

Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет



ОПР МАТЕРІАЛІВ

методичні вказівки до лабораторних занять для здобувачів
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Галузеве машинобудування»
галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво
спеціальності G11 Машинобудування
спеціалізації G11.03 Технологічні машини та обладнання
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2026

УДК 620.178(7)

О 61

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Н.П. Поліщук

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ, протокол № ___ від «__» _____ 2026 року.

Голова вченої ради ФАБД _____ О.В. Андрійчук

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ, протокол № ___ від «__» _____ 2026 року.

Завідувач кафедри прикладної математики та механіки
_____ О.А. Мікуліч

Укладач: _____ О.А. Мікуліч, доктор технічних наук, професор кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ.

Укладач: _____ Т.В. Фурс, кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ.

Рецензент: _____ доктор технічних наук, професор М.В. Делявський

Відповідальний за випуск: _____ О.А. Мікуліч, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики та механіки ЛНТУ.

Опір матеріалів: методичні вказівки до лабораторних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Галузеве машинобудування» галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності G11 Машинобудування спеціалізації G11.03 Технологічні машини та обладнання денної та заочної форм навчання / уклад. О.А. Мікуліч, Т.В. Фурс Луцьк: ЛНТУ, 2026. 49 с.

У методичних вказівках викладено основні теоретичні відомості щодо тем лабораторних робіт з дисципліни «Опір матеріалів», етапи виконання цих робіт та перевірки чи порівняння отриманих експериментальних результатів з даними числових розрахунків.

© Мікуліч О.А., Фурс Т.В., 2026

ЗМІСТ	Ст.
Вступ	4
Лабораторна робота № 1. Випробування на розтяг зразка із маловуглецевої сталі	6
Лабораторна робота № 2. Дослідження механічних характеристик маловуглецевої сталі	11
Лабораторна робота № 3. Визначення модуля пружності сталі	14
Лабораторна робота № 4. Випробування взірців на стиск ...	20
Лабораторна робота № 5. Визначення положення центра ваги перерізу	24
Лабораторна робота № 6. Визначення деформацій у сталевій консолі	30
Лабораторна робота № 7. Визначення деформацій простої балки при плоскому згині	36
Лабораторна робота № 8. Визначення твердості металів.	41
Рекомендована література	48

Вступ

Опір матеріалів – це наука про інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій та механізмів.

Опір матеріалів ґрунтується на теоретичних розрахунках та експериментальних дослідженнях.

Тому складовою частиною опору матеріалів є лабораторні роботи, що сприяють розвитку навичок самостійної роботи та глибокому розкриттю фізичної суті теорії опору матеріалів. Вони спрямовані на вивчення механічних властивостей різних матеріалів та експериментальну перевірку теоретичних висновків та формул.

Лабораторні роботи з опору матеріалів освітньої програми «Галузеве машинобудування» можна розділити на дві основні групи:

- визначення механічних характеристик матеріалів, що використовуються в машинобудуванні;
- визначення деформацій найпростіших елементів конструкцій машинобудівної галузі.

Кожна лабораторна робота містить короткі теоретичні відомості, порядок проведення досліду, обробку його результатів та контрольні запитання. Послідовність виконання лабораторних робіт визначається навчальним планом з дисципліни «Опір матеріалів».

Лабораторні роботи виконуються студентами в лабораторіях кафедри в присутності викладача та лаборанта. Перед виконанням роботи студенти повинні засвоїти відповідний розділ теоретичного курсу та ознайомитись з інструкцією до її виконання.

Лабораторна робота вважається виконаною після її захисту і підпису звіту викладачем. Захист проводиться у формі усної співбесіди з викладачем. Звіти з лабораторних робіт зберігаються у студента до закінчення семестру і надаються ним на заліках або іспитах. При виконанні лабораторних робіт необхідно чітко дотримуватись основних **правил техніки безпеки**:

1) в аудиторіях і лабораторіях кафедри забороняється знаходитись у верхньому одязі та вішати його на лабораторне устаткування чи класти на столи;

2) перед початком робіт студенти повинні ознайомитись з правилами техніки безпеки та розписатись в журналі інструктажу;

3) категорично забороняється вмикати й вимикати випробувальні машини та інші прилади і обладнання без дозволу викладача чи лаборанта;

