

Міністерство освіти і науки України  
Луцький національний технічний університет



## **ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ**

Конспект лекцій  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня  
вищої освіти освітньої програми  
«Електроенергетика, електротехніка та  
електромеханіка» галузі знань  
14 Електрична інженерія  
спеціальності 141 Електроенергетика,  
електротехніка та електромеханіка денної та  
заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 621.316 (07)  
Т 33

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки \_\_\_\_\_ Н.П. Поліщук

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ,  
протокол №\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 року

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну \_\_\_\_\_ О.В. Андрійчук

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електричної інженерії ЛНТУ,  
протокол №\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 року

Завідувач кафедри електричної інженерії \_\_\_\_\_ Ю.В. Грицюк

Укладач: \_\_\_\_\_ Ю.І. Ващелюк, асистент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Рецензент: \_\_\_\_\_ А.В. Гадай, к.т.н., доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Відповідальний за випуск: \_\_\_\_\_ Ю.В. Грицюк, к.т.н., доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

**Теорія автоматичного керування** [Текст]: конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка денної та заочної форм навчання / уклад. Ю.І. Ващелюк. Луцьк: ВІП ЛНТУ, 2025. 196 с.

Т 33

У виданні розглядаються такі питання як загальні відомості про системи автоматичного керування, їх види та основні елементи, структурні схеми, критерії стійкості САК.

© Ю.І. Ващелюк, 2025

## ПЕРЕДМОВА

Дисципліна «Теорія автоматичного керування» (ТАК) є однією з важливих складових навчального плану при підготовці здобувачів за багатьма напрямками технічного спрямування, а особливо «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Для цієї спеціальності теорія автоматичного керування становить теоретичну базу багатьох фахових дисциплін: «Автоматизований електропривод» «Системи керування електроприводами» та дисциплін з автоматизації технологічних процесів.

Викладання предмету «Теорія автоматичного керування» для студентів електротехнічного спрямування має свої особливості. Головною з них є те, що загальнотеоретичні положення ТАК розглядаються при їх використанні в електротехнічних системах автоматичного керування завдяки чому забезпечується перетворення електроенергії і спостерігається динаміка об'єктів внаслідок їх автоматизації.

Теорія автоматичного керування (ТАК) - дисципліна, предметом вивчення якої є системи, які складаються з об'єкта та пристрою керування (автоматичного регулятора) і допоміжних елементів. ТАК виявляє загальні закономірності функціонування, які притаманні автоматичним системам різної природи, і на основі цього розробляє принципи побудови ефективних систем для керування об'єктами різного призначення. При вивченні процесів керування в ТАК абстрагуються від фізичних та конструктивних особливостей систем і замість реальних систем розглядаються їх адекватні математичні моделі. За допомогою цих моделей розв'язуються основні задачі ТАК – аналізу та синтезу автоматичних систем.

Предметом ТАК є вивчення законів керування та регулювання роботи найрізноманітніших апаратів, машин, технічних систем.

Метою вивчення ТАК є формування у здобувачів знань про загальні принципи побудови і закони функціонування автоматичних систем керування, основні методи аналізу й синтезу безперервних і дискретних систем керування.

При вивченні дисципліни здобувачі повинні одержати практичні навички з складання функціональної і структурної схем конкретної системи автоматичного керування, визначення передавальних функцій і параметрів окремих конструктивних елементів системи, запису передавальних функцій і рівнянь динаміки лінійної системи, розрахунку статичної і динамічної точності керування, аналізу стійкості системи, оцінці показників якості процесів.

# 1. Вступ в теорію автоматичного керування

## 1.1 Основні поняття і визначення в теорії автоматичного керування

Об'єктом вивчення в ТАК є *автоматичні системи* (АС) – сукупність керованого (регульованого) об'єкта та автоматично керуючих пристроїв, які взаємодіють між собою. Під керованим (регульованим) об'єктом розуміють будь-яку машину, рухомий апарат, їх складові пристрої. Така система реалізує автоматично без посередньої участі людини у замкненому контурі всі вироблені людиною заздалегідь або у процесі функціонування алгоритми дії.

*Автоматика* – пріоритетна галузь науки і техніки, що охоплює теорію і практику процесів автоматичного керування, а також побудову автоматичних систем та технічних засобів, з яких вони можуть складатися.

*Керування* – процес приведення певного фізичного об'єкта в стан, що відповідає деякій меті.

*Мета* – причина керування, що спричиняє дію на її досягнення. Дія на об'єкт управління призначена для досягнення мети керування.

*Автоматичне керування* – здійснення певних керуючих впливів на заданий об'єкт, необхідних і достатніх для його цілеспрямованого функціонування із заданою точністю без особистої участі людини.

Система автоматичного керування (САК) включає об'єкт керування і пристрій керування.

*Пристрій керування* – сукупність технічних засобів, за допомогою яких здійснюється керування технологічними параметрами об'єкта керування.

*Об'єкт керування* (ОК) – це пристрій (або сукупність пристроїв), що здійснює технічний процес і потребує спеціально організованих впливів ззовні для забезпечення свого алгоритму функціонування.

*Алгоритм функціонування* – це сукупність правил, що ведуть до правильного виконання технічного процесу в якому-небудь пристрої або в сукупності пристроїв (системі).

*Алгоритм керування* – це сукупність приписань, що визначають характер впливів на ОК з метою забезпечення його алгоритму функціонування.

*Регулювання* – окремий випадок керування, мета якого полягає в підтримці на заданому рівні однієї чи декількох величин.

*Регулятор* – перетворює похибку регулювання  $\varepsilon(t)$  в керуючий вплив на об'єкт керування.

*Вимірювальний пристрій* сприймає дійсне значення регульованої величини, співставляє його з заданим та видає сигнал (вплив) відповідного знаку, пропорційний за величиною до похибки регулювання.

*Проміжні пристрої* перетворюють сигнали від вимірювального елемента до такого вигляду та величини, які забезпечують надійну роботу виконавчих механізмів.

*Виконавчий пристрій* складається із приводу та регулюючого органа, який керує кількістю регулюючого фактора. Виконавчий пристрій виробляє вплив на об'єкт керування, який відновлює потрібне значення регульованої величини.

*Задаючий вплив*  $g(t)$  – визначає необхідний закон регулювання вихідної величини.

*Похибка регулювання*  $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ , різниця між необхідним значенням регульованої величини і поточним її значенням. Якщо  $\varepsilon(t)$  не дорівнює нулю, то цей сигнал поступає на вхід регулятора, який формує таку регулюючу дію, щоб у результаті з часом  $\varepsilon(t)$ .

*Збурюючий вплив*  $f(t)$  – порушує необхідний функціональний зв'язок. Причини збурень – зміна навантаження та завади (зовнішні і внутрішні).

## **1.2 Автоматичне регулювання та керування як одна із форм автоматизації**

Під *автоматизацією* розуміють проведення тих чи інших операцій без участі людини або з обмеженою її участю. У першому випадку процеси називають *автоматичними*, а в другому-*автоматизованими*.

Різноманітні технологічні процеси можуть мати різні ступені автоматизації. Так, при *частковій* автоматизації автоматизовані окремі ділянки технологічного процесу. При *комплексній* автоматизації автоматизовані всі основні ділянки технологічного процесу. У випадку *повної* автоматизації повинні бути автоматизовані всі основні та додаткові ділянки технологічного процесу.

Основними формами автоматизації є: технологічна сигналізація, дистанційне керування, автоматичні захист, блокування та контроль, а також автоматичне регулювання та керування. Автоматичне регулювання та керування є найбільш складною формою автоматизації.

Основні переваги автоматизації полягають у можливості забезпечити: зростання продуктивності та поліпшення умов праці; виконання робіт у важкодоступних або взагалі недоступних для людини сферах (радіоактивні зони, космос, окремі види металургійного та гірничого виробництва); підвищення точності, якості технологічних процесів і відповідних виробів; зростання надійності та техніко-економічних показників.

Існує надзвичайно велика різноманітність пристроїв, що застосовуються в різних галузях техніки. Прикладами таких автоматичних пристроїв є: 1) автомат ввімкнення та вимкнення освітлення; 2) автоматичні лінії в цехах і на заводах; 3) система телеуправління; 4) автоматичні регулятори, що підтримують постійне значення температури, тиску, напруги і струму, швидкості обертання і т.п.; 5) система супроводу за рухомими об'єктами; 6) система самонаведення на ціль і т.д.

Всі перелічені вище автоматичні пристрої можна розділити на два основні класи:

*Автомати*, що виконують певного роду одноразові та багаторазові(циклічні) операції; тут задана ціль виконується по жорсткій програмі без свободи вибору, без наявності інформаційних процесів.

*Автоматичні регулятори і системи*, які певним чином змінюють або підтримують незмінними певні фізичні величини в тому чи іншому технічному пристрої і технологічному процесі; тут задана ціль

виконується на основі інформаційних процесів, що проходять в автоматичній системі.

### 1.3 Поняття про автоматичне регулювання та керування

Ціллю автоматичного регулювання та керування є або підтримання заданого значення, або зміна по якому-небудь закону певної фізичної величини, яка *називається регульованою або керованою фізичною величиною (змінною)  $X_{вих}$* .

Значення регульованої або керованої величини, до якого її повинен приводити регульований або керуючий пристрій, називається *заданим значенням  $X_{вх}$* .

В процесі роботи системи вихідна змінна об'єкта змінюється і порівнюється з заданим значенням (використовується принцип зворотного зв'язку). Якщо виявляється відхилення вихідної змінної від заданого значення, то в систему вводиться керуючий вплив  $\Delta X$ , що змінює вихідну змінну об'єкта так, щоб вона відповідала заданій.

Режим роботи автоматичних систем залежить від виду збурюючих  $Z$  та задаючих  $X_{вх}$  факторів. Збурюючі фактори (наприклад, навантаження) викликають відхилення вихідної змінної об'єкта від заданого значення. Задаючі фактори визначають задане значення вихідної змінної об'єкта. Задане значення може бути як постійним, так і змінним у часі.

*Автоматичним регулюванням* називається процес підтримання заданого значення будь-якої фізичної величини в машинах, апаратах або інших технічних пристроях без участі людини за допомогою спеціальних автоматичних регуляторів. Таким чином, для систем автоматичного регулювання характерним є наявність збурюючих факторів, які система повинна ліквідувати з найменшою похибкою.

*Автоматичним керуванням* називається процес зміни по деякому закону якої-небудь фізичної величини в машинах, апаратах та інших технічних пристроях, без участі людини за допомогою спеціальних автоматичних пристроїв. Отже, для систем автоматичного керування характерним є зміна по якому-небудь закону задаючого сигналу, який система повинна відтворювати з найбільшою точністю.

В якості прикладу розглянемо стабілізацію напруги генератора постійного струму. Нехай в коло якоря генератора з незалежним збудженням ввімкнено опір навантаження  $r_{\text{нав}}$  (див.рис 1.1, а).

Якщо при цьому опір навантаження змінюється, то при незмінних напрузі збудження  $U_3$  і швидкості обертання якоря буде змінюватись і напруга генератора  $U_r$ .

Зовнішня характеристика генератора при заданому значенню  $U_3$  має вид кривої 1 (рис 1.1, б). При номінальному струмі навантаження  $I_H$  напруга на виході генератора рівна  $U_H$  (точка М на кривій 1). При збільшенні  $r_{нагр}$  виникає зменшення струму, наприклад до величини  $I_1$ , що викликає збільшення напруги до величини  $U_1$  (точка М<sub>1</sub> на кривій 1). У випадку зменшення опору навантаження виникає ріст струму, наприклад до величини струму  $I_2$ , що викликає зниження напруги до величини  $U_2$  (точка М<sub>2</sub> на кривій 1).

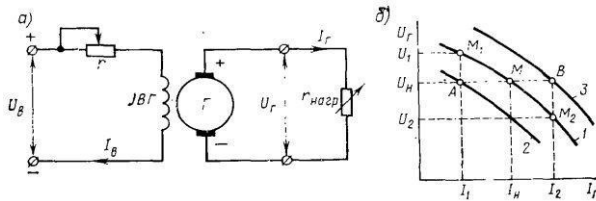


Рис 1.1

Крім вказаної зміни навантаження генератора зовнішніми діями для генератора також є зміна швидкості обертання валу генератора, зміщення щіток відносно полюсів машини, знос колектора, зміна магнітних характеристик сталі і т.п.

В даному випадку напруга генератора  $U_r$  є регульованою змінною, зовнішня дія створюється навантаженням ( опір  $r_{нав}$ ), регулюючим органом є обмотка збудження генератора, струм в якій можна змінити за допомогою регулювання напруги  $U_3$  або зміною опору в цьому колі. Генератор є регульованим об'єктом.

#### 1.4 Основні елементи САК

Розглядаючи функціональну схему, елементи якої характеризуються виконуваними ними функціями, можна об'єднати їх в кілька груп за функціональним призначенням.

*Задаючі елементи* дозволяють встановлювати задане значення вихідної змінної об'єкта.

*Чутливі елементи* регулятора призначені для вимірювання вихідної змінної або її відхилення від заданого значення. Конструктивна відмінність цих елементів від точних вимірювальних елементів заключається в тому, що зменшений діапазон вимірювань і збільшена потужність.

*Підсилювальні елементи* служать для підсилення сигналу, виробленого чутливим елементом.

*Виконавчі елементи* призначені для створення керуючої дії на об'єкт.

*Перетворювальні елементи* застосовуються в тих випадках, коли на виході елемента потрібно отримати величину, яка відрізняється від вхідної або кількісно, або якісно (за фізичною природою). До таких перетворювачів вдаються у випадках, коли вироблена в елементі величина за певних причин для подальшого використання незручна.

*Коригувальні пристрої* служать для зміни динамічних властивостей системи і елементів.

## **1.5 Функціональні схеми та принципи керування САК**

*Функціональна схема елемента* – схема системи автоматичного регулювання і керування, складена за функціями, яку виконує цей елемент.

*Вихідні сигнали* – параметри, що характеризують стан об'єкта керування і істотні для процесу керування.

*Виходи системи* – точки системи, в яких вихідні сигнали можуть спостерігатися у вигляді певних фізичних величин.

*Входи системи* – точки системи, де прикладені зовнішні дії.

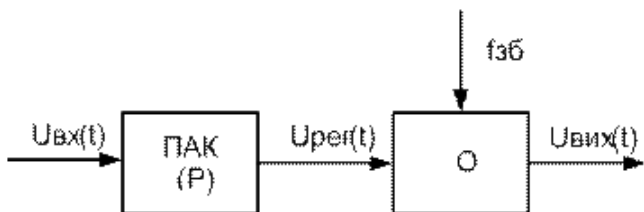


Рис. 1.2 – Функціональна схема САК

Схематично система автоматичного керування зображена на рис.1.1. САК складається з об'єкта керування (ОК), керування режимом роботи якого здійснюється за допомогою пристрою автоматичного керування (ПАК) (подекуди вживають поняття регулятор (Р)). Стрілками на схемі показано величини, які забезпечують роботу системи, а саме:

*Об'єкт керування (ОК)*– це певний пристрій, технічна, природна чи організаційна система алгоритм функціонування якого у даній САК підтримується з потрібною точністю.

*Пристрій автоматичного керування (ПАК)* – пристрій, який забезпечує виконання алгоритму керування автоматично, без участі людини.

$U_{вх}(t)$  – задаюча (вхідна) величина (задаючий сигнал) – величина, яка відповідає дії людини на САК і задає певний алгоритм функціонування об'єкта, тобто задає потрібний режим його роботи.

$U_{рег}(t)$  – керуюча (регулююча) величина (сигнал регулювання) – дія пристрою автоматичного керування на об'єкт з метою підтримання його алгоритму функціонування.

$U_{вих}(t)$  – вихідна величина (вихідний сигнал) – результат роботи системи, параметри роботи системи, які описуються в алгоритмі функціонування.

$F(t)$  – збурююча дія (сигнал збурення) – зовнішня дія на об'єкт, яка призводить до зміни вихідних величин більших, ніж допускається алгоритмом функціонування. Збурення, чи збурююча дія  $f(t)$  – це всі можливі впливи, які порушують режим роботи системи, ведуть до

порушення алгоритму функціонування у границях, більших за допустимі. Через дію збурення система змінює режим роботи і через нього виникає потреба здійснювати автоматичне регулювання. Сигнал збурення – це інформація про значення збурюючої дії.

***Вхідні сигнали:***

*завади* – сигнали, не пов’язані з джерелами інформації про завдання і результати управління.

*корисні* – сигнали, пов’язані з джерелами інформації про завдання і результати управління.

***Системи:***

*одновимірні* – системи з одним входом і одним виходом.

*багатовимірні* – системи з декількома входами і виходами.

Під принципами керування в ТАК розуміють способи формування керуючого впливу.

Аналіз процесів керування в інших випадках також часто приводить до виділення аналогічних чотирьох складених елементів, які в узагальненому вигляді можна сформулювати так:

- одержання інформації про завдання керування;
- одержання інформації про фактичний стан ОК;
- аналіз отриманої інформації і виробіток рішення про необхідні керуючі дії;
- здійснення керуючих впливів.

Таким чином, у подібних системах визначення необхідних керуючих впливів залежить від результатів керування. Іншими словами, причина – керуючий вплив – залежить від наслідку – викликуваного цим впливом поведження ОК. Такий зв’язок причини і наслідку називається зворотним зв’язком, а принцип керування, що використовує її, називається принципом зворотного зв’язку або керуванням за відхиленням.

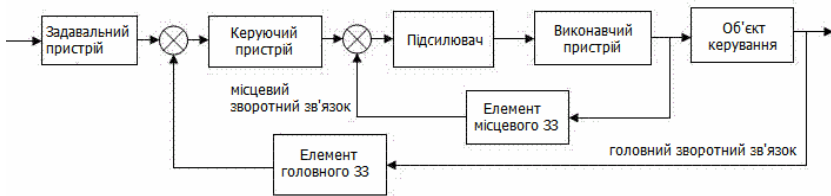


Рис.1.3. Типова схема САК

Якщо для вихідної інформації керуючої частини використати відхилення керованої величини від завдання (помилку керування), то отримаємо *принцип керування за помилкою* (принцип Уатта).

Цей принцип керування (рис. 1.4) припускає наявність головного зворотного зв'язку, по якому на елемент порівняння надходить інформація про фактичний стан об'єкта. Зворотний зв'язок є від'ємним, оскільки величина  $x_{вих}(t)$ , яка поступає по ньому на елемент порівняння, віднімається від заданої величини  $y(t)$ , в результаті чого на виході елемента порівняння утвориться сигнал, що є помилкою керування  $\varepsilon(t)$ . Розглянута система, завдяки наявності зворотного зв'язку, є замкнутою. Ця особливість істотно підвищує точність керування.

Однак, при суттєвому підвищенні точності, швидкодія системи нижча, ніж при використанні принципу керування по збуренню. Це обумовлено тим, що керуючий вплив починає змінюватися тільки після зміни помилки керування, тобто після того, коли вже відбулася зміна стану об'єкта. Через досить високу інерційність об'єкта керування реакція керуючої частини виявляється вповільненою.

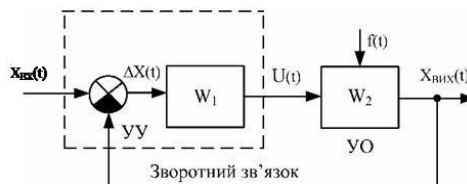


Рис.1.4. Принцип відхилення керованої змінної

З метою компенсації впливу зовнішніх збурень на стан об'єкта в якості вихідної інформації для керуючого пристрою можна використати сумарну величину цих впливів, що пов'язане з необхідністю виміру всіх зовнішніх збурень (рис. 1.5). Такий принцип керування називають принципом керування по збуренню (принцип Понселе).

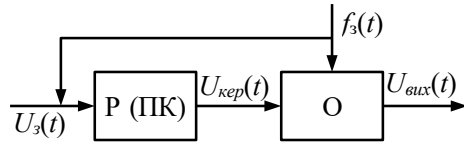


Рис.1.5. Принцип компенсації збурень в САК

Тут ПК – пристрій керування (або регулятор), О – об'єкт керування,  $U_3(t)$  – задаючий сигнал,  $U_{кер}(t)$  – сигнал керування,  $U_{вих}(t)$  – вихідний сигнал,  $f_3(t)$  – сигнал збурення. Розглянутий принцип керування, що ілюструється наведеною структурною схемою, має, як певні переваги, так і недоліки. Основна перевага полягає в досить високій швидкодії системи керування.

Це обумовлено тим, що керуючий вплив  $u(t)$  завдяки незначній інерційності керуючої частини (у порівнянні з інерційністю об'єкта керування) виробляється досить швидко, тому стан об'єкта не встигає значно змінитися до моменту появи компенсуючого впливу. Разом з тим, джерел збурень досить багато, тому виміряти всі збурення практично неможливо. З цієї причини керуючий вплив  $U_{кер}(t)$  не може адекватно компенсувати вплив збурень. Керована величина у сталому режимі не відповідатиме заданому значенню, отже зазначений принцип має невисоку точність керування. При реалізації принципу керування по збуренню система керування є розімкнутою, оскільки інформація про фактичний стан об'єкта  $X(t)$  не використовується при формуванні керуючого впливу  $u(t)$ .

САК, що діє за комбінованим принципом, є сукупністю двох розглянутих систем керування. Приклад такої комбінованої системи регулювання показано на рис.1.4.

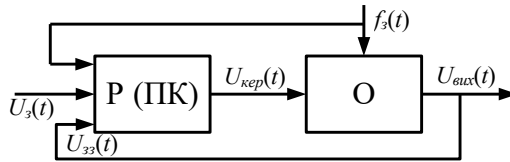


Рис.1.6. Принцип комбінованого регулювання в САК

На пристрій керування подається сигнал про значення збурення і сигнал про значення вихідної величини. Для кожного сигналу існує свій контур регулювання. Разом отримується комбінована система регулювання.

Системи, в яких реалізовано принцип керування за відхиленням, прийнято називати замкнутими системами. У них існує зворотній зв'язок між виходом системи та пристроєм керування.

На противагу системи керування за збуренням називають розімкнутими, оскільки в них відсутній зворотній зв'язок.

Системи, в яких немає подачі ні сигналу збурення на пристрій керування, ні сигналу зворотного зв'язку, є системами ручного керування, вони не відносяться до САК.

## 1.6 Класифікація САК

Різноманітність систем автоматичного керування приводить до того, що виникає необхідність їх об'єднати певною системою класів, класифікувати за певними ознаками. Різноманітність ознак САК приводить до того, що існує багато систем їх класифікації.

Розглянемо найбільш вживані.

### 1. Класифікація за принципом роботи:

- розімкнуті;
- замкнуті;
- комбіновані.

До розімкнутих відносять системи, в яких керування здійснюється за збуренням.

До замкнутих відносять системи, яких здійснюється керування за відхиленням. Прикладом таких систем є регулятор Уатта, який було розглянуто раніше.

До комбінованих систем керування відносять ряд складних систем, які встановлюють в автомобілях, в гідро- та теплогенераторах, найрізноманітнішій складній техніці. Ці системи мають декілька контурів регулювання.

2. Класифікація за кількістю контурів регулювання:

- одноконтурні;
- двоконтурні;
- багатоконтурні САК.

3. Класифікація за характером зміни задаючої величини (за призначенням системи, або за алгоритмом керування). У різних підручниках використовується різна назва:

- системи стабілізації;
- слідкуючі системи;
- системи програмного керування.

Системи стабілізації – це такі системи, в яких задаюча величина є постійною, а завданням системи керування є забезпечення постійного значення вихідної величини. Прикладом таких систем може бути електричний генератор, регулятор швидкості двигуна тощо.

Слідкуючі системи – це такі системи, в яких вхідна величина змінюється випадковим чином а завданням системи є забезпечення відповідної зміни вихідної величини.

Системи програмного керування – це системи у яких задаюча величина змінюється за відомим наперед законом і завданням системи є забезпечення відповідної зміни вихідної величини.

4. За характером рівнянь, які описують систему:

- лінійні;
- нелінійні.

Лінійні системи – це системи, які описуються лінійними диференційними рівняннями. Для лінійних систем справедливий

принцип суперпозиції. Принцип суперпозиції (накладання) полягає в тому, що реакція системи на суму дій пропорційна сумі реакцій на кожену дію.

Нелінійні системи – це системи, в яких хоча б для однієї ланки не виконується принцип суперпозиції. Такі системи описуються нелінійними диференційними рівняннями. Аналіз їх складніший, ніж лінійних систем. Досить часто вдається звести аналіз нелінійних до аналізу лінійних систем. Методи такого приведення називаються лінеаризацією і будуть розглянуті далі.

5. За характером дії в часі:

- безперервної дії;
- дискретної дії.

Системи безперервної дії складаються тільки з ланок, в яких вихідна величина плавно змінюється протягом часу.

Системи дискретної дії мають хоча б один елемент вихідна величина, якого замінюється ступенями, навіть при плавній зміні всіх інших величин. Розрізняють такі дискретні системи:

- релейні;
- імпульсні,
- цифрові.

У системах релейної дії вихідна величина змінюється при деяких граничних значеннях вхідної величини, в системах імпульсної дії – через певні проміжки часу, а в цифрових системах і те, й інше.

6. За точністю керування:

- статичні;
- астатичні.

Статичною САК називають систему, в якій регульована величина при зміні зовнішніх збурень на об'єкті, змінюючись в деяких допустимих межах, після закінчення перехідного процесу залежно від зовнішнього збурення має різні значення.

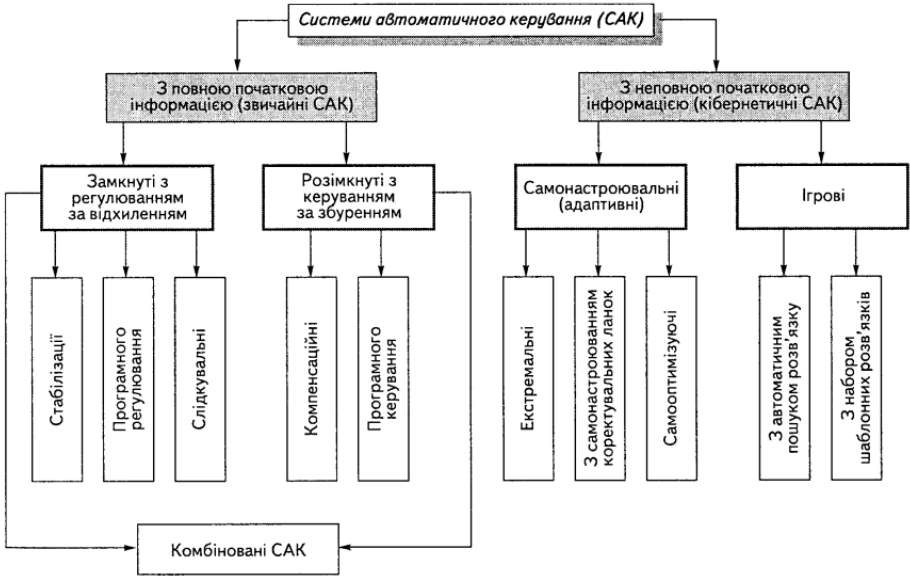
Регульовальна характеристика в загальному випадку має вигляд:

$$y = C + \Delta(x),$$

де  $C$  — середнє значення регульованої величини  $x$ ;  $\Delta(x)$  — функція збурення, що визначає відхилення регульованої величини від її середнього

значення в межах зони регулювання.

Астатичною САК називають систему, в якій регульована величина при зміні зовнішніх збурень після завершення перехідного процесу набуває строго сталого значення при різних величинах зовнішніх збурень.



## 1.7 Приклади САК

Системи автоматичного керування зустрічаються на кожному кроці і в побуті, і на виробництві. Практично ніяка складна технічна система не може обійтися без систем автоматичного керування. Приклади таких систем показано на рисунках.

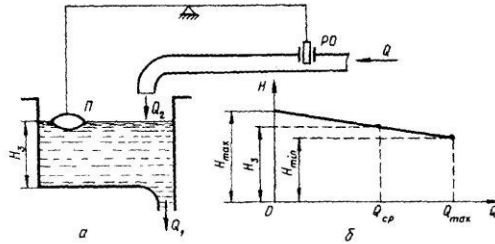


Рис. 1.7. Статичний регулятор рівня води

Тут об'єктом керування є бак, в якому підтримується потрібний рівень води. Регулятором служить поплавков, з'єднаний за допомогою важеля з голчастим клапаном. При зниженні рівня води клапан переміщується і відкриває потік води. При постійному потоці води, що витікає, клапан знаходиться у певному відкритому положенні, вода поступає в бак і рівень води вирівнюється. На рисунку показано графік регулювання, в якому видно залежність рівня води від швидкості витікання води з бака  $Q$ . Рівень залежить від швидкості витікання води.

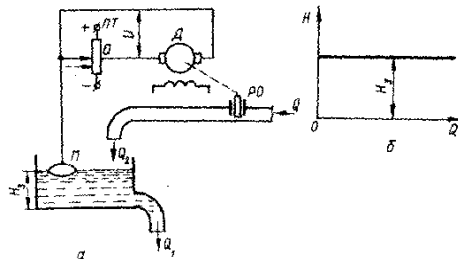


Рис. 1.8. Астатичний регулятор рівня води (регулятор непрямої дії)

Тут, на відміну від попереднього регулятора, регулюючий орган (клапан) переміщується двигуном Д. На двигун подається напруга, яка залежить від положення поплавка. Цей регулятор забезпечує постійний рівень води не залежно від швидкості її витікання. Порівняння цих регуляторів показує, що в першому випадку ми маємо регулятор прямої дії, а в другому – регулятор непрямої дії. Якщо графік регулювання першого регулятора в динамічному режимі (тобто при відкритому вихідному крані) має вигляд нахиленої лінії, то другий регулятор має графіком регулювання горизонтальну лінію. Це зумовлюється принципом роботи регулятора.

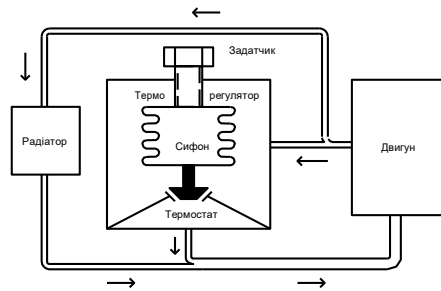


Рис. 1.9. Регулятор температури в холодильнику

*Алгоритмом його функціонування є підтримання постійної низької температури в корпусі. В ньому є блок керування та холодильний агрегат (термостат), який забезпечується постійну температура в корпусі холодильника.*

*Задаючою (вхідною) величиною є температура, встановлена положенням ручки регулятора, а вихідною величиною – температура продуктів у холодильнику. Під час роботи холодильника двигун прокачує теплоносії. Розширюючись в камері термостата теплоносії охолоджує її. Регулювання температури здійснюється за допомогою сифона, який перекриває клапан і не дозволяє, щоб теплоносії розширювався в камері термостата.*

*Керуюча дія – перекривання клапана камери термостата.*

*Збуруюча дія* – вплив навколишнього середовища, відкриття дверей і закладання теплих продуктів тощо.

