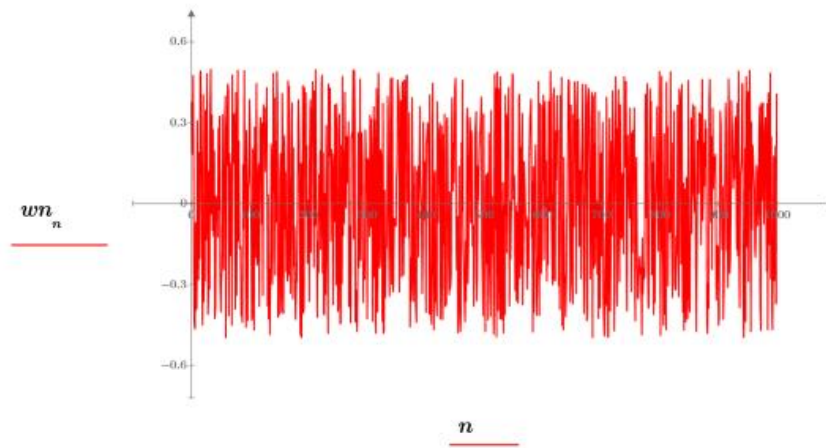


Рисунок 3.1 – Графік білого шуму

Обчислення статистичних характеристик.

Використайте функції `mean` та `stdev`, щоб обчислити середнє значення та стандартне відхилення вектора білого шуму.

$$\text{mean}(wn) = 0.004$$

$$\text{stdev}(wn) = 0.297$$

Покажіть теоретичне значення середнього, а потім скористайтеся функцією `var` для обчислення стандартного відхилення.

Графік показує, що сигнал `wn` має теоретичне середнє значення 0.

Стандартне відхилення є квадратним коренем із дисперсії.

$$\sqrt{\text{var}(wn)} = 0.297$$

Порівняйте обчислені значення середнього та стандартного відхилення з теоретичними значеннями та переконайтеся, що вони не мають суттєвих відхилень.

2. Дослідження Гауссового шуму.

Функція `gaussn` моделює x незалежних джерел шуму, кожне з яких підпорядковується Гауссовому (нормальному) закону розподілу з середнім значенням 0 та стандартним відхиленням 1.

Елементи отриманого вектора теоретично можуть набувати будь-яких дійсних значень, проте з найбільшою імовірністю будуть знаходитись у межах від -3 до +3.

$$gn := \text{gaussn}(N)$$

$$g := 0 .. \text{last}(gn)$$

Побудуйте графік послідовності, згенерованої за Гауссовим законом розподілу (рис. 3.2.).

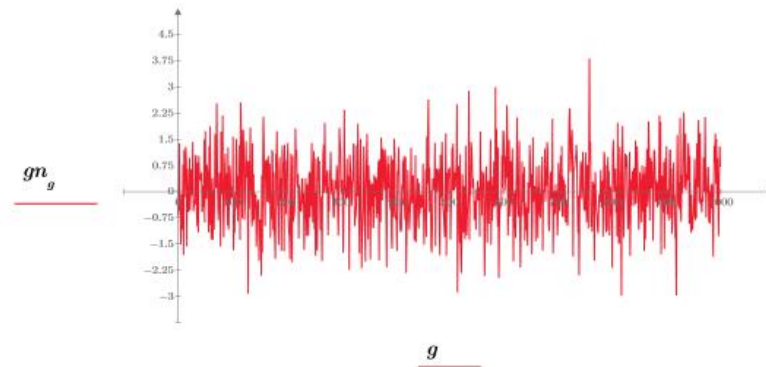


Рисунок 3.2 – Графік Гауссового шуму

Підготуйте дані Гауссового шуму для побудови гістограми частот даних, групуючи значення у 20 інтервалів шириною 0.05. Це дозволить побачити, як часто зустрічаються певні значення шуму в межах заданих інтервалів і чи справді розподіл наближений до нормального.

$$Q := 20$$

$$q := 0 .. Q - 1$$

$$nslots := Q$$

Визначте вектор, який міститиме межі кожного з інтервалів. Також необхідно встановити праву межу останнього інтервалу, щоб охопити всю область значень шуму.

$$slots_q := -3.5 + q \cdot \frac{7}{nslots}$$

$$slots_{nslots} := 3.5$$

Використайте функцію hist для створення гістограми. Функція hist підраховує кількість значень, що потрапляють у кожен з визначених інтервалів. Після цього відобразіть результат у вигляді стовпчикової діаграми (bar graph) (рис. 3.3).

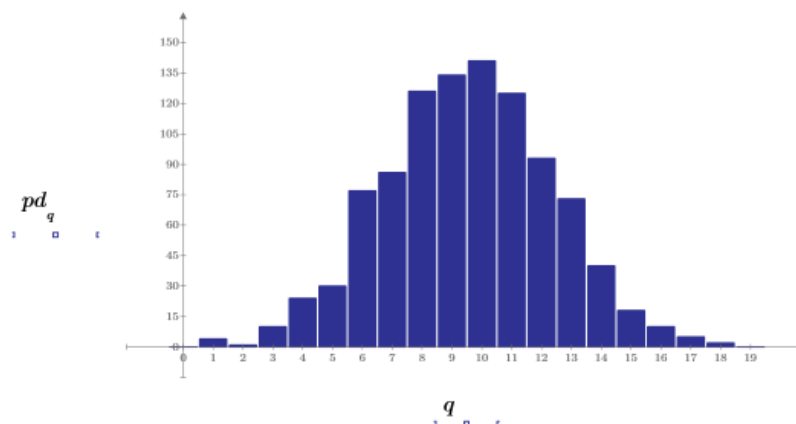


Рисунок 3.3 – Гістограма розподілу Гауссового шуму

Така візуалізація допоможе переконатися, що отриманий розподіл справді має дзвоноподібну форму, характерну для нормального закону.

```
pd:=hist(slots,gn)
```

Обчисліть середнє значення та стандартне відхилення вектора нормального шуму.

```
mean(gn)=0.018
```

```
stdev(gn)=0.984
```

3. 1/f шум.

Функція `onefn` обчислює наближення шуму типу 1/f за алгоритмом Річарда Восса.

Згенеруйте вектор 1/f шуму довжиною N точок за допомогою функції `onefn`.

```
ofn:=onefn(N)
```

```
mean(ofn)=0.451
```

Відкоригуйте вектор так, щоб його середнє було рівне 0. Це потрібно для усунення зсуву і центрування даних навколо нуля, що полегшує подальший аналіз.

```
ofn:=ofn-mean(ofn)
```

```
mean(ofn)=0
```

Побудуйте графік отриманих даних вектора (рис. 3.4).

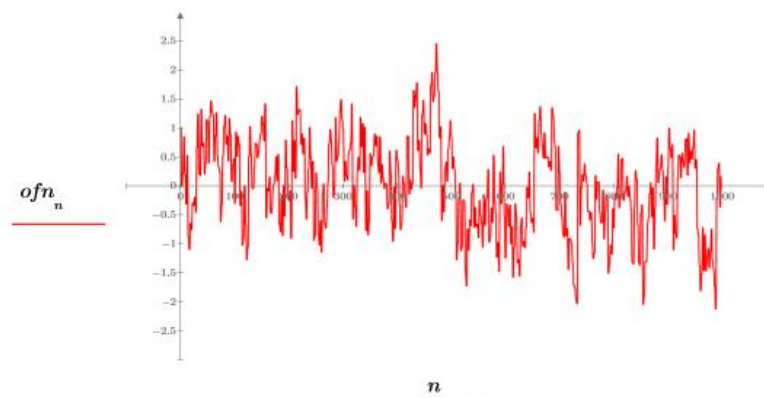


Рисунок 3.4 – Графік 1/f шуму

Шум типу 1/f зустрічається у сигналах багатьох природних та штучних явищ, включно з музикою, мозковими сигналами, погодою, коливаннями фондового ринку та іншими системами з ієрархічною взаємодією. Наприклад, якщо цифровізувати зразки музики різних стилів (рок, джаз, класика), то їх спектри потужності будуть дуже близькими за розподілом до спектра шуму 1/f.

4. Порівняння автокореляцій різних типів шуму.

Використайте функцію `lsort` для порівняння статистичної структури цього шуму з білим шумом, який було згенеровано раніше, обчисливши їх автокореляції (рис. 3.5).

$$ACw := \text{lcorr}(wn, wn)$$

$$ACo := \text{lcorr}(ofn, ofn)$$

$$M := 100$$

$$m := 0..M-1$$

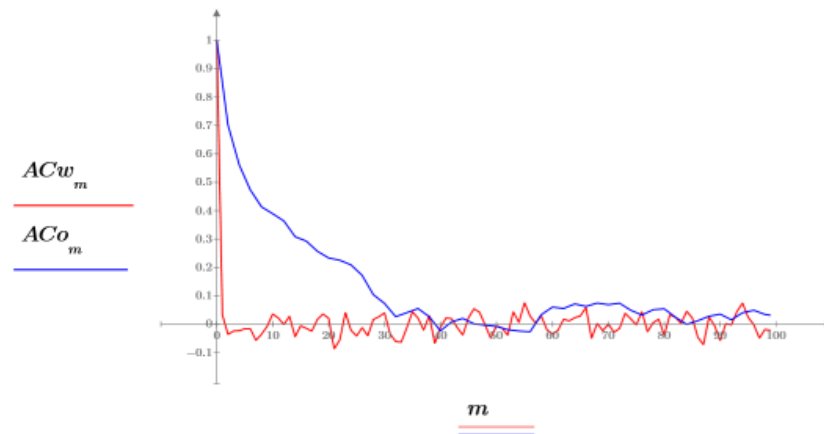


Рисунок 3.5 – Автокореляційні функції шуму

Висновок: білий шум не має кореляцій між значеннями в різні моменти часу – його автокореляція є близькою до нуля для будь-якого часового зсуву, окрім нульового.

Шум 1/f має довготривалі кореляції, які повільно згасають з віддаленням по часу, що відображає його складнішу статистичну структуру.

5. Порівняння спектрів видів шуму.

Ще один спосіб порівняти білий шум та шум 1/f – це порівняти їхні спектри потужності.

Розділіть частотний діапазон на 50 груп (інтервалів) по 20 частотних значень у кожній.

$$P := 50 \quad p := 0..P-1$$

Використайте функції mag та dft для обчислення квадрата модуля частотних спектрів кожного сигналу.

$$mgdw := \text{mag}(\text{dft}(wn)) \quad mgdo := \text{mag}(\text{dft}(ofn))$$

Згладьте отриманий результат, усереднюючи значення всередині кожної групи частот. Усереднення допомагає зменшити випадкові коливання і краще показати загальні тенденції в спектрі.

$$avw_p := \frac{1}{Q} \cdot \left(\sum_q (mgdw_{20p+q})^2 \right) \quad avo_p := \frac{1}{Q} \cdot \left(\sum_q (mgdo_{20p+q})^2 \right)$$

Побудуйте графіки спектру шуму (рис. 3.6).

Як і очікувалося, спектр білого шуму практично рівний (плоский). Спектр величини шуму 1/f швидко зменшується зі збільшенням частоти.

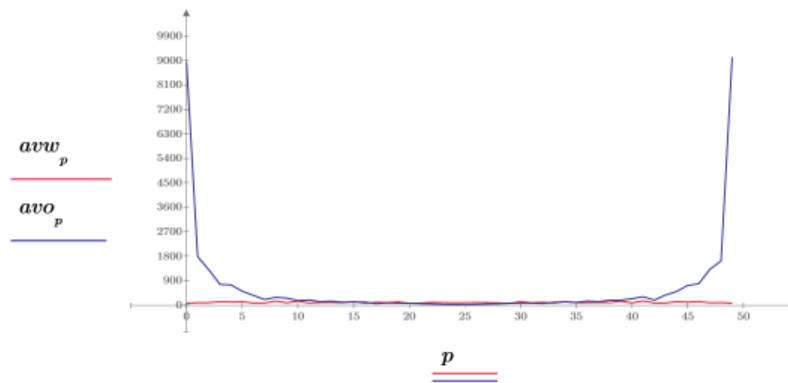


Рисунок 3.6 – Спектральний аналіз шуму

Використайте функцію log для обчислення більш інформативного логарифма величини спектра.

$$L_p := \log(avo_p)$$

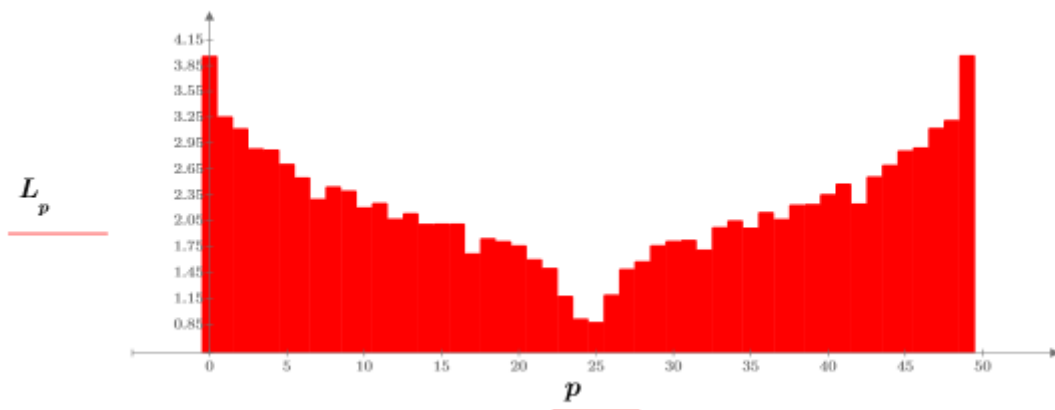


Рисунок 3.7 – Спектральний аналіз шуму в логарифмічному масштабі

Логарифмічне масштабування допомагає краще візуалізувати та аналізувати спектр, особливо коли значення сильно відрізняються між собою.

6. Додатковий експеримент.

Спробуйте побудувати спектр потужності типу $1/f$ з випадковими фазами, а потім виконати обернене перетворення Фур'є для отримання вектору шуму в часовій області.