4) забороняється виконувати роботу без дозволу викладача, лаборанта;

5) забороняється переставляти вантажі, прилади та обладнання без дозволу викладача чи лаборанта;

б) при проведенні лабораторних робіт на випробувальних машинах необхідно упевнитись, що робочий простір машини має захисне та запобіжне устаткування;

7) при проведенні лабораторних робіт з використанням вимірюваної техніки студентам забороняється використовувати обладнання не за призначенням (інакше, ніж описано в інструкції до лабораторних робіт);

8) студентам забороняється виносити обладнання, устаткування (його частини) з лабораторії;

9) при виявленні несправностей обладнання та порушення правил техніки безпеки студенти повинні негайно інформувати викладача або лаборанта;

10) студенти, які порушили правила техніки безпеки, від роботи відстороняються, і про це інформувати завідувача кафедри та декана факультету;

11) після закінчення роботи студенти зобов'язані привести своє робоче місце у належний вигляд;

12) після проведення досліджень та приведення робочого місця до належного стану студент зобов'язаний передати устаткування і обладнання викладачу чи лаборанту.

Лабораторна робота № 1

Тема: *Випробування на розтяг зразка із маловуглецевої сталі*

Мета роботи: вивчення поведінки маловуглецевої сталі в процесі розтягу до розриву.

1. Теоретичні відомості

Випробування на розтяг є одним з найбільш поширених видів випробування матеріалів. Дані, отримані при розтягуванні зразка, дозволяють в багатьох випадках робити висновок про поведінку матеріалу при інших видах деформацій. Випробування на розтяг проводиться методом статичного навантаження, коли навантаження на зразок зростає постійно і безперервно, без поштовхів і ударів. Випробування виконується на розривних машинах із записуючим пристроєм, який малює графік залежності між навантаженням і абсолютною деформацією зразка в процесі навантажування, тобто **діаграму розтягу**. Для цієї мети може бути використана машина типу МІ-40КУ, яка працює в поєднанні з ЕОМ.

Форма і розміри зразка значно впливають на значення механічних характеристик. Для того, щоб результати дослідів зразків у різних матеріалів були порівняні, їх форма, розміри і умови навантажування визначаються стандартом ДСТУ 1497-61.

В лабораторній практиці застосовуються зразки круглого або прямокутного перерізу штангоподібної форми (з головками на кінцях) для закріплення їх у машині (рис. 1).

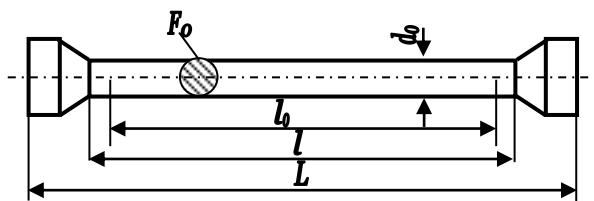


Рис. 1. Зразок до навантаження

Стандартний зразок називається основним при $d_0=10\text{мм}$ і $l_0=100\text{мм}$. Згідно із ДСТУ використовуються і пропорційні зразки:

- довгі з відношення $l_0/d_0=10$;
- короткі з відношенням $l_0/d_0=5$.

Однією з загальних задач дослідження на розтяг є отримання графіка залежності між силою P , що діє на зразок і його подовженням Δl . Цей графік, який називається **діаграмою навантажень** – викреслюється автоматично за допомогою програмного забезпечення випробовувальної машини МІ-40КУ. На рис. 2 показано діаграму розтягу зразка із маловуглецевої сталі.

На відрізку OA , тобто початковій стадії навантажування, виявляється лінійна залежність між видовженням і силою розтягу; матеріал підлягає закону Гука. Деформації матеріалу в цій стадії пружні, і повністю зникають після зняття навантаження.