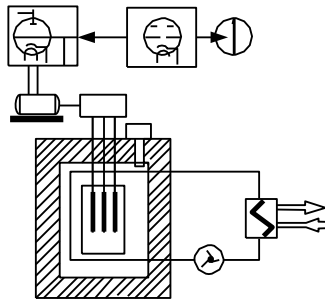


Рис. 1.10. Система автоматичного регулювання потоку нейтронів у ядерному реакторі

Алгоритмом функціонування ядерного реактора є підтримання постійного потоку нейтронів Система автоматичного регулювання потоку нейтронів у ядерному реакторі керує ходом термоядерної реакції. В разі збільшення потоку нейтронів у реактор опускаються стержні сповільнювача реакції, які поглинають надлишкові нейтрони, чим хід реакції сповільнюється.

## 1.8 Режими роботи САК

Будь-яка САК у процесі роботи може перебувати в двох якісно відмінних режимах залежно від характеру зовнішніх впливів і властивостей самої системи. Розрізняються ці режими за характером зміни керованої величини в часі і називаються статичним і динамічним.

**Статичним режимом** називають стан системи, при якому керована величина  $y(t)$  не змінюється в часі, тобто  $y(t) = const$ . Цей режим може мати місце лише тоді, коли вхідні впливи постійні в часі, а система перебуває в рівноважному стані.

**Динамічним режимом** називають стан системи, при якому величина  $y(t)$  змінюється в часі, тобто  $y(t) = var$ .

**Динамічні режими** мають місце, коли в системі після нанесення зовнішніх впливів відбуваються процеси встановлення заданого стану, тобто здійснюється керування. Вони, у свою чергу, підрозділяються на несталі й сталі.

Несталі динамічні режими мають місце відразу після зміни зовнішніх впливів. Процеси, що відбуваються при цьому в системі, називаються перехідними процесами.

Сталі динамічні режими роботи САК наступають після закінчення перехідних процесів і характеризуються тим, що керована величина системи починає змінюватися в часі за таким же законом, як і задаючий вплив.

**Перехідний режим** – це такий режим роботи системи, коли вона переходить з одного встановленого режиму роботи до іншого. Цей режим настає тоді, коли змінюється задаюча величина і систему переводять з одного режиму роботи до іншого, або змінюється величина збурення чи змінюються параметри системи. Перехідний процес у різних системах керування проходить по різному. Змінюючи параметри системи можна змінити характер перехідного режиму.

Під час вивчення роботи та проектування САК значна увага приділяється вивченню роботи системи в перехідних режимах. Якщо в електротехнічних установках перехідні процеси займають відносно малу частку часу, але вони суттєво впливають на вимоги до установок, то в САК перехідні режими є основними режимами роботи, займають переважну частину часу і саме вони визначають вимоги до САК і методи вивчення ТАК.

Проілюструємо поняття сталих і несталого режимів графіками можливих змін керованої величини  $y(t)$  при типових впливах для САК, описуваної диференціальним рівнянням вигляду

$$0,25 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 10x(t).$$

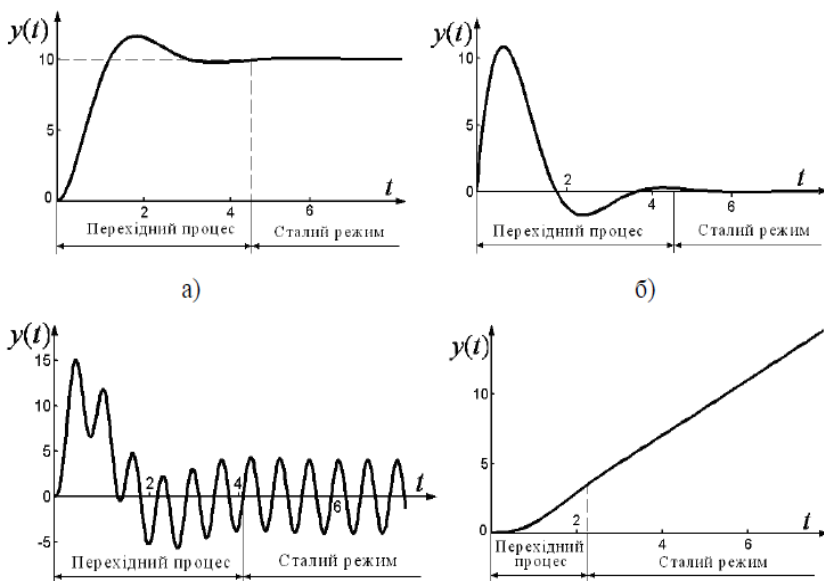


Рис.1.11. Реакції САК на типові впливи:

а) сигнал  $x(t)=1(t)$ ; б) сигнал  $x(t)=\delta(t)$ ;

в) сигнал  $x(t)=1(t)\times 10\cdot\sin(10t)$ ; г) сигнал  $x(t)=1(t)\times 0,2t$ .

Перехідні режими – це найбільш суттєві режими роботи систем керування. Системи керування призначені для того, щоб працювати в перехідних режимах. Це зумовлює складність САК, вимагає використання складних математичних методів аналізу цих систем. Всі методи аналізу основані на використанні диференціальних рівнянь.

## 1.9 Система стабілізації частоти обертання двигуна

Для ознайомлення з математичними особливостями аналізу САК розглянемо приклад системи автоматичного керування швидкістю двигуна постійного струму. Принципова схема однієї з систем керування наведена на рис.1.6.

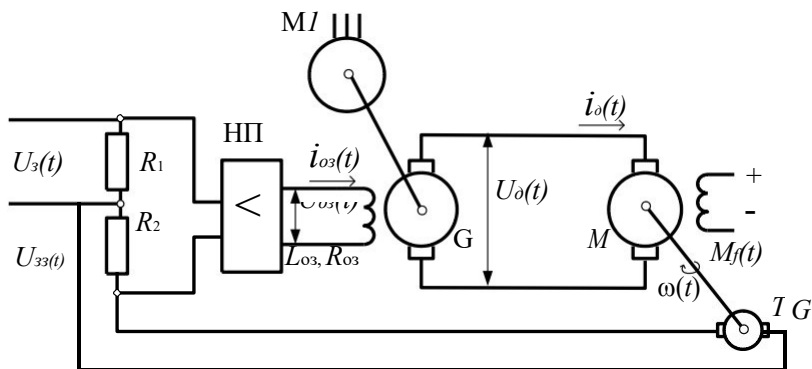


Рис.1.12. Принципова схема САК швидкістю  
двигуна постійного струму з незалежним збудженням

Принципова схема системи автоматичного керування (САК) швидкістю обертання двигуна постійного струму з незалежним збудженням показана на рис.1.6. До її складу даної входять: двигун постійного струму з незалежним збудженням –  $M$ , генератор постійного струму –  $G$ , напівпровідниковий підсилювач –  $НП$ , синхронний двигун приводу генератора –  $M_1$ , тахогенератор –  $Tg$ , подільник напруги на резисторах  $R_1$  та  $R_2$ . Обмотка збудження двигуна живиться від незалежного джерела струму з напругою  $U$ . Тахогенератор  $Tg$  з'єднаний з віссю двигуна  $M$ .

Система працює таким чином. Двигун  $M_1$  приводить у дію генератор  $G$ . Залежно від величини струму в обмотці збудження  $i_з(t)$  генератор генерує напругу  $U_o(t)$  певної величини, яка подається на двигун. По обмотці якоря двигуна проходить електричний струм  $i_a(t)$ , під дією якого ярів двигуна  $M$  обертається. Тахогенератор вимірює швидкість  $\omega(t)$  обертання вала двигуна, виробляючи напругу пропорційну швидкості  $\omega(t)$ . За допомогою зворотного зв'язку напруга тахогенератора  $U_{33}(t)$  подається на подільник напруги, розміщений на вході напівпровідникового підсилювача. На подільнику напруга зворотного зв'язку віднімається від напруги задаючого сигналу  $U_3(t)$ , і результуюча напруга подається на підсилювач, де вона підсилюється і подається на обмотку збудження генератора.

Вказана система є САК, що працює за принципом керування за збудженням. Вона забезпечує автоматичне керування швидкістю обертання двигуна незалежно від величини навантаження на його валу. Дійсно, якщо навантаження на валу  $M_f(t)$  двигуна зросте і швидкість обертання вала  $\omega(t)$  зменшиться, то напруга, яку виробляє тахогенератор  $U_{33}(t)$ , зменшиться. Напруга на виході подільника зросте, оскільки вона дорівнює різниці напруги задаючого сигналу  $U_s(t)$  і напруги зворотного зв'язку  $U_{33}(t)$ . Відповідно зросте напруга на виході напівпровідникового підсилювача і збільшиться струм обмотки збудження генератора. У результаті збільшиться напруга на виході генератора. Це приведе до відповідного зростання швидкості двигуна. Процес відбуватиметься до того часу, поки не буде встановлена відповідність напруги задаючого сигналу і напруги зворотного зв'язку, тобто до тих пір, поки оберти двигуна не досягнуть заданої величини. При зменшенні навантаження відбуватиметься аналогічний процес, який забезпечить незмінну швидкість обертання вала двигуна. Отже, система керування автоматично підтримує постійну швидкість обертання двигуна.

### 1.10 Принципова і функціональна схема САК

Дослідження САК починають із складання її схеми. Під час вивчення конкретну САК попередньо формально розділяють на типові елементи, виявляють фізичні взаємозв'язки між елементами і зображують у вигляді певних схем. Схеми САК полегшують їх вивчення, дають можливість проаналізувати взаємозв'язок і роботу системи в цілому. Наведена на рис.1.6 схема називається принциповою схемою. Крім принципових схем у ТАК використовують також функціональні й структурні схеми. Особливості цих схем такі:

*Принципова схема* – це умовне графічне зображення, яке відображає принцип роботи системи. На принциповій схемі елементи системи зображують у вигляді умовних позначень відповідно до діючих стандартів.

*Функціональна схема* – це умовне графічне зображення, яке відображає функції, виконувані окремими елементами системи й

зв'язки між ними. Елементи функціональної схеми зображують у вигляді прямокутників.

*Структурна схема САК* – це умовне графічне зображення САК, яке служить для математичного опису і відображає математичні перетворення сигналів в САК.

Принципова й функціональна схеми в ТАК відповідають загальноприйнятим схемам в інших наукових дисциплінах. Приклад принципової схеми САК показано на рис.1.6.

Функціональна схема САК являє собою ряд взаємодіючих між собою елементів, які можуть бути механічними, електричними і т.д. Незважаючи на різну фізичну природу елементів, вони можуть бути зведені до декількох основних типів залежно від їх функцій у системі. Найчастіше виділяють такі функціональні блоки:

блок задатчика З – служить для вводу в САК потрібного значення керованої величини (чи закону її зміни в часі) і перетворення введеної величини у сигнал керування  $U_z(t)$ ;

блок порівняння П – ви зрівнює декілька сигналів і видає сигнал неузгодженості (суму чи різницю сигналів залежно від конкретного призначення).

блок керування БК – виробляє керуючий вплив  $U_k(t)$  і передає його безпосередньо до об'єкта керування О, або виконавчого блока ВБ;

об'єкт керування О – об'єкт для керування роботи яким створена САК;

блок вимірювання В – вимірює певну фізичну величину (керовану величину, величину збурення і т.д. та перетворює її в сигнал, який передається в системі;

виконавчий блок ВБ – який виконує завдання по керуванню об'єктом у відповідності з сигналом що виробляє блок керування.

блок підсилення сигналу керування, та рід інших блоків.

Кожний з перерахованих блоків може у свою чергу складатися з декількох більш простих частин – елементів. Ними можуть бути: підсилювальний елемент, перетворювальний елемент і т.п.

На функціональній схемі блоки з'єднують стрілками, що вказують напрямок передачі сигналів взаємодії у САК.

На рис.1.7 наведена функціональна схема САК швидкістю двигуна, яка відповідає принциповій схемі рис.1.6. Тут задаючий блок З відповідає регулятору, який задає значення потрібної швидкості двигуна. На схемі рис.1.6 він не показаний. П – це блок порівняння сигналів, який відповідає подільнику напруги, утвореному резисторами  $R_1$  та  $R_2$ . Блок керування БК – напівпровідниковий підсилювач. Виконавчий блок ВБ відповідає генератору, який виробляє потрібну напругу на якорі двигуна. Об'єкт О – це фактично сам двигун. Виміррювальний блок В – це тахогенератор. Ще один задаючий блок З, приєднаний до об'єкта керування – це блок, який зумовлює навантаження на двигун.

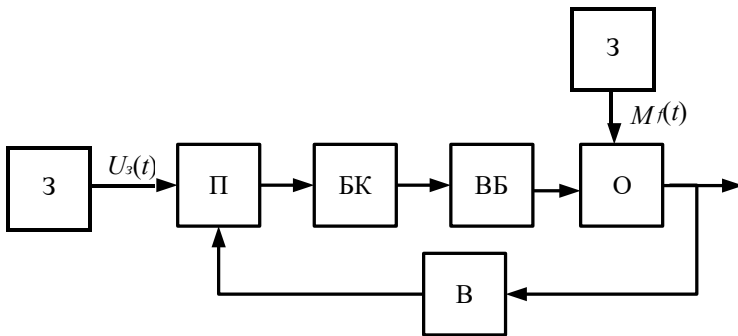


Рис.1.13. Функціональна схема САК швидкістю двигуна постійного струму з незалежним збудженням

Дія окремих блоків та системи керування в цілому зрозуміла з функціональної схеми рис.1.7. Задаючий блок З задає режим роботи об'єкта. Він виробляє сигнал керування, який встановлює потрібний режим роботи і значення вихідної величини системи. Блок порівняння П – зрівнює сигнал задаючого блоку  $U_s(t)$  та сигнал зворотного зв'язку  $U_{зз}(t)$  і подає сигнал неузгодженості на блок керування. Блок керування БК, відповідно до величини сигналу неузгодженості, виробляє сигнал керування і подає його на блок виконання ВБ.

Блок виконання змінює режим роботи об'єкта і встановлює вихідну величину відповідно до заданого значення.

Вхідна величина нашої системи – це швидкість обертання ротора двигуна. Ця швидкість вимірюється тахогенератором, який показано як блок вимірювання В. Сигнал про значення вихідної величини подається через зворотній зв'язок на вхід системи. На вході системи аналізується сигнал зворотного зв'язку та задаючий сигнал і виробляється певна дія на об'єкт, що забезпечує керування системою, тобто відповідність вихідної величини потрібному значенню. Система керування працює в часі безперервно при зміні навантаження, що забезпечує постійне підтримання потрібної швидкості обертання двигуна.

### 1.11 Рівняння динаміки генератора

Після аналізу будови САК, вивчення його принципової та функціональної схем наступним кроком аналізу є складання рівняння динаміки системи. Для цього розглядають фізичні процеси в елементах системи і записують рівняння динаміки кожного елемента. Ці рівняння об'єднують відповідно до схеми у систему рівнянь і одержують загальне рівняння динаміки системи. Вказані кроки зробимо для нашої САК, щоб зрозуміти усю послідовність аналізу. Аналізуючи САК вивчають поведінку системи під час її роботи.

Звернемось до схеми показаної на рис.1.6 і 1.7. На вході системи знаходиться елемент порівняння. Сигнал на його виході дорівнює різниці сигналів, а саме

$$U_{\Pi}(t) = U_3(t) - U_{33}(t). \quad (1.1)$$

Напівпровідниковий підсилювач підсилює сигнал, тобто сигнал на виході підсилювача пропорційний сигналу на вході:

$$U_{O3}(t) = K_{\Pi\Pi} U_{\Pi}(t). \quad (1.2)$$

Тут  $K_{HP}$  – коефіцієнт підсилення напівпровідникового підсилювача.  $U_{o3}(t)$  – напруга на виході підсилювача, яка подається на обмотку збудження генератора (див. рис.1.6).

Наступний елемент системи керування – генератор. Еквівалентна електрична схема для обмотки збудження генератора може бути представлена, як показано на рис.1.8. Як правило, така характеристика дається в паспорті генератора у вигляді графіка.

Рівняння динаміки генератора при керуванні за напругою на обмотці збудження повинно встановлювати залежність між величиною цієї напруги та напруги на виході генератора. Одержують його записують залежність між напругою на обмотці збудження і струмом відповідно до електричної схеми та використовуючи характеристику холостого ходу генератора.

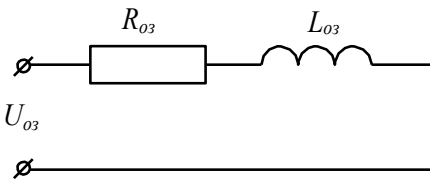


Рис.1.14. Еквівалентна електрична схема обмотки збудження генератора

Основними параметрами генератора є активний опір та індуктивність обмотки збудження і характеристика холостого ходу, яка визначає залежність напруги на виході генератора від струму обмотки збудження при постійній швидкості обертання.

Для обмотки збудження генератора, згідно із законом Ома для змінного струму, маємо

$$U_{o3}(t) = i_{o3}(t)R_{o3} + L_{o3} \frac{di_{o3}(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

Напруга на виході генератора визначається величиною струму обмотки збудження. Для генератора це дається у вигляді так званої характеристики холостого ходу, яка наводиться в паспорті генератора. На рис.1.9 показано вигляд такої характеристики.

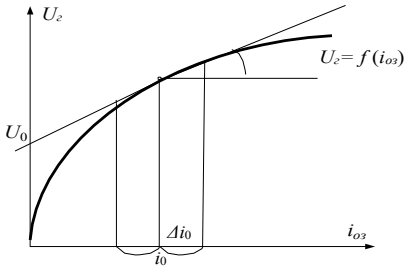


Рис.1.15. Характеристика холостого ходу генератора

Залежність між струмом обмотки збудження і напругою на виході генератора нелінійна. Використовувати таку залежність, навіть коли вона подана у вигляді математичного виразу,

недоцільно, оскільки рівняння будуть нелінійні і розв'язання їх стане значною проблемою. Для спрощення аналізу нелінійну залежність подають як лінійну.

Розглянемо процедуру спрощення залежності, яка має назву лінеаризації. Після цього перейдемо до подальшого складання рівняння динаміки генератора.

Характеристика холостого ходу генератора нелінійна. Якщо вона подається у вигляді функції

$$U_z = f(i_{oz}), \quad (1.4)$$

то розкладаючи в ряд Фур'є характеристику холостого ходу генератора в околі точки  $i_{oz} = i_0$  маємо:

$$U_z = f(i_{oz}) \Big|_{i_0} + \frac{df(i_{oz})}{di_{oz}} \Big|_{i_0} \Delta i + \frac{d^2 f(i_{oz})}{di_{oz}^2} \Big|_{i_0} (\Delta i)^2 + \dots \quad (1.5)$$

тут  $\Delta i$  – зміна величини струму відносно точки  $i_{oz} = i_0$ ;  $f(i_{oz}) \Big|_{i_0}$  – значення характеристики холостого ходу в при величині струму обмотки підмагнічення  $i_{oz} = i_0$ ;  $\frac{df(i_{oz})}{di_{oz}} \Big|_{i_0}$  – значення першої похідної

характеристики холостого ходу в точці  $i_{o3} = i_0$ ;  $\left. \frac{df^2(i_{o3})}{di_{o3}^2} \right|_{i_0}$  – значення

другої похідної характеристики холостого ходу в точці  $i_{o3} = i_0$ ;

Позначимо через  $\beta$  похідну характеристики холостого ходу в точці  $i_{o3} = i_0$ :

$$\beta = \left. \frac{df(i_{o3})}{di_{o3}} \right|_{i_0} \quad (1.6)$$

Якщо обмежитись першими двома членами розкладу, то маємо лінійну залежність.

Під час роботи генератора в складі розглянутої САК регулювання здійснюється в певному діапазоні швидкостей. При цьому струм обмотки збудження  $i_{o3}$  змінюється в обмеженому діапазоні значень відносно робочої точки  $i_0$ . На рис.1.15 робоче значення струму обмотки збудження показано як  $i_0$ , а можлива зміна струму підмагнічення в процесі регулювання – як  $\Delta i_0$ . Для спрощення залежності роботу генератора розглядають у невеликому діапазоні струмів обмотки збудження. Тоді залежність напруги генератора від величини струму обмотки збудження можна представити у вигляді лінійної функції, як це показано на рис.1.8. Залежність між струмом обмотки збудження і напругою генератора для лінійної ділянки має вигляд:

$$U_z = U_0 + \beta i_0. \quad (1.7)$$

Тут  $\beta$  має фізичний зміст як коефіцієнт нахилу характеристики холостого ходу в точці  $i_{o3} = i_0$ ;  $U_0$  – значення напруги, що відповідає точці перетину дотичної з віссю ординат.

Для подальшого аналізу використаємо лінійну залежність напруги на виході генератора. Таке представлення нелінійної залежності у вигляді лінійної застосовується досить часто і називається *лінеаризацією нелінійних залежностей*. Лінеаризація дає змогу виконати аналіз складних нелінійних систем і вивчити особливості їх

роботи, при умові, що діапазон зміни вхідних величин є

відносно невеликим. Системи, які допускають лінеаризацію, описаним тут чином, називають *умовно лінійними системами*. Зауважимо, як це було відмічено раніше, що динаміка лінійних систем описується лінійними диференційними рівняннями, а умовою лінійності є підпорядкування системи принципу суперпозиції.

Використовуючи рівняння (1.3) і (1.7) складемо рівняння динаміки генератора. Нас в кінцевому результаті цікавить залежність між напругою на обмотці збудження і напругою на виході генератора. Щоб її знайти з (1.7) визначимо величину струму.

$$i_{oz}(t) = \frac{U_g(t)}{\beta} - U_0 \quad (1.8)$$

та підставимо в (1.3). Одержимо:

$$U_{oz}(t) = \left[ \begin{array}{c} U(t) \\ \beta \end{array} \right] R_{oz} + L_{oz} \frac{d}{dt} \left[ \begin{array}{c} U_g(t) \\ U \end{array} \right] - U_0$$

або

$$U_{oz}(t) = \frac{L_{oz}}{\beta} \frac{dU(t)}{dt} + \frac{R}{\beta} I_{Jz}(t) - R_{oz}U_0 \quad (1.9)$$

Похідна  $\frac{dU_0}{dt} = 0$  дорівнює нулю, бо величина  $U_0$  – постійна.

Рівняння (1.9) – це рівняння динаміки генератора, яке пов’язує вхідну величину за якою здійснюється керування – напругу на вході обмотки збудження  $U_{oz}$  з вихідною величиною – напругою генератора  $U_z$ .

### 1.12 Складання рівняння динаміки двигуна

Від генератора живиться двигун. Якщо підходити строго, то напруга в колі генератор – двигун, яка прикладається до двигуна, не дорівнює напрузі холостого ходу генератора. Вона дещо інша і залежить від внутрішнього опору генератора та величини струму в колі. Ми вважатимемо, що режим роботи генератора не досить завантажений і напруга на його виході приблизно рівна напрузі холостого ходу. Тобто маємо:

$$U_z(t) = U_o(t). \quad (1.10)$$

Рівняння динаміки двигуна в нашій системі керування повинно пов’язувати напругу на вході двигуна –  $U_o$  і швидкість обертання вала ротора –  $\omega$ .

Параметри двигуна такі:  $R_o$  – опір обмотки ротора;  $L_o$  – індуктивність ротора;  $J$  – момент інерції ротора;  $C$  – постійна двигуна. Якщо швидкість обертання ротора  $\omega$  виражати в радіанах за секунду (1/с), то для двигуна справедливі такі співвідношення:

$$E(t) = C\omega(t). \quad (1.11)$$

$$M_o(t) = Ci_r(t). \quad (1.12)$$

тут  $i_r(t)$  – струм ротор двигуна;  $E(t)$  – електрорушійна сила (ЕРС), яка наводиться в якорі, під час обертання його в магнітному полі статора двигуна,  $M_o(t)$  – момент сили, який розвиває двигун.

Щоб одержати рівняння динаміки двигуна використаємо закон Ома для опису електричного кола і другий закон Ньютона для опису

механічної частини. Розглянемо еквівалентну схему електричного кола двигуна показану на рис.1.16.

Для електричного кола маємо:

$$U(t) = E(t) + i(t)R + L \frac{di_{я}(t)}{dt} \quad (1.13)$$

Тут напруга двигуна дорівнює сумі наведеної в якорі ЕРС, спаду напруги на активному опорі обмотки якоря та спаду напруги на індуктивному опорі якоря. Для механічної частини маємо:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_{\delta}(t) - M_f(t). \quad (1.14)$$

Тут  $M_f(t)$  – момент навантаження двигуна.

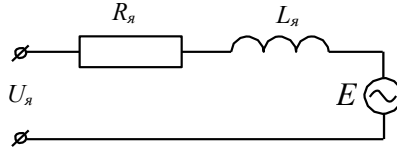


Рис.1.16 – Еквівалентна схема двигуна

Це звичайне рівняння другого закону Ньютона  $F = ma$  для випадку обертового руху, а саме: момент інерції помножений на кутове прискорення дорівнює сумарному моменту сил.

Якщо в рівнянні (1.13) використаємо (1.11), а в (1.14)-(1.12), то маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} U_{\delta} = C\omega(t) + i_{\text{я}}(t)R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}(t)}{dt}; \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = C i_{\text{я}}(t) - M_f(t). \end{cases} \quad (1.15)$$

Для спрощення системи і запису рівняння динаміки двигуна вилучимо з системи рівнянь струм якоря. З другого рівняння системи

$$i_{\text{я}}(t) = \frac{J}{C} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{1}{C} M_f(t). \quad (1.16)$$

Підставляємо в перше рівняння системи

$$U(t) = C\omega(t) + R_{\text{я}} \left( \frac{J}{C} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{1}{C} M_f(t) \right) + L_{\text{я}} \frac{d}{dt} \left( \frac{J}{C} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{1}{C} M_f(t) \right)$$

$$\delta \left( \int_{t_1}^{t_2} C \, dt - C_f \int_{t_1}^{t_2} dt - C \int_{t_1}^{t_2} dt \right)$$

та виконавши перетворення, отримаємо рівняння динаміки двигуна:

$$U_{\delta} = C\omega + \frac{R_{\delta} \cdot J}{C} \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{R_{\gamma}}{C} \cdot M_f + \frac{L_{\gamma} J}{C} \cdot \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{L_{\pi}}{C} \cdot \frac{dM_f}{dt}. \quad (1.17)$$

Як правило рівняння динаміки записують в стандартній формі, а саме: записують в лівій частині члени за порядком похідних вихідної величини, причому коефіцієнт члена вихідної величини вибирають рівним 1. У правій частині рівняння записують всі члени, які зумовлюють зовнішню дію на систему.

З врахуванням цього рівняння динаміки (1.17) двигуна матиме вигляд:

$$\begin{aligned} L_{\gamma} J \frac{d^2}{dt^2} \omega + R_{\gamma} J \frac{d}{dt} \omega + \omega = U - \frac{L_{\delta}}{C} M_f - \\ \frac{C^2}{R_{\gamma}} \frac{d^2}{dt^2} M_f - \frac{C^2}{C} \frac{d}{dt} M_f - \frac{C^2}{C^2} M_f. \end{aligned} \quad (1.18)$$

### 1.13 Загальне рівняння динаміки САК

Наступним елементом САК є тахогенератор. Тахогенератор це вимірювальний прилад, який у нашій системі вимірює швидкість обертання ротора двигуна. Напряга на виході тахогенератора  $U_{зз}$  буде дорівнювати:

$$U_{зз}(t) = K_{ТГ} \omega(t). \quad (1.19)$$

Тут  $K_{ТГ}$  – коефіцієнт перетворення тахогенератора.

Рівняння (1.1), (1.2), (1.9), (1.18) та (1.19) утворюють систему рівня, які повністю описують роботу системи автоматичного керування

швидкістю двигуна постійного струму з незалежним збудження, відповідно до схеми приведеної на рис.1.6.

Система рівнянь (1.20) повністю описує динаміку роботи САК швидкістю обертів двигуна постійного струму. Послідовно вилучивши з неї всі проміжні змінні, одержимо рівняння, яке зв'язує вхідну

величину системи керування, а саме напругу на вході системи  $U_3(t)$  і вихідну величину системи – швидкість обертання ротора двигуна  $\omega(t)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{II}(t) = U_3(t) - U_{33}(t); \\ U_{O3}(t) = K_{III} U_{II}(t); \\ U_{O3} \frac{dU(t)}{dt} + \frac{R_{O3}}{\beta} U \frac{d\omega(t)}{dt} - R_{O3} \\ \\ (t) = L_{O3} \quad \cdot \quad U_0; \\ \\ \left. \begin{array}{l} \beta \\ U_0(t) = C\omega(t) + \frac{R_{\alpha} J}{C} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{R_{\alpha}}{C} M_f(t) + \frac{L J}{C} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + \\ + \frac{L_{\alpha}}{C} \frac{dM_f(t)}{dt}; \end{array} \right\} \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} C \quad dt \\ U_{33}(t) = K_{IV} \omega(t). \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (1.20)$$

Вилучивши з рівняння (1.20) проміжні величини, отримаємо лінійне рівняння третього порядку.

## 2. Структурні схеми САК

### 2.1 Визначення структурної схеми САК

**Структурна схема САК** – це умовне графічне зображення системи автоматичного керування, яке служить для її математичного опису. На структурній схемі САК зображають у вигляді з'єднаних між собою динамічних ланок.

**Динамічна ланка** – це умовно виділена частина системи автоматичного керування, яка виконує найпростіші перетворення

сигналів. Динамічні ланки відповідають певним перетворенням сигналів у системі. Ці перетворення описують як правило засобами математики, а саме передатною функцією динамічної ланки. Зображують динамічні ланки прямокутником, всередині якого

записують передатну функцію.

В якості динамічних ланок виступають умовно виділені частини системи, в яких здійснюються найбільш прості перетворення сигналів. Динамічні ланки з'єднують між собою стрілками, які відповідають напрямку передачі сигналу від однієї ланки до іншої. Динамічні ланки є ланками напрямленої дії.

**Ланка напрямленої дії** – це ланка, яка передає сигнал тільки в одному напрямку з входу на вихід і її властивості не залежать від інших ланок, з якими вона з'єднана.

Ланка напрямленої дії це ідеалізація. Фактично немає таких ланок, щоб на них не впливали інші ланки. Наприклад, у розглянутій нами САК обертами двигуна постійного струму двигун впливає на роботу генератора і напруга на виході генератора  $U_g$ , приєднаного до двигуна  $U_d$ , відрізняється від напруги холостого ходу генератора  $U_e$ . Але ми цим впливом нехтували і вважали  $U_e \approx U_d$ .

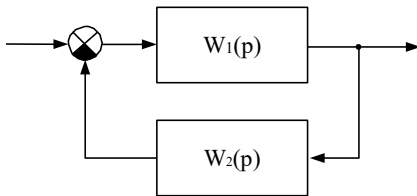


Рис.2.1. Заміна однієї реальної ланки двома ланками напрямленої дії

У випадках, коли впливом іншої ланки не можна нехтувати, реальну ланку можна подати у вигляді двох ланок напрямленої дії, з'єднаних зустрічно-паралельно, як це показано на рис.2.1.