Задайте ширину спектра.

$$S := 500 \quad s := 1..S$$

За допомогою експоненціальної функції \exp сформууйте першу половину спектру з випадковою фазою (rnd). Спектр потужності типу $1/f$ відповідає спектру амплітуд, пропорційному $1/\sqrt{f}$.

$$a_s := \exp(2 \pi \cdot 1i \cdot \text{rnd}(1)) \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}$$

Обчислити другу половину спектра. Оскільки оригінальний сигнал реальний, його спектр у комплексній площині повинен мати співсиметрію відносно середини спектра. Тобто, друга половина спектра є комплексно-спряженим відображенням першої.

$$a_{1001-s} := \overline{a_s}$$

Щоб уникнути постійної складової у часовому сигналі після оберненого перетворення, забезпечте, щоб середнє значення шуму дорівнювало нулю.

$$a_0 := 0$$

Виконати обернене перетворення Фур'є. За допомогою функції `idft` виконайте перетворення спектра в часову область, щоб отримати послідовність шуму.

$$Rida := \text{Re}(\text{idft}(a))$$

Побудувати графік реальних значень оберненого перетворення (рис. 3.8).

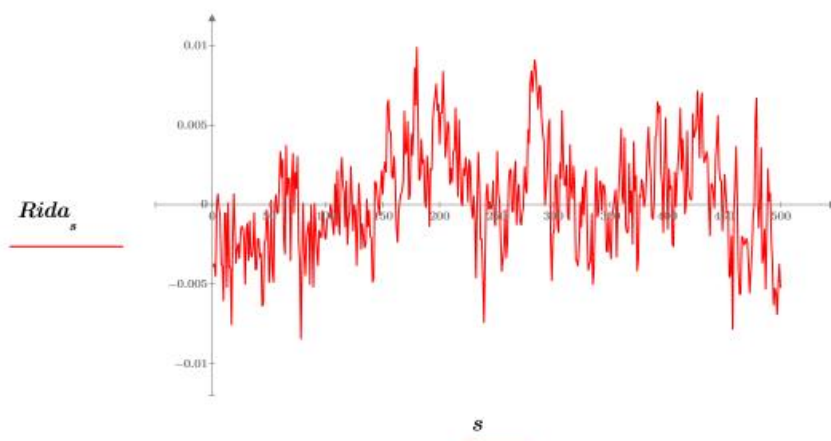


Рисунок 3.8 – Графік значень оберненого перетворення шуму 1/f

Це дозволяє візуально оцінити отриманий шумовий сигнал з спектральною густиною типу 1/f у часовій області.

Використайте функцію `lcorr` для оцінки автокореляційної функції (рис. 3.9).

$$ACRida := \text{lcorr}(Rida, Rida)$$

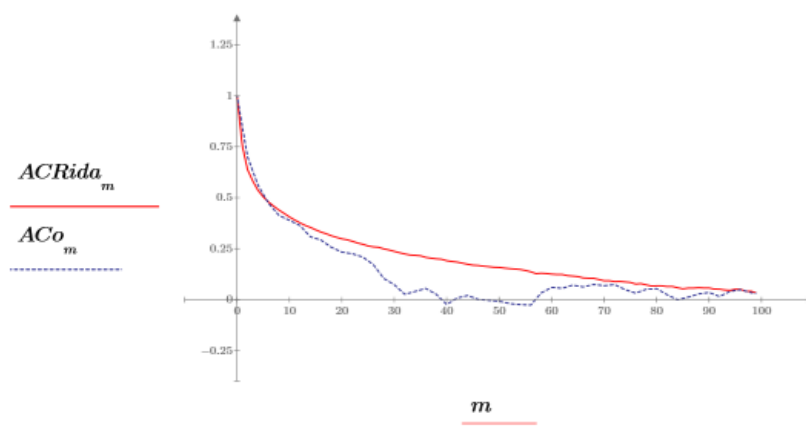


Рисунок 3.9 – Оцінка автокореляційної функції

Поведінка автокореляційної функції подібна до результату, отриманого за допомогою функції onefn , із коефіцієнтом кореляції 1.0 при нульовому зсуві та різними значеннями кореляції на інших точках.

Контрольні запитання

1. Поясніть, чому в теорії електрозв'язку реальні інформаційні сигнали доцільніше моделювати як випадкові процеси, а не як детерміновані функції часу.
2. Що таке ансамбль реалізацій випадкового процесу? Поясніть його фізичний зміст і роль у статистичному описі сигналів.
3. У чому полягає різниця між функцією розподілу ймовірностей та функцією густини ймовірності випадкового сигналу? Яку інформацію вони несуть про процес?
4. Поясніть фізичний зміст математичного сподівання, дисперсії та другого початкового моменту випадкового сигналу в контексті передачі енергії та потужності.
5. Чим відрізняється стаціонарний випадковий процес у вузькому та широкому сенсі? Які умови стаціонарності є достатніми для аналізу шумів у системах зв'язку?
6. Що таке ергодичність випадкового процесу і чому ця властивість є принципово важливою для практичних вимірювань шумових характеристик?
7. Поясніть, чому нормальний (гаусівський) випадковий процес є базовою моделлю шумів у телекомунікаційних системах. Які фізичні причини цього?
8. Дайте визначення білого шуму. Чому його спектральна густина потужності вважається рівномірною і чому такий процес фізично не може існувати в ідеальному вигляді?
9. Як пов'язані кореляційні властивості шуму з його спектральними характеристиками? Поясніть це на прикладі білого та кольорового шумів.
10. Який вплив мають випадкові шуми на процес виявлення та приймання сигналів у системах електрозв'язку? Які статистичні характеристики шуму є найбільш критичними для оцінки завадостійкості?

Мета роботи: ознайомитися з часовою реакцією цифрових фільтрів.

Теоретичні відомості

Цифрова фільтрація є фундаментальною частиною сучасної теорії електричного зв'язку, оскільки саме вона дозволяє виділяти корисні сигнали, пригнічувати завади та відновлювати інформацію після спотворень у каналі. Фільтрація здійснюється шляхом цифрової обробки дискретизованих сигналів за допомогою математичних операцій, зокрема згортки.

Основна ідея цифрової фільтрації полягає в перетворенні вхідного цифрового сигналу на вихідний у відповідності до заданих частотних властивостей. Цей процес реалізується за допомогою цифрових фільтрів, які бувають двох типів – фільтри із скінченною імпульсною характеристикою (FIR) та фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (IIR). FIR-фільтри забезпечують лінійну фазову характеристику та мають фіксовану тривалість імпульсної відповіді, що робить їх ідеальними для задач, де збереження форми сигналу має критичне значення. Натомість IIR-фільтри зазвичай реалізуються на основі аналогових прототипів, мають компактну структуру і ефективніші з точки зору обчислень, але можуть вносити фазові спотворення.

У цифрових фільтрах передавання сигналу описується через функцію передачі, яка визначає, як фільтр реагує на гармонічні компоненти вхідного сигналу. Формально, вихідний сигнал отримується шляхом обчислення згортки між вхідною послідовністю та імпульсною характеристикою фільтра.

Одним із важливих параметрів цифрового фільтра є частота зрізу, яка визначає межу між смугою пропускання та смугою загородження. Для коректної роботи цифрового фільтра частота зрізу задається у нормалізованому вигляді, як частка від частоти Найквіста. Вибір ширини смуги, крутизни переходу та типу вікна (у випадку FIR-фільтрів) суттєво впливають на частотні характеристики фільтра і ступінь придушення небажаних складових сигналу.

Під час проектування фільтра також враховують затримку сигналу, яка виникає внаслідок симетрії фільтра або його порядку. У фільтрах із лінійною фазою ця затримка є сталою для всіх частот, що дозволяє зберігати фазову структуру сигналу. Це важливо в системах зв'язку, де фазові співвідношення між гармоніками несуть інформацію, як-от у фазовій модуляції.

Крім класичної реалізації згортки, цифрова фільтрація може здійснюватися у частотній області за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT), що значно прискорює обчислення для довгих сигналів. Обидва підходи дають однаковий результат, але вибір методу залежить від довжини сигналу та доступних ресурсів.

Загалом цифрова фільтрація є невід’ємною складовою систем зв’язку, обробки радіосигналів, аудіосистем, телекомунікаційних протоколів, а також базується на математично строго визначених принципах, які дозволяють керувати змінювати спектральний склад сигналів.

Хід роботи

У цифровій обробці сигналів часова реакція фільтра показує, як фільтр змінює форму вхідного сигналу з часом. Для цього часто застосовують операцію згортки (convolution), яка математично реалізує фільтрацію.

У середовищі Mathcad це реалізується через функції:

- response(...) – обчислює часову реакцію фільтра на вхідний сигнал.
- fftfilt(...) – обчислює згортку швидким методом через перетворення Фур'є.
- iirlow(...) – створює коефіцієнти для фільтра нижніх частот (IIR-фільтрів).

1. Проектування ФНЧ IIR фільтра.

Задайте вхідний сигнал, який містить низькочастотну та високочастотну складову.

$$\begin{aligned} n &:= 0 \dots 999 \\ f1 &:= 0.05 \\ f2 &:= 0.2 \\ x_n &:= \sin(2 \cdot \pi \cdot f1 \cdot n) + \sin(2 \cdot \pi \cdot f2 \cdot n) \end{aligned}$$

Виберіть значення частоти зрізу f , яка повинна бути в межах від 0 до 0.5. Обчисліть перші 100 відліків фільтра Баттерворта другого порядку.

$$\begin{aligned} k &:= 0 \dots 99 \\ \text{range}_k &:= k \\ f &:= 0.1 \end{aligned}$$

Використайте функцію iirlow для отримання коефіцієнтів передачі фільтра 2-го порядку.

$$A := \text{iirlow}(\text{butter}(2), f)$$

Коефіцієнти A використовуються для подальшої фільтрації сигналу. Фільтр другого порядку має невелике пригнічення високих частот і м'який спад.

Для обчислення реакції фільтра на сигнал застосуйте функцію response до вхідного сигналу із використанням фільтра A .

$$YA := \text{response}(x, A, 100)$$

Побудуйте графіки вихідного і фільтрованого сигналів на одній діаграмі для візуального порівняння (рис. 4.1). Відфільтрований сигнал буде згладженим, з меншою амплітудою, і із затримкою в часі, що є типовим для фільтрів IIR.

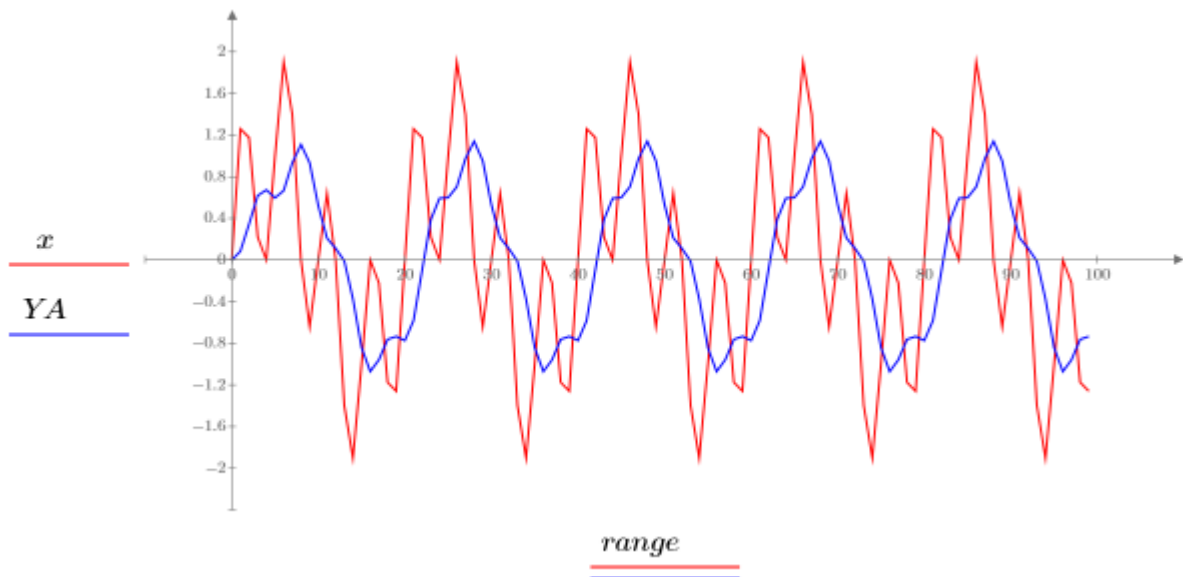


Рисунок 4.1 – Графіки вихідного і фільтрованого сигналів

Створіть новий фільтр шостого порядку з тією ж частотою зрізу (рис. 4.2).

```
C := iirlow(butter(6), f)
YC := response(x, C, 100)
```

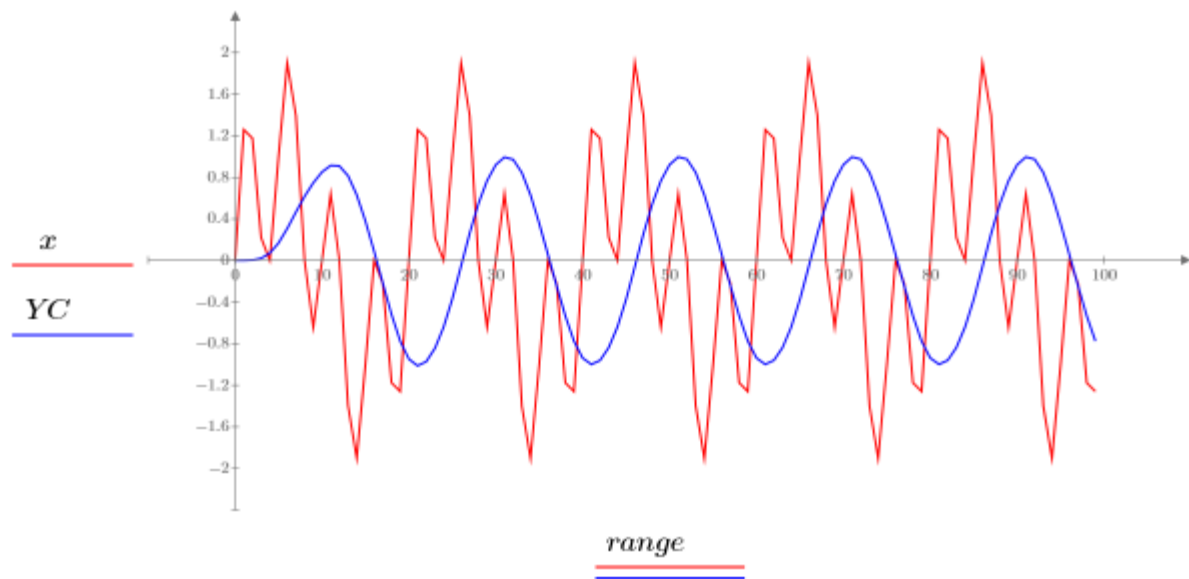


Рисунок 4.2 –Графік функції з фільтром шостого порядку

Порівняйте графіки $x(t)$, $YA(t)$ і $YC(t)$. Фільтр вищого порядку має значно гостріший перехід між смугою пропускання і загородження; ефективніше усуває високочастотний шум, але вводить більшу часову затримку і змінює форму сигналу сильніше.