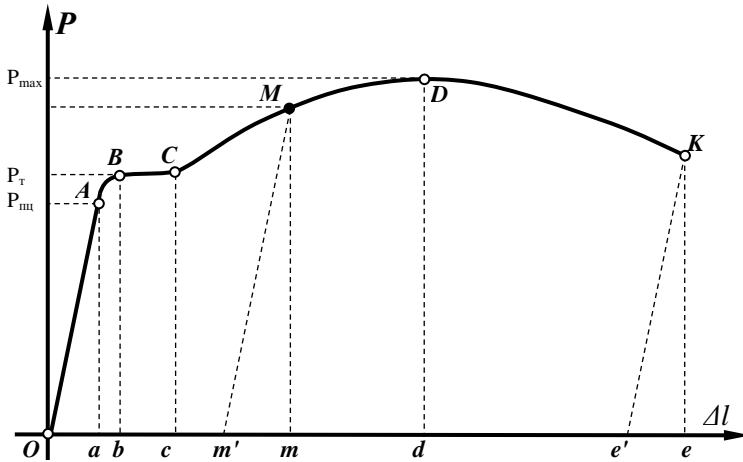


Рис. 2. Діаграма розтягу зразка

Ордината A являє собою силу P_{III} , яка відповідає границі пропорційності. Це найбільше навантаження, при якому ще зберігається прямо пропорційна залежність між силою і деформацією.

При подальшому збільшенні навантаження лінійна залежність між силою і видовженням зразка порушується. Деформації зростають значно швидше від навантаження. Закон Гука втрачає свою силу. Одночасно з пружними з'являються пластичні деформації. Навантаження, при якому величина пластичних деформацій досягає 0.003% , називається навантаженням пружності $P_{пр}$,

При досягненні деякої величини, яка відповідає точці B , навантаження практично перестає зростати. Видовження зразка від точки B до C відбувається без помітного збільшення навантаження. Ділянка BC називається зоною загальної текучості. Цю ділянку також часто називають площинкою текучості. Високовуглецеві сталі (як і інші матеріали, крім м'якої сталі) не мають площинки текучості. В межах ділянки BC відбувається пластична (непружна) деформація матеріалу. Ордината B являє собою силу, яка відповідає величині P_T .

При появі пластичних деформацій полірована поверхня зразка мутніє внаслідок появи на ній тонких ліній або смуг ковзання, які називаються лініями Чернова-Людерса. Вони направлені до осі стержня під кутом 45° і практично співпадають з площинами максимальних дотичних напружень.

Після стадії текучості матеріал знову починає чинити опір зростаючому навантаженню, настає стадія зміцнення (ділянка **CD**). Тут видовження зразка супроводжується збільшенням навантаження, але більш повільно, ніж в пружній стадії. Після досягненні максимального навантаження (точка **D**), рівномірний по довжині розтяг зразка супроводжується рівномірним його звужуванням.

Ордината точки **D** являє собою найбільшу величину розтягуючої сили P_{max} .

При максимальному навантаженні в зразку починає утворюватись місцеве звуження поперечного перерізу – шийка (рис. 3), внаслідок чого опір зразка навантаженню швидко зменшується, крива іде вниз.

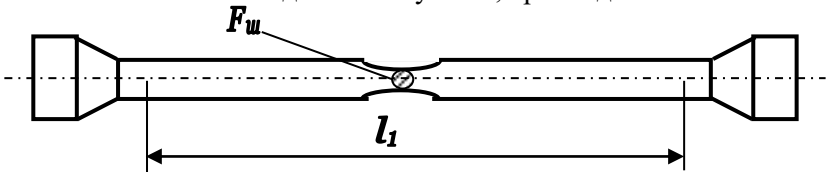


Рис. 3. Утворення шийки на зразку

Відрізок **Oe** на осі абсцис являє собою зображення в масштабі повного видовження зразка в момент перед розривом. Відрізок **Oe'** – пластична (залишкова) деформація, відрізок **ee'** – пружна (зникаюча) деформація зразка.

Площа діаграми, поміщена між кривою **OABCDKe** з віссю абсцис, являє собою роботу, затрачену на розрив зразка.

Якщо навантажити зразок до точки **M**, а потім поступово зняти це навантаження, то розвантаження пройде по прямій **Mm'**, паралельній **OA**. Відрізок **mm'** – пружна деформація, відрізок **Om'** – пластична. При повторному навантаженні цього зразка діаграма буде мати вигляд тієї ж прямої **mM**, а після точки **M** – вигляд кривої **MDK**. Границя пропорційності піднімається до тих навантажень, до яких попередньо був навантажений зразок і зменшує залишкове видовження. Це явище називається **наклепом**.