Позначення у структурних схемах, показані на рис.2.2. Це динамічна ланка – прямокутник, в середині якого записана передатна функція (рис.2.2,а); сигнал, що передається від однієї ланки до іншої – стрілка з вказівкою напрямку передачі сигналу (рис.2.2,б); розгалуження сигналів – стрілка, що відгалужується від іншої стрілки (рис.2.2,в); злиття сигналів – суматор у вигляді кружка, поділеного на сектори, причому не зафарбованому сектору відповідає сигнал зі знаком “+”, а зафарбованому – зі знаком “-” (рис.2.2,г).

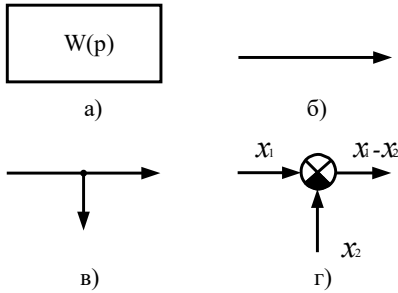


Рис.2.2. Умовні позначення для на структурних схем  
 а) динамічна ланка; б) сигнал, що передається від однієї ланки до іншої; в) розгалуження сигналів; г) злиття сигналів (суматор)

## 2.2 Структурна схема САК обертами двигуна

Побудуємо структурну схему САК швидкістю обертання двигуна. Ця схема показана на рис.2.3.

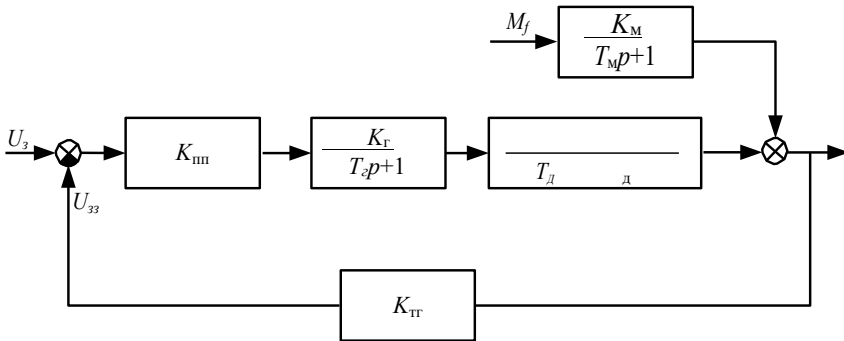


Рис.2.3. Структурна схема САК швидкістю обертання двигуна постійного струму з незалежним збудженням

У структурну схему САК входять такі блоки:

*блок суматора*, на який подають сигнали задаючої дії  $U_3$  і зворотного зв'язку  $U_{зз}$  від тахогенератора. Нижній сектор суматора зафарбований, що свідчить про те, що сигнал зворотного зв'язку віднімається від задаючого сигналу (сигнал подається у протифазі);

*блок напівпровідникового підсилювача* і його передатна функція

$K_{mi}$ ;

блок генератора і його передатна функція  $\frac{K_r}{T_r p + 1}$ ;

блок двигуна з передаточною функцією  $\frac{K_d}{T_d^2 p^2 + 2\xi T_d p + 1}$ ;

блок тахогенератора з передатною функцією  $K_{тг}$ ; додатково у схемі показано ще один суматор і блок, через який проходить сигнал збудження. Цей блок зумовлює проходження сигналу збурення. У розглянутій системі збуренням є навантаження на валу двигуна.

### 2.3 Типи динамічних ланок

У системах автоматичного керування використовують цілий ряд типів динамічних ланок. Тип динамічної ланки визначається процесами перетворення інформації, які ці ланки забезпечують. Ці процеси перетворення сигналів описують певними диференційними рівняння. Різних типів динамічних ланок можна нарахувати кілька десятків. Проте найбільш важливими і вживаними є шість ланок, а саме:

- підсилювальна динамічна ланка;
- аперіодична (інерційна);
- коливальна (аперіодична ланка II порядку);
- диференційна;
- реальна диференційна;
- інтегруюча.

Декому важко сприймати, що потрібно користуватись такою складною річчю, як диференційні рівняння. Проте більш простого і точного опису процесів просто не існує. Звичайно, для найпростіших перетворень сигналів можна використати словесний опис. Наприклад, підсилююча ланка підсилює сигнал чи перетворює його. Диференційна ланка видає сигнал пропорційний швидкості зміни вхідного сигналу. Розглянемо основні типи динамічних ланок.

**Підсилювальна (пропорційна) ланка** – це найпростіша

динамічна ланка. Вона підсилює сигнал, або перетворює його з однієї

фізичної величини в іншу. Рівняння динаміки пропорційної ланки має вигляд:

$$X_{\text{вих}}(t) = KX_{\text{вх}}(t), \quad (2.1)$$

де  $K$  – коефіцієнт передачі ланки.

Застосовуючи до рівняння (2.1) перетворення Лапласа, отримаємо:

$$X_{\text{вих}}(p) = KX_{\text{вх}}(p).$$

Звідси передавальна функція пропорційної ланки:

$$W(p) = \frac{X_{\text{вих}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = K. \quad (2.2)$$

Якщо на вхід цієї ланки подати сигнал  $1(t)$ , то на виході ланки буде формуватись перехідна функція  $h(t) = K1(t)$ .

Імпульсна перехідна функція пропорційної ланки описується рівнянням:

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{dK1(t)}{dt} = K\delta(t). \quad (2.3)$$

Перехідна функції пропорційної ланки наведена на рис.2.4.

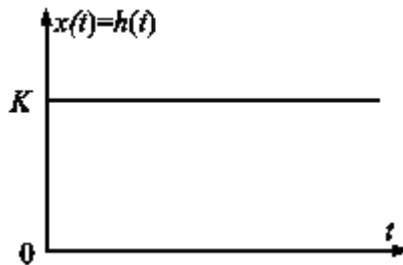


Рис.2.4 – Передавальна функція пропорційної ланки

Такими ланками у розглянутій нами САК швидкістю двигуна є напівпровідниковий підсилювач і тахогенератор. Вихідний сигнал підсилювача в точності дорівнює вхідному сигналу, помноженому на коефіцієнт підсилення. Аналогічно і для тахогенератора: вихідний сигнал відповідає швидкості обертання валу, тобто добутку  $\omega$  на коефіцієнт передачі.

Назва коефіцієнт підсилення чи коефіцієнт передачі відображає тільки фізичну суть процесу. Як правило, в ТАК розглядають тільки системи з інформаційної точки зору, тому абстрагуються від фізичної суті явищ і, як правило, називають величину  $K$  – коефіцієнтом підсилення. Залежно від значення величини  $K$  ланка може підсилювати або послаблювати сигнал. Якщо  $K > 0$ , то ланка підсилює сигнал, якщо  $K < 0$ , то вона зменшує значення сигналу, але і в цьому разі ланку називають підсилувальною.

Прикладами підсилувальних ланок можуть бути: зубчата чи фрикційна передача, важіль, гідравлічний прес, подільник напруги, операційний підсилювач та багато інших механічних, гідравлічних чи електричних пристроїв.

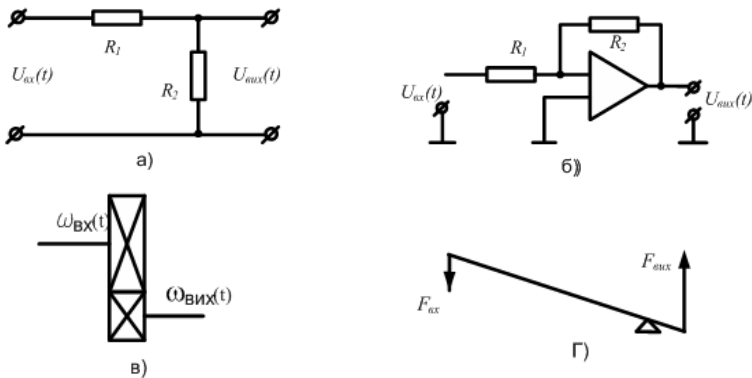


Рис.2.5. Приклади підсилувальних ланок.

а) подільник напруги; б) операційний підсилювач;

в) зубчата передача; г) важіль

**Аперіодична ланка.** Рівняння динаміки може бути записано в диференційній та операторній формі.

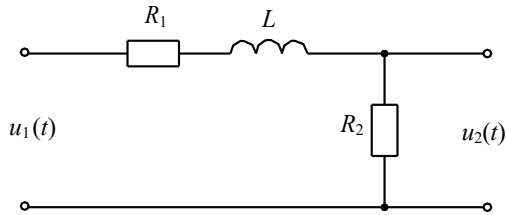


Рис.2.6. Схема аперіодичної ланки

Стосовно до електричного кола на рис.2.6. маємо:

$$u(t) = (R_1 + R_2)i(t) + L \frac{di(t)}{dt};$$

$$u_2(t) = R_2 i(t).$$

Рівняння динаміки одержують із цих рівнянь вилученням проміжної змінної  $i(t)$ :

$$T \frac{du(t)}{dt} + u(t) = k u_1(t), \quad (2.4)$$

де  $T = \frac{L}{R_1 + R_2}$  – стала часу, с;  $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  – коефіцієнт передачі ланки.

Відповідно до диференційного рівняння (2.4) рівняння динаміки аперіодичної ланки в операторній формі за нульовими початковими умовами має вигляд:

$$(Tp + 1)U_2(p) = kU_1(p), \quad (2.5)$$

де  $U(p) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-pt} dt = L[u(t)]$

$i \int_0^i$   $[ i ]$  – зображення за Лапласом

функції часу  $u_i(t)$ ;  $i = 1, 2$ ;  $p = \sigma + j\omega$  – оператор Лапласа.

Передавальна функція ланки (системи)  $W(p)$  – це відношення зображень за Лапласом вихідної  $X_{вих}(p)$  та вхідної  $X_{вх}(p)$  величин за нульовими початковими умовами:

$$W(p) = \frac{X_{вих}(p)}{X_{вх}(p)}. \quad (2.6)$$

Передавальна функція ланки (системи) визначається із рівняння ланки (системи), записаного в операторній формі. Для аперіодичної ланки відповідно до рівняння (2.5):

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{k}{Tp+1}. \quad (2.7)$$

Із виразу (2.6) випливає, що

$$X_{вих}(p) = W(p) X_{вх}(p). \quad (2.8)$$

Перехідна функція ланки (системи)  $h(t)$  – це реакція ланки на вплив у виді одиничної східчастої функції  $1(t)$  з нульовими початковими умовами. Для визначення  $h(t)$  підставимо у рівняння (2.5) замість  $U_1(p)$  зображення одиничної східчастої функції  $L[1(t)] = 1/p$ , тоді зображення перехідної функції буде дорівнювати:

$$H(p) = U(p) = \frac{k}{(Tp+1)p}.$$

Розкладаємо вираз для  $H(p)$  на елементарні дробі:

$$H(p) = \frac{k}{(Tp+1)p} = k \frac{a}{(p+a)p} = k \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p+a} \right), \text{ де } a = \frac{1}{T}.$$

і з допомогою таблиць перетворення Лапласа визначаємо оригінал:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ k \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ p & p+a \end{bmatrix} \right\} = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{L}} \right). \quad (2.7)$$

Графік перехідної функції аперіодичної ланки наведено на рис.2.7. Зображення перехідної функції дорівнює передавальній функції, поділеної на  $p$ :

$$U(p) = H(p) = \frac{W(p)}{p}. \quad (2.8)$$

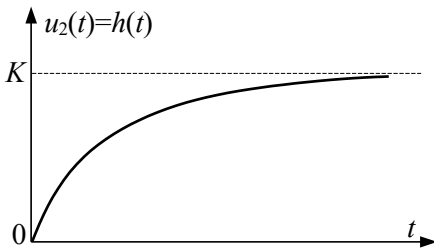


Рис.2.7. Перехідна функція аперіодичної ланки

Імпульсна перехідна функція  $w(t)$  ланки (системи) є реакцією ланки (системи) на дельта-функцію Дірака  $\delta(t)$ .

Дельта-функцію Дірака можна одержати шляхом диференціювання одиничної східчастої функції  $\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t)$

або в операторній формі  $\delta(p) = pL[1(t)] = p/p = 1$ .

Тому зображення імпульсної перехідної функції дорівнює передавальній функції ланки (системи):

$$L[w(t)] = W(p) \delta(p) = W(p). \quad (2.9)$$

Імпульсна перехідна функція аперіодичної ланки:

$$w(t) = L^{-1} \left[ \frac{k}{Tp+1} \right] = k e^{-\frac{t}{T}}. \quad (2.10)$$

Такою ланкою в розглянутій нами САК обертами двигуна є генератор. Ланка відповідає інерційному елементу, якому властиве певне запізнення. Прикладами таких ланок є: маховики, які розміщені на осі і розкручуються зовнішніми силами. Ряд прикладів аперіодичних ланок показано на рис.2.8.

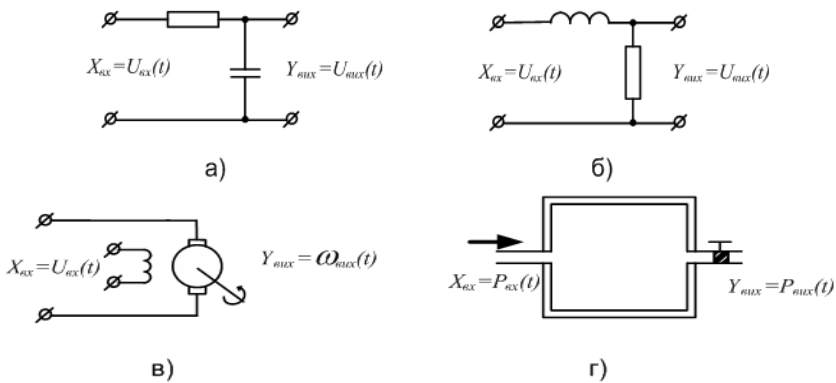


Рис.2.8. Приклади аперіодичних ланок I-го порядку (інерційних ланок): а)  $RC$ -коло; б)  $LR$ -коло; в) двигун без врахування індуктивного опору якоря; г) резервуар компресора

### Коливальна ланка.

Рівняння динаміки коливальної ланки має вигляд:

$$T^2 \frac{d^2 X_{вих}}{dt^2} + 2\xi T \frac{dX_{вих}}{dt} + X_{вих} = KX_{вх}, \quad (2.11)$$

де  $T$  – стала часу;  $\xi$  – коефіцієнт затухання;  $K$  – коефіцієнт передачі.

Запишемо рівняння (2.11) в операторній формі:

$$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) X_{вих}(p) = \frac{K X_{вх}}{K X_{вх}}(p).$$

Звідки маємо передавальну функцію коливальної ланки:

$$W(p) = \frac{X_{вих}(p)}{X_{вх}(p)} = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \quad (2.12)$$

Динамічні властивості ланки визначаються коренями її характеристичного рівняння:

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0.$$

Якщо корені цього рівняння комплексні з від'ємною дійсною частиною:

$$P_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T},$$

то перехідна функція коливальної ланки має вигляд:

$$h(t) = K \left[ 1 - \frac{1}{1-\xi^2} e^{-\alpha t} \sin(\Omega t + \varphi) \right], \quad (2.13)$$

$$\left[ \begin{array}{cc} -\frac{\xi}{T} & 0 \end{array} \right]$$

де  $\Omega_0 = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ ;  $\varphi = \text{arctg} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$ ;  $\alpha = \frac{\xi}{T}$ .

Із (2.13) та рис.2.9 видно, що характер  $h(t)$  залежить від коефіцієнта згасання  $\xi$ :

а) якщо  $0 < \xi < 1$ , то перехідна функція має вигляд згасаючих коливань; б) якщо  $\xi = 0$ , то перехідна функція являє собою незгасаючі коливання, а передавальна функція відповідає консервативній ланці:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 1};$$

в) якщо  $-1 < \xi < 0$ , то перехідна функція являє собою

зростаючі коливання, а передавальна функція відповідає структурно

нестійкій коливальній ланці:  $W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 - 2\xi T p + 1}$ .

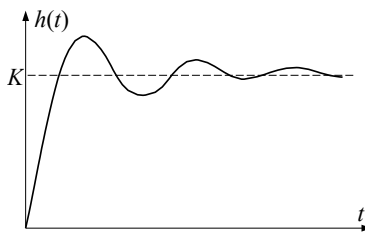


Рис.2.9 – Перехідна функція коливної ланки

У разі  $\xi > 1$  перехідна функція ланки має монотонний характер. У цьому випадку ланка називається *аперіодичною ланкою* другого порядку та описується передавальною функцією:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

де  $T_1 = \frac{T}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}$ ;  $T_2 = \frac{T}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}$ .

При  $\xi \gg 1$  коливальна ланка вироджується в аперіодичну ланку.

Перехідна функція  $h(t)$  коливальної ланки за рівнянням (2.13) наведена на рис.2.9.

Прикладом таких ланок можуть бути різні механічні системи, наприклад, маятник, вантаж на пружній підвісці і т.п. Приклади коливальних ланок наведені на рис.2.10.

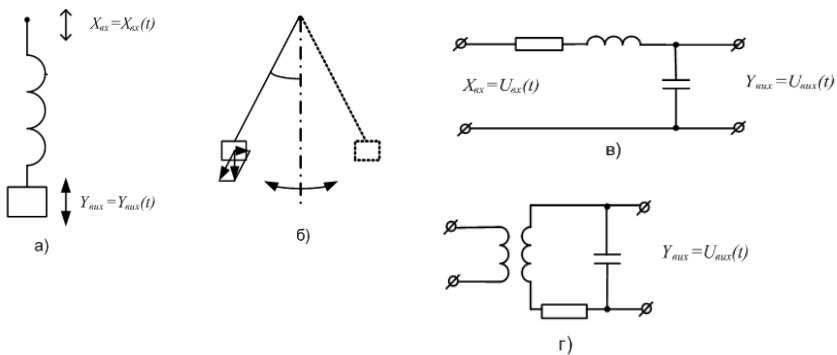


Рис.2.10. Приклади коливальних ланок:  
 а) вантаж на пружній підвісці; б) маятник;  
 в) LC-коло; г) коливальний контур

**Диференційна ланка.** Ланка, вихідна величина якої дорівнює швидкості зміни вхідної величини. Вона описується диференційним

рівняння:

$$y(t) = K \frac{dx(t)}{dt}. \quad (2.14)$$

Передатна функція диференційної ланки:

$$W(p) = Kp. \quad (2.15)$$

Реалізувати ідеальну диференційну ланку практично неможливо, оскільки будь-яка реальна система має кінцевий проміжок дії. Тому використовують реальні диференційні ланки.

**Реальна диференційна ланка.** Прикладами диференційних ланок є заслінка в потоці рідини чи газу, кут відхилення якої пропорційний швидкості руху,  $CR$ - та  $RL$ -кола, трансформатор напруги, диференційний підсилювач. Приклади диференційних ланок наведені на рис.2.11.

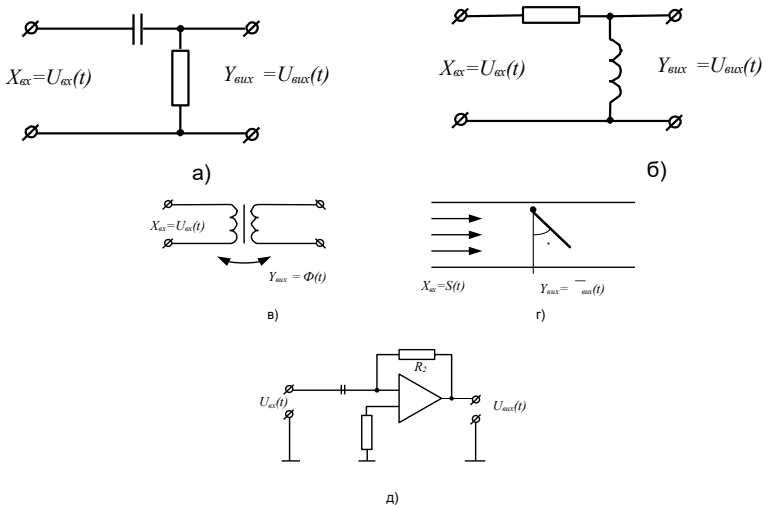


Рис.2.11. Реальні диференційні ланки:

а)  $CR$ -коло; б)  $RL$ -коло; в) трансформатор;

г) заслінка в потоці рідини чи газу; д) диференційний підсилювач

Реальна диференційна ланка описується рівнянням

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \frac{dx(t)}{dt}. \quad (2.16)$$

Передавальна функція ланки:

$$W(p) = \frac{Kp}{Tp + 1}. \quad (2.17)$$

**Інтегруюча ланка.** Рівняння динаміки інтегруючої ланки:

$$\frac{dy(t)}{dt} = Kx(t). \quad (2.18)$$

Передавальна функція

$$W(p) = \frac{K}{p}. \quad (2.19)$$

З формули (2.18) видно, що вихідний сигнал пропорційний інтегралу від вхідного сигналу. Справді, з (2.18), якщо виконати почленне інтегрування, отримаємо

$$y(t) = K \int x(t) dt. \quad (2.20)$$

Прикладами інтегруючих ланок є бак, в який наливається вода, конденсатор, що заряджається через резистор, черв'ячна механічна передача та ін. Приклади таких ланок наведено на рис.2.12.

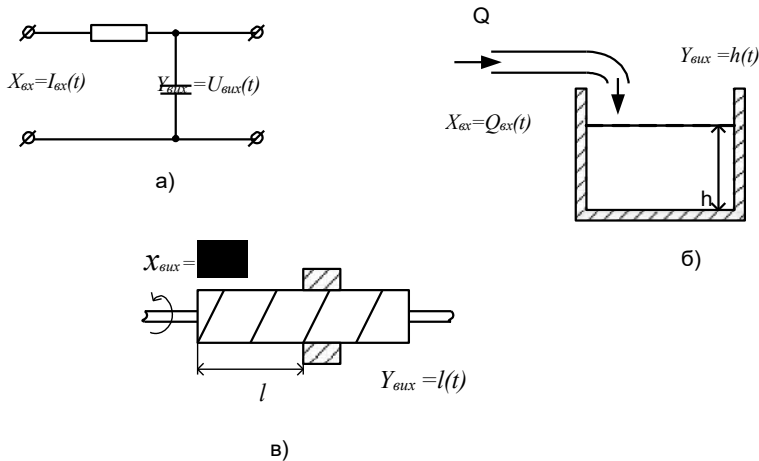


Рис.2.12. Приклади інтегруючих ланок:

- а) конденсатор, який заряджається струмом;
- б) резервуар з рідиною; в) черв'ячна передача

П'ять основних типів ланок, які було розглянуто, визначають майже 90% обладнання систем керування. Фізичні принципи, на яких реалізовані динамічні ланки, є самими різноманітними. Це і чисто електричні пристрої, і механічні, і пневматично-гідролічні. У системах керування можна використовувати ланки, реалізовані на будь-яких фізичних принципах і це не залежить від призначення системи. Звичайно, найбільш часто використовують динамічні ланки, в яких основні перетворення здійснюються завдяки електричним процесам.

#### 2.4 Способи з'єднання динамічних ланок та їх передавальні функції

Аналіз САК виконують для вирішення найрізноманітніших завдань, таких як розробка нових систем керування, виявлення причин незадовільної роботи, покращання роботи існуючих систем і т.п. Це потребує визначення характеристик САК в цілому. Характеристики окремих ланок розглянуто раніше. Це часові й частотні характеристики. Їх визначають за передатною функцією ланки.

При аналізі САК виникає проблема визначення вказаних характеристик для системи в цілому. Для цього перш за все потрібно обрахувати передаточну функцію системи. Її можна обрахувати за структурною схемою системи. Розглянемо задачу одержання передаточної функції САК за структурною схемою.

Структурна схема відображає типи динамічних ланок, з яких складається система, та способи їх з'єднання. Динамічні ланки можуть бути з'єднаними між собою різними способами. Способів з'єднання динамічних ланок є всього три, а саме: послідовне; паралельне; зустрічно-паралельне (з'єднання зі зворотнім зв'язком).

**Послідовне з'єднання** динамічних ланок – це з'єднання, в якому вихід першої ланки з'єднано з входом другої ланки, вихід другої – з входом третьої і т.д. Таке з'єднання показано на рис.2.13.

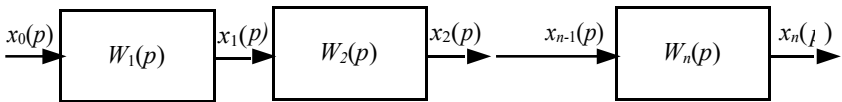


Рис.2.13. Послідовне з'єднання динамічних ланок

Замінімо послідовне з'єднання ланок однією ланкою. Згідно з визначенням передатна функція ланки – це відношення зображення вихідного сигналу до зображення вхідного сигналу при нульових початкових умовах (відношення перетворення за Лапласом).

$$W(p) = \frac{x_n(p)}{x_0(p)}. \quad (2.21)$$

Виконаємо математичні перетворення таким чином:

$$W(p) = \frac{x_n(p)}{x_0(p)} = \frac{x_1(p)}{x_0(p)} \cdot \frac{x_2(p)}{x_1(p)} \cdot \dots \cdot \frac{x_n(p)}{x_{n-1}(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_n(p)$$

$$(p). \quad x_{n-1}(p) \quad (2.22)$$

Передавальна функція окремої ланки така:

$$W(p) = \frac{x_k(p)}{x_{k-1}(p)}. \quad (2.23)$$

Отже, в результаті одержимо:

$$W(p) = \frac{x_n(p)}{x_0(p)} = \prod_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.24)$$

Отже, передатна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій усіх ланок, з'єднаних в ланцюжок.

**Паралельним з'єднанням** динамічних ланок називають з'єднання, в якому вхідний сигнал усіх ланок є один і той же, а вихідний сигнал є сумою вихідних сигналів усіх ланок.

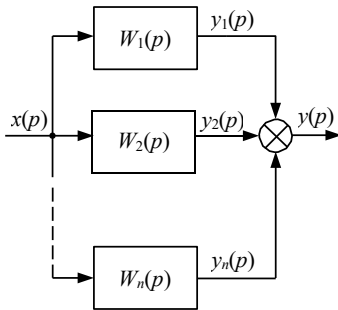


Рис.2.14. Паралельне з'єднання

динамічних ланок

рис.2.11. Передатна функція ланки, яка замінить усі паралельно з'єднані ланки, дорівнює відношенню зображень вихідної величини до зображення вхідної величини і дорівнює

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}. \quad (2.25)$$

Відповідно до наведеної схеми паралельно з'єднаних ланок

вихідний сигнал такий:

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p), \quad (2.26)$$

або

$$\begin{aligned}y_1(p) &= W_1(p)x(p); & y_2(p) &= W_2(p)x(p); \\ y_3(p) &= W_3(p)x(p).\end{aligned}\quad (2.27)$$

Підставимо ці значення в (2.26) і одержимо:

$$\begin{aligned}y(p) &= W_1(p)x(p) + W_2(p)x(p) + \dots \\ &+ W_n(p)x(p) = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)]x(p).\end{aligned}\quad (2.28)$$

Визначимо передатну функцію:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)] = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.29)$$

Отже, передатна функція паралельно з'єднаних ланок дорівнює сумі передатних функцій окремих ланок.

**Зустрічно-паралельне з'єднання (з'єднання зі зворотним зв'язком)** – це таке з'єднання, в якому вихід першої ланки з'єднаний з входом другої ланки, а вихід другої ланки з'єднаний з входом першої ланки. Таке з'єднання показано на рис.2.15.

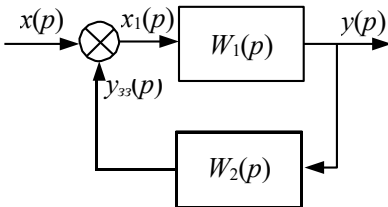


Рис.2.15. Зустрічно-паралельне з'єднання ланок

Тут ланка  $W_1(p)$  знаходиться на прямому зв'язку, а ланка  $W_2(p)$  на зворотному зв'язку. Визначимо передаточну функцію ланки, яка еквівалентна ланкам зі зворотнім зв'язком.

Величина сигналу, який передається до суматора, через ланку зворотного зв'язку дорівнює:

$$y_{зз}(p) = W_2(p) \cdot y(p). \quad (2.30)$$

Сигнал після суматора  $x_1(p)$  дорівнює:

$$y_1(p) = x(p) + W_2(p) \cdot y(p). \quad (2.31)$$

Вихідний сигнал  $y(p)$  дорівнює:

$$y(p) = x_1(p) \cdot W_1(p) = x(p) \cdot W_1(p) + y(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p). \quad (2.32)$$

Останнє рівняння можна записати так:

$$y(p) - y(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) = x(p) \cdot W_1(p). \quad (2.33)$$

Звідси знайдемо передаточну функцію, яка буде рівна:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_2(p)}. \quad (2.34)$$

У формулі (2.34) стоїть знак « $\pm$ », тому що в даному випадку, при від'ємному зворотному зв'язку стоїть знак «+», а в випадку додатного зворотного зв'язку знак «-».

Щоб надати формулі більш загального вигляду, позначають передатну функцію ланок, які знаходяться на прямому зв'язку  $W_{np}(t)$ , а передаточну функцію всіх ланок ланцюжка  $W_{pc}(t)$ . Передатну функцію  $W_{pc}(t)$  називають передаточною функцією розімкнутої системи, тобто всіх ланок зворотного зв'язку при умові, що вони ввімкнуті послідовно, а зв'язок розірвано. Тоді формула матиме вигляд

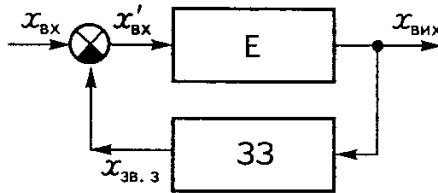
$$W(p) = \frac{W_{np}(p)}{1 \pm W_{pc}(p)}. \quad (2.35)$$

Це найбільш загальний вигляд передатної функції ланок зі зворотним зв'язком.

## 2.5 Типи зворотного зв'язку

Як зазначалося раніше, в замкнених системах авто-матичного керування замикання системи, що дає змогу забезпечити надходження на вхід об'єкта сигналу, пропорційного вихідній величині об'єкта, виконується за допомогою головного зворотного зв'язку. Оскільки цей сигнал має подіяти на об'єкт так, аби відхилення вихідної величини об'єкта, яке з'явилося внаслідок дії збурення, зменшилося, то головний зворотний зв'язок має бути від'ємним.

Під зворотним зв'язком розуміють таке виконання зв'язків у системі, при якому на вхід елемента  $E$  надходить величина  $x_{зв.з}$ , пропорційна вихідній величині елемента.



Сигнал зворотного зв'язку формується за допомогою пристрою зворотного зв'язку  $ЗЗ$ . Його дія визначається коефіцієнтом зворотного зв'язку, який визначається відношенням вихідної величини пристрою зворотного зв'язку  $x_{зв.з}$  до вихідної величини елемента  $x_{вих}$ :

$$\beta = \frac{x_{зв.з}}{x_{вих}}.$$

Розрізняють додатний і від'ємний зворотний зв'язок. Якщо сигнал зворотного зв'язку складеться з вхідним сигналом системи (співпадає з ним за фазою), то такий зворотний зв'язок називають додатним. Додатний зворотний зв'язок веде до нестійкості системи, до виникнення коливань у системі. Він, як правило, застосовується в генераторах і релейних схемах. Типовим елементом з додатним зворотним зв'язком є тригер. Додатний зворотний зв'язок приводить до того, що система може знаходитись в одному з двох стійких станів. У результаті зворотного зв'язку стан системи змінюється досить різко, система від одного стійкого стану переходить у другий стійкий стан.