2. Проектування смугового FIR-фільтра.

Фільтр має пропускати лише високочастотну компоненту сигналу.

```
f_lo := 0.1
```

$$f_hi := 0.3$$

Створюємо FIR-фільтр довжиною 51 точка. Віконна функція Blackman використовується для згладжування спектру. Параметр b вказує на тип вікна.

$$coeff := 51$$

$$bman := 6$$

$$F := \text{bandpass}(f_lo, f_hi, coeff, bman)$$

Обчислення затримки фільтру. FIR-фільтри викликають затримку сигналу, що дорівнює приблизно половині довжини фільтру. Ця затримка є постійною і не спотворює фазу (лінійна фаза).

$$delay := \text{floor}\left(\frac{coeff}{2}\right)$$

$$delay = 25$$

Застосуємо фільтр до сигналу за допомогою функції `response` для обчислення перших 100 відліків (рис. 4.3).

$$YF := \text{response}(x, F, 100)$$

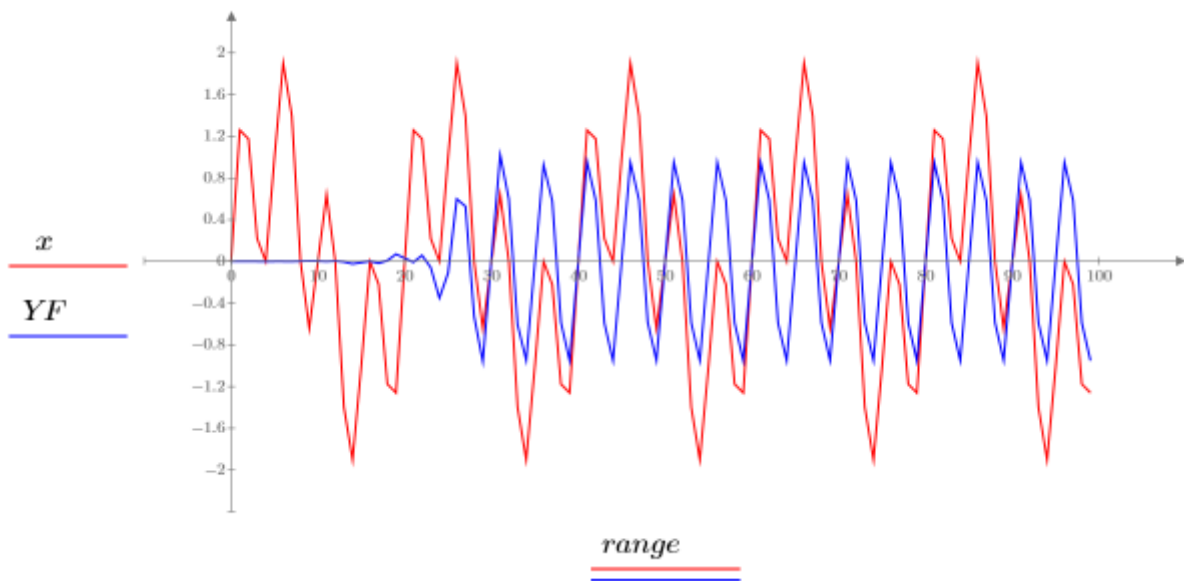


Рисунок 4.3 – Результат роботи смугового FIR-фільтра

Фільтр не реагує миттєво, але поступово виділяє високочастотну компоненту, ігноруючи низькочастотну.

2. Покажіть, що низькочастотний FIR-фільтр має нульовий фазовий зсув для частот у своїй смузі пропускання.

Визначити два вхідних сигнали

$$m := 0 .. 1000 \quad f1 := \frac{1}{10} \quad f2 := \frac{1}{27}$$

$$x1_m := \sin(2 \cdot \pi \cdot f1 \cdot m) \quad x2_m := \sin(2 \cdot \pi \cdot f2 \cdot m)$$

Задати параметри фільтра. Будуємо низькочастотний фільтр із частотою зрізу 0.3 (нормалізовано) і довжиною 37.

$f := 0.3$

$coeff := 37$

Генерація коефіцієнтів із вікном Хеннінга (4).

$G := \text{lowpass}(f, coeff, 4)$

$y1 := \text{response}(x1, G, 100)$

$y2 := \text{response}(x2, G, 100)$

Обчислення затримки фільтра

$delay := \text{floor}\left(\frac{coeff}{2}\right)$

$delay = 18$

Визначення затриманих вхідних сигналів

$k := 0 .. 100$

$x1d_{k+delay} := x1_k$

$x2d_{k+delay} := x2_k$

Побудова графіків першого затриманого сигналу і відгуку фільтра (рис. 4.4).

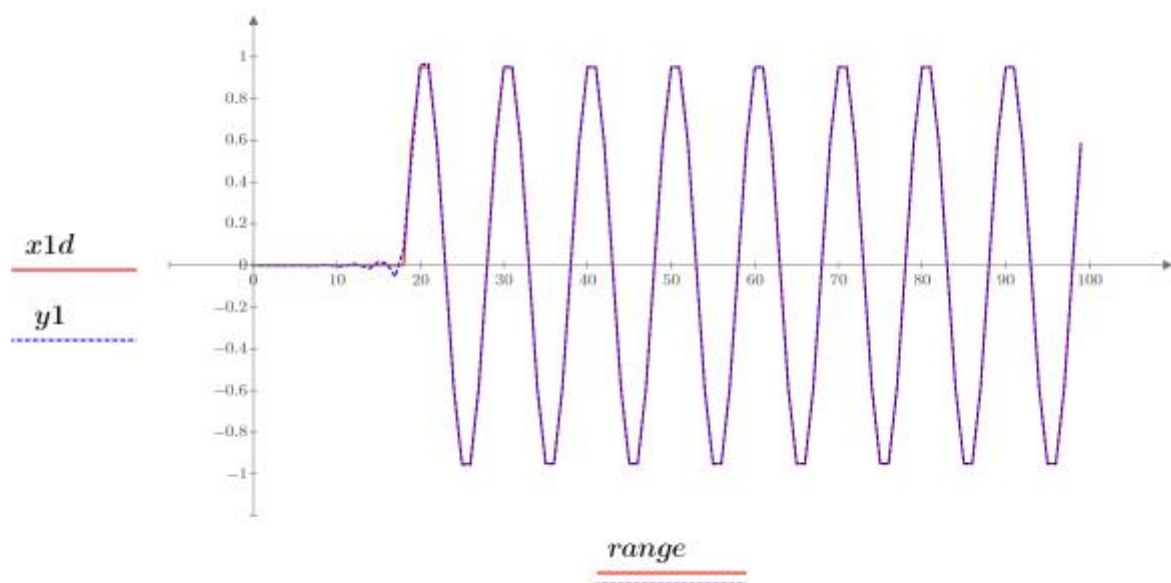


Рисунок 4.4 – Графік першого затриманого сигналу і відгуку фільтра

Сигнали повністю збігаються, мають нульовий зсув фази.

Теж саме для другого сигналу (рис. 4.5)

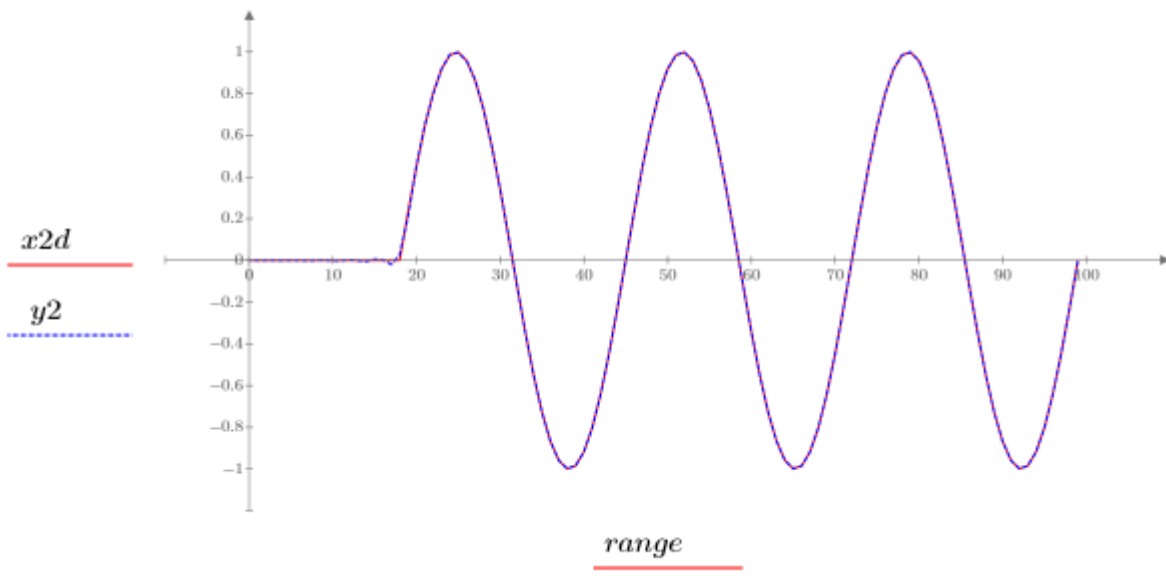


Рисунок 4.5 – Графік другого затриманого сигналу і відгуку фільтра

Сигнали також повністю збігаються

Висновок. FIR-фільтри з лінійною фазою (наприклад, з вікнами Hanning, Blackman) не спотворюють фазу сигналу, а лише затримують його цілком.

Питання для самоперевірки

1. Поясніть фізичний і математичний зміст операції згортки в цифровій фільтрації.
2. У чому полягає принципова різниця між FIR- та IIR-фільтрами з точки зору часової реакції?
3. Чому частота зрізу цифрового фільтра задається у нормалізованому вигляді (відносно частоти Найквіста)?
4. Поясніть вплив порядку IIR-фільтра на форму часової реакції сигналу.
5. Чому фільтри Баттерворта мають м'який спад амплітудно-частотної характеристики?
6. Опишіть механізм виникнення часової затримки у цифрових фільтрах.
7. Поясніть, чому FIR-фільтри з симетричними коефіцієнтами мають лінійну фазову характеристику.
8. Яку роль відіграє віконна функція при синтезі FIR-фільтрів?
9. Чому метод FFT-фільтрації дає той самий результат, що й пряма згортка, але є обчислювально ефективнішим?
10. Поясніть, як цифрова фільтрація впливає на інформаційні параметри сигналу в телекомунікаційній системі.

Лабораторна робота 5

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕДАЧІ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СИГНАЛІВ ЧЕРЕЗ КАНАЛ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Мета роботи: Ознайомитися з методами створення багаточастотних сигналів у Mathcad, імітувати вплив завад та каналу передачі.

Теоретичні відомості

Сигнали в системах електрозв'язку зазвичай складаються з кількох гармонічних компонент. Щоб дослідити, як сигнал змінюється в таких умовах, його спочатку потрібно згенерувати, потім накласти спотворення, після чого застосувати фільтрацію або інші методи цифрової обробки сигналів (ЦОС) для відновлення або аналізу. Багаточастотний сигнал у загальному випадку описується як сума гармонічних коливань різних частот, амплітуд і початкових фаз. У неперервному часі такий сигнал може бути поданий у вигляді суми синусоїд, де кожна складова характеризується власною круговою частотою, амплітудою та фазовим зсувом. З позицій спектрального аналізу багаточастотний сигнал має дискретний або квазидискретний спектр, що дозволяє досліджувати вплив каналу зв'язку на кожен спектральний компонент окремо.

Канал зв'язку в теорії електрозв'язку зазвичай моделюють як лінійну стаціонарну систему, що описується імпульсною характеристикою $h(t)$ або передавальною функцією $H(\omega)$. Вихідний сигнал у часовій області визначається згорткою:

$$y(t) = x(t) \cdot h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau, \quad (5.1)$$

а в частотній області – добутком спектрів:

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega). \quad (5.2)$$

Модель зашумленого каналу часто подають у вигляді:

$$y(t) = x(t) \cdot h(t) + n(t), \quad (5.3)$$

де $n(t)$ – адитивний шум, який у багатьох задачах вважають білим гаусівським із середнім нульовим значенням.

Проходження багаточастотного сигналу через такий канал призводить до амплітудних і фазових спотворень, які визначаються частотною характеристикою каналу. У частотній області це проявляється у зміні спектра сигналу відповідно до

передавальної функції, а в часовій області – у зміні форми сигналу. Якщо канал є смугово-обмеженим, частотні компоненти поза смугою пропускання пригнічуються або спотворюються.

Для аналізу проходження сигналів через канал широко застосовують перетворення Фур'є, яке дозволяє перейти від часової до частотної області та наочно оцінити спектральний склад сигналу до і після каналу. У цифровому моделюванні використовується дискретизація сигналу за часом, при цьому важливо дотримуватися умови теореми Котельникова, щоб уникнути накладання спектрів. Моделювання впливу шумів здійснюється шляхом додавання до сигналу випадкових процесів, найчастіше адитивного білого гаусівського шуму, що дає змогу дослідити завадостійкість багаточастотних сигналів.