2. Порядок проведення досліду

1. Перед дослідженням необхідно ознайомитись із будовою машини, на якій проводиться дослідження.
2. Виміряти розміри зразка: діаметр, розрахункову та робочу довжини.
3. Визначити площу поперечного перерізу F_0 . Результати замірів і підрахунків занести в табл.1.

Розміри зразка, мм					
до дослідю			після розриву		
L_0	d_0	F_0	l_1	d_1	F_1
Характеристики міцності					
навантаження, кН			деформації, мм		
$P_{пц}$	P_T	P_{max}	пружна	пластична	повна

4. Ввімкнути машину, закріпити зразок в затискачах машини, ввести вихідні дані, дотримуючись послідовності, вказаної в додатку 1. Для розтягу необхідно вибрати відповідний режим роботи машини.

5. Розпочати дослід, натиснувши кнопку "Рух вверх" (див. додаток 2). Швидкість випробування повинна бути незначною для уникнення неінерційних явищ (рекомендоване значення: 2..5мм/хв). На початку навантаження спостереження за поведінкою зразка ведеться за діаграмою, яка відтворюється на екрані монітора. Невелика початкова ділянка діаграми є, як правило, криволінійною. Це викликано відсутністю повного контакту між головками зразка і захватами машини.

6. Під час дослідю необхідно звернути увагу на:

- стадію текучості матеріалу, при якому навантаження на деякий час перстає зростати, або швидкість зростання різко знижується;
- стадію утворення шийки. Як тільки навантаження досягне свого максимального значення, то під час подальшого розтягу на зразку з'явиться шийка. В шийці і в зоні, безпосередньо близької до неї, деформації зростають інтенсивніше, ніж на віддалених від неї відрізках зразка. При цьому навантаження падає і при деякому його значенні виникає розрив зразка.

3. Обробка результатів дослідю

Встановивши характер руйнування зразка (дві його частини скласти разом, акуратно притиснувши один до другого) виміряти довжину l_1 , його розрахункової частини після розриву і діаметр шийки d_1 . Відрахування за шкалою штангенциркуля необхідно проводити, не знімаючи його із зразка. Довжину l_1 можна визначити за допомогою діаграми. Для цього необхідно нанести на діаграму точку e' , провівши лінію, паралельну ОА з точки К (точка розриву) до перетину з нульовою лінією навантажень. Тоді $l_1 = l + Oe'$. Далі необхідно визначити площу поперечного перерізу зразка в місці розриву F_1 . Дані вимірювань та обчислень занести в табл. 1.

По отриманій діаграмі визначити наступні величини P_{nu} , P_t , P_{max} , значення пружної, пластичної та повної деформації зразка. Обчислені дані занести в табл. 1.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Які взірці застосовуються під час виконання цієї роботи?
3. На якій машині виконана робота?
4. Для якої ділянки діаграми розтягу справедливий закон Гука?
5. Чим характеризується площинка текучості?
6. Що відбувається у зоні зміцнення?
7. За рахунок чого відбувається руйнування зразка після утворення шийки?
8. В яких координатах будуються діаграма розтягу і діаграма навантажень?
9. Що називається повною (абсолютною) повздовжньою деформацією і відносною повздовжньою деформацією? Яка розмірність абсолютної і відносної повздовжньої деформації?
10. Яке явище називається наклепом?
11. Що таке лінії Чернова-Людєрса?

Лабораторна робота № 2

Тема: Дослідження механічних характеристик маловуглецевої сталі

Мета роботи: побудова діаграми напружень для маловуглецевої сталі та визначення її механічних характеристик.

1. Теоретичні відомості

На основі випробування на розтяг зразків проводиться визначення основних механічних характеристик матеріалу, які поділяють на **характеристики міцності**, **характеристики пластичності** та **характеристики пружності**.

Визначення характеристик міцності

Оскільки форма і розміри зразка значно впливають на значення механічних характеристик, то для отримання результатів, незалежних від розмірів, будується діаграма напружень: по осі ординат відкладається напруження $\sigma = P/F$, а по осі абсцис – відносне видовження $\varepsilon = \Delta l/l_0$ (рис. 1).

На відрізку **ОА** виявляється лінійна залежність між видовженням і силою розтягу; матеріал підлягає закону Гука.