Додатній зворотний зв'язок в генераторах викликає збудження системи і підтримання незатухаючих коливань.

Якщо сигнал зворотного зв'язку віднімається від вхідного сигналу (знаходиться у протифазі з ним), то такий зворотний зв'язок називають від'ємним. У системах автоматичного керування переважно використовують від'ємний зворотний зв'язок. У більшості випадків, говорячи про зворотній зв'язок, ми матимемо на увазі саме від'ємний зворотній зв'язок.

Введення зворотного зв'язку в систему перетворює розімкнуту систему керування в замкнуту. Замикання системи зворотним зв'язком є найбільш вживаним методом забезпечення автоматичного керування. Замикання системи кардинально змінює динаміку об'єкта керування і суттєво підвищує точність керування. Об'єкти, які без зворотного зв'язку працюють нестійко, після введення зворотного зв'язку змінюють свої динамічні характеристики і працюють стійко. Замикання системи також веде до підвищення точності керування. Це підвищення точності керування залежить від величини коефіцієнта підсилення системи. Замикання системи також веде до зменшення тривалості перехідних процесів у системі. Зменшення тривалості перехідних процесів також визначається коефіцієнтом підсилення і дорівнює  $1+K$ .

Зворотний зв'язок може здійснюватись різними динамічними ланками та мати різні характеристики. Тому розглядають різні типи зворотного зв'язку.

Залежно від часу дії зворотній зв'язок поділяють на жорсткий та гнучкий. Жорстким зворотнім зв'язком називають зворотний зв'язок, який діє постійно. Сигнал жорсткого зворотного зв'язку пропорційний вихідній величині.

Залежно від того, яку роль в САК відіграє зворотний зв'язок, розрізняють загальний і місцевий зворотний зв'язок. Загальний зворотний зв'язок охоплює всю САК в цілому, тоді як місцевий зворотний зв'язок може охоплювати тільки певні частину САК.

Жорсткий зворотній зв'язок – це зв'язок, який діє постійно. Здійснюється він за допомогою пропорційних динамічних ланок.

Гнучкий зворотний зв'язок – це зв'язок, який діє тільки під час зміни вихідної величини. Сигнал гнучкого зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни вихідної величини.

Залежно від типу зворотного зв'язку розрізняють типи регуляторів, а саме: П, Д, ПД, ПІ та ПІД регулятори.

П-регулятори – це пропорційні регулятори, в яких сигнал зворотного зв'язку пропорційний вихідній величині.

Д- та ПД-регулятори – це диференційні та пропорційно диференційні регулятори, це регулятори, в яких сигнал зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни (похідній) вихідного сигналу, до складу регулятора входить диференційна ланка.

ПІ-регулятори – це пропорційно-інтегральні регулятори, це регулятори в яких введена інтегральна ланка для усунення статичних помилок регулювання.

ПІД-регулятори – це регулятори, до складу яких входять підсилюючі, інтегруючі та диференційні ланки.

## **2.6 Правила перетворення структурних схем**

Маючи складну САК, під час її аналізу потрібно розрахувати її передаточну функцію. Правила заміни паралельного, послідовного, зустрічно-паралельного з'єднань однією ланкою дозволяють це

зробити. Але не у всіх випадках. Розглянемо приклад структурної схеми, показаної на рис.2.16.

Аналізуючи цю схему, переконаємось, що використати правила заміни не можна. Причина тут в тому, що у схемі є зв'язки, які перетинаються. У результаті не можна віднести з'єднання ні до паралельного, ні послідовного. Так, ланки  $W_1(p)$  і  $W_2(p)$  з'єднані послідовно, Але замінити їх однією ланкою не можна, оскільки між ними є суматор, до якого підходить ще один сигнал. Ланка  $W_4(p)$  з'єднана паралельно до ланки  $W_1(p)$ , Але їх також не можна замінити однією ланкою. Для одержання передаточної функції у цьому випадку необхідно перетворити схему таким чином, щоб у ній можна було виділити групи ланок, з'єднані послідовно, паралельно чи зустрічно паралельно. Для цього скористаємось правилами перетворення структурних схем.

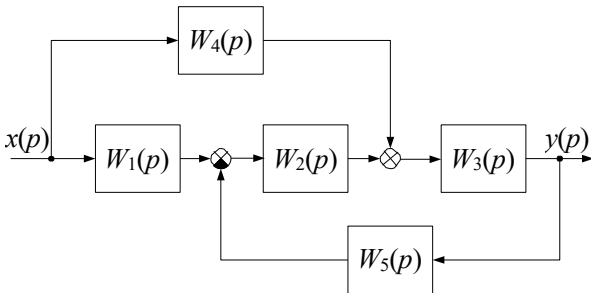
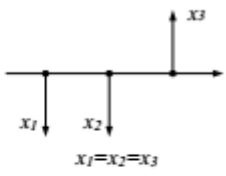
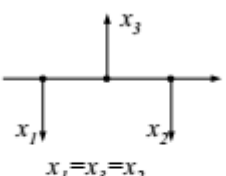
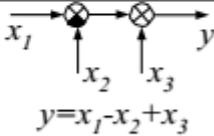
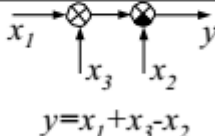
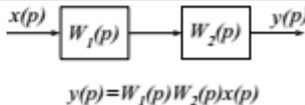
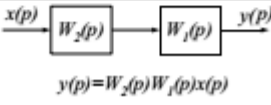
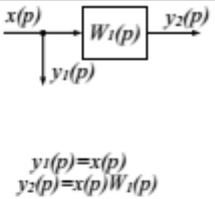
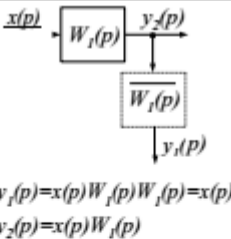
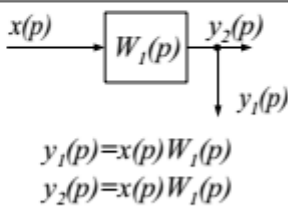
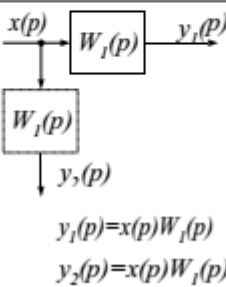


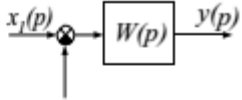
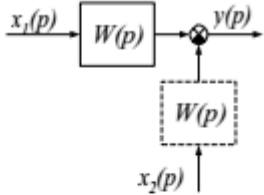
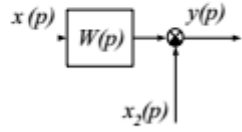
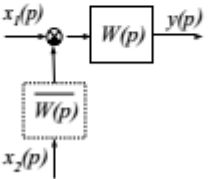
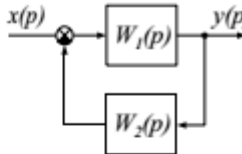
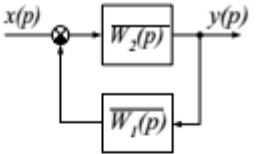


Рис.2.16. Приклад структурної схеми САК

У структурних схемах допускається переміщувати вузли й суматори сигналів із входу ланки на її вихід, чи навпаки, додаючи при цьому фіктивні ланки, з тим розрахунком, щоб сигнали реальних ланок залишались незмінними. Розглянемо це правило для різних варіантів перетворення і запишемо правила перетворення для кожного варіанта у вигляді таблиці. Позначимо рискою ланку зворотної дії, а

$$\text{саме } \overline{W(p)} = \frac{1}{W(p)}.$$

Таблиця 2.1. Правила перетворення структурних схем

Операція	Вихідна схема	Еквівалентна схема
Перестановка вузлів	 <p><math>x_1 = x_2 = x_3</math></p>	 <p><math>x_1 = x_3 = x_2</math></p>
Перестановка суматорів	 <p><math>y = x_1 - x_2 + x_3</math></p>	 <p><math>y = x_1 + x_3 - x_2</math></p>
Перестановка ланок	 <p><math>y(p) = W_2(p)W_1(p)x(p)</math></p>	 <p><math>y(p) = W_1(p)W_2(p)x(p)</math></p>
Перенесення ланки на її вихід	 <p><math>y_1(p) = x(p)</math> <math>y_2(p) = x(p)W_1(p)</math></p>	 <p><math>y_1(p) = x(p)W_1(p)W_1(p) = x(p)W_1^2(p)</math> <math>y_2(p) = x(p)W_1(p)</math></p>
Перенесення вузла із виходу ланки на її вхід	 <p><math>y_1(p) = x(p)W_1(p)</math> <math>y_2(p) = x(p)W_1(p)</math></p>	 <p><math>y_1(p) = x(p)W_1(p)</math> <math>y_2(p) = x(p)W_1(p)</math></p>

<p>Перенесення суматора зі її вихід</p>	 $y(p) = (x_1(p) - x_1(p))W(p)$	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_1(p)W(p)$
<p>Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід</p>	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)$	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)W(p)W(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)$
<p>Заміна ланок прямого і зворотного зв'язку</p>	 $y(p) = \frac{W1(p)}{1 + W1(p)W2(p)}$	 $y(p) = \frac{W2(p)}{1 + W2(p)W1(p)} = \frac{W1(p)}{1 + W1(p)W2(p)}$
<p>Перехід до одиничного зв'язку</p>	 $y(p) = \frac{W1(p)}{1 + W1(p)W2(p)}$	 $y(p) = W_2(p) \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} x(p) = \frac{W1(p)}{1 + W1(p)W2(p)}$

1. Перестановка вузлів. Вузли можна переставляти, оскільки при відгалуженні сигнали у всіх відгалуженнях однакові.

2. Перестановка суматорів. Зображення сигналів підлягає адитивному закону і при перестановці доданків сума не міняється.

3. Перестановка ланок. Аналогічно попередньому випадку. Добуток передаточних функцій при перестановці не змінюється.

4. Перенесення вузла зі входу ланки на її вихід. При перенесенні вузла зі входу ланки на вихід потрібно додати фіктивну ланку зворотної дії. Оскільки відгалужений сигнал перед ланкою не змінюється нею, а після ланки він змінився, то щоб компенсувати цю зміну, треба на шляху відгалуженого сигналу ввести фіктивну ланку зворотної дії.

5. Перенесення вузла з виходу ланки на її вхід. У цьому випадку потрібно додати ланку прямої дії, оскільки відгалужений сигнал на вході ланки не був перетворений як на вихідній схемі.

6. Перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. У даному разі потрібно долучити фіктивну ланку прямої дії, оскільки у вихідній схемі сума обох сигналів проходить через динамічну ланку.

7. Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід. Це перетворення потребує введення фіктивної ланки зворотної дії, яка б компенсувала перетворення сигналу  $x_2(p)$ , яке відбувається в динамічній ланці після перенесення суматора.

8. Заміна ланок прямого і зворотного зв'язку. Дане перетворення здійснюється шляхом заміни ланок ланками зворотної дії. Наведені розрахунки показують еквівалентність обох схем.

9. Перехід до одиничного зворотного зв'язку. Одиничний зворотній зв'язок – це зв'язок, при якому сигнал з виходу системи подається на її вхід без зміни. Еквівалентна схема показана в табл.2.1. Наведені розрахунки доводять, що еквівалентна схема виконує ті ж перетворення сигналу, що і вихідна схема.

## **2.7 Приклад одержання передатної функції САК за її структурною схемою**

Розглянемо приклад розрахунку передаточної функції системи, зображеної на рис.2.16. Як вже було відмічено, дана схема має перетин зв'язків і виділити в ній ланки з'єднані послідовно, паралельно чи зустрічно-паралельно неможливо. Виконаємо перетворення за наведеними правилами і визначимо передаточну функцію.

Перетворення схеми можна виконати, переносючи суматор. Можливі два шляхи, які приводять до одного і того ж результату. Це

перенесення суматора зі входу ланки  $W_2(p)$  на її вихід, або перенесення іншого суматора з виходу цієї ланки на вхід. Розглянемо перший випадок, а саме перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. Для виконання цього перетворення потрібно, згідно правила 6, на шляху сигналу долучити фіктивну ланку прямої дії, тобто ланку  $W_2(p)$ . Еквівалентна схема САК показана на рис.2.17.

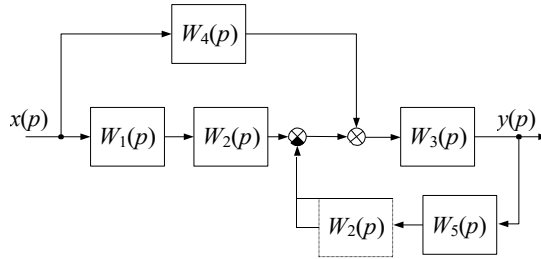


Рис.2.17. Еквівалентна схема САК після переносу суматора

Наступним кроком перетворення можна переставити суматори місцями, об'єднати ланки  $W_1(p)$  і  $W_2(p)$ , які ввімкнуті послідовно, і ланки  $W_5(p)$  і фіктивну ланку  $W_2(p)$ , які також ввімкнуті послідовно. Еквівалентна схема показана на рис.2.18. Як видно з рис.2.18, отримано схему, в якій послідовно з'єднано дві групи ланок. Перша група – це паралельно з'єднані ланки, друга – ланки з'єднані зустрічно-паралельно. Передатна функція першої групи

$$W_6(p) = W_1(p)W_2(p) + W_4(p), \quad (2.36)$$

другої групи

$$W_7(p) = \frac{W_3(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_5(p)}. \quad (2.37)$$

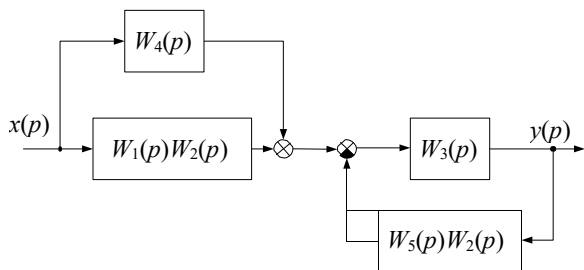


Рис.2.18. Еквівалентна схема САК після другого кроку перетворення

Структурна схема після цього кроку спрощення має вигляд, показаний на рис.2.19.

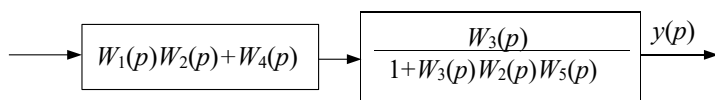


Рис.2.19. Еквівалентна схема САК після третього кроку перетворення

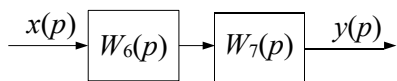


Рис.2.20. Еквівалентна схема САК після третього перетворення

позначення ланок, представимо схему у вигляд, показаному на рис.2.20. Отримаємо таку передатну функцію:

$$W(p) = \frac{[W_1(p)W_2(p) + W_4(p)] \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_5(p)}. \quad (2.38)$$

Підставляючи конкретні значення передаточних функцій в одержану формулу, матимемо передаточну функцію системи.

Розрахунок передаточних функцій виконується не тільки в ТАК, але і в інших наукових дисциплінах. До аналогічних завдань ми приходимо, вивчаючи електричний привод, динаміку механічних

систем і в багатьох інших випадках. Після отримання передаточної

функції подальший аналіз зводиться виключно до вивчення властивостей одержаної передаточної функції.

## 2.8 Частотні характеристики ланок і САК

Важливими динамічними характеристиками ланок і САК є частотні характеристики. На підставі їх використання розроблені інженерні частотні методи дослідження САК. Частотні характеристики дозволяють просто виявити вплив параметрів на динамічні властивості системи. Частотні характеристики можна визначати експериментально. Це важливо в тих випадках, коли важко або неможливо скласти рівняння динаміки системи.

Частотні характеристики ланок і систем будуються на підставі їх комплексних передавальних функцій (КПФ).

КПФ можна отримати із передавальної функції, якщо покласти в неї  $p = j\omega$ :

$$W(j\omega) = [W(p)]_{p=j\omega}.$$

Із визначення КПФ витікає, що

$$W(j\omega) = \frac{D(j\omega)}{F(j\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.39)$$

де  $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$  – амплітудно-частотна характеристика;

-  $\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$  – фазово-частотна характеристика;

-  $P(\omega)$  – дійсна частотна характеристика;

-  $Q(\omega)$  – уявна частотна характеристика.

Розглянемо частотні характеристики динамічних ланок.

Подамо КПФ аперіодичної ланки в алгебраїчній формі:

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1} = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (2.40)$$

де  $P(\omega) = \frac{K}{T^2\omega^2 + 1}$ ;  $Q(\omega) = -\frac{K}{T\omega}$ .

$$T^2\omega^2 + 1 \qquad 1 + T^2\omega^2$$

Якщо задатись частотою  $\omega$  від 0 до  $\infty$ , то можна визначити  $P(\omega)$  і  $Q(\omega)$ , які є координатами амплітудно-фазової характеристики (АФХ) ланки (рис.2.21,а).

Амплітудно-частотна  $A(\omega)$  та фазово-частотна  $\varphi(\omega)$  характеристики пропорційної ланки мають вигляд:

$$A(\omega) = K; \quad \varphi(\omega) = 0.$$

Зазначені характеристики ланки подані на рис.2.21,б.

*КПФ інтегрувальної ланки:*

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -j \frac{K}{\omega} = \frac{K}{\omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}. \quad (2.41)$$

Тому  $P(\omega) = 0$ ;  $Q(\omega) = -\frac{K}{\omega}$ ;  $A(\omega) = \frac{K}{\omega}$ ;  $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ .

Частотні характеристики інтегрувальної ланки наведені на рис. 2.21,г.

Інтегрувальна ланка вносить запізнення коливань за фазою  $-\frac{\pi}{2}$ .

*КПФ диференціювальної ланки:*

$$W(j\omega) = jK\omega = K\omega \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad (2.42)$$

тому  $P(\omega) = 0$ ;  $Q(\omega) = K\omega$ ;  $A(\omega) = K\omega$ ;  $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$ . Як видно з рис.

2.21,в, диференціювальна ланка вносить випередження, яке дорівнює  $\pi / 2$ , на всіх частотах.

*КПФ коливальної ланки має вигляд:*

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - T^2\omega^2 + j2\xi T\omega} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.43)$$

$$\text{де } A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}}; \varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}.$$

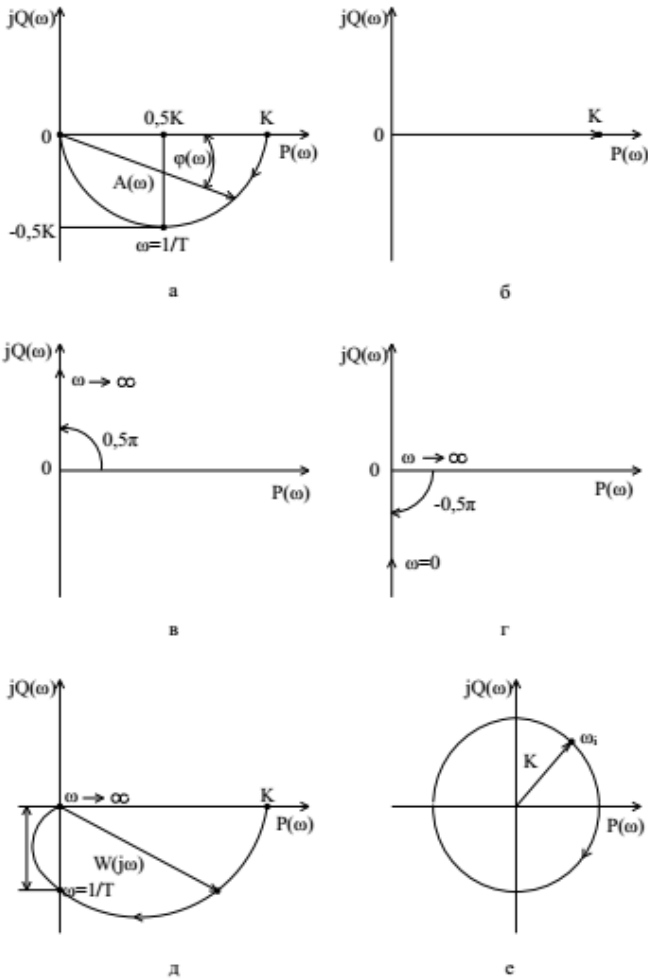


Рис.2.21. АФХ типових динамічних ланок

На рис.2.21, д наведена АФХ ланки. Якщо вона визначена експериментально, то з її допомогою можна знайти параметри ланки за наступними формулами:

$$K = P(0); \quad AB = \frac{K}{2\xi}; \quad \xi = \frac{K}{2AB}; \quad T = \frac{1}{\omega_r}.$$

Ланка із запізненням має наступну КПФ:

$$W(j\omega) = K \cdot e^{-j\omega\tau} = K \cos \omega\tau - jK \sin \omega\tau. \quad (2.44)$$

Звідси впливає, що:

$$P(\omega) = K \cos \omega\tau; \quad Q = -K \sin \omega\tau; \quad A(\omega) = K; \quad \varphi(\omega) = -\omega\tau.$$

Як видно із рис.2.21,е АФХ ланки із запізненням має вигляд кола, радіус якого дорівнює  $K$ .

## 2.9 Логарифмічні частотні характеристики ланок і САК

Метод логарифмічних частотних характеристик (ЛЧХ) є найбільш простим, наочним та добре розробленим інженерним методом дослідження САК.

ЛЧХ складної автоматичної системи можна отримати додаванням логарифмічних характеристик окремих ланок, причому точні ЛЧХ ланок замінюються відрізками прямими – асимптотами.

Застосування методу ЛЧХ дає можливість наочно бачити вплив параметрів системи на її стійкість і перехідний процес, просто визначити характеристики корегуючих пристроїв, які забезпечують потрібні показники якості системи.

Візьмемо натуральний логарифм від КПФ системи у показниковій формі і отримаємо:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega).$$

Залежність  $\ln A(\omega)$ , яка побудована у логарифмічному масштабі частоти, називається *логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою (ЛАЧХ)*. В ТАК прийнято будувати у логарифмічному масштабі частоти не  $\ln A(\omega)$ , а величину  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ , яка вимірюється у децибелах.

Залежність  $\varphi(\omega)$ , яка побудована у логарифмічному масштабі частоти, називається *логарифмічною фазово-частотною характеристикою (ЛФЧХ)*.

При побудові логарифмічного масштабу  $\omega$  по осі абсцис відкладають відрізки, які пропорційні  $\ln(\omega)$ . Для зручності користування логарифмічним масштабом на ось абсцис наносять значення самих частот, логарифми яких відкладені по цій вісі. Відрізок, який зображає декаду у логарифмічному масштабі, має одну і ту ж довжину для будь-якої ділянки осі частот, рівну  $\lg \frac{10\omega}{\omega} = \lg 10 = 1$ .

## 2.10 ЛЧХ динамічних ланок

Для пропорційної ланки ЛЧХ мають вигляд:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K; \quad \varphi(\omega) = 0. \quad (2.45)$$

ЛАЧХ і ЛФЧХ ланки наведені на рис.2.22,б. Якщо  $K > 1$  то  $L(\omega) > 0$ , а коли  $K < 1$  -  $L(\omega) < 0$ .

Для інтегрувальної ланки ЛЧХ визначаються за формулами:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega; \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \quad (2.46)$$

ЛАЧХ інтегрувальної ланки будується наступним чином. На частоті  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$  відкладається ордината  $20 \lg K$  і через точку, яка відповідає цієї ординаті, проводиться асимптота з нахилом  $-20$  дб/дек.

Вісь  $\omega$  ця асимптота перетинає у точці  $\omega = k$ . ЛЧХ ланки наведені на рис.2.22, г.

ЛЧХ диференціювальної ланки мають вигляд:

$$L(\omega) = 20lg A(\omega) = 20lg K + 20lg \omega; \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}. \quad (2.47)$$

ЛАЧХ цієї ланки будуються таким чином. На частоті  $\omega = 1c^{-1}$  відкладається ордината  $20lg K$  і через точку, яка відповідає цієї ординаті, проводиться асимптота  $+20$  дБ/дек. Ця асимптота перетинає вісь  $\omega$  у точці  $\omega = 1/K$  (рис.2.22, в).

Рівняння ЛЧХ для аперіодичної ланки мають вигляд:

$$L(\omega) = 20lg \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = 20lg K - 20lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}; \quad \varphi(\omega) = -arctg T\omega. \quad (2.48)$$

д

е

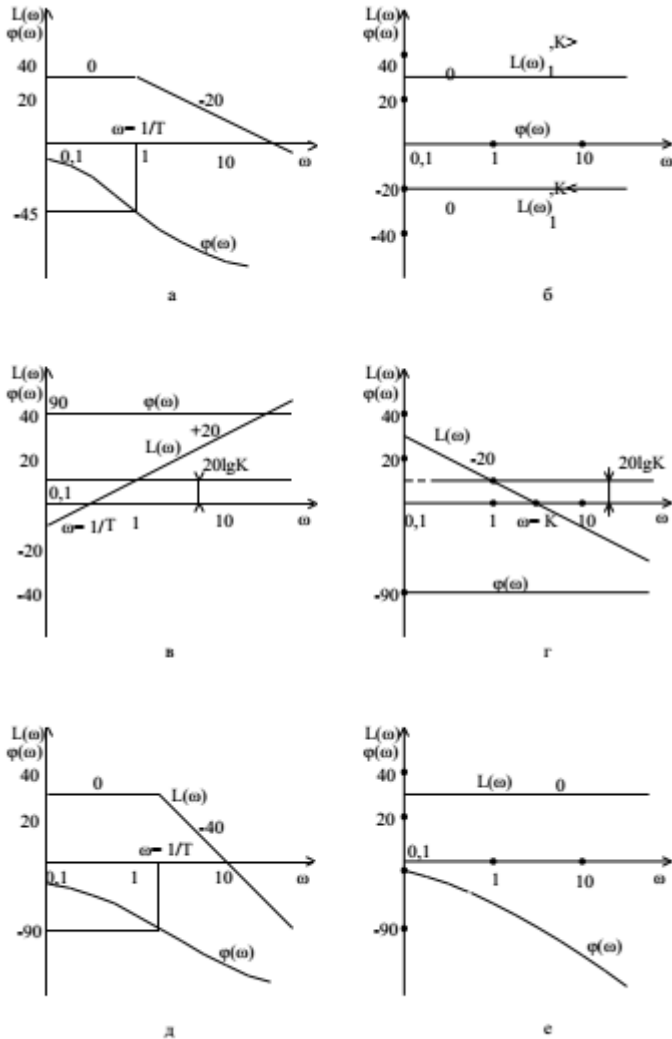


Рис.2.22. ЛЧХ типових динамічних ланок

Для побудови ЛАЧХ (рис.2.22, а) необхідно по вісі  $\omega$  відкласти частоту перетину  $\omega = \frac{1}{T}$ , на частоті  $\omega = 1\text{c}^{-1}$  відкласти ординату  $20\lg K$  і через точку, яка відповідає цієї ординаті, провести асимптоту

з нахилом 0 дб/дек до її перетину з пунктирною лінією, що

проводиться вертикально через частоту перетину. Потім через точку перетину проводиться друга асимптота з нахилом  $-20$  дБ/дек. Як видно з рис.2.22, а, на частоті перетину  $\varphi(\omega) = -45^\circ$ .

Для коливальної ланки ЛЧХ мають вигляд:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + T^2 \omega^2} + (2\xi T \omega)^2; \quad (2.49)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2}.$$

Як видно з рис.2.22, д ЛАЧХ коливальної ланки будується так само, як і аперіодичної. Тільки друга асимптота має нахил  $-40$  дБ/дек, а ЛФЧХ  $\varphi(\omega) = -90^\circ$  на частоті перетину.

Для ланки із загаянням ЛЧХ мають вигляд (2.50) і рис.2.22, е:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K; \quad \varphi(\omega) = -\omega t. \quad (2.50)$$

## 2.11 ЛЧХ САК у розімкненому стані

Під час побудови ЛАЧХ розімкненої системи доцільно дотримуватись наступної методики:

визначають частоти перегину або спрягання  $\omega_i$ , де  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , кількість яких дорівнює числу сталих часу системи, і відкладають їх уздовж осі частот;

на частоті  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$  відкладають точку, ордината якої  $20 \lg K_p$ , де

$K_p$  – коефіцієнт передачі розімкненої системи;

через точку, яка зазначена у передньому пункті проводять асимптоту з нахилом  $-v \cdot 20 \text{ дБ} / \text{дек}$ , де  $v$  – порядок астатизму;

після кожної із частот перегину (спрягання)  $\omega_i$  необхідно змінити нахил ЛАЧХ  $-20 \text{ дБ} / \text{дек}$ , якщо частота  $\omega_i$  визначається сталою часу  $T_i$  множника  $(T_i j \omega + 1)$  знаменника передавальної функції, і

на  $+20 \text{ дб / дек}$ , якщо ця частота визначається сталою часу множника чисельника.

### 3. Стійкість САК.

#### 3.1 Поняття, вигляд та загальна умова стійкості

Однією з найважливіших характеристик автоматичної системи керування є її стійкість. Система, що не володіє стійкістю, не здатна виконувати функції керування і не є ефективною.

Нестійка система може привести керований об'єкт до аварійного стану. Тому проблема стійкості систем є однією із центральних у теорії автоматичного керування.

Стійкість автоматичної системи – це властивість системи повертатися у вихідний стан рівноваги після припинення дії, яка вивела систему з цього стану.

Нестійкість автоматичних систем керування виникає, як правило, через дуже сильну дію зворотного зв'язку. Причиною динамічної нестійкості звичайно є значна інерційність елементів замкнутого контуру, через яку в режимі коливань системи сигнал зворотного зв'язку значно відстає від вхідного сигналу і виявляється з ним у фазі.

Розглянемо математичну сутність стійкості й нестійкості. Відповідно до даного вище фізичного визначення стійкість залежить тільки від характеру вільного руху системи. Вільний рух лінійної або лінеаризованої системи описується однорідним диференціальним рівнянням:

$$a_0 y^n(t) + a_1 y^{n-1}(t) + \dots + a_n y(t) = 0, \quad (3.1)$$

де  $y(t) = y_v(t)$  – вільна складова керованої величини системи.

Вимушена складова вихідної величини, що залежить від вигляду зовнішнього впливу і правої частини диференціального рівняння, на стійкість системи не впливає.

Система є стійкою, якщо вільна складова  $y_v(t)$  перехідного процесу з часом прямує до нуля.

Очевидно, що при цьому вихідна величина системи буде прагнути до вимушеної складової, обумовленої зовнішнім впливом і правою частиною рівняння (3.1). Якщо вільна складова необмежено зростає, то система нестійка. Нарешті, якщо вільна складова не прямує ні до нуля, ні до нескінченності, то система перебуває на межі стійкості.