Фільтрація є базовим методом обробки сигналів після проходження каналу зв'язку. Вона дозволяє виділити корисні частотні компоненти або пригнітити небажані складові та шум. Теоретично фільтр також розглядається як лінійна система з певною частотною характеристикою, узгодженою зі спектром корисного сигналу. Таким чином, генерація багаточастотних сигналів і моделювання їх проходження через канал зв'язку дає змогу наочно дослідити спектральні та часові спотворення, а також оцінити ефективність методів ЦОС у задачах аналізу та відновлення сигналів.

Хід роботи

1. Розглянемо приклад генерації двотонального сигналу.

Наприклад, у телефонії використовується тональна передача DTMF (Dual Tone Multi Frequency), яка кодує натискання клавіш телефона як поєднання двох частот (табл. 5. 1).

Таблиця 5. 1 – Таблиця кодів тональної передачі

Цифрова клавіатура		High Tone Group			
		1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz	1633 Hz
Low	697 Hz	1	2	3	A
Tone	770 Hz	4	5	6	B
	852 Hz	7	8	9	C
Group	941 Hz	*	0	#	D

Для того, щоб згенерувати тон для кнопки номер 5, сигнал 770 Гц з групи низьких тонів змішується із сигналом 1336 Гц з групи високих тонів. Передача сигналів у реальному середовищі супроводжується спотвореннями, шумами, затуханням і викривленням, які моделюються каналом зв'язку.

Для формування сигналу виконайте наступні кроки:

– встановіть частоту дискретизації сигналу:

$$\text{SampleRate} := 22050$$

Частота дискретизації визначає, з якою частотою відбувається відбір значень аналогового сигналу. 22050 Гц – це половина стандартної аудіочастоти 44100 Гц, яка історично закріпилась у цифровому аудіо. Частота дискретизації 44100 Гц є стандартною аудіочастотою, що широко використовується в системах цифрового звукозапису та обробки аудіосигналів. Її вибір ґрунтується на теоремі Котельникова–Шеннона, згідно з якою для коректного відтворення сигналу необхідно, щоб частота дискретизації щонайменше вдвічі перевищувала максимальну частоту спектра. Оскільки верхня межа чутного для людини діапазону становить приблизно 20 кГц, частота 44100 Гц забезпечує надійне виконання цієї умови з певним запасом. Використання 22050 Гц є зручним компромісом між точністю представлення сигналу та обчислювальною ефективністю.

– для формування осі часу встановіть тривалість часу та кількість точок даних.

$$\tau := 0.01$$

$$\text{NumPts} := \text{SampleRate} \cdot \tau$$

– обчисліть часовий інтервал та згенеруйте два масиви, один для індексації, а інший для часу.

$$\Delta\tau := \frac{\tau}{\text{NumPts}}$$

$$i := 0 .. \text{NumPts}$$

$$\tau_i := \Delta\tau \cdot i$$

– виконайте генерацію багаточастотного сигналу (DTMF-тон). Встановіть амплітуду сигналу та виберіть дві частоти, необхідні для генерації тону #.

$$A := 10000$$

$$f_1 := 1477$$

$$f_2 := 941$$

– використайте функцію \sin для генерації сигналу та побудуйте його графік.

$$\text{Signal} := \overrightarrow{\left[A \cdot \left(\sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot \tau) + \sin(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot \tau) \right) \right]}$$

Сигнал формується як сума двох синусоїд. Це імітація натискання кнопки «#» на телефоні, що одночасно генерує дві частоти. Така форма сигналу має чітко виражений спектр (рис. 5. 1).

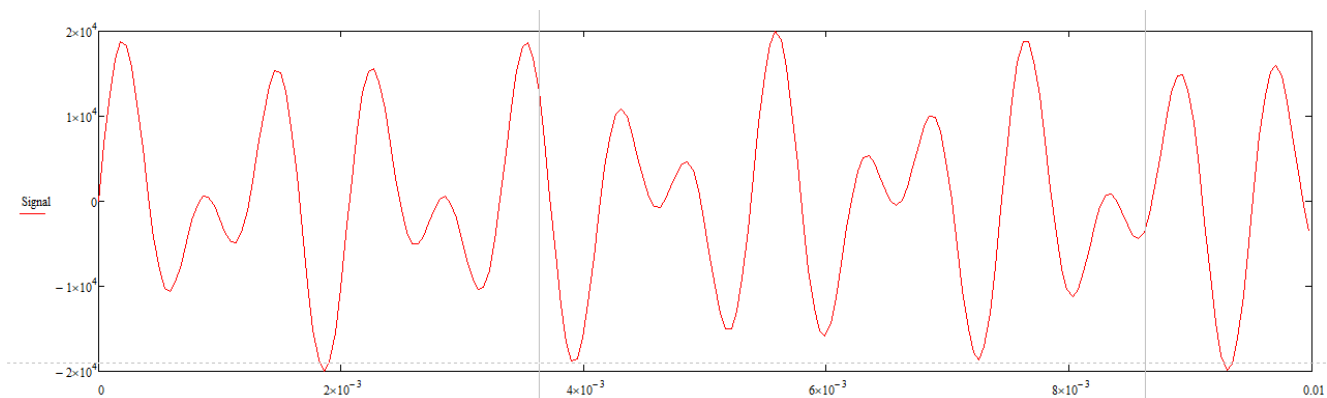


Рисунок 5. 1 – Форма двотонального сигналу

Зверніть увагу на форму сигналу – вона є результатом інтерференції двох синусоїд. Частота змін у сигналі відповідає різниці між f_1 і f_2 .

2. Моделювання сигналу з експоненційним ростом частоти.

Експоненційний ріст частоти (exponential ramp in frequency) – це сигнал, у якому миттєва частота змінюється з часом за експоненційним законом: на початку вона мала, а з часом зростає (або спадає) все швидше.

Експоненціальні частотні зміни сигналів застосовують у радіотехніці для моделювання нестационарних процесів, аналізу систем зі змінними параметрами, дослідження перехідних режимів фільтрів і підсилювачів, а також у радарних і сонарних системах. Вони зручні для аналізу систем, чутливих до швидких змін спектру сигналу, і краще відображають реальні фізичні процеси, ніж лінійні моделі.

Для моделювання такого сигналу виконайте кроки:

- визначте сигнал експоненціального нарощування частоти:

$$er(\tau) := e^{2.2 \cdot \tau} \cdot \tau$$

- визначте частоту дискретизації, амплітуду як в попередньому випадку, крім цього встановіть:

$$\tau := 1$$

- використайте функцію `sin` для генерації сигналу, а потім скористайтеся функцією `length`, щоб знайти його довжину:

$$Signal := \overline{(Amplitude \cdot (\sin(2 \cdot \pi \cdot er(\tau))))}$$

$$length(Signal) = 6.615 \cdot 10^4$$

- отримайте графік сигналу (рис. 5. 2):

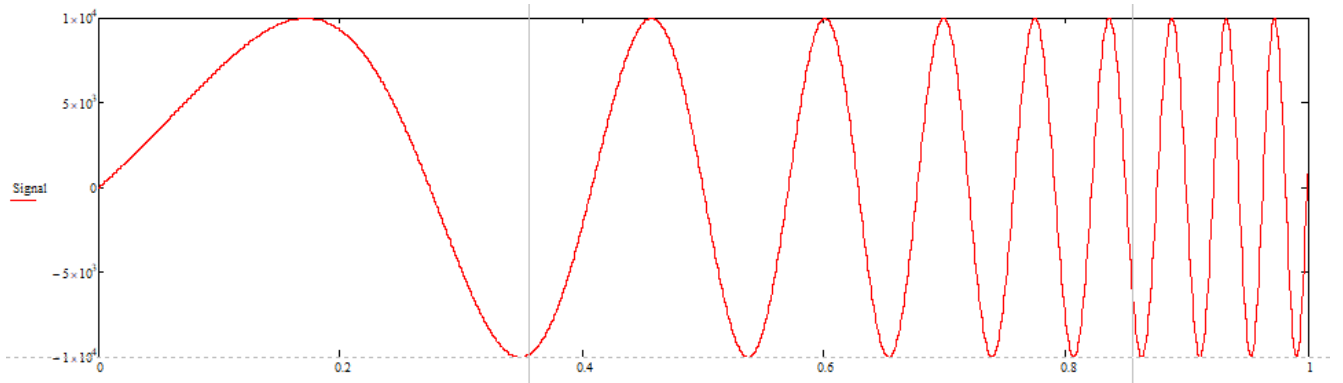


Рисунок 5. 2 – Графік сигналу з експоненційним зміщенням частоти

3. Додавання шуму як імітація проходження по каналу зв'язку.

– згенеруйте випадкові значення білого шуму з амплітудою:

$$\text{Noise} := 10000$$

– створіть сумарний сигнал (рис. 5. 3) з заданим значенням амплітуди шуму

Noise:

$$\text{NSignal} := [A \cdot (\sin(2 \cdot \pi \cdot e^{\tau}))] + \text{Noise whiten}(\text{length}(\tau))$$

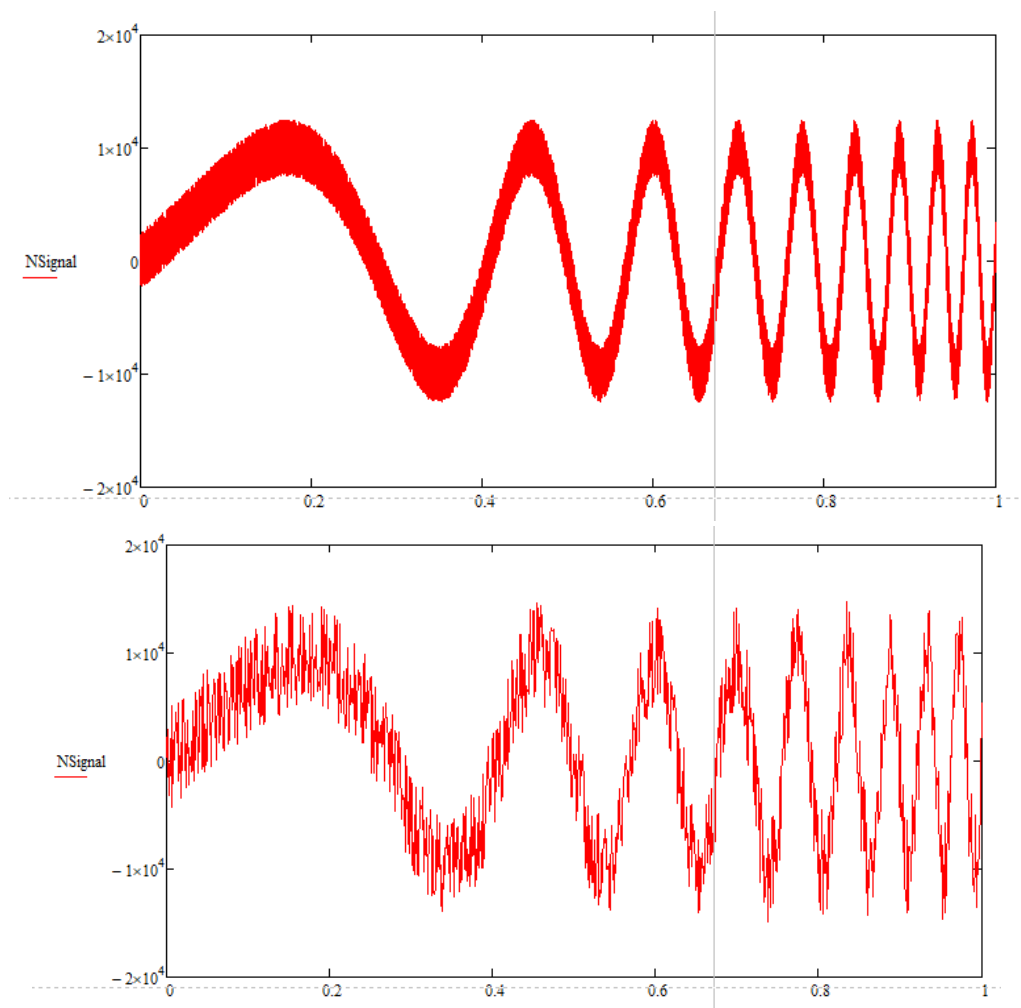


Рисунок 5. 3 – Сигнал з накладеним білим шумом для різної частоти даних

Білий шум додається до сигналу, моделюючи вплив каналу з завадами. Змінюючи Noise, ви можете дослідити, як амплітуда шуму впливає на читабельність сигналу.

4. Аналіз частотного складу сигналу.

Виведіть спектри чистого і зашумленого сигналів на графіках.

5. Фільтрація сигналу (FIR або IIR фільтр)

Побудуйте графіки:

- оригінального сигналу,
- зашумленого сигналу,
- відфільтрованого сигналу.

Аналізуйте, як ефективно фільтр виділяє потрібні частоти та пригнічує шум.

Контрольні запитання.

1. Поясніть, що називають багаточастотним сигналом у теорії електрозв'язку та чому реальні сигнали зазвичай мають багатокомпонентний спектр.

2. Як спектральний склад багаточастотного сигналу впливає на його проходження через лінійний стаціонарний канал зв'язку? Поясніть роль амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик каналу.

3. Опишіть фізичний зміст операції згортки та поясніть, як вона використовується для моделювання проходження сигналу через канал у часовій області.

4. Поясніть, чому аналіз багаточастотних сигналів зручно проводити в частотній області та яку інформацію дає перетворення Фур'є.

5. Як смуга пропускання каналу зв'язку впливає на форму багаточастотного сигналу в часовій області? Наведіть приклади можливих спотворень.

6. Поясніть, що таке адитивний шум у каналі зв'язку та як його наявність змінює спектр і часову реалізацію багаточастотного сигналу.