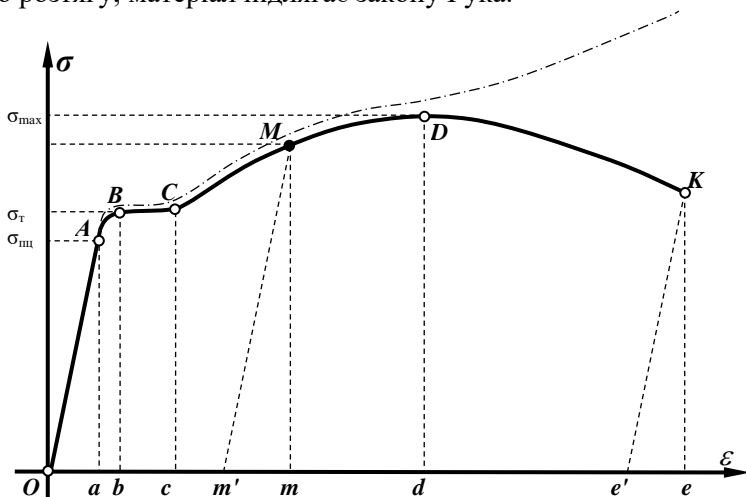


Рис. 1. Діаграма напружень

Ордината **А** являє собою **границю пропорційності**. Це найбільше напруження, при якому ще зберігається прямо пропорційна залежність між навантаженнями і деформаціями. Границя пропорційності визначається:

$$\sigma_{mц} = \frac{P_{mц}}{F_0}, \quad (1)$$

де F_0 – площа поперечного перерізу навантаженого зразка.

Зона, де величина пластичних деформацій досягає 0,003%, називається **границею пружності**:

$$\sigma_{np} = \frac{P_{np}}{F_0}. \quad (2)$$

Ділянка **BC**, що є зоною загальної текучості, характеризується пластичною (непружною) деформацією матеріалу при постійній розтягувальній силі. Напруження на цій ділянці називається **границею текучості**:

$$\sigma_m = \frac{P_m}{F_0}. \quad (3)$$

Для високовуглецевих і легованих сталей границя текучості приймається умовно відповідною напруженню, при якому залишкове подовження зразка складає 0,2% його довжини; позначаються $\sigma_{0,2}$.

Зона зміцнення характеризується зростанням опору навантаженню. Умовне напруження, яке відповідає найбільшій величині розтягуючої сили P_{max} називається **тимчасовим опором** або **границею міцності (витривалості)**:

$$\sigma_e = \sigma_{m.o} = \frac{P_{max}}{F_0}. \quad (4)$$

При максимальному навантаженні в зразку починає утворюватись шийка, внаслідок чого опір зразка навантаженню швидко зменшується, крива іде вниз. Проте істинне напруження в шийці зростає і досягає максимального значення до моменту розриву (в 2–3 рази перевищує границю міцності $\sigma_{т.о}$).

На рис. 1 суцільною лінією показано **умовну діаграму** (що побудована при умові сталої площі поперечного перерізу). Проте при видовженні зразка спостерігається зменшення площі поперечного перерізу. Тому дійсні напруження у зоні пластичних деформацій дещо вищі умовних, а особливо вони зростають після утворення шийки на зразку. Тому дійсна діаграма позначена на рис. 1 штрихпунктирною лінією.

Визначення характеристик пластичності

Величина залишкової деформації зразка характеризує пластичність матеріалу. Мірою пластичності матеріалу є **відносне залишкове видовження при розриві**:

$$\delta_3 = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (5)$$

і **відносне звуження в шийці**:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%, \quad (6)$$

де l_0 – довжина робочої частини зразка до його навантаження; l_1 – довжина робочої частини зразка після його розриву; F_1 – площа поперечного перерізу зразка в самому вузькому місці шийки після його розриву (рис. 2).

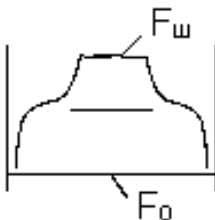


Рис. 2 Визначення площі шийки зразка

Для конструкційних сталей $\delta = 8...20\%$; $\psi \leq 60\%$.