Знайдемо загальну умову, при якій система, описувана рівнянням (3.1) дорівнює сумі:

$$y_{ввл} = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t} \quad (3.2)$$

де  $C_i$  – постійні, залежні від початкових умов;  $p_i$  – корені характеристичного рівняння

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.3)$$

Корені характеристичного рівняння можуть бути дійсними:  $p_i = \alpha_i$ , уявними:  $p_i = j\beta_i$  і комплексними:  $p_i = \alpha_i \pm j\beta_i$ . При цьому комплексні корені завжди попарно сполучені між собою: якщо є корінь з додатньою уявною частиною, то обов'язково існує корінь з такою же за модулем, але від'ємною уявною частиною. Ліва сторона рівняння (3.2) при  $t \rightarrow \infty$  прямує до нуля лише в тому випадку, якщо кожен доданок  $C_i e^{p_i t} \rightarrow 0$ . Характер останньої функції залежить від

вигляду кореня. Розглянемо всі можливі випадки розташування коренів  $p_i$  на комплексній площині (рис.3.1) і відповідні їм функції

$$y_{\text{вн},i}(t) = C_i e^{p_i t} .$$

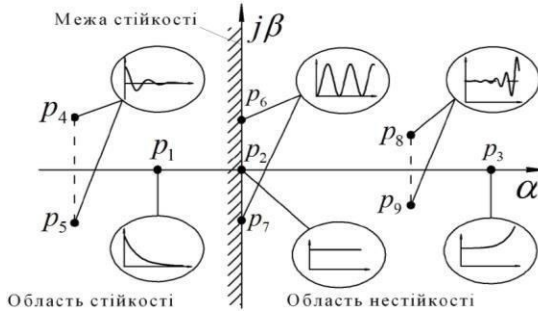


Рис.3.1. Вплив коренів характеристичного рівняння системи на складові її вільного руху

Кожному дійсному коренню  $p_i = \alpha_i$ , в рішенні (3.2) відповідає доданок вигляду:

$$y_{вил,i}(t) = C_i e^{\alpha_i t}, \quad (3.4)$$

Якщо  $\alpha_i < 0$  (корінь  $p_1$ ), то функція (3.4) при  $t \rightarrow \infty$  прямує до нуля. Якщо  $\alpha_i > 0$  (корінь  $p_3$ ), то функція (3.4) необмежено зростає. Якщо  $\alpha_i = 0$  (корінь  $p_2$ ), то ця функція залишається постійною.

Кожній парі спряжених комплексних коренів  $p_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i$  у розв'язку (3.2) відповідають два доданки, які можуть бути об'єднані в один:

$$y_{вил,i+1}(t) = A_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi). \quad (3.5)$$

Функція (3.5) являє собою синусоїду із частотою  $\beta_i$  і амплітудою, що змінюється в часі за експонентою.

Якщо дійсна частина двох комплексних коренів  $\alpha_i < 0$  (див. рис.3.1, корені  $p_4$  і  $p_5$ ), то коливальна складова (3.5) буде загасати.

Якщо  $\alpha_i > 0$  (корені  $p_8$  і  $p_9$ ), то амплітуда коливань буде необмежено зростати.

Якщо  $\alpha_i = 0$  (корені  $p_6$  і  $p_7$ ), тобто якщо обое спряжених коренів – уявні, то  $y_{\text{вн},i}(t)$  являє собою незатухаючу синусоїду з частотою  $\beta_i$ . Якщо серед коренів характеристичного рівняння (3.3) є  $r$  рівних між собою коренів  $p_i$ , то в розв’язку (3.2) замість  $r$  доданків вигляду  $C_i e^{p_i t}$  з’явиться одна складова:

$$(C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + \dots + C_{r-1} t^{r-1}) e^{p_i t}. \quad (3.6)$$

З огляду на те, що функція вигляду  $e^{-bt}$  при кожному  $b$  зменшується швидше, ніж зростають доданки вигляду  $t^r$ , можна довести, що і у випадку кратності коренів розв’язок (3.2) прямуватиме до нуля тільки при від’ємній дійсній частині кратних коренів.

На підставі проведеного аналізу можна сформулювати загальну умову стійкості: *для стійкості лінійної автоматичної системи керування необхідно і достатньо, щоб дійсні частини всіх коренів характеристичного рівняння системи були від’ємними*. При цьому дійсні корені розглядаються як окремий випадок комплексних, в яких уявна частина дорівнює нулю. Якщо хоча б один корінь має додатну дійсну частину, то система буде нестійкою.

Стійкість системи залежить тільки від вигляду коренів характеристичного рівняння і не залежить від характеру зовнішніх впливів на систему.

Використовуючи геометричне подання коренів (3.3) на комплексній площині (див.рис.3.1) у вигляді векторів або точок, можна дати друге формулювання загальної умови стійкості (еквівалентне основній): *для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб всі корені характеристичного рівняння перебували в лівій напівплощині*.

Якщо хоча б один корінь перебуває у правій напівплощині, то система буде нестійкою.

Уявна вісь  $j\beta$  є межею стійкості в площині коренів. Якщо характеристичне рівняння має одну пару чисто мнимих коренів

$p_{i,i+1} = \pm j\beta_i$ , а всі інші корені перебувають у лівій напівплощині, то в

системі встановлюються незатухаючі гармонійні коливання з круговою частотою  $\omega = \beta_i$ . У цьому випадку говорять, що система перебуває на коливальній межі стійкості. Точка  $\beta = 0$  на уявній осі відповідає так званому нульовому кореню.

Якщо рівняння має один нульовий корінь, то система перебуває на аперіодичній межі стійкості. Якщо таких коренів два, то система нестійка. Застосовуючи сформульовану вище умову для оцінки стійкості реальних систем, не слід забувати, що лінійні рівняння типу (3.1), як правило, виходять у результаті спрощень і лінеаризації вихідних нелінійних рівнянь.

Таким чином, для виявлення стійкості лінійної системи досить визначити лише знаки дійсних частин коренів характеристичного рівняння.

У теорії автоматичного керування розроблено ряд правил, за допомогою яких можна судити про знаки коренів, не вирішуючи характеристичне рівняння і не знаходячи числові значення самих коренів. Ці правила називаються критеріями стійкості.

Найбільш відомими і вживаними є такі критерії стійкості:

- Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца.
- Критерій стійкості Михайлова.
- Частотний критерій стійкості Найквіста.
- Логарифмічний частотний критерій стійкості.

Критерій стійкості – це певна умова, яка дозволяє визначити стійкість системи, не розв'язуючи її характеристичного рівняння.

Серед критеріїв такі, що дозволяють перевірити стійкість системи шляхом розрахунків за виглядом характеристичного рівняння, а також є критерії, які дозволяють визначити стійкість системи експериментальним шляхом, за даними вимірювання частотних характеристик системи.

### **3.2 Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца**

Система є стійкою, якщо при  $a_0 > 0$  всі  $n$  визначників Гурвіца більше нуля. Визначники Гурвіца одержують з квадратної матриці Гурвіца. Матрицю Гурвіца будують таким чином.

1. Характеристичний поліном системи записують у вигляді:

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0. \quad (3.7)$$

У разі, якщо  $a_n < 0$ , потрібно помножити всі члени полінома на -1 так, щоб коефіцієнт  $a_n$  був додатнім  $a_n > 0$ .

2. Записують по діагоналі квадратної матриці розміром  $n \times n$ , (де  $n$  – степінь полінома), коефіцієнти, починаючи з  $a_1$  до  $a_n$ .

3. Доповнюють клітку матриці коефіцієнтами із зростаючими індексом вгору і зі спадаючим індексом вниз. Матриця Гурвіца показана нижче:

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 \end{array} \right| \end{array} \quad (3.8)$$

3. Вільні місця матриці заповнюють нулями. Заповнена матриця показана нижче.

4. Визначники Гурвіца складають з матриці як квадратні діагональні матриці послідовно, як показано нижче:

$$\Delta_1 = a_0. \quad (3.9)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}. \quad (3.10)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_0 \cdot (a_2 \cdot a_1 - a_1 \cdot a_2). \quad (3.11)$$

Останній визначник включає всю матрицю.

5. Обраховують значення усіх  $n$  визначників Гурвіца.

6. Якщо всі визначники мають додатні значення, то система стійка. Якщо хоча б один з визначників має від'ємне значення, то система не стійка, коли хоча б один з визначників дорівнює нулю, а решта додатні, то система знаходиться на межі стійкості.

Критерій Гурвіца дозволяє визначити стійкість системи, яка описується диференційним рівнянням будь-якого порядку. Проте цей критерій використовують, як правило, тільки для систем, рівняння яких має не вище ніж п'ятий порядок.

Розглянемо використання критерію Гурвіца на прикладі. Нехай характеристичне рівняння САК має вигляд:

$$2p^4 + 8p^3 + 10p^2 + 5p + 3 = 0.$$

Визначимо її стійкість використовуючи критерій Гурвіца.

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= \begin{vmatrix} 8 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & 3 & 0 \\ 0 & 8 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 10 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot \Delta_3 = 3 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 5 & 0 \\ 2 & 10 & 3 \\ 0 & 8 & 5 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (400 - 242) = 474 > 0. \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 8 & 5 & 0 \\ 2 & 10 & 3 \\ 0 & 8 & 5 \end{vmatrix} = 158 > 0. \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 70 > 0.$$

Як бачимо, всі мінори і визначник Гурвіца більші від нуля, отже система стійка

### 3.3 Критерій стійкості Михайлова

Цей критерій був запропонований в 1938 р. Він дозволяє визначити стійкість системи за годографом Михайлова. Він зручний для дослідження стійкості складних систем, порядок диференційного рівняння яких більше ніж 5.

Для стійкості системи потрібно, щоб годограф Михайлова, починаючись при  $\omega = 0$  на додатній частині дійсної осі, при зростанні  $\omega$  ( $\omega \rightarrow \infty$ ) проходив послідовно через  $n$  квадрантів комплексної площини де  $n$  – порядок полінома. Квадрантами називають області комплексної площини, що знаходяться обмежені півосями.

Годограф Михайлова будують як годограф характеристичного комплексу. Характеристичний комплекс отримують заміною оператора  $p$  в характеристичному поліномі на величину  $j\omega$  ( $p = j\omega$ ):

$$D(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n. \quad (3.12)$$

Після вказаної заміни можна виділити дійсну і уявну частини:

$$D(j\omega) = A(j\omega) + jB(j\omega). \quad (3.13)$$

Обраховують значення  $A(\omega)$  та  $B(\omega)$  при збільшенні  $\omega$  від нуля  $\omega = 0$  до достатньо великої величини  $\omega \rightarrow \infty$ , і будують годограф в

комплексній площині, відкладаючи послідовно обраховані значення.

На рис.3.2 наведено приклади годографа Михайлова для стійких і нестійких систем.

Умовою знаходження системи на межі стійкості є проходження годографа через початок координат комплексної площини.

Запас стійкості системи можна визначити за величиною віддалі від точки перетину дійсної осі до початку координат.

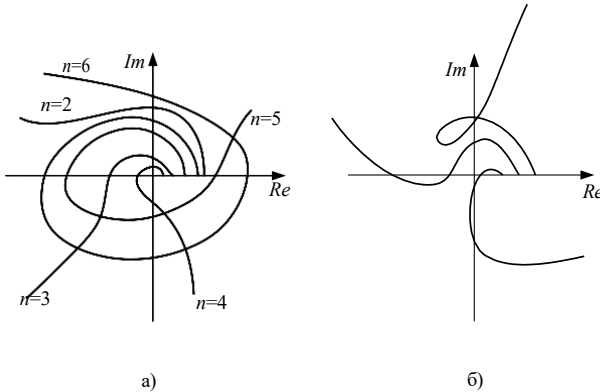


Рис. 3.2. Приклади годографа Михайлова: а) для стійких систем, б) для нестійких систем

Варіантом цього критерію є визначення точок перетину годографом осей комплексної площини. Якщо годограф перетинає перемінно то дійсну, то комплексну площини, то система стійка, якщо в деякому діапазоні частот годограф двічі перетинає комплексну чи дійсну вісь, то система нестійка. У вірності такого правила можна переконатись, розглядаючи діаграми на рис.3.2, б). Дане формулювання зручне тим, що просте за результатами розрахунку.

Не будуючи графіка, можна визначити стійкість системи.

### 3.4 Частотний критерій стійкості Найквіста

Критерій був розроблений американським вченим Найквістом у 1932 р. для дослідження електронних підсилювачів зі зворотним зв'язком. Пізніше він набув більшого використання для дослідження будь-яких САК. Перевагою його над іншими є те, що згідно з ним

стійкість системи можна визначити як шляхом розрахунків, будуючи

АФЧХ розімкнутих систем, так і експериментально, вимірюючи АФЧХ за допомогою приладів.

Критерій стійкості Найквіста формулюється таким чином: *Замкнута САК є стійкою, якщо АФЧХ розімкнутої системи не охоплює точку  $-1$  на дійсній осі комплексної площини (точку з координатами  $(-1, j0)$ ). Ця умова є необхідною і достатньою для визначення стійкості САК.*

Приклади АФЧХ розімкнутих ланцюгів зворотного зв'язку стійких і нестійких систем показано на рис.3.3.

Для астатичних систем, систем, які мають у своєму складі інтегруючі ланки АФЧХ розімкнутої системи простягаються в нескінченність. Для того, щоб визначити стійкість такої системи, потрібно доповнити АФЧХ уявною дугою радіусом рівним нескінченності до замикання з додатнім значенням дійсної осі. Стійкою вважається система для якої точка  $(-1, j0)$  поза виділеною частиною. Приклад таких САК показано на рис.3.4.

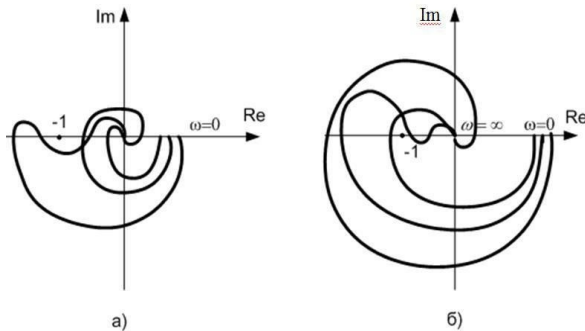


Рис.3.3. Приклади перевірки стійкості системи за критерієм Найквіста: а) для стійких систем; б) для нестійких систем)

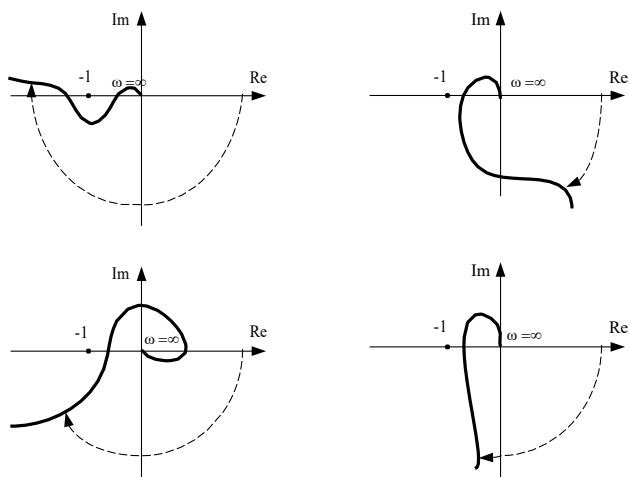


Рис.3.4. Приклади АФЧХ розімкнутої системи стійких астатичних САК

### 3.5 Логарифмічний частотний критерій стійкості Найквіста

Даний критерій дозволяє визначити стійкість системи шляхом співставлення амплітудної і фазової частотних характеристик.

Система стійка, якщо ЛАЧХ розімкнутої системи перетне вісь абсцис раніше ніж фаза пройде через значення  $-\pi$ .

Система стійка, якщо на частоті зрізу ЛАЧХ розімкнутої системи зсув фаз не перевищує  $-\pi$  ( $-180^\circ$ ).

**Частотою зрізу** називають частоту, при якій АФЧХ перетинає вісь абсцис.

Даний критерій – це той же критерій Найквіста, тільки в іншому формулюванні. Якщо розглянути наведене раніше формулювання, то видно, що точка «-1» за дійсною віссю відповідає амплітуді сигналу, рівній 1 і фазі  $-\pi$  ( $180^\circ$ ).

Вісь абсцис на ЛАЧХ відповідає амплітуді сигналу рівній 1 ( $L = 20 \lg 1 = 0$ ). Фазі  $-\pi$  відповідає від’ємна частина дійсної осі. Всі точки в другому квадранті мають зсув фаз менший  $-\pi$ , а в третьому квадранті – більший  $-\pi$ .

Отже якщо логарифм амплітуди буде від'ємним, коли фаза досягає  $-\pi$ , то це значить, що АФЧХ пройде через від'ємну частину дійсної осі між початком координат і точкою  $(-1, j0)$ . АФЧХ розімкнутої системи не охопить точки  $(-1, j0)$ , а значить система буде стійкою.

### 3.6 Запас стійкості

Про систему судять не тільки за її стійкістю, але й за тим наскільки вона далека від нестійкого стану, тобто який вона має запас стійкості. Система, якщо у неї недостатній запас стійкості, може перейти в нестійкий стан при зміні її параметрів. Такі зміни можуть виникнути з цілого ряду причин. Тому, крім стійкості системи характеризують запасом стійкості.

Розрізняють цілий ряд параметрів, що характеризують запас стійкості системи. Ми розглянемо два показники запасу стійкості, а саме запас стійкості за коефіцієнтом підсилення і за фазою.

Необхідність запасу стійкості пояснюється такими обставинами:

1) при складанні вихідних рівнянь враховуються лише основні закони механіки, електротехніки й відкидаються інші другорядні фактори;

2) вихідні рівняння лінеаризуються;

3) конструктивні параметри, через які виражаються сталі часу та коефіцієнти передачі ланок, звичайно визначаються з похибками як в теорії так й в експерименті;

Запас стійкості може бути визначений різними способами залежно від критерію стійкості.

Коли використовується критерій Михайлова, то знаходження системи на границі стійкості позначається тим, що крива проходить через початок координат, запас стійкості задається як радіус кола з центром на початку координат (рис.3.5,а).

Для логарифмічного критерію Найквіста-Михайлова навколо критичної точки  $(-1, j0)$  має бути створена «заборонена зона», геометричні характеристики якої будуть являти собою коефіцієнт

запасу стійкості (рис.3.5,б). Для логарифмічних характеристик (рис.3.5,в) вводяться коефіцієнти запасу стійкості за амплітудою  $L_1 = 20 \lg A$  та за фазою  $\gamma_1$ . Крім того, задавати запас стійкості можна й у разі використання алгебраїчних критеріїв.

У тому випадку, коли побудовані границі області стійкості у площині параметрів системи, запас стійкості слід виразити як деяку умовну відстань від цієї границі. Частіше всього ці нові границі проводяться еквідистантно у відношенні до теоретично розрахованої границі стійкості.

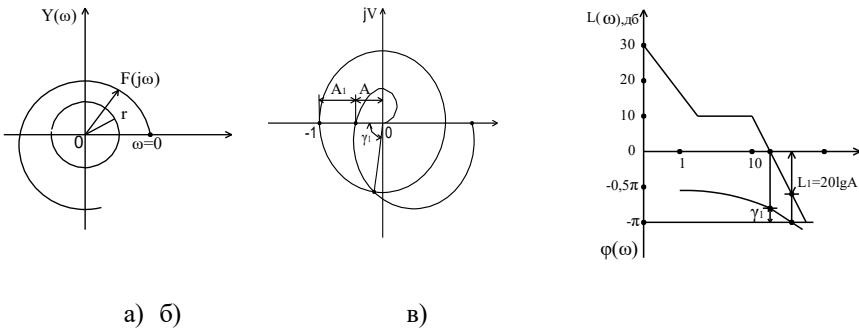


Рис.3.5. Визначення запасів стійкості системи для різних критеріїв стійкості

## 4. Якість перехідних процесів

### 4.1 Показники якості перехідних процесів

Показником якості систем керування є різниця між вихідною величиною та вхідною. Оцінкою якості керування є величина похибки впродовж усього часу роботи САК. Оскільки в різних режимах роботи похибка різна, то розрізняють величину похибки керування в установлених статичному, динамічному та в перехідних режимах роботи. Похибку керування в установлених режимах прийнято вважати оцінкою точності системи керування. Похибки, які виникають в перехідних режимах роботи, змінюються з часом і швидко зменшуються.

Похибка керування – це величина, яка в повній мірі характеризує роботу САК. Але похибка керування змінюється з часом і вживати її як критерій якості роботи САК незручно. Тому для характеристики якості роботи САК використовують узагальнені показники. Ці показники відображають різні властивості систем керування.

Розрізняють такі групи показників якості роботи САК:

- показники запасу стійкості систем керування;
- показники точності регулювання;
- показники швидкодії систем керування.

Деякі з цих показників ми вже розглянули, а саме показники точності регулювання та запасу стійкості систем.

Показники якості систем керування прийнято визначати різними способами:

- за перехідними характеристиками;
- за частотними характеристиками;
- за коренями характеристичного рівняння.

Показники якості в кожному конкретному випадку можуть бути різними, таких показників існує велика кількість. Це обумовлено різноманіттям систем керування та різними завданнями, які вони виконують. Швидкодію систем керування, як правило, визначають за часовими або частотними характеристиками.

Визначення показників швидкодії САК за часовими характеристиками зводиться до визначення постійних часу і характеристик затухання перехідних процесів системи. Згідно з частотними характеристиками швидкодію визначають за смугою пропускання системи, за відносною величиною резонансного піка та за іншими параметрами.

Комплексні показники визначають також за часовими й частотними характеристиками. Вони характеризують певні властивості систем, не зводячи показник до тієї чи іншої характеристики. Так, ступінь загасання коливань є показником швидкодії системи і в певній мірі показником запасу стійкості.

Адже при зменшенні запасу стійкості система наближається до коливальної межі стійкості і коливання в ній загасають значно повільніше.

Розглянемо показники, які визначаються характером перехідного процесу в САК. Перехідний процес в САК може проходити по різному.

Розрізняють такі типи перехідних процесів:

- монотонний;
- аперіодичний;
- коливальний.

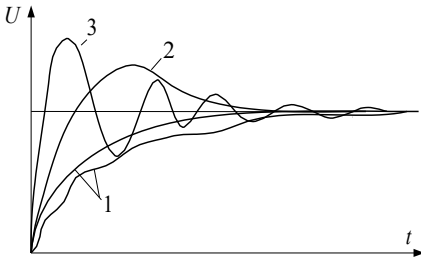


Рис.4.1. Типи перехідних процесів САК: 1 – монотонний, 2 – аперіодичний, 3 – коливальний

При **монотонному** перехідному процесі похибка керування не змінює свій знак і вихідна величина поступово наближається до встановленого значення. Для характеристики вказаного перехідного процесу достатньо вказати один параметр, а саме постійну часу перехідного процесу. Постійна часу визначає проміжок часу, за який значення похибки зменшиться в  $e$  разів.

При **аперіодичному** перехідному процесі похибка керування змінює свій знак тільки один раз (або два-три рази з різним періодом).

При **коливальному** перехідному процесі зміна знаку похибки відбувається періодично декілька разів. Кількість разів зміни знаку похибки визначає коливальність системи.

Вказані типи перехідних процесів можна спостерігати на прикладі вимірювальних приладів: ваг, вольтметрів, амперметрів. Ці вимірювальні прилади є також САК, положення індикатора яких встановлюється автоматично у відповідності з величиною, яка

подається на прилад. Якісні прилади відзначаються тим, що перехідні процеси в них закінчуються досить швидко і через невеликий проміжок часу встановлюється певне положення індикатора. Прилади неякісні навпаки, характерні тим, що перехідні процеси в них більш тривалі, мають коливальний характер з малим затуханням.

За перехідною характеристикою визначають ряд показників якості перехідного процесу. Першим показником якості САК є **тривалість перехідного процесу** або час перехідного процесу. Він визначається проміжком часу, за який значення похибки керування стане досить малою величиною. Кінцеве значення беруть, як правило, 5%.

У деяких випадках в якості тривалості перехідного процесу визначають постійну загасання – час, за який значення похибки зменшиться в  $e$  разів.

Наступним показником є **величина перерегулювання**. Ця величина встановлюється як відношення різниці максимального значення вихідної величини за час перехідного процесу і встановленого значення до величини встановленого значення:

$$\sigma = \frac{U_{max} - U_{oc}}{U_{oc}} \quad (4.1)$$

Величину перерегулювання визначають для аперіодичного та коливального перехідних процесів.

**Кількість коливань** перехідного процесу – ця характеристика визначається кількістю коливань рівних кількості мінімумів перехідного процесу за час його встановлення.

**Колівальність перехідного процесу** визначають як відношення сусідніх максимумів перехідного процесу.

Ступінь загасання перехідного процесу визначають за формулою:

$$\psi(\%) = 100 \left| 1 - \frac{u}{2} \right| \quad (4.2)$$

(  $u_1$  )

Тут  $u_1, u_2$  – амплітуди відхилень одного знака двох послідовних періодів коливального перехідного процесу.

**Логарифмічний декремент загасання** визначається логарифмом відношення сусідніх максимумів перехідного процесу:

$$d = \ln \frac{u_2}{u_1}. \quad (4.3)$$

Ще одним показником якості перехідного процесу є **частота коливань**. Вона визначається величиною, зворотною до періоду коливань. Період коливань визначається як проміжок часу між двома сусідніми максимумами величини похибки керування, або їх період.

Крім вказаних характеристик використовують також інтегральні показники якості перехідних процесів.

Квадратичну інтегральну оцінку перехідного процесу визначають при одиничній імпульсній дії на систему згідно з формулою:

$$I = \int_0^{\infty} \omega^2(t) dt = \int_0^{\infty} \left| \frac{dx(t)}{dt} \right|^2 dt. \quad (4.4)$$

Тут  $\omega(t)$  – вагова функція системи;  $x(t)$  – похибка регулювання.

#### 4.2 Кореневі критерії якості

Це група критеріїв, заснована на оцінці якості перехідних процесів за розміщенням коренів передаточної функції. Передатна функція системи має вигляд:

$$W(p) = \frac{b p^m + b p^{m-1} + \dots + b}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + 1}. \quad (4.5)$$

Знаменник передаточної функції – це характеристичний поліном системи. Корені характеристичного полінома визначають стійкість системи. Розглянемо розміщення коренів характеристичного полінома

на комплексній площині і вплив на якість перехідних процесів системи.

Якість перехідних процесів визначається розміщенням коренів характеристичного полінома відносно уявної осі. Коли хоч один корінь розміщений на уявній осі, то система знаходиться на межі стійкості, в ній виникають незатухаючі коливання. Якість такої системи керування незадовільна. Система не придатна для експлуатації.

Розглянемо значення коренів стійкої системи. У разі стійкої системи всі корені розміщені в лівій частині комплексної площини, їх дійсна частина має від'ємне значення. Характер перехідних процесів визначається тими коренями, які розміщені найближче до уявної осі. Щоб переконатись у цьому, розглянемо випадок можливі значення коренів.

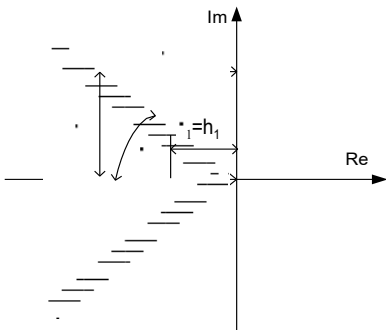


Рис.4.2. Розміщення коренів полінома на комплексній площині

Нехай найменший корінь має дійсне значення. Найменшим будемо вважати корінь, розміщений найближче до уявної осі, тобто корінь, в якого значення дійсної частини найменше за абсолютною величиною. Розміщення його показано на рис.4.2.

Розв'язання характеристичного рівняння для даного кореня таке:

$$p_1 = \alpha_1 . \quad (4.6)$$

Віддаль від дійсної осі дорівнює  $h_1 = \alpha_1$ .

Даному кореню відповідає аперіодичний перехідний процес.

Постійна часу перехідного процесу дорівнює

$$T_1 = \frac{1}{h_1} . \quad (4.7)$$

Ця постійна часу визначає тривалість перехідного процесу.

Якщо система має ряд дійсних коренів, то найповільніше затухає перехідний процес, в якого значення кореня мінімальне (тут і далі розглядається значення за абсолютною величиною, не враховуючи його знака). Для будь-якого іншого кореня, розміщеного далі від уявної осі, тривалість перехідного процесу буде меншою. Згідно з принципом суперпозиції весь перехідний процес можна розглядати як суму окремих перехідних процесів.

Отже якість перехідного процесу слід визначати за постійною часу найбільш повільного процесу, тобто за величиною, оберненою до  $h_1$ . Цю величину прийнято називати **аперіодичною ступеню стійкості перехідного процесу**.

Нехай найменший корінь є комплексною величиною. До уявної осі найближче розміщена пара комплексних коренів, в яких значення дійсної частини найменше за абсолютною величиною. Корені характеристичного полінома такі:

$$p_{2,3} = \alpha \pm j\beta . \quad (4.8)$$

Цим кореням відповідає коливальний перехідний процес:

$$y(t) = Ce^{-|\alpha|t} \sin(\beta t + \phi) . \quad (4.9)$$

Тривалість одного повного коливання дорівнює:  $\beta t = 2\pi$ , або період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\beta} . \quad (4.10)$$

Амплітуда коливань за період змінюється від величини  $C$  ( $Ce^{\alpha_0 t}$ ) до величини  $Ce^{-\frac{\alpha_0 2\pi}{\beta}}$ .

Відношення амплітуд дорівнює:

$$e^{\frac{2\pi\alpha}{\beta}} . \quad (4.11)$$

Логарифмічний декремент загасання:

$$d = 2\pi \frac{\alpha}{\beta} = 2\pi \frac{\mu}{\alpha} \quad (4.12)$$

Тривалість коливального процесу можна характеризувати **коливальністю системи**, рівною

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.13)$$

Якщо кінцеве значення перехідного процесу вважати при умові, що похибка керування досягне 5% від початкового значення, то тривалість коливального процесу буде приблизно рівна:

$$t \approx \frac{3}{\alpha} \quad (4.14)$$

Отже, показником загасання коливань може служити величина коливальності системи  $\mu$ . Чим менше коливальність системи, тим довше затухають коливання. На комплексній площині певному значенню  $\mu$  відповідає пряма, проведена під кутом  $\psi$ :

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.15)$$

з початку координат (див. рис.4.1). Всі перехідні процеси, які відповідають кореням, що знаходяться в зоні, розміщеній всередині кута  $\psi$  (див. рис.4.1), затухають швидше від розглянутого процесу.

Отже, розміщення коренів характеристичного полінома системи відносно дійсної осі комплексної площини характеризує якість перехідного процесу, його тривалість і швидкість загасання.

До кореневих методів оцінки якості перехідних процесів

відноситься метод діаграм зон параметрів. Згідно з цим методом якість

перехідних процесів визначається за розміщенням двох коефіцієнтів Вишеградського на діаграмі параметрів. Коефіцієнти розраховують для систем, характеристичне рівняння яких має третій порядок.

### 4.3 Частотні критерії якості перехідних процесів

Частотні критерії оцінки якості перехідних САК базуються на залежності перехідних процесів від частотних характеристик системи. Вони найбільш зручні під час використання частотних методів розрахунку та експериментального дослідження властивостей САК. Особливо вони незамінні, коли характеристики деяких елементів, що входять до складу САК, подаються у вигляді частотних характеристик.