7. Обґрунтуйте вибір частоти дискретизації під час цифрового моделювання проходження багаточастотних сигналів через канал зв'язку.

8. Поясніть, як фільтрація впливає на багаточастотний сигнал після проходження через канал і які критерії вибору фільтра є основними.

9. Розкрийте зв'язок між різницею частот гармонічних складових багаточастотного сигналу та появою огинаючої (биттів) у часовій області.

10. Поясніть, як результати комп'ютерного моделювання проходження багаточастотних сигналів через канал зв'язку можуть бути використані для оцінювання якості передачі інформації в реальних системах.

ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ У ПЕРЕДАВАЛЬНИХ І ПРИЙМАЛЬНИХ ПРИБОРАХ ЗВ'ЯЗКУ

Мета: дослідження впливу дискретизації та квантування на часові й спектральні характеристики сигналів з використанням середовища Mathcad.

Теоретичні відомості

У сучасних системах електрозв'язку інформаційні сигнали майже завжди проходять етапи дискретизації та квантування, що є основою переходу від аналогового представлення до цифрової обробки. Дискретизація пов'язана з вибором значень сигналу в окремі моменти часу, тоді як квантування обмежує точність подання амплітуди. Обидва процеси неминуче змінюють властивості сигналу, і саме ці зміни визначають точність відновлення, рівень спотворень та завадостійкість систем зв'язку.

Дискретизація сигналів – це процес переходу від неперервного сигналу $x(t)$ до послідовності його відліків $x(t_k)$, взятих через рівні проміжки часу. Вона є першим етапом аналого-цифрового перетворення і визначає, яку частину інформації сигналу можна зберегти під час цифрової обробки.

Основним параметром дискретизації є період дискретизації Δt або частота дискретизації $f_d = 1/\Delta t$.

Фізично дискретизація означає «зупинку часу» в окремі моменти, коли фіксується миттєве значення сигналу. При цьому форма сигналу між відліками безпосередньо не зберігається і має бути відновлена за певними правилами.

Ключовим положенням є теорема Котельникова (Найквіста-Шеннона). Вона стверджує, що неперервний сигнал з обмеженим спектром, у якому відсутні частотні складові вище f_{\max} , може бути однозначно відновлений з відліків, якщо $f_d \geq 2f_{\max}$.

Ця умова означає, що частота дискретизації повинна бути щонайменше вдвічі більшою за максимальну частоту сигналу. Порушення цієї умови призводить до накладання спектрів (аліасингу), коли високочастотні складові «маскуються» під низькочастотні і спотворення стають незворотними. Правильний вибір частоти дискретизації визначає можливість точного відновлення сигналу та ефективність цифрових систем електрозв'язку.

Зі спектральної точки зору дискретизація еквівалентна множенню сигналу на періодичну послідовність дельта-імпульсів. У частотній області це призводить до періодичного повторення спектра сигналу з кроком, рівним частоті дискретизації. Якщо ці копії спектра перекриваються, інформація про сигнал втрачається.

На практиці реальні сигнали мають нескінченний спектр, тому перед дискретизацією застосовують антиаліасинговий фільтр низьких частот, який обмежує спектр сигналу до допустимої смуги. Відновлення неперервного сигналу з відліків здійснюється за допомогою фільтрації, ідеальним випадком якої є фільтр з синус-кардинальною (sinc) імпульсною характеристикою.

Квантування – це процес перетворення аналогового сигналу на цифровий шляхом представлення його дискретними рівнями амплітуди. Це один із ключових етапів аналого-цифрового перетворення (АЦП).

Під час квантування значення аналогового сигналу округлюються до найближчого фіксованого рівня. Кількість таких рівнів визначається роздільною здатністю системи.

Зазвичай квантування реалізується в електронних пристроях за допомогою мікросхем АЦП. Якщо частота вхідного сигналу набагато менша за обернену величину частоти дискретизації, то квантування забезпечує справедливе наближення до вихідного аналогового сигналу, враховуючи вищезазначений метод вибору рівнів квантування. В іншому випадку, для відновлення структури сигналу необхідно використовувати методи обробки сигналів.

Хід роботи

1. Дискретизація неперервного сигналу.

Дискретизація сигналу в середовищі Mathcad здійснюється шляхом задання дискретної часової осі з певним кроком, що відповідає періоду дискретизації, та обчислення значень неперервного сигналу в цих часових точках. У результаті формується послідовність відліків, яка є дискретним поданням сигналу

На першому етапі необхідно задати параметри неперервного сигналу, що досліджується. Виберемо вид сигналу у вигляді суми синусоїд так, щоб він містив кілька гармонічних складових у відомій смузі частот.

$$j := 0..14$$

$$k_1 := 4 \quad k_2 := 7$$

$$x_j := \sin\left(2 \cdot \pi \cdot k_1 \cdot \frac{j}{30}\right) + \sin\left(2 \cdot \pi \cdot k_2 \cdot \frac{j}{30}\right)$$

Частота відліків в 2 рази більша за максимальну частоту сигналу $f_{\max} = 1/30$. Такий сигнал є зручним для дослідження, оскільки його спектральний склад легко передбачити як аналітично, так і за результатами моделювання.

2. Передискретизація.

Зміна частоти дискретизації вже дискретного сигналу, виконується з використанням спеціалізованих функцій Mathcad, що поєднують інтерполяцію, фільтрацію та децимацію. Цей процес моделює реальні цифрові системи, у яких

перехід між різними частотами дискретизації завжди супроводжується фільтрацією та часовою затримкою, але не створює нової інформації про сигнал.

Застосуйте до сигналу функцію `multirate` з параметрами за замовчуванням для зміни частоти дискретизації у відношенні n/m .

```
y := multirate(x, n, m)
k := 0 .. length(y) - 1
```

Зобразіть графік вихідного і передискретизованого сигналу (рис. 6.1).

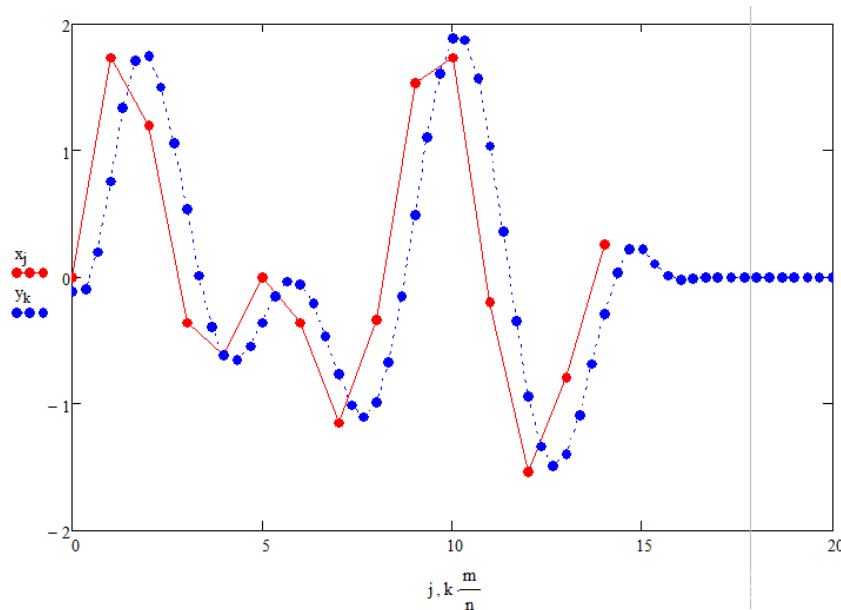


Рисунок 6.1 – Передискретизація сигналу з параметрами $n=6$, $m=2$

Графік показує, що передискретизований сигнал дещо зміщений і містить n/m разів більше вихідних точок даних. Зсув вноситься КІХ-фільтром, що використовується в алгоритмі і дорівнює його груповій затримці.

Видно, що у реальних алгоритмах зміни частоти дискретизації завжди присутня фільтрація, яка призводить до затримок і перехідних процесів.

Налаштуйте параметри низькочастотного КІХ-фільтра: частота зрізу f , кількість коефіцієнтів і тип віконної функції.

```
f := 0.15 coeff := 65 win := 5
n := 3 m := 2
```

Після чого за допомогою функції `lowpass` обчислюються коефіцієнти фільтра.

```
filt := lowpass(f, coeff, win)
```

Використовуйте функцію `multirate` для повторної дискретизації сигналу x з іншими параметрами.

```
y1 := multirate(x, n, m, filt)
k := 0 .. length(y1) - 1
```

Побудуйте передискретизований сигнал (рис. 6.2).

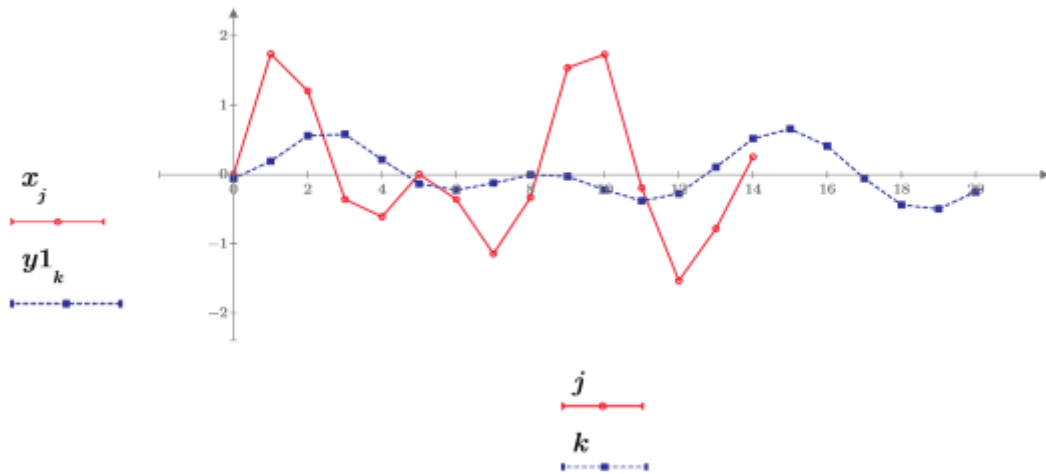


Рисунок 6.2 – Передискретизація сигналу з параметрами $n=3$, $m=2$

Передискретизація призводить до ослаблення сигналу, оскільки КІХ-фільтр не має коефіцієнта підсилення, що дорівнює частоті передискретизації n .

Налаштуйте коефіцієнти КІХ-фільтра на правильне підсилення та повторно побудуйте графік передискретизованого сигналу (рис. 6.3).

```
filt2 := n * filt
```

```
y2 := multirate(x, n, m, filt2)
```

```
k := 0 .. length(y2) - 1
```

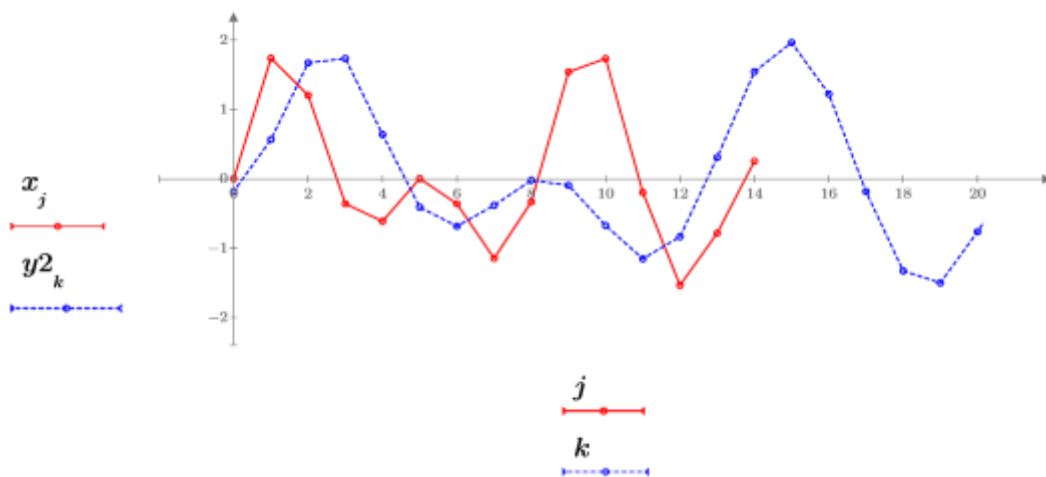


Рисунок 6.3 – Передискретизація сигналу з використанням КІХ-фільтра

Налаштування коефіцієнтів FIR-фільтра усуває ефект масштабування.

3. Підвищення або зниження частоти дискретизації сигналу.

Використовуйте функцію `multirate` для підвищення частоти дискретизації сигналу x шляхом збільшення співвідношення n/m . (рис. 6.4)

```
n := 4 m := 1
```

```
y3 := multirate(x, n, m)
```

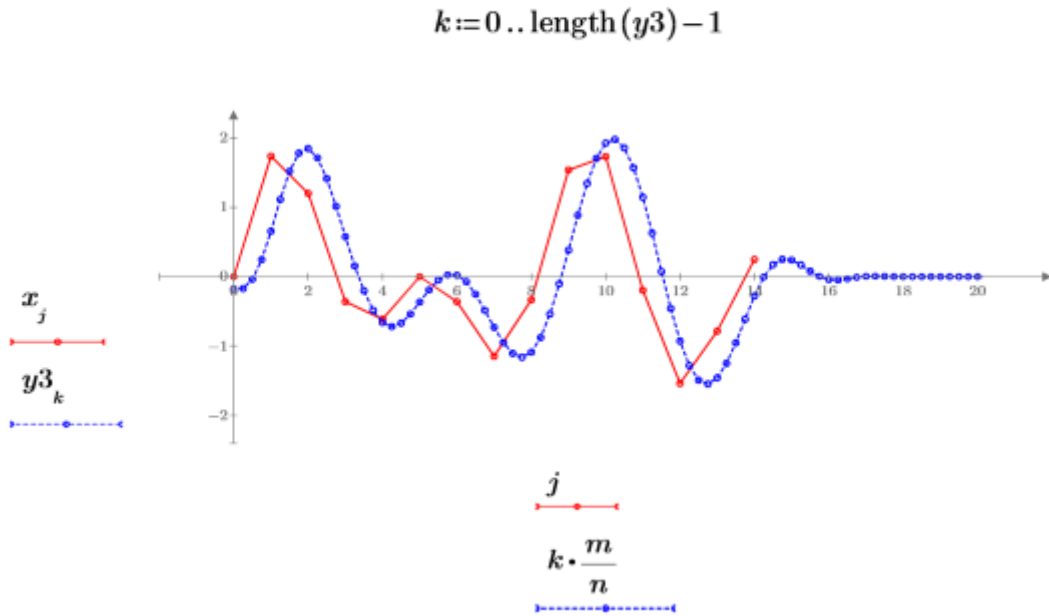


Рисунок 6.4 – Підвищення частоти дискретизації

Висновок: підвищення частоти дискретизації збільшує кількість відліків, але не додає нової інформації до сигналу. Подібну операцію виконаємо для зменшення частоти дискретизації (рис. 6.5).