Матеріали, для яких $\delta < 5\%$, вважають **крихкими**, а для яких $\delta > 5\%$ – **пластичними**.

Пластичні матеріали руйнуються після великих пластичних деформацій. У крихких пластичні деформації при руйнуванні незначно перевищують пружні деформації.

2. Обробка результатів дослідів

1. Використати дані, отримані в результаті проведення досліджень у лабораторній роботі № 1.

2. Визначити характеристики міцності маловуглецевої сталі за формулами (1), (3), (4) обчислити характеристики міцності.

3. За формулами (5), (6) визначити характеристики пластичності матеріалу. Обчислені дані занести в табл. 1.

Таблиця 1

Характеристики міцності			Характеристики пластичності	
напруження, МПа				
$\sigma_{пц}$	σ_T	σ_e	δ_3	ψ

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Які параметри характеризують міцність матеріалу?
3. Які параметри характеризують пластичність матеріалу?
4. Що називається границею міцності, границею текучості і границею пропорційності?
5. В яких координатах будуються діаграма напружень?
6. Як за результатами дослідів визначити марку сталі?

Лабораторна робота № 3

Тема: Визначення модуля пружності сталі

Мета роботи: перевірка закону Гука і визначення дослідним шляхом модуля поздовжньої пружності E (модуля Юнга) сталі.

1. Теоретичні відомості

У лабораторній роботі № 2 було зазначено, що розрізняють механічні характеристики міцності, пластичності та пружності. Для визначення останніх слід проводити дослідження у зоні пружних деформацій, тобто навантаження, що прикладатиметься до зразка, має не перевищувати межу пропорційності матеріалу.

В початковий період навантаження для більшості металів справедливий закон Гука, тобто його абсолютна деформація лінійно залежить від навантаження, що діє на елемент конструкції або зразок:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}. \quad (1)$$

На підтвердження справедливості закону Гука для сталі будують діаграму розтягу (рис. 1) тільки до площинки текучості в координатах «навантаження – абсолютне видовження». Отримана діаграма являє собою прямолінійну ділянку. Це дозволяє визначити модуль пружності E з формули, яка виражає закон Гука:

$$E = \frac{P \cdot l}{\Delta l \cdot F}. \quad (2)$$

Оскільки $l_0 / F_0 = const$, то $E = f(P / \Delta l)$, тобто для визначення E потрібно виміряти деформацію зразка Δl і силу P .

Модуль Юнга (модуль пружності першого роду) – постійна для даного матеріалу величина, яка характеризує пружну властивості матеріалу, його здатність чинити опір зміні форми і розмірів та має розмірність напруження.

Геометричний зміст модуля пружності першого роду полягає в тому, що він являє собою тангенс кута нахилу до осі абсцис прямолінійної ділянки діаграми напружень. Оскільки абсолютне видовження прямо пропорційне відносному видовженню $\Delta l = l_0 \cdot \varepsilon$, а сила P прямо пропорційна напруженню $P = F \cdot \sigma$, то від діаграми $P - \Delta l$ (рис. 1) легко перейти до діаграми напружень $\sigma - \varepsilon$ (рис. 2), яка відрізнятиметься лише масштабами абсциси та ординати. З цієї діаграми видно, що відношення $\sigma / \varepsilon = const$ на прямолінійній ділянці діаграми і дорівнює:

$$\sigma / \varepsilon = E. \quad (3)$$

Також для кожної точки, яка лежить на цій прямій, справедливий вираз:

$$\sigma / \varepsilon = \operatorname{tg} \alpha . \quad (4)$$

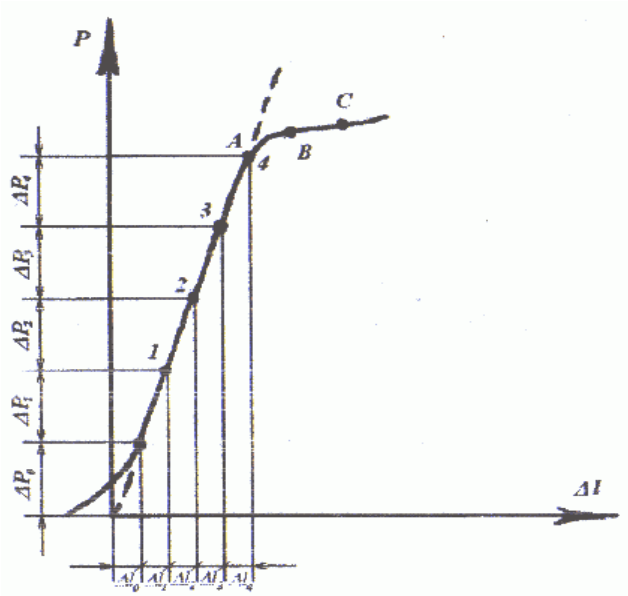


Рис. 1. Діаграма розтягу

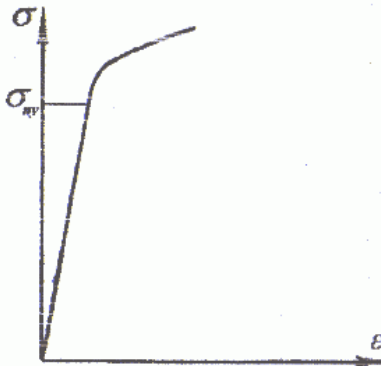


Рис. 2. Діаграма напружень

Таким чином, отримаємо:

$$E = \operatorname{tg} \alpha . \quad (5)$$

Модуль Юнга являється основною характеристикою пружності і широко використовується в розрахунках. Значення E під час розтягу і стиску для одного і того ж матеріалу дещо відрізняється, але ця різниця

невелика, тому прийнято вважати модуль пружності однаковим як при розтягу, так і при стиску.

На величину модуля Юнга впливають температура, напруження і ступінь неоднорідності матеріалу. Так, при підвищенні температури модуль E зменшується. При великих напруженнях модуль пружності менший, ніж при малих напруженнях. Обробка металів тиском підвищує стабільність цієї характеристики.

2. Підготовка досліду

Для проведення досліду необхідні:

1. Зразок: являє собою плоску сталеву штабу прямокутного поперечного перерізу.

2. Прилади: для вимірювання деформацій необхідні два важільні тензометри (рис. 3), які прикріплюються до зразка за допомогою струбцинок (рис. 4) з двох протилежних сторін. Парне розташування тензометрів виключає вплив нерівномірності розтягу штаби. Для розрахунків приймається середня величина деформації зразка, яка дорівнює півсумі двох осесиметричних волокон. (Необхідно мати на увазі, що тензометри вимірюють деформацію зразка в межах бази приладу).

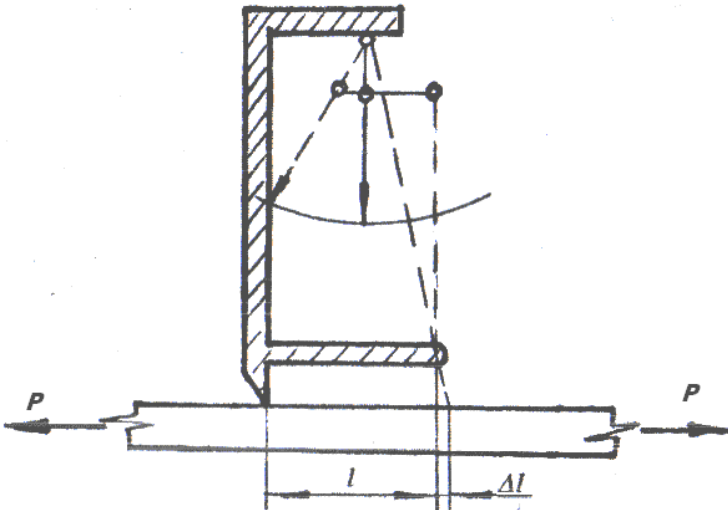


Рис. 3. Схема важільного тензометра

3. Випробна машина: для виконання роботи використовується розривна машина.

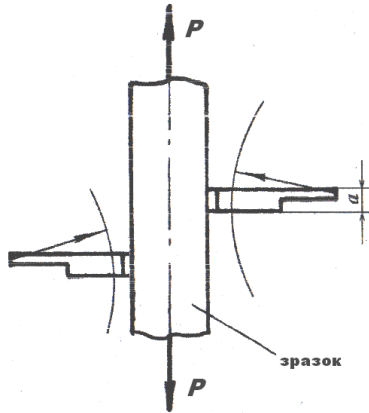


Рис. 4. Розміщення тензометрів

3. Проведення дослідів

1. До початку дослідів проводять заміри робочої частини смуги: ширини b та товщини h . Враховуючи складність встановлення зразка і тензометрів, цю роботу виконують завчасно.