Основою частотних методів є логарифмічні амплітудно- та фазово-частотні характеристики, амплітудно-фазова, дійсна та уявна частотні характеристики. Частотні методи оцінки якості САК досить різноманітні, тут ми розглянемо тільки деякі з них.

За виглядом АФЧХ можна визначити величину запасу стійкості системи і якість перехідних процесів. Запас стійкості системи згідно АФЧХ визначають за модулем та фазою. Якість роботи системи в перехідних режимах також залежить від величини запасу стійкості. Чим більший запас стійкості, тим швидше затухають перехідні процеси, тим якіснішою є система.

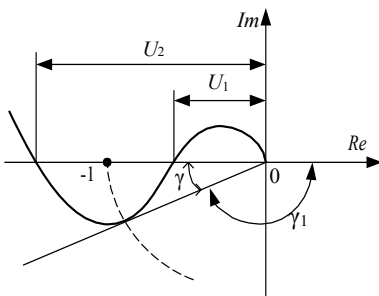


Рис.4.3. Загальний вигляд початкової частини АФЧХ розімкнутої системи

У загальному вигляді, коли початкова частина АФЧХ має вигляд, показаний на рис.4.3, якість перехідних процесів можна знайти за величиною, яка характеризує запас стійкості системи.

Як показник якості перехідного процесу та запасу стійкості за модулем АФЧХ визначають розміщенням точки перетину АФЧХ з дійсною віссю комплексної площини.

Величину запасу стійкості можна знайти з формули:

$$L_1 = 20Lg \frac{1}{U_1}, \quad L_2 = 20Lg U_2. \quad (4.16)$$

відповідно до розміщення точки перетину дійсної осі на рис.4.3.

Величину запасу стійкості за фазою визначають як величину кута, на який потрібно повернути АФЧХ, щоб вона перетнула дійсну вісь в точці  $(-1, j0)$ . Цей кут дорівнює:

$$\Delta\phi = 180 + \psi. \quad (4.17)$$

Кут  $\psi$  – це значення фази в точці, в якій модуль АФЧХ дорівнює 1. (Знак + тут стоїть з огляду на те, що фазовий зсув має від'ємне значення).

Для придатних до експлуатації САК, в яких перехідний процес швидко загасає, прийнято відносити системи, в яких величина  $L_1$  і  $L_2$  дорівнює приблизно  $6 \div 20$  дБ, що в лінійному масштабі відповідає  $2 \div 10$ . Запас стійкості за фазою для придатних до експлуатації САК прийнято вважати  $30^0 \div 60^0$ .

Якість перехідних процесів САК можна також оцінити за дійсною та уявною характеристиками САК. Ці характеристики дають повну інформацію про перехідні процеси системи, оскільки вони взаємозв'язані між собою.

Проте в більшості випадків використовують дійсну частотну характеристику. Визначити дійсну частотну функцію можна з комплексної передаточної функції (КПФ). Запис КПФ в алгебраїчній формі визначає дійсну і уявну частотні функції:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (4.18)$$

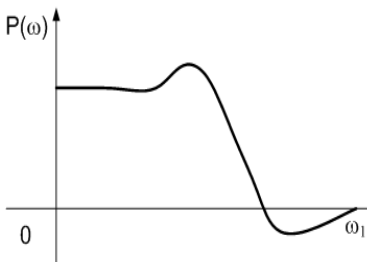


Рис.4.4. Вигляд дійсної частотної функції САК

За дійсною частотною функцією  $P(\omega)$  можна побудувати перехідну характеристику системи.

Для цього використовують спеціальні  $h$  – функції, параметри яких подані в ряді літературних джерел, наприклад в [1]. Графік дійсної частотної функції, побудований для суттєвих частот, показано на рис.4.4.

Суттєвими частотами вважають частоти, для яких значення дійсної частотної функції не менше 0,1 максимальної величини.

Тобто область суттєвих частот визначають згідно з умовою:

$$\left| \frac{P(\omega)}{P_{\max}(\omega)} \right| > 0,1. \quad (4.19)$$

Не вдаючись в особливості побудови перехідних характеристик наведемо основні висновки про залежність якості перехідних процесів від вигляду дійсної частотної характеристики системи:

1. Наявність розриву дійсної частотної характеристик на певній частоті свідчить, що один з коренів характеристичного полінома є чисто уявним і система знаходиться на межі стійкості.

2. Наявність гострого і високого піка  $P(\omega)$  свідчить про значну коливальність системи і повільне згасання перехідного процесу.

3. Щоб перерегулювання не перевищувало 18%,  $P(\omega)$  повинна

бути не зростаюча, тобто при  $P(\omega) > 0$   $\frac{dP(\omega)}{d\omega} < 0$ .

Максимальне значення перерегулювання можна розрахувати за формулою:

$$\sigma_{max} = \frac{1,18P_{max}(\omega) - P(0)}{P(0)}.$$

4. Умова монотонності перехідного процесу така:

$$P(\omega) > 0 \text{ при } \frac{dP(\omega)}{d\omega} < 0.$$

5. Якщо  $P(\omega)$  приблизно описується трапецією, то тривалість перехідного процесу знаходиться в межах:

$$\frac{\pi}{\omega_1} < t_{пер} < \frac{4\pi}{\omega_1}.$$

Насамкінець підкреслимо, що всі розглянуті оцінки якості є функцією параметрів системи, отже, їх можна мінімізувати, змінюючи параметри системи і насамперед пристроїв керування.

## 5. Корегування САК

### 5.1 Поняття про корегування систем. Необхідність корегування

Основною проблемою, яка вирішувалась в ТАК, є забезпечення стійкості автоматичних систем. Пізніше основним завданням стало досягнення необхідної якості регулювання. Проблема забезпечення необхідних властивостей лінійних автоматичних систем вельми складна. У ній можуть бути виділені такі основні завдання: забезпечення стійкості (стабілізація); підвищення запасу стійкості; підвищення точності регулювання у встановлених режимах (зменшення або усунення статичної помилки відтворення задаючого впливу, зменшення або усунення впливу постійних збурень); поліпшення перехідних процесів (збільшення швидкодії, максимальне зменшення динамічних помилок, відтворення впливу і від збурень).

*Під покращенням якості процесу керування* розуміється зміна властивостей системи з ціллю отримання необхідного запасу стійкості

і швидкодії. При вирішенні завдання підвищення запасу стійкості проєктованої системи необхідно, в першу чергу, спробувати раціонально змінити її параметри (коефіцієнти передачі окремих ланок, постійні часу і т.п) так, щоб задовольнити вимогам якості керування, які визначаються критеріями якості. При неможливості вирішити дане завдання для конкретної системи, необхідно здійснювати зміни в структурі самої системи. Для цієї цілі зазвичай використовують введення в систему так званих *корегувальних пристроїв*, які повинні змінити динаміку системи. До таких пристроїв відносяться корегувальні ланки, що представляють собою динамічні ланки з визначеними передавальними функціями.

## 5.2 Корегувальні пристрої

Корегувальні пристрої, включають в систему автоматичного регулювання по-різному. Можливе послідовне включення пристрою, що коригує, в послідовне коло системи (рис. 5.1), в цьому випадку воно називається послідовним корегувальним пристроєм. Його передавальна функція на рис. 5.1, позначена  $W_{KI}$ .

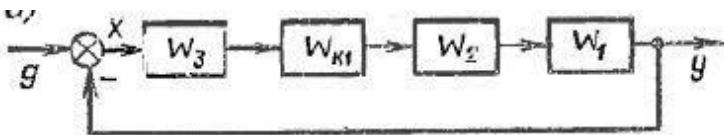


Рис.5.1 – Схема послідовного корегувального пристрою

Послідовний корегувальний пристрій вмикають безпосередньо після датчика неузгодженості або ж після підсилювача. Другий варіант включення використовують частіше. Справа в тому, що рівень сигналу неузгодженості зазвичай дуже малий і корегувальний пристрій знижує найчастіше рівень сигналу, тому при першому варіанті включення послідовного корегувального пристрою потрібно мати попередній підсилювач значно більш високої чутливості, ніж при другому варіанті. Застосування послідовних коригувальних пристроїв найзручніше в системах, у яких сигналом управління є напруга

постійного струму. У цих випадках корегувальний пристрій виконують зазвичай з пасивних електричних чотириполюсників, що забезпечують різноманітне перетворення сигналу. Ще більші можливості дають активні електричні чотириполюсники постійного струму.

Корегувальні пристрої послідовного типу можуть створюватись з різноманітних елементів: електричних, механічних, гідравлічних і т.п. Найбільш поширеними і простими є корегувальні пристрої, створені на основі R-, C- і L- елементів або операційних підсилювачах.

Послідовні ланки з R-, C- і L- елементів часто називаються пасивними послідовними корегувальними пристроями, оскільки не містять джерел ерс. Різновидами пасивних корегувальних пристроїв є: пасивні диференційні ланки, пасивні інтегровальні ланки, інтегро-диференційні пристрої та ін.

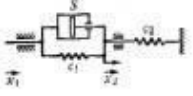
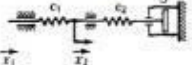
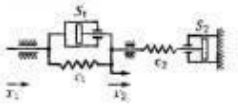
*Пасивні диференційні ланки* послаблюють низькі частоти і вносять позитивний фазовий зсув. Послаблення низьких частот зазвичай є недопустимим, так як це призводить до зниження коефіцієнта передачі системи і збільшення помилок системи.

*Пасивні інтегровальні ланки* послаблюють підсилення на великих частотах і вносять в деякому інтервалі частот від'ємний фазовий зсув.

*Інтегро-диференційні пристрої* послаблюють підсилення в деякому інтервалі «середніх частот», а внесений фазовий зсув спочатку від'ємний, а потім з ростом частоти стає нульовим.

Передавальні функції та параметри пасивних корегувальних пристроїв наведені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1- Пасивні корегувальні пристрої та їх параметри

Назва і схема ланки	Передавальна функція	Параметри
<p><i>Диференційна</i></p> 	$G_0 \frac{1+T_1 p}{1+T_2 p}$	$T_1 = \frac{S}{c_1}; \quad T_2 = \frac{c_1}{c_1+c_2} T_1;$ $G_0 = \frac{c_1}{c_1+c_2}$
<p><i>Інтегрувальна</i></p> 	$\frac{1+T_2 p}{1+T_1 p}$	$T_1 = \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right) S; \quad T_2 = \frac{S}{c_1};$ $G_0 = \frac{c_1}{c_1+c_2}$
<p><i>Інтегро-диференційна ланка</i></p> 	$\frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_3 p)(1+T_4 p)}$	$T_1 = \frac{S}{c_1}; \quad T_2 = \frac{S c_4}{c_2};$ $a = \frac{c_1+c_2}{c_1};$ $T_{3,4} = \frac{T_1 + a T_2}{2} \times$ $\times \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 T_1 T_2}{(T_1 + a T_2)^2}} \right)$

Крім послідовних корегувальних пристроїв, розрізняють також і паралельні корегувальні пристрої, схема ввімкнення в систему яких показана на рисунку 5.2.

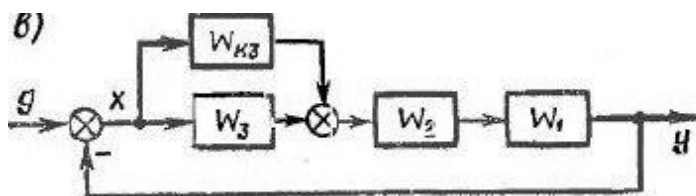


Рис.5.2 – Схема паралельного корегувального пристрою

Паралельні корегувальні пристрої зручно застосовувати при використанні важких алгоритмів керування, коли поряд з основним сигналом вводяться його похідні чи інтеграли. Введення інтегралів супроводжується зниженням встановленої помилки. Введення

похідних супроводжується забезпеченням стійкості системи. В цьому випадку застосовуються ланки диференційного типу, які вмикаються паралельно основному колу. Варіанти ввімкнення паралельних диференційних ланок показано на рисунку 5.3.

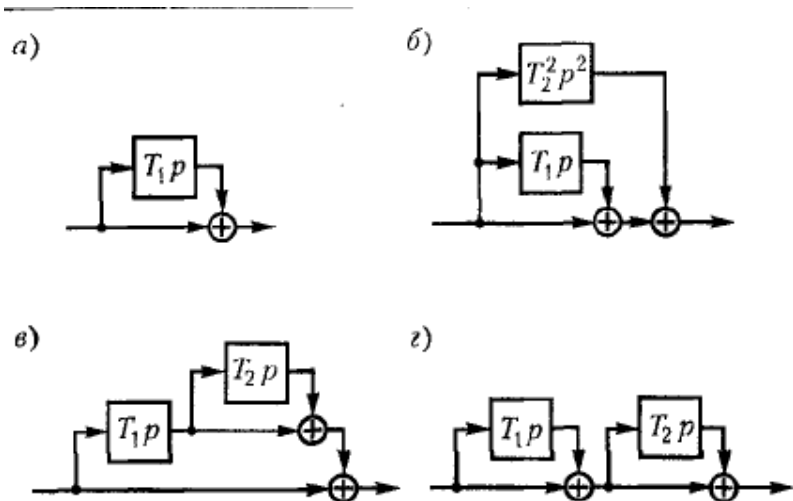


Рис.5.3 – Схеми ввімкнення паралельних диференційних пристроїв

### 5.3 Перетворювальні елементи

Корегувальні пристрої систем регулювання здійснюють перетворення сигналу управління. З цією метою їх створюють з елементів, які зручно називати перетворювальними. Використовуються електричні (найбільш широко), механічні, гідравлічні, пневматичні та інші перетворюючі елементи.

**Пасивні чотириполосники постійного струму.** Це електричні кола з резисторів, конденсаторів та індуктивностей. Загальна схема пасивного чотириполосника показана на рисунку 5.4.

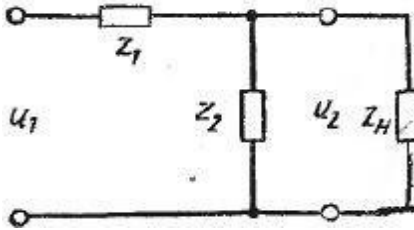


Рис.5.4 – Схема пасивного чотириполюсника

Вартість пасивних чотириполюсників низька, а стабільність параметрів досить висока. Цими перевагами пояснюється широке використання їх в системах автоматичного регулювання, у яких сигналом управління є напруга постійного струму. Основний недолік пасивних чотириполюсників полягає у тому, що вони послаблюють сигнал; крім того, при кінцевому значенні повного опору навантаження перетворення сигналу відхиляється від бажаного.

Іноді доцільно з'єднувати два чотириполюсники послідовно (рис.5.5, а).

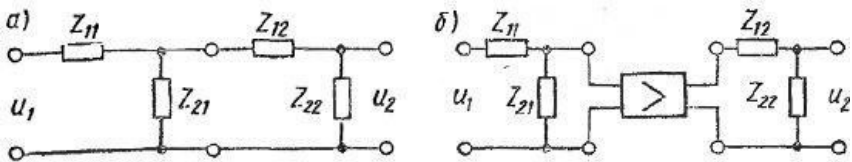
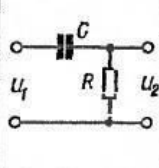
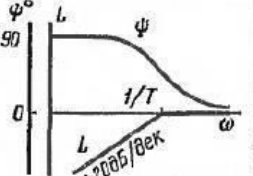
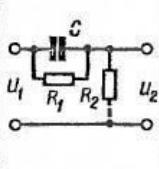
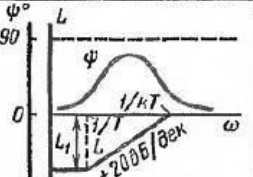
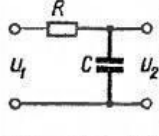
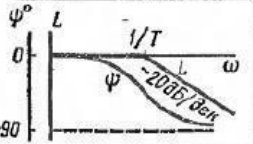
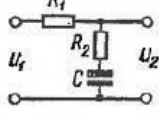
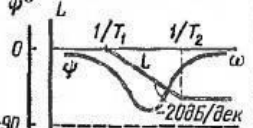
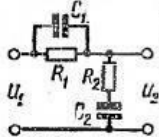
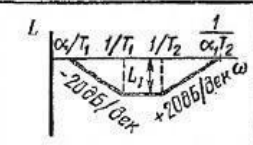


Рис.5.5 – Схеми ввімкнення чотириполюсників

Частіше чотириполюсники з'єднують послідовно через розділювальний підсилювач (рис.5.5, б). Перевага другої схеми в тому, що розділювальний підсилювач компенсує зниження рівня сигналу, викликаний пасивними чотириполюсниками. Найбільш характерні схеми пасивних чотириполюсників постійного струму показані в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Електричні схеми та характеристики пасивних чотириполосників

N	Електрична схема	Логарифмічні частотні характеристики	Передавальна функція
1			$W_n = Ts / (Ts + 1),$ <p>зде <math>T = RC</math></p>
2			$W_n = k (Ts + 1) / (kTs + 1),$ <p>зде <math>k = R_2 / (R_1 + R_2)</math>; <math>T = R_1 C</math>;  <math>L_1 = 20 \lg k</math></p>
3			$W_n = 1 / (Ts + 1),$ <p>зде <math>T = RC</math></p>
4			$W_n = (T_2 S + 1) / (T_1 S + 1),$ <p>зде <math>T_1 = (R_1 + R_2) C</math>; <math>T_2 = R_2 C</math>;  <math>L_1 = 20 \lg [R_2 / (R_1 + R_2)]</math></p>
5			$W_n = \frac{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}{(T_1 S / \alpha + 1)(\alpha T_2 S + 1)},$ <p>зде <math>T_1 = R_1 C_1</math>; <math>T_2 = R_2 C_2</math>; <math>T_3 = T_2</math>;  <math>\alpha &lt; 1</math>; <math>L_1 = 20 \lg \alpha</math></p>

**Активні чотириполосники постійного струму.** Загальна схема такого чотириполосника показана на рисунку 5.6. В активних чотириполосниках використовуються операційні підсилювачі з дуже великим передавальним коефіцієнтом ( $k_n = 50 \cdot 10^3$  і більше), тому передавальна функція чотириполосника рівна:

$$W(p) = -Z_2 / Z_1. \quad (5.1)$$

Знак мінус означає те, що знак напруги  $U_2$  протилежний знаку напруги  $U_1$  ( фаза сигналу змінюється на  $180^\circ$ ).

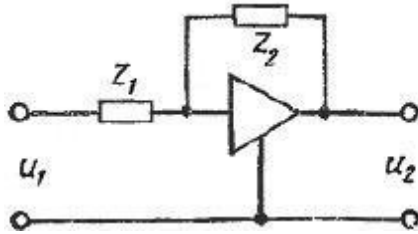
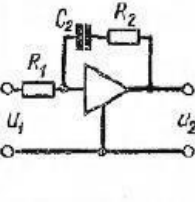
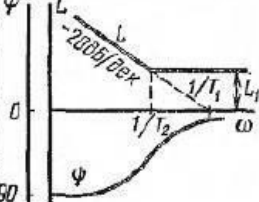
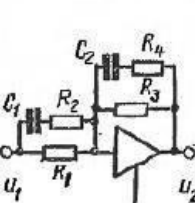
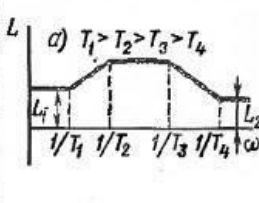
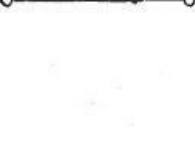
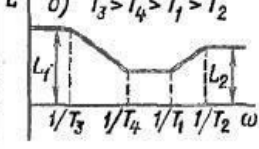


Рис.5.6 – Схема активного чотириполюсника

Активні чотириполюсники вдається виконувати так, що вони здійснюють майже ідеальне диференціювання або інтегрування сигналу, тим більше в обмеженому діапазоні частот. Передаточний коефіцієнт може бути значним. Легко здійснити підсумовування декількох сигналів на вході. Все це дуже серйозні переваги активних чотириполюсників. Однак вони значно складніші і дорожчі за пасивні чотириполюсники. В таблиці 5.3 приведені найпростіші схеми активних чотириполюсників, їх передавальні функції і частотні характеристики.

Схема 1 є диференційною, при  $R_1=0$ , її передавальна функція рівна  $W_a = -T_1s$ . Схема 2 – інтегрувальна, при  $R_2=0$  її передавальна функція  $W_a = -1 / (T_1s)$ . Схема 3 – інтегро-диференційна.

Таблиця 5.3 – Електричні схеми та характеристики активних чотириполюсників

N	Електрична схема	Логарифмічні частотні характеристики	Передавальна функція
1			$W_0 = -T_1 s / (T_2 s + 1),$ <p>де <math>T_1 = R_2 C_1</math>; <math>T_2 = R_1 C_1</math>, причем <math>L_1 = 20 \lg(R_2 / R_1)</math></p>
2			$W_0 = -(T_2 s + 1) / (T_1 s),$ <p>де <math>T_1 = R_1 C_2</math>; <math>T_2 = R_2 C_2</math>, причем <math>L_1 = 20 \lg(R_2 / R_1)</math></p>
3		<p>а) <math>T_1 &gt; T_2 &gt; T_3 &gt; T_4</math></p>  <p>б) <math>T_3 &gt; T_4 &gt; T_1 &gt; T_2</math></p>	$W_0 = -k \frac{(T_1 s + 1)(T_4 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)},$ <p>де <math>k = R_3 / R_1</math>; <math>T_1 = (R_1 + R_2) C_1</math>; <math>T_2 = R_2 C_1</math>; <math>T_3 = (R_3 + R_4) C_2</math>; <math>T_4 = R_4 C_2</math>, причем <math>L_1 = 20 \lg k</math>; <math>L_2 = 20 \lg \frac{R_3 R_4 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 (R_3 + R_4)}</math></p>

**Диференційний трансформатор.** Найбільш поширеним перетворювальним елементом в електротехніці є трансформатор, який забезпечує перетворення напруги. Його схема приведена на рисунку 5.7.

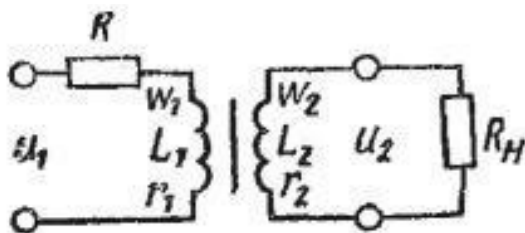


Рис.5.7 – Схема трансформатора

Передавальна функція трансформатора рівна:

$$W_m = \alpha k_m T_1 s / (Ts + 1), \quad (5.2)$$

де  $\alpha = R_n / (r_2 + R_n)$ ,  $k_m = \omega_1 / \omega_2$  - коефіцієнт трансформації;  $T_1 = L_1 / (r_1 + R_1)$  і  $T_2 = L_2 / (r_2 + R_2)$  - постійні часу первинної і вторинної обмоток.

Диференційний трансформатор дозволяє уникнути гальванічного зв'язку між колами вхідного і вихідного сигналів, що іноді необхідно. Його часто використовують у вигляді паралельного корегуючого пристрою. При цьому в коло вторинної обмотки може бути включений необхідний пасивний чотириполюсник.

**Пасивні чотириполюсники змінного струму.** Такі чотириполюсники перетворюють сигнал, який є змодульований напругою змінного струму. Виконуються вони з резисторів і конденсаторів і забезпечують наближене диференціювання сигналу в деякому діапазоні частот. На рисунку 5.8 показана схема такого перетворювача. Передавальна функція такого чотириполюсника рівна:

$$W_{n.з} = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}, \quad (5.3)$$

де  $T = 2R_1 C_1 C_2 (C_1 + C_2)$ ;  $\alpha = R_2 (C_1 + C_2) / [R_1 C_2 + R_2 \cdot (C_1 + C_2)] < 1$ .

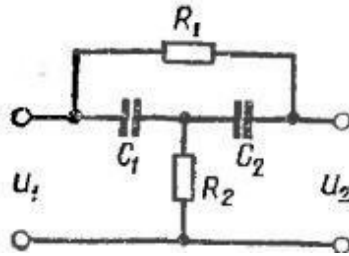


Рис.5.8 – Схема пасивного чотириполюсника змінного струму

## 6. Синтез корегувальних пристроїв САК

### 6.1 Постановка завдання синтезу

*Під синтезом системи автоматичного керування* розуміється направлений розрахунок, кінцевою метою якого є відшукування раціональної структури системи і встановлення оптимальних величин параметрів її ланок. Синтез можна трактувати як інженерне завдання, яке зводиться до такої побудови системи, при якій забезпечуються технічні вимоги до неї. Розуміється це тим, що із багатьох можливих рішень інженер, який проектує систему, буде вибирати ті, які є оптимальними з точки зору діючих конкретних умов і вимог до габаритів, простоти, надійності і т.д.

При інженерному синтезі САК необхідно забезпечити такі завдання: по-перше, забезпечити необхідно точність системи, по-друге, прийнятний характер перехідних процесів. Вирішення першого завдання зводиться до визначення необхідного коефіцієнта передачі системи, і, у випадку необхідності- виду корегувальних пристроїв, що підвищують точність системи. Вирішення другого завдання- виявляється складним внаслідок великої кількості змінних параметрів і багатозначності вирішення завдання синтезу системи.

На сьогоднішній день для синтезу САК широко використовуються ЕОМ, які дозволяють здійснювати повне або часткове моделювання проектованої системи. При такому моделюванні стає можливим повністю дослідити вплив різних факторів, залежність параметрів від часу і т.п.

Однак моделювання на ЕОМ не може замінити традиційних розрахункових методів проектування, які в багатьох випадках дозволяють дослідити питання в загальному вигляді і знайти оптимальне рішення.

## 6.2 Побудова бажаної логарифмічної амплітудно-частотної характеристики системи

Одним з найефективніших інженерних методів синтезу САК є метод, в основу якого покладено використання ЛАЧХ системи. Ідея методу ґрунтується на тому, що для стійких систем існує однозначний зв'язок між перехідною характеристикою замкнутої системи і виглядом ЛАЧХ розімкнутої системи. Виходячи з бажаного вигляду перехідного процесу, будують ЛАЧХ, яка відповідає такому процесу (бажану ЛАЧХ). Далі, знаючи вигляд бажаної ЛАЧХ, до неї наближують ЛАЧХ вихідної системи, запроваджуючи різні корегуючі пристрої.

Бажану ЛАЧХ, яка визначає потрібну якість САК, умовно поділяють на три частини: низькочастотну  $L_{н.ч}(\omega)$ , середньочастотну  $L_{с.ч}(\omega)$  і високочастотну  $L_{в.ч}(\omega)$ . Вигляд бажаної ЛАЧХ показано на рисунку 6.1.

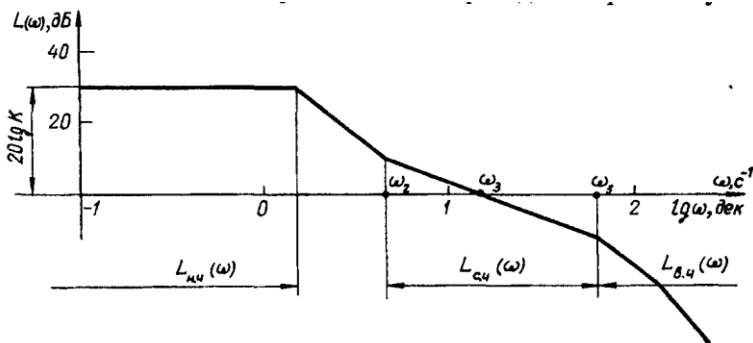


Рис.6.1

До низькочастотної частини характеристики належить ділянка, нахил якої не змінюється при  $\omega \rightarrow 0$ . Вона проходить через точку з координатами  $L(\omega) = 20 \lg K$ ,  $\lg \omega = 0$ , де  $K$ - коефіцієнт передачі системи. До середньочастотної частини ЛАЧХ належить ділянка з однаковим нахилом, що проходить через частоту зрізу  $\omega_3$ . Ця частина характеристики є найважливішою, тому що визначає переважно якість перехідних процесів. Основними параметрами, які характеризують середньочастотну частину, є її нахил і частота зрізу. Для задовільної якості перехідних процесів необхідно, щоб нахил ЛАЧХ на частоті зрізу становив  $-20$  дБ/дек. Якщо нахил ЛАЧХ становить  $-40$  дБ/дек, то перехідний процес має велике перерегулювання, а при нахилі  $-60$  дБ/дек система буде нестійкою. Частота зрізу визначає швидкодію САК.

Високочастотна частина характеристики знаходиться в зоні від'ємних децибелів, тому майже не позначається на якості перехідного процесу. Для побудови бажаної ЛАЧХ використовуються різні методи.

**Метод В.В. Солодовнікова.** Вихідними даними для побудови бажаної ЛАЧХ системи є час регулювання  $t_p$  і перерегулювання  $\sigma$ . Можуть бути задані також максимальне прискорення  $a_{\max}$  та початкове розузгодження вихідної координати  $x_0$ . Бажану ЛАЧХ  $L_o(\omega)$  (рис.6.2) будують у такій послідовності.

1. Вибирають частоту зрізу, виходячи з умови

$$\omega_{31} \leq \omega_3 \leq \omega_{32} \quad (6.1)$$

де  $\omega_{31}$  - мінімальне значення частоти зрізу, при якому час регулювання не перевищує заданий;  $\omega_{32}$  - максимальне значення частоти зрізу, яке визначають, виходячи із заданого максимального прискорення координати та її початкового розузгодження. Значення  $\omega_{31}$  визначають за графіками (рис.6.3) у такому порядку.

Виходячи із заданого значення  $\sigma$  за графіком  $\sigma(U_{\max})$  визначають відповідне значення  $U_{\max}$ . Потім за цим значенням за графіком  $t_p(U_{\max})$  знаходять  $c\pi/\omega_3$ . Цю величину порівнюють із заданим значенням  $t_p$  і із знайденого рівняння визначають:

$$\omega_{31} = c\pi / t_p. \quad (6.2)$$

Частоту  $\omega_{32}$  обчислюють за формулою:

$$\omega_{32} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{x_0}}. \quad (6.3)$$

Якщо  $\omega_{31} > \omega_{32}$ , то слід вибирати  $\omega_3 \leq \omega_{32}$ . Якщо значення  $a_{\max}$  і  $x_0$  не задані, то  $\omega_3 \geq \omega_{31}$ .

2. Після визначення частоти зрізу будують середньочастотну асимптоту бажаної ЛАЧХ, яка проходить через частоту зрізу з нахилом  $-20\text{дБ/дек}$ .