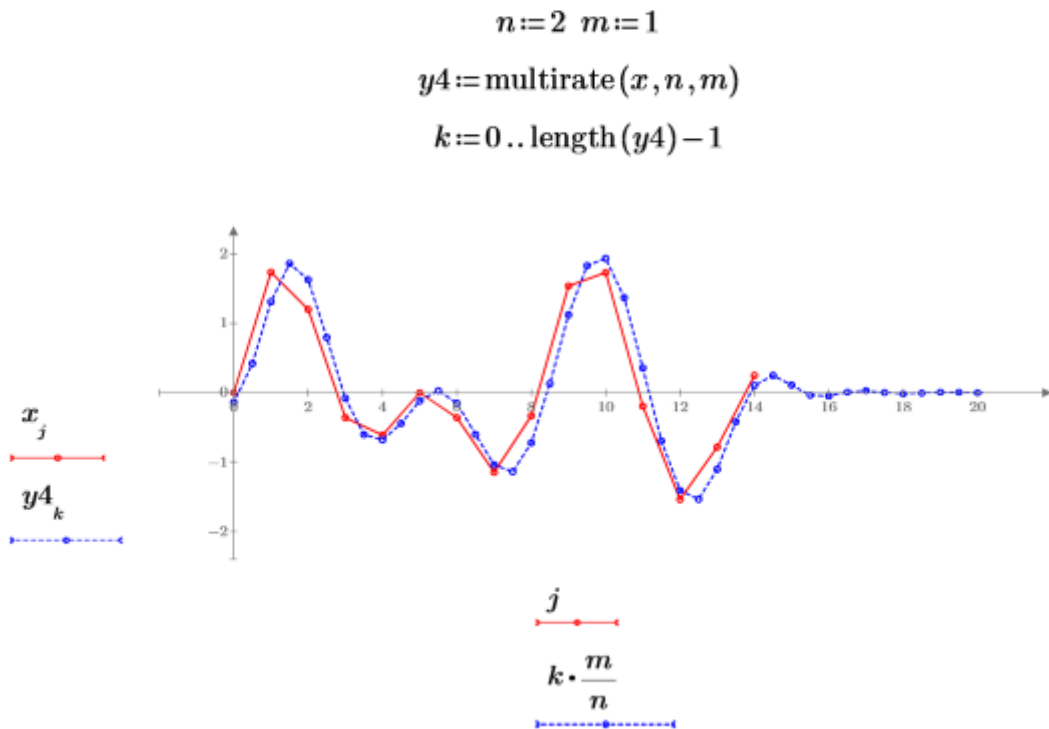


Рисунок 6.5 – Зменшення частоти дискретизації

Зменшення частоти дискретизації знижує обсяг даних, але може призводити до втрати інформації без попереднього обмеження спектра.

4. Квантування сигналу.

Виконаємо квантування гіперболічного сигналу. Визначте кількість рівнів квантування. Кількість рівнів впливає на точність наближення сигналу – чим більше рівнів, тим менше похибка квантування.

$$n := 9$$

Визначте часову область та аналітичне представлення сигналу.

$$m := 0 .. 40$$

$$x_m := 1 + .01 \cdot m^2$$

$$m_range_m := m$$

Обчислення висоти рівня квантування. Знаходимо мінімальне та максимальне значення сигналу, щоб обчислити крок між рівнями (квантування).

$$step := \frac{\max(x) - \min(x)}{n - 1}$$

$$step = 2$$

Використовуйте функцію `quantize`, щоб замінити значення сигналу найближчими рівнями квантування. (рис. 6.6)

$$y := \text{quantize}(x, n)$$

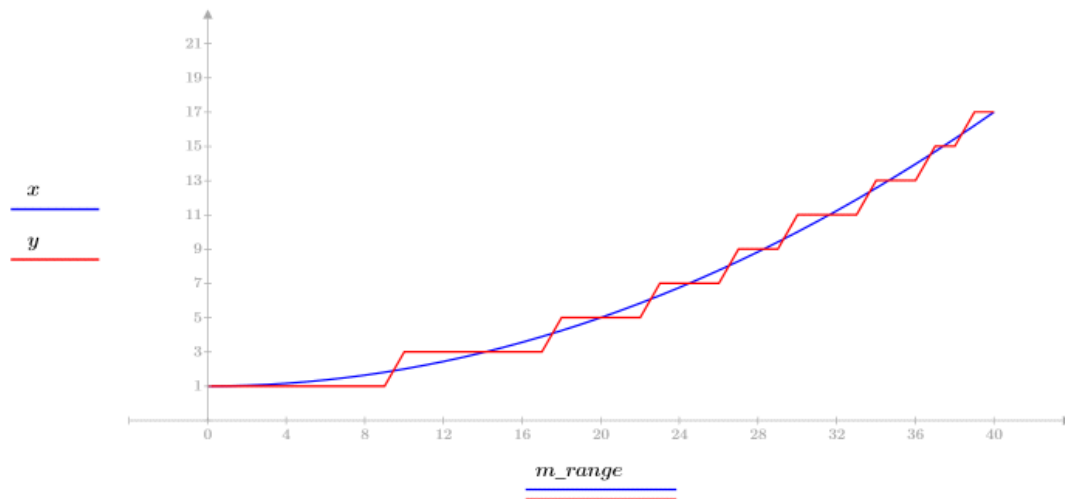


Рисунок 6.6 – Квантування сигналу

Квантовані рівні не обов'язково мають однакову тривалість у часі, а вихідний сигнал не завжди перетинає квантований сигнал у його середній точці.

Повторіть процедуру квантування та побудову графіків для меншої кількості рівнів квантування та для більшої кількості. Оцініть, як змінюється точність сигналу при зміні кількості рівнів квантування. Поясніть наслідки грубого квантування в системах зв'язку.

5. Фільтрація та реконструкція квантованого сигналу.

Створіть синусоїдальний сигнал, який згодом буде квантуватися.

```
m := 0 .. 200  
n := 8  
a_m := sin( (2 * pi * m) / 50 )  
m_range2_m := m
```

Квантуйте сигнал.

```
A := quantize(a, n)
```

Побудуйте графік оригінального і квантованого сигналів. (рис. 6.7)

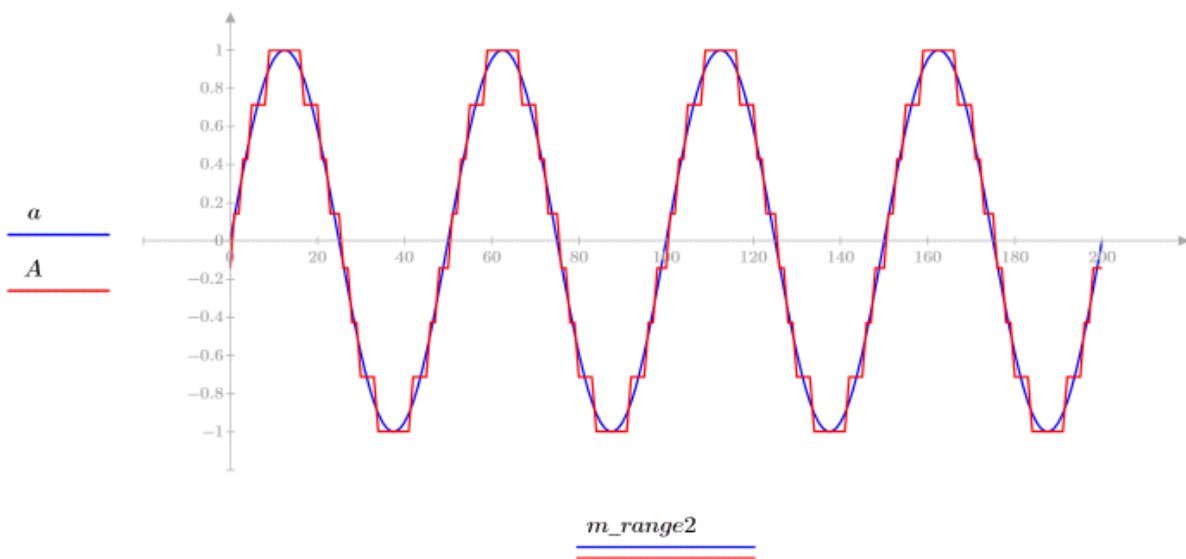


Рисунок 6.7 – Графік оригінального і квантованого сигналів

На цьому кроці бачимо ступінчасту природу квантованого сигналу і можемо оцінити рівень спотворень.

Проектування низькочастотного ФНЧ-фільтра. Реалізуйте фільтр з обмеженням спектру – FIR-фільтр із 15 коефіцієнтами та вікном Хеннінга, що допомагає згладити високочастотні спотворення, внесені квантуванням.

```
filter := lowpass(0.12, 15, 4)
```

Нормалізована частота зрізу $= 0,12$ – відносна частота, яка задається як частка від половини частоти дискретизації і визначає, які частоти зберігаються. Значення вікна згладжування $= 4$ вказує на згладжування країв фільтраційного вікна для уникнення різких переходів – це забезпечує кращі частотні характеристики фільтра.

Застосуйте фільтр до квантованого сигналу за допомогою функції response:

```
s := response(A, filter, 200)
```

Зобразіть графіки обох сигналів. (рис. 6.8)

$$p := 0 .. \text{length}(s) - 1$$

$$p_range_p := p - 7$$

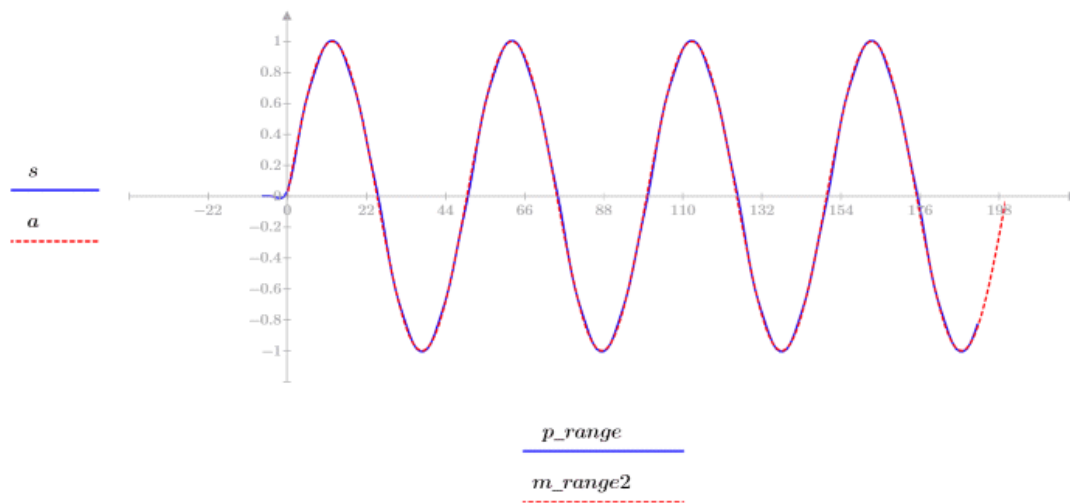


Рисунок 6.8 – Результати згладжування квантованого сигналу за допомогою ФНЧ

Контрольні запитання

1. Поясніть фізичний зміст процесу дискретизації сигналу. Чому вибір частоти дискретизації визначає можливість точного відновлення неперервного сигналу?
2. Сформулюйте теорему Котельникова–Найквіста–Шеннона та поясніть її значення для цифрових систем електрозв'язку. Які наслідки має порушення її умов?
3. Поясніть явище аліасингу з часової та спектральної точок зору. Чому аліасинг є незворотним видом спотворень?
4. Яку роль відіграє антиаліасинговий фільтр у процесі дискретизації? Чому його параметри залежать від частоти дискретизації?
5. Поясніть відмінність між дискретизацією за часом і квантуванням за рівнем. Які типи спотворень вони вносять у сигнал?
6. Що таке крок квантування і як він пов'язаний з розрядністю аналого-цифрового перетворювача? Який вплив має зменшення кроку квантування на якість сигналу?
7. Поясніть природу шуму квантування. За яких умов його можна моделювати як адитивний білий шум?
8. Як пов'язані частота дискретизації та розрядність квантування з динамічним діапазоном і відношенням сигнал/шум у цифрових системах?
9. Опишіть процес відновлення неперервного сигналу з дискретних відліків. Які припущення закладені в ідеальну інтерполяцію?
10. Чому підвищення частоти дискретизації не компенсує помилки грубого квантування і навпаки? Поясніть це з позицій інформаційних втрат.

Мета роботи: Вивчення часових та спектральних характеристик модульованих сигналів.

Теоретичні відомості

Амплітудна модуляція є історично першою та концептуально найпростішою аналоговою модуляцією. Вона відіграє важливу роль як базова модель для розуміння принципів модуляції, спектрального переносу та роботи детекторів у системах електрозв'язку. АМ формується шляхом лінійної зміни амплітуди переносника (несучої) пропорційно миттєвому значенню модулюючого сигналу. Реалізується простими схемами на перемножувачах або керованих підсилювачах.

АМ характеризується наявністю сильної складової переносника; низькою завадостійкістю; надлишковою шириною спектра.

Балансна модуляція є логічним розвитком АМ і займає проміжне місце між класичною АМ та спектрально ефективними методами модуляції. Вона усуває енергетичну надлишковість АМ, зберігаючи при цьому простоту реалізації.

БМ формується шляхом перемноження модулюючого сигналу з переносником без додавання постійної складової. Це призводить до пригнічення переносника в спектрі сигналу. Особливості використання: кращу енергетичну ефективність порівняно з АМ; ту саму ширину спектра, що й АМ; необхідність когерентного приймання.

Односмугова модуляція є одним із найбільш спектрально та енергетично ефективних методів аналогової модуляції. Вона займає ключове місце в професійному радіозв'язку, де ресурси спектра обмежені.

ОМ отримують шляхом виділення лише однієї бокової смуги з балансно-модульованого сигналу або за допомогою фазових методів з використанням перетворення Гільберта. Реалізація технічно складніша і вимагає високої стабільності параметрів. ОМ забезпечує: мінімальну ширину спектра; високу енергетичну ефективність; підвищену вимогливість до синхронізації та точності приймання.

У разі амплітудної (АМ), балансної (БМ) та односмугової (ОМ) модуляції несучим є гармонічне коливання:

$$u_{\text{пер}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0), \quad (7.1)$$

де A_0 – амплітуда несучої, f_0 – частота несучої, φ_0 – початкова фаза.

Модулюючий сигнал – це первинний неперервний нормований сигнал електров’язку $b(t)$ з такими параметрами:

- максимальне за модулем значення $|b(t)|_{max} = 1$;
- середнє значення сигналу $b(t) = 0$;
- максимальна частота спектра сигналу F_{max} .

Аналiтичні вирази сигналiв амплiтудної модуляції мають вигляд:

$$s_{AM}(t) = A_0[1 + m_{AM}b(t)]\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0), \quad (7.2)$$

де m_{AM} – коефіцієнт амплітудної модуляції.

Балансна модуляція (БМ):

$$s_{BM}(t) = A_0 b(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0). \quad (7.3)$$

Односмугова модуляція (ОМ):

$$s_{OM}(t) = A_0 [b(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \mp \tilde{b}(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)], \quad (7.4)$$

де $\tilde{b}(t)$ – сигнал, спряжений з $b(t)$ за перетворенням Гільберта;

знак « \rightarrow » відповідає верхній боковій смузі (ВБС),

знак « $+$ » – нижній боковій смузі (НБС).

Спектральні властивості сигналів

Амплітудний спектр АМ-сигналу складається з:

- гармонічної складової на частоті f_0 ;
- верхньої бокової смуги (ВБС), яка є масштабною копією спектра $b(t)$, зсунутою на $+f_0$;
- нижньої бокової смуги (НБС), яка є дзеркальним відображенням ВБС відносно f_0 .

Спектр БМ сигналу відрізняється від спектра АМ сигналу відсутністю коливання частоти несучої і складається лише з ВБС і НБС.

Спектр ОМ сигналу має тільки одну бокову смугу частот – верхню чи нижню, має вдвічі меншу ширину спектра порівняно з АМ і БМ.

Математичні моделі сигналів АМ, БМ і ОМ та їх спектральні властивості використовуються для побудови схем модуляторів цих сигналів. Одна із таких схем показана на рис. 7.1.

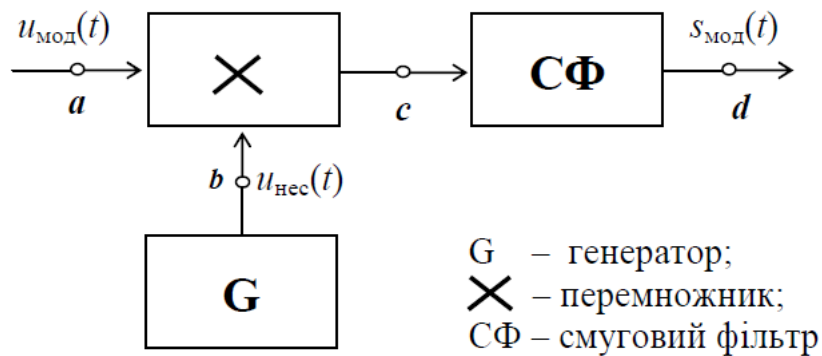


Рисунок 7.1 – Структурна схема модулятора АМ, БМ та ОМ

Для одержання різних видів модуляції необхідно змінювати модулюючий сигнал $u_{\text{мод}}(t)$ та смуговий фільтр (СФ).

У разі формування АМ сигналів $u_{\text{мод}}(t) = 1 + m_{\text{АМ}} b(t)$, а СФ повинен пропускати як ВБС, так і НБС.

У разі формування БМ сигналів $u_{\text{мод}}(t) = b(t)$, а СФ повинен пропускати також як ВБС, так і НБС.

У разі формування ОМ сигналів $u_{\text{мод}}(t) = b(t)$, а СФ повинен пропускати або ВБС, або НБС, тобто зі спектра БМ виділяється одна бокова смуга.

Примітки:

1. У разі ідеального перемножувача для формування АМ та БМ сигналів схемою рис. 1 смуговий фільтр не потрібний, оскільки в цьому разі у спектрі АМ та БМ сигналів немає зайвих спектральних складових, які потрібно подавляти.

2. У разі аналогової реалізації виконати ідеальний перемножувач досить важко, на його виході з'являються різні комбінаційні частоти ($2f_0$, $2f_0 \pm F_{\text{max}}$ та ін.), тому в усіх модуляторах після перемножувача завжди ставиться смуговий фільтр.

3. Смуга пропускання СФ модулятора установлюється дещо ширшою (на 5...10%) за крайні частоти спектра модульованого сигналу.

Загальні положення кутової модуляції

Фазова (ФМ) та частотна (ЧМ) модуляції належать до класу кутових модуляцій, у яких інформація передається не через зміну амплітуди переносника, а через зміну його миттєвого фазового кута.

Загальний вираз кутово-модульованого сигналу має вигляд:

$$s(t) = A_0 \cos[2\pi f_0 t + \varphi_0 + \psi(t)], \quad (7.5)$$

$\psi(t)$ – інформаційна складова фази, що визначається модулюючим сигналом $b(t)$.

На відміну від АМ, БМ та ОМ, амплітуда кутово-модульованого сигналу є сталою, що забезпечує суттєво вищу завадостійкість до амплітудних завад і нелінійностей каналу.

Основні особливості ФМ: фаза переносника безпосередньо повторює форму модулюючого сигналу; миттєва частота змінюється як похідна фази, тобто опосередковано; ширина спектра залежить від амплітуди $b(t)$, а не від його похідної.

У часовій області ФМ-сигнал зберігає сталу амплітуду, але демонструє нерівномірне згущення коливань, що добре помітно при великому коефіцієнті модуляції.

Основні особливості ЧМ: миттєва частота безпосередньо несе інформацію; фаза є інтегралом модулюючого сигналу; забезпечує високу завадостійкість, особливо при великій девіації частоти.

У часовій області ЧМ-сигнал має характерні ділянки ущільнення та розрідження періодів, які безпосередньо відповідають значенням $b(t)$.

Спектри фазово- та частотно-модульованих сигналів:

- теоретично нескінченні;
- складаються з набору бокових смуг на частотах $f_0 \pm nF_m$, де $n = 1, 2, 3, \dots$
- амплітуди спектральних складових визначаються функціями Бесселя.

Практично значущою є ефективна ширина спектра, яку оцінюють за правилом Карсона:

$$B \approx 2(\Delta f + F_{max}), \quad (7.6)$$

Δf – максимальна девіація частоти.

Широтно-імпульсна модуляція (ШІМ) використовується для передавання інформації шляхом зміни тривалості імпульсів при сталій амплітуді та частоті повторення. Миттєве значення модулюючого сигналу визначає ширину кожного імпульсу, що робить ШІМ малочутливою до амплітудних завад і втрат у каналі. Завдяки цій властивості широтно-імпульсна модуляція широко застосовується в системах електроприводу, імпульсних джерелах живлення, цифрових системах керування та телекомунікаційних пристроях, де сигнал після передавання або обробки може бути ефективно відновлений за допомогою фільтра нижніх частот.

Хід роботи

1. Дослідження амплітудно-імпульсної модуляції в середовищі Mathcad.

1) Необхідно задати параметри модулюючого сигналу, часові інтервали та параметри імпульсної послідовності для формування часової сітки моделювання, яка визначає точність часових і спектральних графіків:

- F – частота модулюючого сигналу;
- dS – крок дискретизації за часом;
- m – кількість відліків на один імпульс;

– z – зсув або нормувальний параметр.

$$\underline{F} := 2000 \quad dS := 0.5 \cdot 10^{-4} \quad \underline{m} := 3 \quad z := 1$$

2) Формування часових та частотних осей

Далі створюються вектори:

- індексів відліків i ;
- часових відліків t_j ;
- частотної осі f_j .

$$j := 0 .. 10000 \quad t_j := j \cdot 10^{-6} \quad f_j := 100 \cdot j$$

Часовий вектор задається з кроком у мікросекундах, а частотна вісь формується пропорційно кількості точок перетворення Фур'є.

3) Задання модулюючого сигналу. Модулюючий сигнал формується у вигляді гармонічної функції з одиничним зсувом по постійній складовій; та з амплітудою, нормованою до одиниці.

$$y_j := 1 + \sin(2 \cdot \pi \cdot F \cdot t_j)$$

Цей сигнал визначає зміну амплітуди імпульсів.

4) Для реалізації амплітудно-імпульсної модуляції необхідно сформувати періодичну послідовність прямокутних імпульсів (період повторення імпульсів dL) з тривалістю rh , меншою за період повторення.

$$dL := dS \cdot 10^6 \quad h := 0, dL .. 10000 \quad rh := 0 .. dL$$

Амплітудно-імпульсний сигнал утворюється шляхом множення імпульсної послідовності на значення модулюючого сигналу; обмеження дії імпульсу в межах його тривалості. Для цього використовується умовний оператор if , який задає значення 1 у межах імпульсу і 0 поза імпульсом.

$$\underline{Im}_j := if\left(t_j < \frac{dS}{m}, 1, 0\right) \quad Y_{(h+rh)} := if\left(rh < \frac{dL}{m}, y_h, 0\right)$$

Отриманий сигнал має дискретну імпульсну структуру; амплітуда кожного імпульсу пропорційна значенню модулюючого сигналу (рис. 7.1).

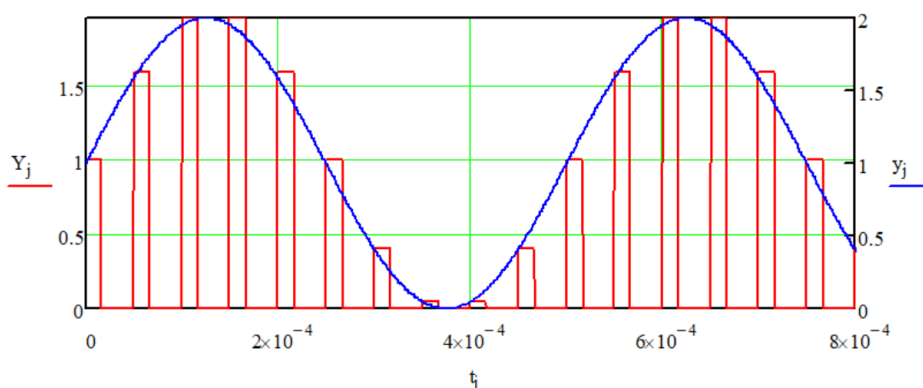


Рисунок 7.1 – Амплітудно-імпульсна модуляція

б) Обчислення спектру АІМ-сигналу. Для аналізу частотних властивостей застосовується швидке перетворення Фур'є до АІМ-сигналу і до базової імпульсної послідовності. У Mathcad використовується функція `cfft`. Після цього береться модуль спектра; виконується нормування до максимального значення.

Це дозволяє порівнювати спектральні складові у відносних одиницях.

$$\begin{aligned}
 Sw_j &:= \text{cfft}(Y) & v_j &:= |Sw_j| & r &:= \max(v) & b_j &:= \frac{v_j}{r} \\
 Swi_j &:= \text{cfft}(Im) & vi_j &:= |Swi_j| & ri &:= \max(vi) & bi_j &:= \frac{vi_j}{ri}
 \end{aligned}$$

На спектральному графіку (рис. 7.2) спостерігаються гребінчаста структура спектра; копії спектра модулюючого сигналу; залежність ширини спектра від частоти повторення імпульсів.

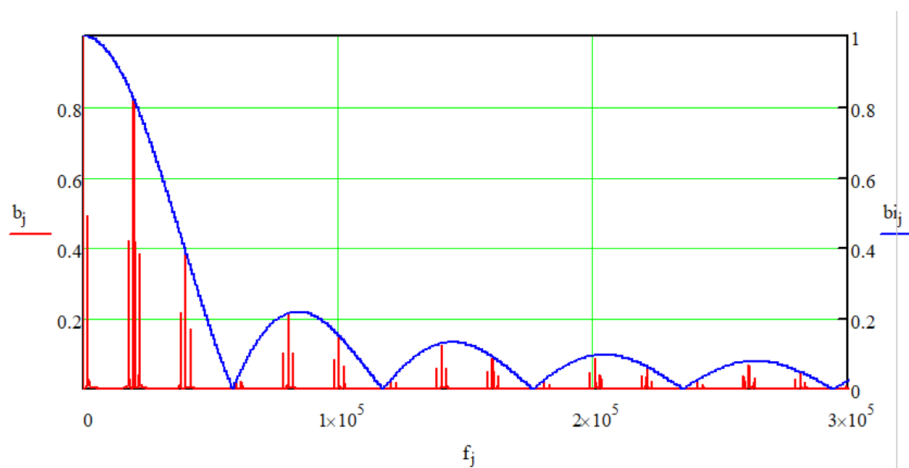


Рисунок 7.2 – Графік спектра АІМ-сигналу

2. Широтно-імпульсна модуляція.