3. За графіком на рис.6.4, виходячи із знайденого значення  $U_{\max}$ , визначають  $L_{\Delta\varphi}$  і  $\Delta\varphi_{\min}$ . Після цього сполучають середньочастотну асимптоту з низькочастотною так, щоб в інтервалі частот, для якого

$$0 \leq L_{\sigma}(\omega) \leq L_{\Delta\varphi}, \quad (6.4)$$

надлишок фази був більшим або дорівнював мінімальному надлишку:

$$\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_{\min}. \quad (6.5)$$

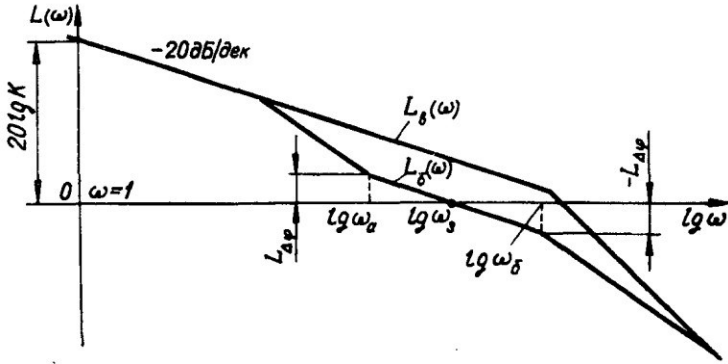


Рис.6.2

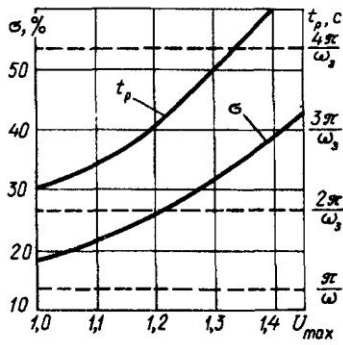


Рис.6.3

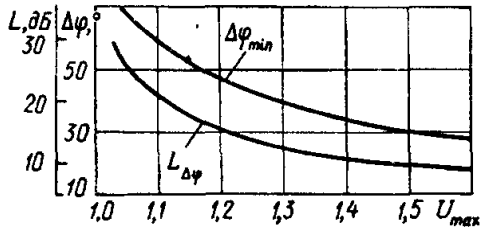


Рис.6.4

Якщо на частоті  $\omega_a$  надлишок фази  $\Delta\varphi_a < \Delta\varphi_{\min}$ , то асимптоту сполуки необхідно зсунути вліво або зменшити її нахил; якщо

$\Delta\varphi_a > \Delta\varphi_{\min}$ , то асимптоту слід зсунути вправо або збільшити її нахил. Отже, потрібне положення асимптоти сполуки відшукується методом спроб.

4. Середньочастотну асимптоту сполучають з високочастотною так, щоб в інтервалі частот, для якого

$$0 \geq L_{\sigma}(\omega) \geq L_{\Delta\varphi}, \quad (6.6)$$

надлишок фази становив  $\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_{\min}$ . Якщо  $\Delta\varphi < \Delta\varphi_{\min}$ , то асимптоту сполуки необхідно зсунути вправо або зменшити її нахил; якщо  $\Delta\varphi > \Delta\varphi_{\min}$ , то асимптоту слід зсунути вліво або збільшити її нахил. При сполученні середньочастотної частини ЛАЧХ з низькочастотною та високочастотною слід прагнути до того, щоб бажана ЛАЧХ якомога менше відрізнялась від ЛАЧХ вхідної системи. Це спрощує корекцію.

**Спрощений метод побудови бажаної ЛАЧХ системи.**

Вихідними даними для побудови бажаної ЛАЧХ системи є час регулювання  $t_p$  і перерегулювання  $\sigma$ . Частота зрізу бажаної ЛАЧХ визначається за формулою:

$$\omega_z = k \frac{\pi}{t_p \sigma} \quad (6.7)$$

де  $k_0$  - коефіцієнт, що визначається за графіком на рис.6.5 в залежності від перерегулювання  $\sigma$ .

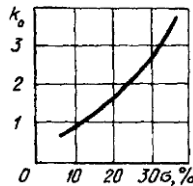


Рис.6.5

Через частоту зрізу  $\omega_3$  проводиться середньочастотна асимптота бажаної логарифмічної амплітудно-частотної характеристики з нахилом -20 дБ/дек. Частоти  $\omega_2$  і  $\omega_3$  вибирають, виходячи з таких нерівностей:

$$\omega_2 = \omega_3^2 / \omega_3 ; \omega_3 \approx (2...4) \omega_3 \quad (6.8)$$

Для наближеної, але досить точної оцінки показників якості перехідних процесів можна використовувати графіки на рис.6.6. Перерегулювання  $\sigma$  визначається за графіками на рис.6.6, а залежно від коефіцієнтів  $a_2$  і  $a_3$ , що визначають довжину середньочастотної частини ЛАЧХ:  $a_2 = \omega_2 / \omega_3$ ,  $a_3 = \omega_3 / \omega_3$ . Запас стійкості по фазі  $\Delta\varphi$

визначається за графіком на рис.6.6, б залежно від перерегулювання.

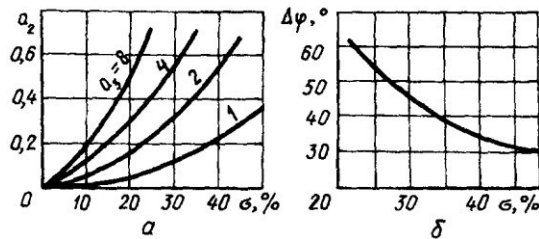


Рис.6.6

### 6.3 Синтез послідовної корегуючої ланки системи

Послідовна корегуюча ланка вводиться в основний контур регулювання системи (рис.6.7) і є пасивним чотириполосником або регулятором на базі операційного підсилювача. По можливості ланку слід вводити ближче до входу системи, де сигнали мають найменшу

потужність.

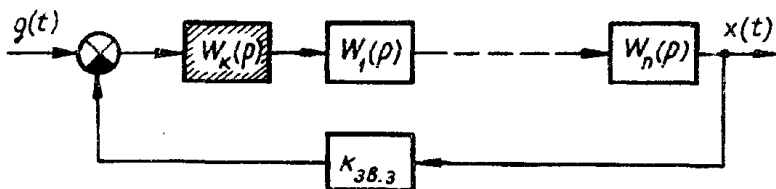


Рис.6.7 – Схема ввімкнення послідовної корегуючої ланки

Передавальна функція вихідної системи:

$$W_{\bar{o}}(p) = W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p)k_{зв.з}. \quad (6.9)$$

Після введення корегуючої ланки передавальна функція матиме вигляд:

$$W_{\bar{o}}(p) = W_k(p)W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p)k_{зв.з} = W_k(p)W_{\bar{o}}(p). \quad (6.10)$$

Після переходу до логарифмічних характеристик, дістанемо:

$$L_{\bar{o}}(\omega) = L_k(\omega) + L_{\bar{o}}(\omega), \quad (6.11)$$

звідки

$$L_k(\omega) = L_{\bar{o}}(\omega) - L_{\bar{o}}(\omega). \quad (6.12)$$

Цей вираз визначає такий порядок синтезу послідовної корегуючої ланки:

1. Виходячи із заданої структури системи і параметрів її ланок, будують ЛАЧХ вихідної системи  $L_{\bar{o}}(\omega)$ .

2. За заданими показниками якості будують бажану ЛАЧХ  $L_o(\omega)$ .

3. Визначають ЛАЧХ корегуючої ланки  $L_k(\omega)$  як різницю  $L_o(\omega) - L_e(\omega)$ .

4. За ЛАЧХ корегуючої ланки  $L_k(\omega)$  визначають її передавальну функцію, схеми та параметри.

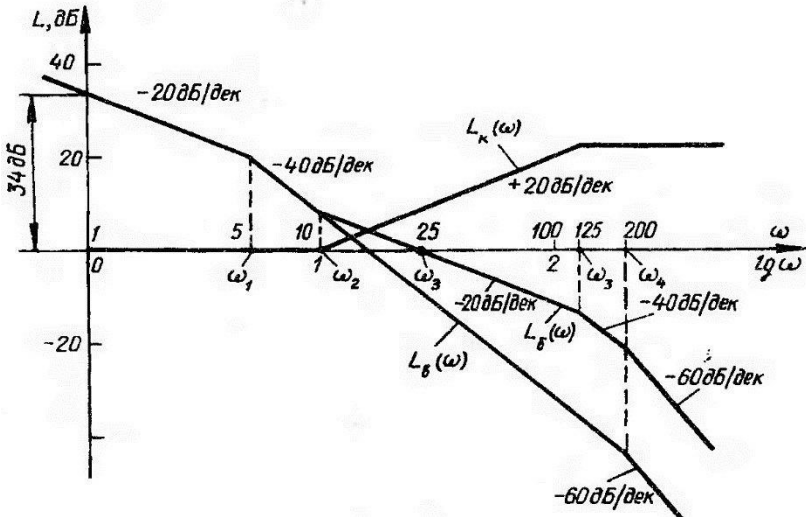


Рис.6.8 – Логарифмічні амплітудно-частотні характеристики системи

При побудові частин бажаної ЛАЧХ (рис.6.8) використовують такі співвідношення:

- частота зрізу:

$$\omega_s = \frac{c}{t_p} ; \quad (6.13)$$

- запас стійкості по фазі:

$$\Delta\varphi_{\text{запас}} - \sigma, \quad (6.14)$$

де  $c = 9$  при  $\Delta\varphi$  [...],  $c = 8$  при  $\Delta\varphi$  [...],  $c = 7$  при  $\Delta\varphi$  [...].  
 Формули (6.13) і (6.14) дають похибку, що не перевищує 0,05...0,1 при 60 [...].

При розрахунках можна користуватися й такими співвідношеннями:

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{a}{2(l-1)}, \tag{6.15}$$

де  $l = 2$  або  $3$  при нахилі асимптоти, що сполучає середньо- та низькочастотні частини характеристики, - 40дБ/дек або - 60дБ/дек;

$$a = \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi. \tag{6.16}$$

## 7. Імпульсні системи автоматичного керування

### 7.1 Поняття про дискретні системи. Класифікація дискретних систем

Система автоматичного керування називається *дискретною*, якщо до її складу входить хоча б одна ланка дискретної дії. Ланка дискретної дії (дискретний елемент) – ланка, вихідна величина якої змінюється дискретно, тобто стрибкоподібно, навіть при плавній зміні вхідної величини. Дискретний елемент здійснює перетворення вхідної величини в послідовні імпульси (рис.7.1).

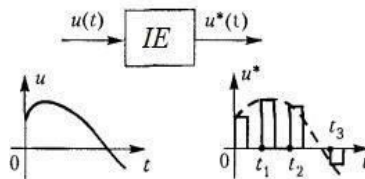


Рис.7.1

В процесі перетворення неперервного сигналу в дискретний імпульсний елемент (рис.7.1) виконує дві операції: квантування по часу та імпульсну модуляцію. Перша операція полягає у тому, що сигнал  $u^*(t)$  з'являється в дискретні моменти часу. В результаті імпульсної модуляції змінюється який-небудь параметр імпульсу (амплітуда, ширина). Форма імпульсів може бути будь-якою (прямокутною, трапецеїдальною і т.д), але зазвичай використовуються імпульси прямокутної форми.

Залежно від того, який з параметрів послідовності імпульсів змінюється при зміні модулюючого (вхідного сигналу), розрізняють такі види модуляції: амплітудно-імпульсну (АІМ), широтно-імпульсну (ШІМ) і часово-імпульсну (ЧАІМ). ЧАІМ, в свою чергу, поділяється на два види: фазоімпульсну (ФІМ) і частотно-імпульсну (ЧІМ). Залежно від виду і роду імпульсної модуляції імпульсні елементи поділяються на амплітудні, широтні і часові першого або другого роду. Суть різних методів модуляції показано на рисунку 7.2.

Під час амплітудно-імпульсній модуляції вхідний сигнал  $x_{вх}$  (рис.7.2, а) перетворюється в послідовність імпульсів  $x_{вх}$  (рис.7.2, б) з періодом повторення  $T_0$ . Тривалість імпульсів  $\gamma T_0$  стала, а амплітуда  $A$  пропорційна значенню вхідного сигналу в моменти виникнення імпульсів (моменти квантування).

Під час АІМ амплітуда імпульсів змінюється протягом часу їх існування відповідно до зміни вхідного сигналу (рис.7.2, в). Під час ШІМ амплітуда  $A$  і період повторення  $T_0$  залишаються незмінними, а ширина імпульсів  $\gamma T_0$  змінюється пропорційно значенням вхідного сигналу в моменти квантування (рис.7.2, г).

Під час фазоімпульсній модуляції (ФІМ) амплітуда і ширина вхідних імпульсів залишаються сталими, а змінюється зсув за часом  $\alpha T_0$  відносно моментів квантування  $0, T_0, 2T_0, \dots$  відповідно до значення вхідного сигналу в ці моменти (рис.7.2, д).

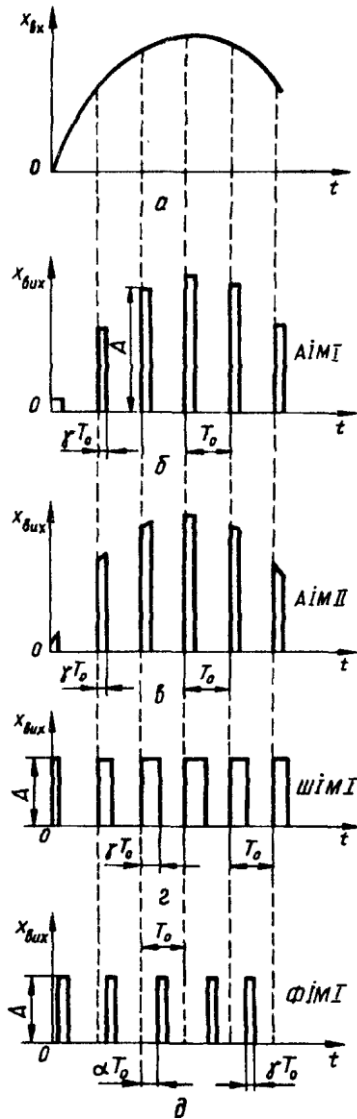


Рис.7.2

Залежно від виду і роду модуляції імпульсні САК бувають трьох типів: амплітудно-імпульсні (АІС), широтно-імпульсні (ШІС) і часово-

імпульсні (ЧАІС). Імпульсні САК різних типів, особливо амплітудно-імпульсні та широтно-імпульсні, набули широкого поширення в автоматизованих електроприводах. Імпульсні САК мають низку переваг.

1. Можливість багатоточкового керування, тобто використання однієї імпульсної САК для керування процесами в кількох однотипних об'єктах за рахунок того, що ці об'єкти по черзі підключаються до одного керуючого пристрою. Це зумовлено тим, що система керування одним з об'єктів замкнута лише незначну частину періоду квантування, і решта часу можна використати для керування іншими об'єктами.

2. Можливість використання одного каналу зв'язку для різних САК з об'єктами, віддаленими від імпульсних керуючих пристроїв. Це реалізується за рахунок почергового з'єднання об'єктів та керуючих пристроїв за час періоду квантування.

3. Підвищена захищеність від перешкод. Вона зумовлена тим, що інформація передається у вигляді коротких імпульсів, більшу частину періоду квантування САК залишається розімкнутою і не сприймає перешкод.

Розглянемо принципову схему імпульсної системи стабілізації температури (рисунок 7.3). Температура печі 7 (керуючий об'єкт) вимірюється термометром опору 6, що є одним з плеч моста 5. В діагональ моста ввімкнено гальванометр 3. При зміні температури печі стрілка гальванометра відхиляється і регульована дужка 2 притискається до контактів 8 і 9, замикаючи коло двигуна 1. В результаті обертання двигуна змінюється положення клапана 10, який регулює подачу палива. Задане значення вихідної змінної (температури), яке повинне підтримуватись регулятором, встановлюється задавачем температури 4. Двигун, а також клапан керуються імпульсами, які формуються імпульсним елементом. У випадку необхідності може бути введено корегувальний пристрій будь-якого типу – механічний, електричний, термоелектричний і т.д.

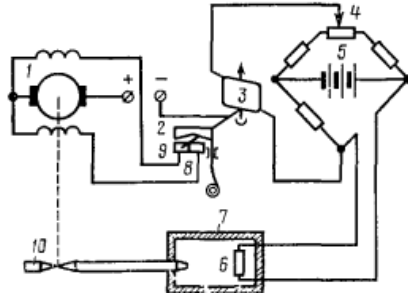


Рис.7.3

## 7.2 Математичний апарат дослідження імпульсних систем

Решітчасті функції. Неперервна функціональна залежність може бути представлена так званою *решітчастою функцією*  $f[nT_u]$ , значення якої змінюються тільки в дискретні моменти часу через період циклу  $T_u$ . Між цими значеннями решітчаста функція рівна нулю (рис.7.4).

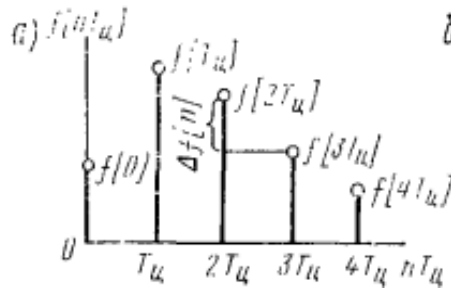


Рис.7.4

Також використовують поняття *зміщеної решітчастої функції*, в якій  $t = nT_u + \Delta t$ , коли дискретні значення функції вибираються для зміщених на  $\Delta t$  відносно  $nT_u$  відрізків часу. Якщо  $\Delta t$  змінювати

неперервно від 0 до  $T_u$ , то решітчаста функція стає тотожною визначеною неперервної функції (рис.7.5).

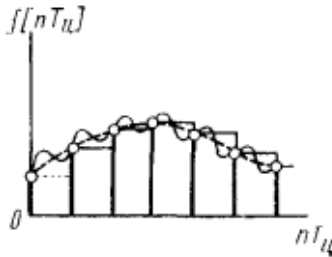


Рис.7.5

Складання різницевих рівнянь. Відношення між решітчастою функцією та її різницями різних порядків визначає *різницеве рівняння*. Після складання різницевого рівняння для імпульсного елемента необхідно всі рівняння інших елементів системи привести також до різницевої форми.

Припустимо, що задана система рівнянь імпульсної системи для об'єкта, датчика, зворотного зв'язку та імпульсного елемента:

$$\left. \begin{aligned} T_0 \frac{d\varphi}{dt} + \varphi &= \mu - \lambda; \\ \delta\eta - \phi &= 0; \\ \sigma &= x_{ex} - \eta; \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

$$\mu[n+1] - \mu[n] = k_{i.e} \sigma[n].$$

В даному випадку динаміка імпульсного елемента визначається різницеvim рівнянням першого порядку. Перші три рівняння необхідно привести до різницевої форми. Друге та третє рівняння є алгебраїчними, тому їх змінні можна записати у формі решітчастих функцій, які еквівалентні неперервним функціям:

$$\left. \begin{aligned} \delta\eta[n] - \varphi[n] - 0; \\ \sigma[n] = x_{ex}[n] - \eta[n]. \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

Диференціальне рівняння об'єкта, в якому  $\lambda = 0$  і для початку циклу ( $t = 0$ ) замінюємо  $\mu$  на  $\mu[n]$  і  $\varphi$  на  $\varphi[n]$ . Пр цьому знаходиться розв'язок дифрівняння об'єкта  $T_0 \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = \mu$  у вигляді суми вільної та вимушеної складової  $\varphi = \varphi_{вил} + \varphi_{вим}$ . Вимушена складова визначається правою частиною:

$$\varphi_{вим} = \mu; \quad (7.3)$$

а вільна складова- однорідним рівнянням:

$$T_0 \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = 0, \quad (7.4)$$

Звідки

$$\begin{aligned} \varphi_{вил} &= Ce^{-t/T_0}; \\ \varphi &= \mu + Ce^{-t/T_0}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Постійна інтегрування  $C$  знаходиться з початкових умов при  $t = 0$  з врахуванням  $\varphi = \varphi[n]$  і  $\mu = \mu[n]$ :

$$\varphi[n] = \mu[n] + C, \quad (7.6)$$

звідки

$$C = \varphi[n] - \mu[n]. \quad (7.7)$$

Таким чином, рівняння (7.5) можна записати:

$$\varphi = \mu[n] + (\varphi[n] - \mu[n])e^{-t/T_0}. \quad (7.8)$$

Щоб кінцево визначити вираз різницевого рівняння об'єкта, необхідно в (7.6) підставити  $t = T_u$  і прийняти в лівій частині

$$\varphi[n+1] = \mu[n] + (\varphi[n] - \mu[n])e^{-T_u/T_0}. \quad (7.9)$$

Різницеве рівняння (7.9) означає, що неперервна функція на виході об'єкта замінена еквівалентною решітчастою функцією.

### **7.3 Розімкнені та замкнені імпульсні системи автоматичного керування**

#### **7.3.1 Передавальні функції розімкнених імпульсних систем**

Під час дослідження імпульсних систем зовнішня дія переноситься на вхід ІЕ за правилом перенесення суматорів, імпульсний елемент подається у вигляді послідовного з'єднання імпульсного елемента і формувача. Отже, структурна схема приводиться до вигляду, приведеного на рисунку 7.6, а, де  $W_\phi(p), W_{\phi n}(p)$  - передавальні функції формувача і безперервної частини системи.

Формувач об'єднується з безперервною частиною системи в одну приведену безперервну частину з передавальною функцією:

$$W_n(p) = W_\phi(p)W_{\phi n}(p). \quad (7.10)$$

Структурна схема такої розімкненої імпульсної системи має вигляд, зображений на рисунку 7.6, б. Зірочка в індексі означає, що

сигнал дискретний, тобто становить послідовність миттєвих імпульсів.

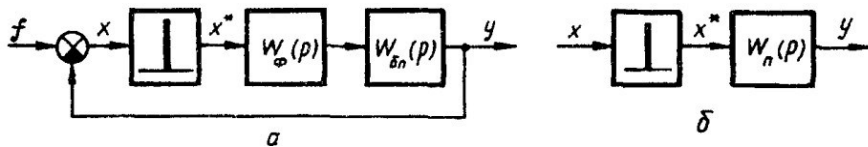


Рис. 7.6

Передавальна функція  $W_n(p)$  залежить від форми імпульсів на виході ІЕ через те, що  $W_n(p) = W_\phi(p)W_{\delta n}(p)$ , а  $W_\phi(p)$  визначається формою імпульсів. Найчастіше використовуються імпульсні елементи, що генерують короткі прямокутні імпульси, висота яких рівна  $x[n]$ , а тривалість становить  $\gamma T_0$ . Під час визначення дискретної передавальної функції розімкнутої системи слід мати на увазі відмінність у визначенні дискретних та безперервних передавальних функцій послідовно з'єднаних ланок. Для безперервних систем передавальна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передавальних функцій цих ланок. Для імпульсних систем з одним імпульсним елементом на вході це правило не є справедливим, тобто

$$W(z) \neq \prod_{i=1}^k W_i(z). \quad (7.11)$$

Для визначення дискретної передавальної функції необхідно спочатку знайти

$$W(p) \neq \prod_{i=1}^k W_i(p), \quad (7.12)$$

а потім здійснити z-перетворення:

$$W(z) = Z \left\{ \prod_{i=1}^k W_i(p) \right\}. \quad (7.13)$$

$\left. \vphantom{\int} \right|_{i=1} \quad \right)$

Проте, коли кожна з послідовно з'єднаних ланок має на вході свій імпульсний елемент, загальну передавальну функцію можна знайти як добуток дискретних передавальних функцій, визначених для кожної ланки з власним імпульсним елементом, тобто

$$W(z) = \prod_{i=1}^k Z \{W_m(p)\}, \quad (7.14)$$

де  $W_m(p)$  - передавальна функція дискретного фільтра, тобто добуток передавальних функцій ланки і формувача імпульсного елемента цієї ланки.

При паралельному з'єднанні ланок дискретна передавальна функція  $W(z)$  може бути визначена як сума дискретних передавальних функцій, що знайдені для кожної ланки окремо:

$$W(z) = \sum_{i=1}^k W_i(z). \quad (7.15)$$

### 7.3.2 Передавальні функції замкнених імпульсних систем

Розглянемо імпульсну систему, структурну схему якої було приведено раніше (рис.7.6, а). Вважатимемо, що передавальну функцію розімкненої визначено і в загальному випадку вона становить  $W(z, \varepsilon)$ . Тоді z-зображення вихідної величини має вигляд:

$$Y(z, \varepsilon) = X(z, 0)W(z, \varepsilon). \quad (7.16)$$

Зображення похибки прийнято у вигляді  $X(z, 0)$ , тому що імпульсний елемент реагує на похибку тільки в дискретні моменти часу  $t = nT_0$ , тобто при  $\varepsilon = 0$  (відносне зміщення решітчастої функції).

Зображення похибки можна подати як різницю зображень задаючої дії  $F(z, 0)$  і вихідної величини  $Y(z, 0)$ :

$$X(z, 0) = F(z, 0) - Y(z, 0). \quad (7.17)$$

Через те, що  $Y(z, 0) = X(z, 0)W(z, 0)$ , маємо

$$X(z, 0) = F(z, 0) - X(z, 0)W(z, 0) \quad (7.18)$$

i

$$X(z, 0) = \frac{F(z, 0)}{1 + W(z, 0)}. \quad (7.19)$$

Підставивши (7.19) у (7.16), отримаємо:

$$Y(z, \varepsilon) = \frac{F(z, 0)W(z, \varepsilon)}{1 + W(z, 0)}, \quad (7.20)$$

звідки знайдемо передавальну функцію замкненої імпульсної системи:

$$W(z) = \frac{Y(z, \varepsilon)}{F(z, 0)} = \frac{W(z, \varepsilon)}{1 + W(z, 0)}. \quad (7.21)$$

Передавальна функція замкненої системи за похибкою:

$$W_z = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{1}{1 + W(z)}. \quad (7.22)$$

Якщо в імпульсній системі зворотний зв'язок не одиничний (рис.7.7), то передавальна функція замкненої системи визначається:

$$W_3(z) = \frac{W_1(z)}{1 + W_1 W_2(z)}. \quad (7.23)$$

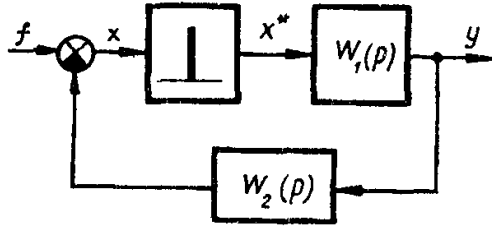


Рис.7.7

#### 7.4 Стійкість імпульсних систем

Подібно до безперервних систем імпульсна система буде *стійкою*, якщо корені характеристичного рівняння замкненої системи знаходяться в лівій напівплощині комплексної площини. Межею стійкості є уявна вісь (рис.7.8).

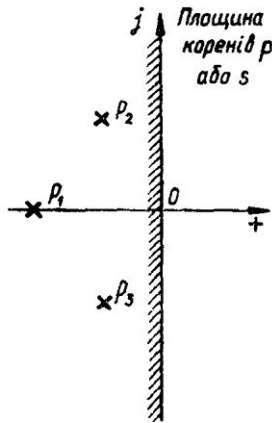


Рис.7.8

Отже, стійкість імпульсної системи можна досліджувати, визначивши корені характеристичного рівняння замкненої системи

$D(z) = 0$ . Імпульсна *система стійка*, якщо модулі всіх коренів

характеристичного рівняння менші за 1. Якщо модуль хоча б одного кореня перевищує 1, то *система нестійка*; при  $|z|=1$  система перебуває на межі стійкості.

Для дослідження стійкості використовуються критерії, за допомогою яких можна оцінювати стійкість за коефіцієнтами характеристичного рівняння або за частотними характеристиками.

Алгебраїчні критерії стійкості. Ці критерії дозволяють визначити, чи всі корені рівняння знаходяться в лівій напівплощині комплексної площини коренів. Застосувати ці критерії безпосередньо для дослідження імпульсних систем неможливо. Характеристичне рівняння імпульсної системи можна подати у вигляді:

$$D(z) = a_0 z^i + a_1 z^{i-1} + \dots + a_{i-1} z + a_i = 0 \quad (7.24)$$

Для даного рівняння умовою стійкості є розміщення всіх коренів всередині кола одиничного радіуса в площині коренів  $z$  (рис.7.9). Щоб застосувати дані критерії для дослідження стійкості імпульсних систем, необхідно виконати  $w$ -перетворення, яке полягає в заміні комплексної змінної  $z$  в рівнянні (7.24) на змінну  $w$  за допомогою формули  $z = (1+w)/(1-w)$ . Внаслідок цього утворюється поліноміальне рівняння:

$$D(w) = 0. \quad (7.25)$$

Зоною стійкості для коренів буде ліва напівплощина коренів  $w$  (рис.7.10). Для цього рівняння можна застосувати всі алгебраїчні критерії стійкості, тому що умова стійкості для даного рівняння збігається з умовами стійкості безперервних систем.

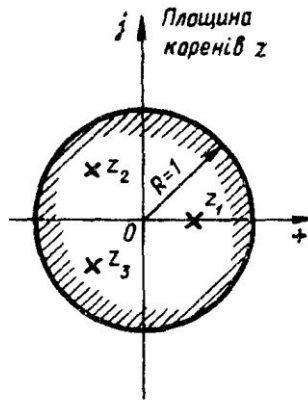


Рис.7.9

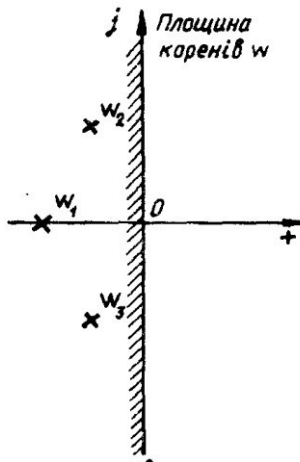


Рис.7.10

Згідно з критерієм Гурвіца для стійкості імпульсної системи необхідно і достатньо, щоб при  $a_0 > 0$  визначник Гурвіца був додатнім:  $\Delta_1 > 0; \Delta_{l-1} > 0; \dots; \Delta_l > 0$ .

Частотні критерії стійкості. Оцінка стійкості імпульсних систем можлива також за частотними критеріями, подібними до критеріїв

Михайлова, Найквіста.

Аналог критерію Михайлова. Під час дослідження стійкості імпульсних систем за даним критерієм використовується рівняння замкненої системи  $D(z) = 0$  і виконується підстановка  $z = e^{j\bar{\omega}}$ . Формулювання критерію: імпульсна САК стійка, якщо годограф  $D(e^{j\bar{\omega}})$  при зміні частоти  $\bar{\omega}$  від 0 до  $\pi$  починається на додатній півосі при  $\bar{\omega} = 0$  і обходить у додатному напрямку (проти годинникової стрілки) послідовно 2l квадрантів площини, ніде не перетворюючись в нуль; l- порядок характеристичного рівняння. Годограф Михайлова для імпульсної системи показано на рисунку 7.11.

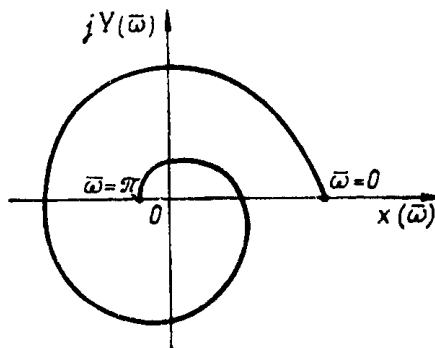


Рис.7.11

На відміну від безперервних систем годограф не прямує до нескінченності, а закінчується на дійсній осі. Якщо годограф проходить через початок координат, то система перебуває на межі стійкості.