ШІМ-сигнал формується за допомогою умовного оператора *if*. Якщо локальний час rh менший за порогове значення, що пропорційне миттєвому значенню модулюючого сигналу, імпульс має рівень 1; в іншому випадку сигнал дорівнює 0 (рис. 7.3).

Використовуючи вхідні дані АІМ задаємо формулу створення ШІМ:

$$Y_{(h+rh)} := \text{if} \left[rh < \left(\frac{dL}{m} \right) + y_h \cdot z, 1, 0 \right]$$

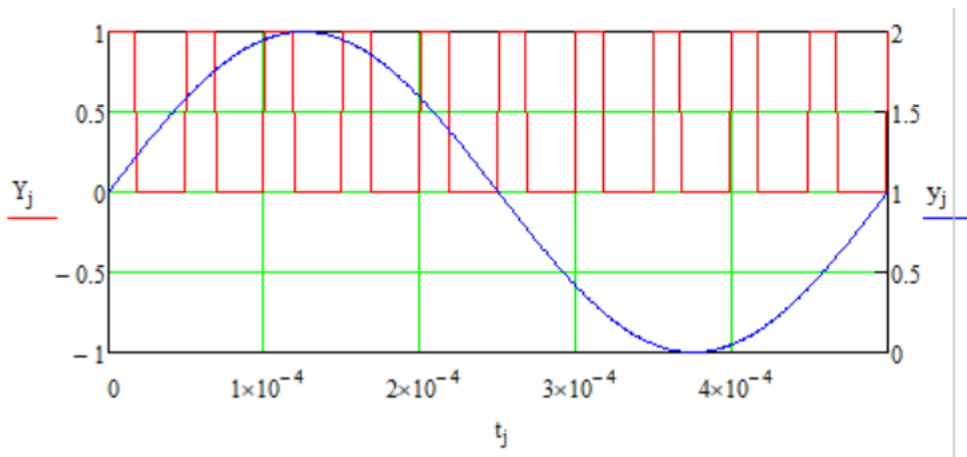


Рисунок 7.3 – Широтно -імпульсна модуляція

У спектрі ШІМ-сигналу спостерігаються дискретні гармоніки, кратні частоті повторення імпульсів; бічні складові, що містять інформацію про модулюючий сигнал; залежність розподілу спектральної енергії від скважності.

Особливу увагу слід звернути на розширення спектра порівняно з АІМ (рис. 7.4).

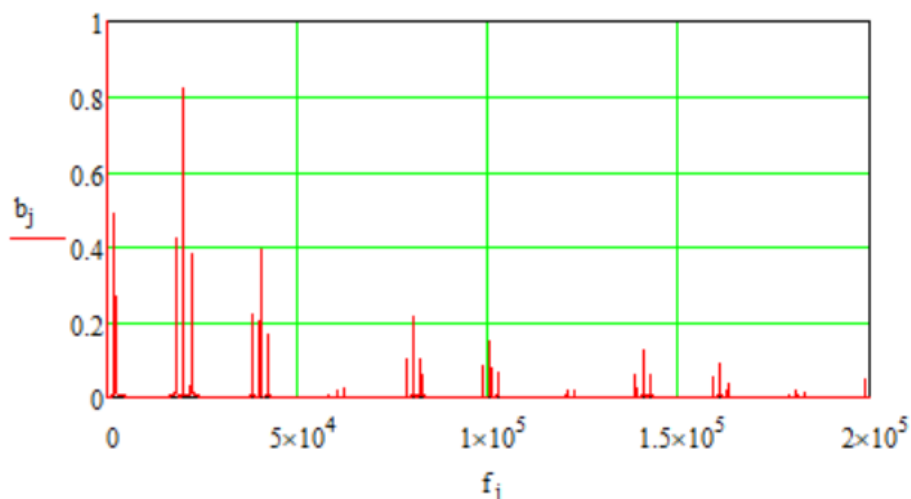


Рисунок 7.4 – Графік спектра ШІМ-сигналу

3. Час-імпульсна модуляція. У час-імпульсній модуляції (ЧІМ) інформація передається не амплітудою та не тривалістю імпульсу, а часовим зсувом положення імпульсу відносно фіксованого опорного моменту в межах кожного періоду повторення.

Модулюючий сигнал $y(t)$ нормується таким чином, щоб його значення визначало допустимий часовий зсув імпульсу в межах одного періоду. Для кожного періоду повторення формується один прямокутний імпульс сталої амплітуди та сталої тривалості.

Миттєве значення модулюючого сигналу не впливає на форму імпульсу, а визначає момент його появи в часі.

Формуємо величину $x_h = \lfloor y_h \cdot z \rfloor$, що визначає дискретний часовий зсув імпульсу (кількість відліків), пропорційний значенню модулюючого сигналу; після чого умовний оператор формує імпульс тривалістю dL/m , з фіксованою амплітудою, але зсунутий у часі на величину x_h .

$$x_h := \text{floor}(y_h \cdot z) \quad Y_{(h+rh+x_h)} := \text{if}(x_h > 0, \text{if}(rh < \frac{dL}{m}, 1, 0), \text{if}(rh < \frac{dL}{m}, 1, 0))$$

На часовій діаграмі ЧІМ (рис. 7.5) імпульси мають однакову висоту і ширину; при зростанні модулюючого сигналу імпульси зсуваються вправо, а при спаданні – зсуваються вліво; форма огинаючої не відображається безпосередньо, а кодується у часових зсувах.

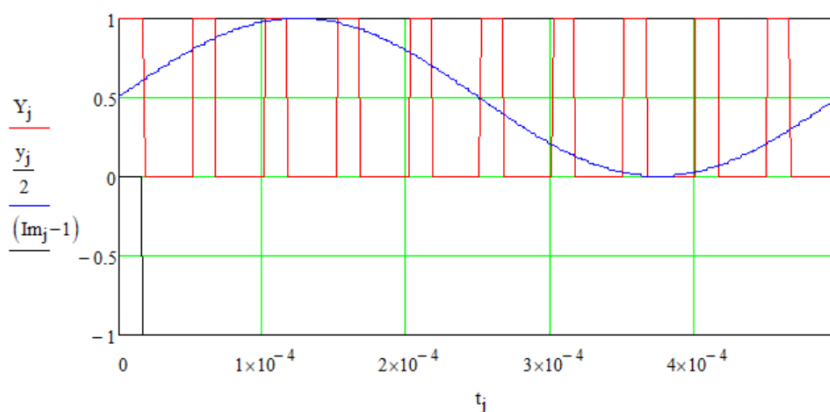


Рисунок 7.5 – Час-імпульсна модуляція

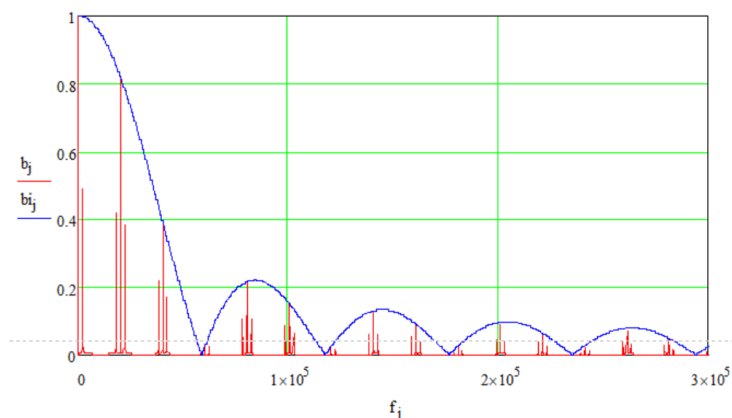


Рисунок 7.6 – Графік спектра ЧІМ-сигналу

Завдання для виконання

- 1) Реалізувати модель амплітудно-імпульсної модуляції.
Задати параметри моделювання відповідно до свого варіанта.
Побудувати:
 - часову діаграму модулюючого сигналу;
 - часову діаграму АІМ-сигналу;
 - амплітудний спектр АІМ-сигналу.

Проаналізувати:

- відповідність амплітуди імпульсів значенням модулюючого сигналу;
- вплив параметрів імпульсів на ширину спектра;
- появу спектральних копій та їх взаємне розташування.

Зробити обґрунтовані висновки щодо особливостей АІМ у вибраному режимі.

Таблиця 7.1 – Вихідні дані до завдання 1

№	Частота модулюючого сигналу F , Гц	Крок дискретизації dS , с	Кількість відліків в імпульсі m	Множник періоду імпульсів K у $dL = dS \cdot K$	Форма $y(t)$
1	500	$0.5 \cdot 10^{-4}$	1	$1 \cdot 10^6$	Трикутний сигнал
2	1000	$0.5 \cdot 10^{-4}$	3	$8 \cdot 10^5$	$1 + \sin(2\pi Ft)$
3	2000	$0.3 \cdot 10^{-4}$	5	$6 \cdot 10^5$	$0.5 + \sin(2\pi Ft)$
4	3000	$0.3 \cdot 10^{-4}$	7	$5 \cdot 10^5$	$\sin(2\pi Ft)$
5	4000	$0.2 \cdot 10^{-4}$	10	$4 \cdot 10^5$	$\sin(2\pi Ft) + 0.3 \sin(4\pi Ft)$

де F – визначає швидкість зміни огибаючої АІМ-сигналу.

dS – впливає на точність часових і спектральних розрахунків.

m – визначає тривалість імпульсу; зі зменшенням m спектр розширюється.

K – задає період повторення імпульсів і відстань між спектральними копіями.

Форма $y(t)$ – дозволяє оцінити вплив складності повідомлення на спектр.

2) Реалізувати в середовищі Mathcad моделі широтно-імпульсної модуляції (ШІМ); час-імпульсної модуляції (ЧІМ) відповідно до поданих алгоритмів та лістингів.

Задати параметри моделювання згідно з індивідуальним варіантом.

Для кожного виду модуляції побудувати:

- часову діаграму модулюючого сигналу;
- часову діаграму імпульсного сигналу;
- амплітудний спектр модульованого сигналу.

Таблиця 7.2 – Вихідні дані до завдання 2

№	Частота модулюючого сигналу F , Гц	Крок дискретизації dS , с	Параметр ширини імпульсу m (ШІМ)	Коефіцієнт часового зсуву z (ЧІМ)	Форма модулюючого сигналу $y(t)$
1	500	$0.5 \cdot 10^{-4}$	10	4	$1 + \sin(2\pi Ft)$
2	1000	$0.5 \cdot 10^{-4}$	8	6	$1 + \sin(2\pi Ft)$
3	2000	$0.3 \cdot 10^{-4}$	6	8	$0.5 + \sin(2\pi Ft)$
4	3000	$0.3 \cdot 10^{-4}$	4	10	$\sin(2\pi Ft)$
5	4000	$0.2 \cdot 10^{-4}$	3	12	трикутний сигнал

Проаналізувати:

- як миттєве значення модулюючого сигналу впливає на ширину імпульсу (ШІМ) та часове положення імпульсу (ЧІМ);
 - відмінності спектральної структури ШІМ і ЧІМ;
 - чутливість кожного виду модуляції до зміни параметрів.
- Зробити висновки щодо доцільності використання ШІМ і ЧІМ у різних прикладних системах.

Контрольні запитання

1. Поясніть фізичний зміст модуляції в системах електрозв'язку.
2. Порівняйте амплітудні та кутові види модуляції за способом перенесення інформації.
3. Розкрийте причини низької завадостійкості амплітудної модуляції.
4. Поясніть відмінності між АМ, балансною та односмуговою модуляціями.
5. Поясніть принцип формування та фізичний зміст широтно-імпульсної модуляції.
6. Опишіть принцип формування час-імпульсної модуляції.
7. Порівняйте фазову та частотну модуляції.
8. Поясніть, чому спектри фазово- та частотно-модульованих сигналів є теоретично нескінченними.
9. Проаналізуйте вплив параметрів модулюючого сигналу на часову форму та спектр модульованого сигналу.
10. Обґрунтуйте вибір конкретного виду аналогової модуляції для заданої прикладної системи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вакуленко О. В., Голь В. Д., Ірха М. С., Хахлюк О. А. Лінії передачі: підручник. Київ : ІСЗЗІ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 218 с.
2. Головін Ю. О. Основи радіозв'язку: підручник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Політехніка, 2021. 234 с.
3. Головін Ю. О., Могилевич Д. І. Основи теорії радіозв'язку. Теоретичні основи та практичні аспекти. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 248 с.
4. Голь В. Д., Ірха М. С. Системи передачі даних: конспект лекцій. Київ: ІСЗЗІ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 126с.
5. Гусєв О. Ю., Конахович Г. Ф., Корнієнко В. І. Теорія електричного зв'язку. Львів: «Магнолія», 2021. 364 с.
6. Івашко А. В., Крилова В. А. Теорія інформації та кодування в прикладах і задачах: навч.-метод. посіб. Харків: НТУ «ХП», 2022. 317 с.
7. Соловей Л. В., Мірошніченко Н. М., Гриценко А. М. Розрахунки і програмування у системі Mathcad Prime. Харків: НТУ «ХП», 2022. 184 с.
8. Bhooshan S. Fundamentals of Analogue and Digital Communication Systems. Springer Singapore. 2022. 645 p.
9. Harris J. F. Multirate Signal Processing For Communication Systems. Prentice Hall, 2021. 600p.
10. Lathi B. P., Ding Z. Modern Digital and Analog Communication Systems. 5th ed. New York: Oxford University Press, 2021. 896 p.
11. Zhang J. A., Liu F., Masouros C., Heath R. W. An Overview of Signal Processing Techniques for Joint Communication and Radar Sensing. IEEE Open Journal of the Communications Society. 2021. DOI: 10.48550/arXiv.2102.12780.

Т - 33

Теорія електричного зв'язку. Методичні вказівки до лабораторних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Комп'ютеризовані телекомунікаційні мережі» спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка, денної та заочної форм навчання / уклад. Н.М. Якимчук. Луцьк: ЛНТУ, 2026. 64 с.

Комп'ютерний набір
Редактор

Наталія ЯКИМЧУК
Наталія ЯКИМЧУК

Підп. до друку «__»_____2026 р.
Формат 60x84/16. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 2.
Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоції
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ВІП ЛНТУ