Враховуючи, що при  $\bar{\omega} = 0$ ,  $D(e^{j\bar{\omega}}) = D(1)$ , а при  $\bar{\omega} = \pi$ ,  $D(e^{j\bar{\omega}}) = D(-1)$ , можна сформулювати необхідні умови стійкості:

1. Для систем непарного порядку  $D(1) > 0$ , і  $D(-1) < 0$ .
2. Для систем парного порядку  $D(1) > 0$ , і  $D(-1) > 0$ .

Перш ніж будувати годограф, доцільно перевірити, чи виконуються дані умови. Якщо вони не виконуються, то система нестійка і будувати годограф тоді недоцільно.

*Аналог критерію Найквіста.* Аналог критерію Найквіста стосовно імпульсних систем формулюється наступним чином: 1) якщо система стійка в розімкнутому стані або нейтральна, тобто має нульові корені, то для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб АФХ розімкнутої системи при зміні частоти  $\bar{\omega}$  від 0 до  $\pi$  не охоплювала точку з координатами  $(-1, j0)$  і не проходила через неї; 2) якщо система нестійка, то для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб АФХ при зміні частоти  $\bar{\omega}$  від 0 до  $\pi$  охоплювала точку з координатами  $(-1, j0)$   $k/2$  разів, де  $k$  - кількість коренів характеристичного рівняння, що мають дійсну додатну частину.

АФХ розімкнутої стійкої імпульсної системи, що відповідають стійкій (крива 1) і нестійкій (крива 2) замкнутим імпульсним системам, зображено на рисунку 7.12, а. На рисунку 7.12, б наведено АФХ розімкнутих систем, стійкої (крива 1) та нестійкої (крива 2) в замкненому стані.

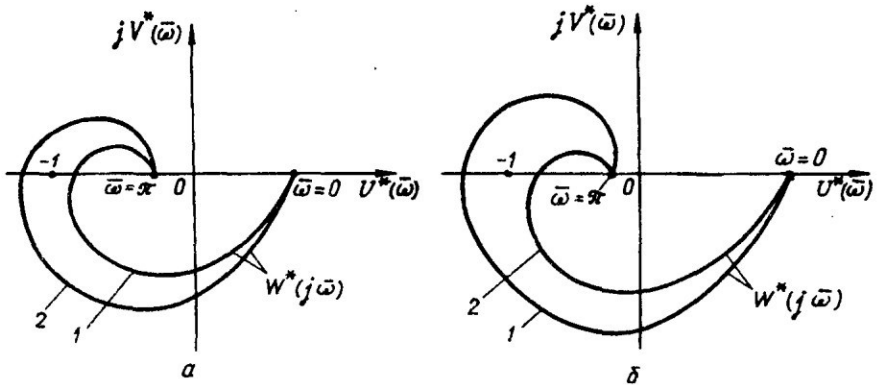


Рис.7.12

## 7.5 Якість імпульсних САК

Якість імпульсних систем оцінюється точністю роботи в усталеному режимі і характером перехідних процесів при типових вхідних і збурюючих діях. Усталену похибку можна визначити таким самим способом, як і в безперервних системах, тобто знайти зображення похибки і перейти до її усталеного значення. Зображення похибки визначається з виразу передавальної функції замкненої системи відносно похибки (7.22):

$$X(z) = W_x(z)F(z). \quad (7.26)$$

Якість перехідних процесів імпульсних систем оцінюється такими самими показниками, як і безперервні системи. Найважливішими з них є тривалість перехідного процесу і максимальне відхилення регульованої величини від усталеного значення. Для розрахунку перехідної характеристики, тобто реакції системи на ступінчасту дію при нульових початкових умовах, зручно застосовувати  $z$ -перетворення. В цьому випадку зображення вхідної величини має вигляд:

$$F(z) = \frac{z}{z-1}, \quad (7.27)$$

а зображення вихідної :

$$Y(z) = F(z)W_3(z) = \frac{z}{z-1}W_3(z). \quad (7.28)$$

Якість імпульсних систем можна характеризувати також непрямыми оцінками. Цими оцінками є ступені стійкості  $\eta$  і коливальності  $\mu$ .

Ступінь стійкості  $\eta$  визначається абсолютною величиною дійсної частини найближчого до уявної осі кореня  $p_i = \alpha_i \pm \beta_i$  характеристичного рівняння системи:

$$D^*(p) = a_0 e^{iT_0 p} + a_1 e^{(i-1)T_0 p} + \dots + a_{i-1} e^{T_0 p} + a_i = 0, \quad (7.29)$$

тобто

$$\eta = |\alpha|_{\min}. \quad (7.30)$$

Ступінь коливальності  $\mu$  є непрямою оцінкою коливальності системи. Для стійких імпульсних систем він визначається як абсолютна величина максимального відношення уявної та дійсної частини коренів рівняння, тобто

$$\mu = \left| \frac{\beta}{\alpha} \right|_{\max}. \quad (7.31)$$

## 8. Нелінійні та адаптивні системи автоматичного керування

### 8.1 Загальні відомості про нелінійні САК

*Нелінійним САК* називаються системи, математичний опис яких не задовольняє умови лінійності. Ці умови полягають у тому, що при зміні зовнішньої дії на ланку або систему в  $n$  разів характер перехідного процесу не змінюється, а змінюється лише масштаб вихідної величини в  $n$  разів. Нелінійні ланки системи описуються нелінійними рівняннями. Ознакою таких рівнянь є залежність коефіцієнтів рівнянь від координат системи або її похідних, а також наявності у рівняннях добутків деяких координат та їх похідних.

Усі реальні САК електроприводами є нелінійні. Це пояснюється тим, що основним елементом ЕП є електрична машина, яка містить

кола з феромагнітними матеріалами. Рівняння, що описують динамічні процеси в електричній машині, нелінійні, тому що індуктивність є функцією струму, ЕРС внаслідок насичення магнітної системи

нелінійно залежить від струму збудження тощо. Крім того, в електроприводах використовуються підсилювачі з насиченням, елементи механічних передач з люфтами і сухим тертям та інші нелінійні елементи.

### 8.1.1 Типові нелінійності автоматичних систем

Нелінійні ланки САК дуже різноманітні. Нелінійні характеристики деяких з них при обмеженому діапазоні зміни вхідного сигналу мало відрізняються від лінійних. Такі нелінійності називаються *слабкими або несуттєвими*. Іншу групу становлять елементи, характеристики яких не можна замінити лінійними. Вони надають САК якісно нових властивостей, описуються вони, як правило, розривними функціями. Такі нелінійності називаються *суттєвими*. Розглянемо найбільш поширені нелінійні характеристики систем.

Характеристика із зоною нечутливості. Такі характеристики (рис.8.1) мають елементи, в яких вихідний сигнал відсутній при зміні вхідного сигналу в деякому інтервалі справа і зліва від нуля. Цей інтервал називається *зоною нечутливості*.

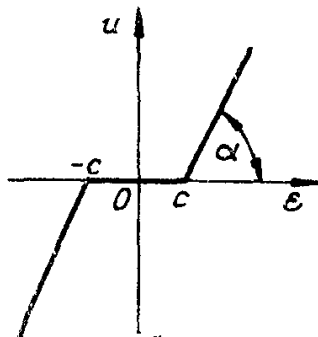


Рис.8.1

Математично характеристика описується наступним чином:

$$u = \begin{cases} k(\varepsilon + c) & \text{при } \varepsilon < -c; \\ 0 & \text{при } -c \leq \varepsilon \leq c; \\ k(\varepsilon - c) & \text{при } \varepsilon > c, \end{cases} \quad (8.1)$$

де  $k = \operatorname{tg} \alpha$ .

За допомогою такої характеристики можна подати залежність швидкості ДПС з незалежним збудженням  $\omega$  від напруги на якорі  $U_{я}$  при умові, що до валу двигуна прикладено реактивний момент статичного навантаження  $M_c$ . Зона нечутливості зумовлена тим, що швидкість двигуна рівна нулю, якщо його момент менший за момент статичного навантаження. Момент двигуна пропорційний струму якоря:  $M = kI_{я}$ . Струм якоря при швидкості, рівній нулю, визначається за формулою:

$$I_{я} = U_{я} / R_{я.д}. \quad (8.2)$$

Двигун починає обертатися при  $M = M_c$ , тобто при  $kI_{я} = M_c$ , тому для характеристики  $\omega = f(U_{я})$  половина зони нечутливості  $c$  рівна  $U_{я}$ :

$$c = U_{я} = \frac{M_c}{k} R_{я.д}. \quad (8.3)$$

Пропорційна частина характеристики описується рівнянням:

$$\omega = \frac{1}{k} \left( U_{я} \pm \frac{M_c}{k} R_{я.д} \right) \quad (8.4)$$

( )

де знак «-» відповідає додатній напрузі на якорі, «+» - від'ємній.

Наявність зони нечутливості знижує чутливість системи, тому що система не реагує на сигнали, модуль яких менше  $c$ . Але іноді таку зону вводять навмисно, коли необхідно усунути підвищену чутливість системи до перешкод.

Характеристика із зоною насичення. Вигляд цієї характеристики показано на рисунку 8.2. При малих входних сигналах вихідний сигнал пропорційний входному, при великих – настає насичення, тобто вихідний сигнал досягає максимального рівня і далі не змінюється.

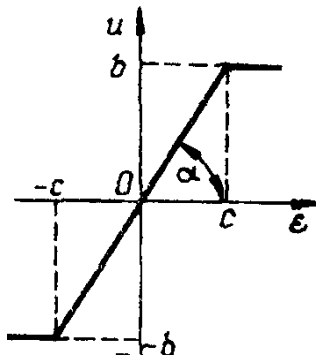


Рис.8.2

Математично характеристика описується:

$$u = \begin{cases} -b & \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon < -c; \\ c \leq \varepsilon \leq c; \end{array} \right. \\ k\varepsilon & \text{при} \\ b & \left\{ \begin{array}{l} \\ \varepsilon > c. \end{array} \right. \end{cases} \quad (8.5)$$

Такою характеристикою можна подати залежності вихідної величини від входної для більшості типів підсилювачів, тиристорних перетворювачів та інших елементів електроприводу.

Релейна характеристика. Така характеристика (рис.8.3) відрізняється стрибкоподібними змінами вихідного сигналу при

переході вхідного сигналу на певний рівень. Для ідеального реле цей рівень приймається нульовим, тобто для стрибкоподібної зміни

вихідного сигналу достатньо зміни знаку вхідного сигналу. Математично характеристика ідеального реле описується:

$$u = \begin{cases} -b & \text{при } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon < 0; \\ \varepsilon > 0. \end{array} \right. \end{cases} \quad (8.6)$$

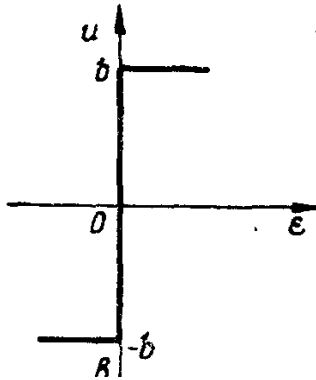


Рис.8.3

Неоднозначні характеристики ( характеристики з люфтом або мертвим ходом). Особливістю таких характеристик є залежність вихідної величини не тільки від вхідної в даний момент часу, але й від напрямку її зміни (зростає чи зменшується). При математичному описі таких характеристик використовують не тільки самі вхідні сигнали, але й їх похідні, знак яких відповідає напрямку зміни вхідного сигналу. Така характеристика зображена на рисунку 8.4.

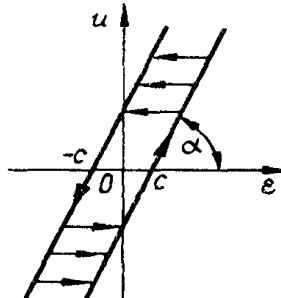


Рис.8.4

Математично така характеристика описується рівністю:

$$u = \begin{cases} k(\varepsilon - c) & \text{при } \begin{cases} d\varepsilon / dt > 0; \\ d\varepsilon / dt < 0; \end{cases} \\ k(\varepsilon + c) & \end{cases} \quad (8.7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} const \\ |k\varepsilon - u| < c. \end{array} \right.$$

Комбіновані нелінійні характеристики. Ці характеристики поєднують характеристики кількох нерівностей. Характеристика на рисунку 8.5, а поєднує властивості характеристики із зоною нечутливості та релейної характеристики.

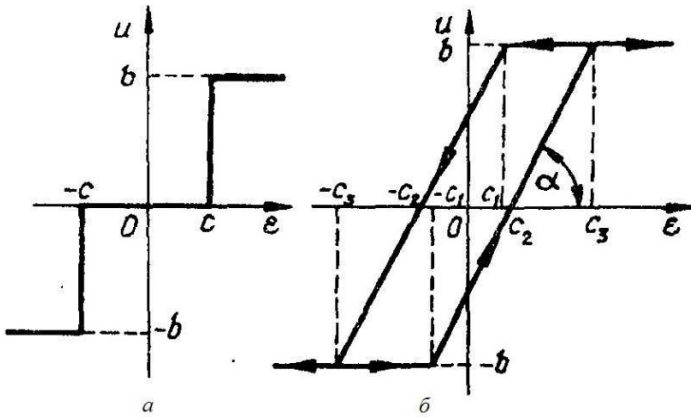


Рис.8.5

Математично описується виразом:

$$u = \begin{cases} -b & \text{при } \varepsilon < -c; \\ 0 & \text{при } c \leq \varepsilon \leq c; \\ b & \text{при } \varepsilon > c. \end{cases} \quad (8.7)$$

Характеристика на рисунку 8.5, б має властивості неоднозначної характеристики і характеристики із зоною насичення. Математично описується:

$$\begin{aligned}
 u = \begin{cases} -b \\ k(\varepsilon - c_2) \end{cases} & \text{ при } \begin{cases} \varepsilon < -c_1; \\ -c_1 \leq \varepsilon \leq c_3; \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} -b \\ k(\varepsilon - c_2) \end{matrix}} \right\} \frac{d\varepsilon}{dt} > 0; \\
 u = \begin{cases} b \\ b \\ k(\varepsilon + c_2) \\ b \end{cases} & \text{ при } \begin{cases} \varepsilon > c_3 \\ \varepsilon > c_1; \\ c_3 \leq \varepsilon \leq c_1; \\ \varepsilon < -c_3. \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} b \\ b \\ k(\varepsilon + c_2) \\ b \end{matrix}} \right\} \frac{d\varepsilon}{dt} < 0.
 \end{aligned} \tag{8.8}$$

На рис.8.6 зображено характеристику реального релейного елемента. Вона поєднує властивості ідеальної релейної та неоднозначної характеристик і описується так:

$$\begin{aligned}
 u = \begin{cases} -b \\ b \end{cases} & \text{ при } \begin{cases} \varepsilon < c; \\ \varepsilon > c; \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} -b \\ b \end{matrix}} \right\} \frac{d\varepsilon}{dt} > 0; \\
 u = \begin{cases} b \\ -b \end{cases} & \text{ при } \begin{cases} \varepsilon > -c; \\ \varepsilon < -c; \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} b \\ -b \end{matrix}} \right\} \frac{d\varepsilon}{dt} < 0.
 \end{aligned} \tag{8.9}$$

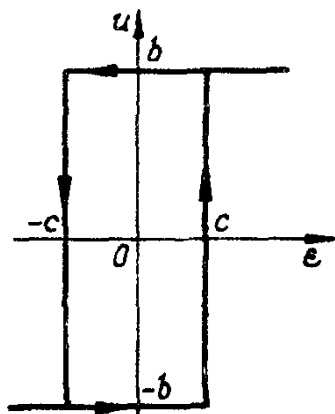


Рис.8.6

## 8.2 Загальні відомості про адаптивні САК

Системи автоматичного керування, розроблені згідно з припущенням, що властивості об'єкта та зовнішні збурення відомі і не змінюються протягом експлуатації, забезпечують потрібні показники якості лише в тому разі, якщо відхилення параметрів об'єкта і збурень від розрахункових значень неістотні. Тому САК, які розробляються за заданими характеристиками об'єкта і збурень та мають незмінну структуру і параметри, у більшості випадків не забезпечують оптимальних режимів функціонування. Більші складності виникають під час проектування систем, що працюють при неповній інформації про властивості об'єкта та зовнішні збурення.

Виходом з таких ускладнень є розробка регуляторів, властивості яких змінюються так, щоб при зміні параметрів об'єкта і зовнішніх впливів якість системи зберігалася, тобто властивості регуляторів мають пристосовуватися (адаптовуватися) до цих змін. Системи з такими регуляторами називаються *адаптивними (самоналаштувальними)*. Отже, адаптивна САК – це система, яка в процесі виконання задачі керування за рахунок зміни параметрів і структури регулятора здатна поповнювати нестачу інформації про ОК, і, діючи на зовнішні впливи, поліпшувати якість свого функціонування.

Особливість структури адаптивних систем полягає в тому, що порівняно зі звичайними неадаптивними системами вони мають додатковий контур – *контур адаптації* (самоналаштування), призначений для переробки інформації про умови роботи, що змінюються, і наступної дії на регулятор основного контуру керування. Функціональну схему адаптивної САК показано на рисунку 8.7.

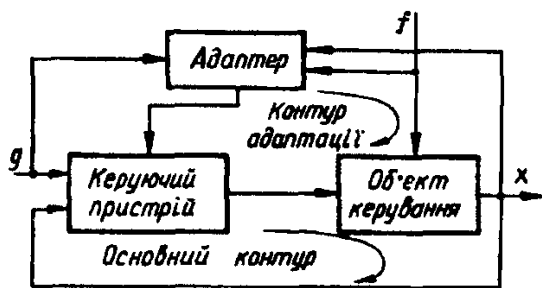


Рис.8.7

Контур, що складається з керуючого пристрою та об'єкта керування є основним контуром системи і становить неадаптивну систему. Адаптер (пристрій, що реалізує алгоритм адаптації) дістає інформацію про вхідну дію  $g$ , збурення  $f$ , вихідну величину  $x$  і діє на керуючий пристрій основного контуру. Отже, адаптивна САК, крім основного контуру, має контур адаптації. Для цього контуру ОК є вся система керування.

Адаптивні САК поділяють на два класи: параметричні та непараметричні. У параметричних системах структура керуючого пристрою залишається незмінною, а адаптація здійснюється за рахунок зміни значень параметрів з ціллю наближення їх до оптимального налаштування. Такі система ще називають *саманалаштовувальними*. У непараметричних системах адаптація здійснюється за рахунок зміни структури (алгоритму функціонування) керуючого пристрою. Такі системи називають *самоорганізуючими*.

### 8.3 Системи екстремального керування

Першими адаптивними системами були системи екстремального керування. *Системою екстремального керування* називається система, в якій автоматично відшукується та підтримується режим роботи, що характеризується максимально можливим значенням показника якості. Цей показник називається показником екстремуму або *цільовою функцією*. В загальному випадку в процесі екстремального керування

визначається екстремум характеристики об'єкта, на який діють

збурення, що змінюють положення екстремуму в просторі керуючих дій. Об'єкти екстремального керування можна класифікувати за такими ознаками: 1) кількість керуючих параметрів; 2) кількість екстремумів характеристики об'єкта; 3) обсяг інформації про об'єкт; 3) інерційність об'єкта.

Якщо в об'єкті один керуючий параметр ( $m=1$ ), то об'єкт називається *однопараметричним*, якщо  $m>1$ , то об'єкт *багатопараметричний*. Прикладом однопараметричного об'єкта системи екстремального керування може бути коливальний LC-контур. Завдання системи полягає в автоматичному налаштуванні цього контуру в резонанс з частотою  $f$  напруги, прикладеної до контуру. Налаштування відбувається за рахунок зміни ємності конденсатора  $C$ . Ознакою такого налаштування є максимум напруги  $U$  на резонансному контурі (рис.8.8).

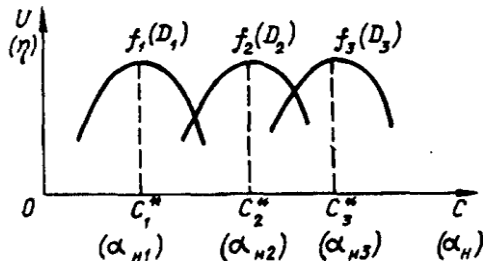


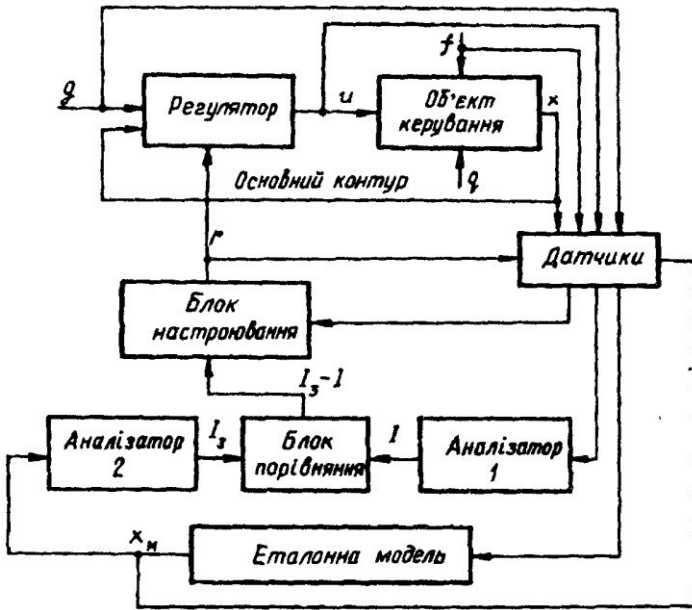
Рис.8.8

Іншим прикладом екстремального об'єкта може бути котел ТЕС. В топку котла подається повітря, кількість якого дещо перевищує ту кількість, яка теоретично необхідна для повного згоряння палива. Відношення цих кількостей називається коефіцієнтом надлишку повітря  $\alpha_n$ . Правильність вибору цього коефіцієнта визначає економічність використання палива. Основним збуренням для котла є зміна споживання пари. Залежності ККД котла  $\eta$  від коефіцієнта надлишку повітря мають екстремуми для різних витрат пари  $D$  (рис.8.8). Завданням системи екстремального керування є зміна подачі

повітря в топку таким чином, щоб ККД котла мав би максимально можливе значення.

#### **8.4 Принципи побудови безошукових адаптивних систем**

Адаптивні системи, що забезпечують стабілізацію або слідкування, у більшості випадків можна будувати як безошукові. Такі системи можуть мати розімкнутий або замкнутий контур адаптації. В системах з розімкнутим контуром адаптація здійснюється за заздалегідь розробленими програмами на підставі апріорної інформації. Вони ще називаються *системами з жорсткою адаптацією або програмними адаптивними системами*. У безошукових адаптивних системах із замкнутим контуром адаптації самоналаштування здійснюється за принципом підтримки на оптимальному рівні передавальних функцій, часових або частотних характеристик. Загальну функціональну схему безошукової адаптивної системи показано на рисунку 8.9.

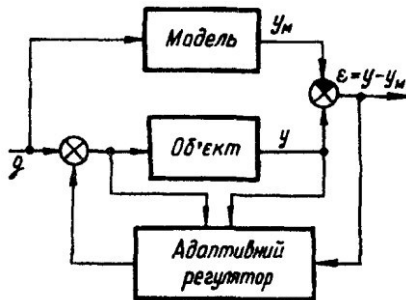


На вхід системи подається задаюча дія  $g$ , до ОК прикладено зовнішнє збурення  $f$  і недоступне для вимірювання збурення  $q$  (відхилення параметрів об'єкта від номінальних значень). ОК і регулятор утворюють основний контур системи. На вхід блоку датчиків надходить вся доступна для вимірювання інформація. Еталонна модель задає бажаний вектор  $x_m$  змінних стану об'єкта. В аналізаторах 1 і 2 обчислюється поточне та задане значення цільової функції  $I$  та  $I_3$ . Блок порівняння визначає різницю цих функцій:

$\Delta I = I_3 - I$ . В блоці налаштування за величиною  $\Delta I$  виробляються закони зміни вектора  $g$ , який повинен змінювати параметри регулятора так, щоб звести величину  $\Delta I$  до нуля.

### 8.5 Адаптивні системи з еталонною моделлю

В адаптивних системах з еталонною моделлю бажаний рух об'єкта (ціль керування) задається моделлю, що є зразком або еталоном для об'єкта і тому називається *еталонною моделлю*. Модель становить динамічну ланку, на вхід якої подаються такі самі дії, що й на вхід об'єкта керування. Модель вибирається заздалегідь згідно з апріорною інформацією про вхідні дії. Завданням такої системи є налаштування параметрів основного контуру під параметри еталонної моделі. Функціональну схему адаптивної системи з еталонною моделлю показано на рисунку 8.10.



Різниця вихідних сигналів об'єкта та моделі використовується для зміни параметрів адаптивного регулятора так, щоб передавальна функція об'єкта з регулятором збігалась з передавальною функцією моделі. У цьому разі вихідні сигнали моделі та об'єкта збігаються і  $\varepsilon = 0$ .

Розглянемо випадок, коли об'єкт має передавальну функцію:

$$W_0(p) = \frac{1}{p + \alpha(t)}. \quad (8.10)$$

і охоплений жорстким зворотним зв'язком (рисунок 8.11).

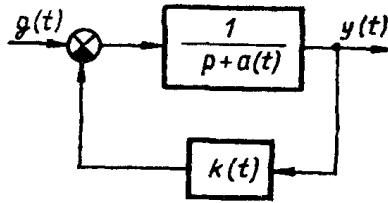


Рис.8.11

Параметр об'єкта  $\alpha(t)$  є функцією часу. Завдання контуру самоналаштування полягає в такій зміні коефіцієнта  $k$  у колі ЗЗ, щоб забезпечити мінімальне розузгодження між вихідними сигналами об'єкта  $y(t)$  та моделі  $y_m(t)$  при зміні параметру  $\alpha(t)$ . Вважатимемо, що змінний параметр об'єкта має вигляд:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t), \quad (8.11)$$

де  $\alpha_0 = const$ , а налаштовуваний коефіцієнт ЗЗ має вигляд:

$$k(t) = k_0 + \Delta k(t). \quad (8.12)$$

У цьому випадку передавальна функція основного контуру (об'єкта, охопленого ЗЗ) записується:

$$W(p) = \frac{1}{p + \alpha_0 + k_0 + \Delta\alpha(t) + \Delta k(t)}. \quad (8.13)$$

Передавальну функцію моделі запишемо у вигляді:

$$W_m(p) = \frac{1}{p + \beta}, \quad (8.14)$$

де  $\beta = \alpha_0 + k_0 = \text{const}$ .

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Теоретичні основи автоматики. Практикум: навчальне видання / О. І. Лобода, О. М. Тодоріко, С. В. Дубініна Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2020. 158 с.
2. Аблесімов О. К. Теорія автоматичного керування: навчальний посібник. Київ: «Освіта України», 2019. 270 с.
3. Попович М.Г., Ковальчук. О.В. Теорія автоматичного керування: підручник. 2-ге вид. перероб. і доп. Київ: Либідь, 2007. 656 с.
4. Сорока К.О. Теорія автоматичного керування. Навчальний посібник. Харків, ХНАМГ, 2006. 187 с.
5. Лістровий С. В., Мірошник М. А., Клименко Л. А. Теорія автоматичного керування, штучний інтелект і автоматизація процесу прийняття рішення: навчальний посібник. Харків: УкрДУЗТ, 2019. 120 с.
6. Ладанюк А.П., Архангельська К.С., Власенко Л.О. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами: навчальний посібник. К.: НУХТ, 2014. 274 с.
7. Теорія керування: навчальний посібник / В.Є. Бахрушин, Т.Ю. Огаренко. Запоріжжя: КПУ, 2014. 224 с.
8. Теорія автоматичного управління: курс лекцій /Т.М. Боровська. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	3
<b>1. Вступ в теорію автоматичного керування.....</b>	<b>5</b>
1.1 Основні поняття та визначення в теорії автоматичного керування .....	5
1.2 Автоматичне регулювання та керування як одна із форм автоматизації.....	6
1.3 Поняття про автоматичне регулювання та керування.....	7
1.4 Основні елементи САК.....	9
1.5 Функціональні схеми та принцип керування САК.....	10
1.6 Класифікація САК.....	15
1.7 Приклади САК .....	18
1.8 Режими роботи САК .....	20
1.9 Система стабілізації частоти обертання двигуна .....	22
1.10 Принципова і функціональна схема САК .....	24
1.11 Рівняння динаміки генератора.....	27
1.12 Складання рівняння динаміки двигуна.....	31
1.13 Загальне рівняння динаміки САК .....	34
<b>2. Структурні схеми САК.....</b>	<b>35</b>
2.1 Визначення структурної схеми САК .....	35
2.2 Структурна схема САК обертами двигуна .....	37
2.3 Типи динамічних ланок .....	38
2.4 Способи з'єднання динамічних ланок та їх передавальні функції	
49	
2.5 Типи зворотного зв'язку.....	54
2.6 Правила перетворення структурних схем .....	55

2.7 Приклад одержання передатної функції САК за її структурною схемою .....	59
2.8 Частотні характеристики ланок і САК .....	62
2.9 Логарифмічні частотні характеристики ланок і САК.....	65
2.10 ЛЧХ динамічних ланок.....	66
2.11 ЛЧХ САК у розімкненому стані .....	69
<b>3. Стійкість САК .....</b>	<b>70</b>
3.1 Поняття, вигляд та загальна умова стійкості.....	70
3.2 Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца .....	74
3.3 Критерій стійкості Михайлова .....	77
3.4 Частотний критерій стійкості Найквіста.....	78
3.5 Логарифмічний частотний критерій стійкості Найквіста .....	80
3.6 Запас стійкості .....	81
<b>4. Якість перехідних процесів.....</b>	<b>82</b>
4.1 Показники якості перехідних процесів .....	82
4.2 Кореневі критерії якості .....	86
4.3 Частотні критерії якості перехідних процесів .....	90
<b>5. Корегування САК .....</b>	<b>93</b>
5.1 Поняття про корегування систем. Необхідність корегування ..	93
5.2 Корегувальні пристрої .....	94
5.3 Перетворювальні елементи .....	97
<b>6. Синтез корегувальних пристроїв САК.....</b>	<b>103</b>
6.1 Постановка завдання синтезу .....	103
6.2 Побудова бажаної логарифмічної амплітудно-частотної характеристики системи .....	104
6.3 Синтез послідовної корегуючої ланки системи.....	109

<b>7. Імпульсні системи автоматичного керування.....</b>	<b>112</b>
7.1 Поняття про дискретні системи. Класифікація дискретних систем	112
7.2 Математичний апарат дослідження імпульсних систем .....	116
7.3 Розімкнені та замкнені імпульсні системи автоматичного керування .....	119
7.3.1 Передавальні функції розімкнених імпульсних систем.....	119
7.3.2 Передавальні функції замкнених імпульсних систем.....	167
7.4 Стійкість імпульсних систем.....	167
7.5 Якість імпульсних САК.....	128
<b>8. Нелінійні та адаптивні системи автоматичного керування.....</b>	<b>168</b>
8.1 Загальні відомості про нелінійні САК.....	168
8.1.1 Типові нелінійності автоматичних систем .....	170
8.2 Загальні відомості про адаптивні САК.....	180
8.3 Системи екстремального керування .....	181
8.4 Принципи побудови безпошукових адаптивних систем.....	184
8.5 Адаптивні системи з еталонною моделлю.....	186
<b>ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ.....</b>	<b>190</b>