2. Приступаючи до навантаження, необхідно визначити величину максимальної сили, яку можна прикладати до зразка, не викликаючи в ньому напружень, більших від границі пропорційності:

$$P \leq \sigma_{mц} \cdot F, \quad (6)$$

для маловуглецевої сталі прийняти $\sigma_{mц} = 200 \text{ МПа} = 2000 \text{ кг/см}^2$.

3. Спочатку прикласти до зразка попереднє навантаження, яке приймається за умовний нуль. При цьому зафіксувати перші покази приладів. Надалі плавне навантаження зразка вести ступенями з постійним приростом ΔP . Для кожного ступеня навантаження збільшувати до виникнення у взірці напружень, які становлять 65–80% значення границі пропорційності. При цьому звернути увагу на те, що однаковим приростам навантажень повинні відповідати однакові прирости деформацій згідно закону Гука.

4. Для ілюстрації справедливості закону Гука в межах прикладеного навантаження і одержаних деформацій слід побудувати діаграму процесу деформацій в координатних осях (P ; $(S_{лів} + S_{пр})/2$). Графік побудований по точках на основі дослідних даних повинен виражатись прямою лінією.

5. Внаслідок можливих похибок під час фіксації показів тензометрів не виключені незначні відхилення від строгої лінійної залежності між деформаціями і навантаженнями. Тому слід побудувати графік, що

відповідатиме теоретичному процесу деформуванню. Для цього необхідно визначити жорсткість стрижня за формулою:

$$c = \frac{E_T \cdot F}{l}, \quad (7)$$

де E_T — теоретичне значення модуля Юнга для маловуглецевої сталі ($E_T=2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$), F — площа поперечного зразка, l — довжина досліджуваного зразка (при розрахунках приймається довжині бази приладу). Потім слід визначити деформації, що відповідають навантаженню, для якого проводилися експериментальні дослідження, на основі закону Гука:

$$\Delta l_T = \frac{P}{c}. \quad (8)$$

Отримані результати слід нанести на графік, що відповідає експериментальним дослідженням та зробити відповідні висновки.

б. Підрахувати для кожного тензومتра окремо всі прирости деформацій, які викликані приростами навантажень; визначити середнє значення величини деформації зразка:

$$\Delta S_{cep} = \frac{\Sigma(\Delta S_{\text{ліє}} + \Delta S_{\text{пр}})}{2n}, \quad (9)$$

де ΔS_{np} – сума приростів деформацій за показами правого тензومتра; $\Delta S_{\text{ліє}}$ – сума приростів деформації за показами лівого тензومتра; n – кількість зафіксованих приростів деформацій (4–5).

Приріст напруження, викликаний приростом навантаження:

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta P}{F}. \quad (10)$$

Середній приріст відносного подовження

$$\Delta \varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\Delta S_{cep}}{a \cdot k}, \quad (11)$$

де a – база тензومتра;

k – коефіцієнт збільшення важільного тензومتра.

Таким чином, формула (3) набирає вигляду:

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon_{cep}} = \frac{a \cdot k \cdot \Delta P}{F_0 \cdot \Delta S_{cep}}. \quad (12)$$

4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Схему тензومتра та схему установки тензометрів.

3. Визначення максимального навантаження P_{max} .
4. Попередні дані:
 - a) матеріал зразка;
 - b) розміри зразка b і h ;
 - c) площа поперечного перерізу F_0 ;
 - d) початкове навантаження P_0 ;
 - e) база приладу, $a = 10\text{см}$;
 - f) коефіцієнт збільшення приладу $k = 1000$.
5. Визначити жорсткість стрижня за формулою (7).
6. Результати дослідів та теоретичних розрахунків на основі формули (8) занести до таблиці 1.
7. Побудувати графіки залежностей деформацій від навантаження, прикладеного до зразка, отримані експериментально та теоретично.
8. Зробити висновки про виконання закону Гука для зразка.
9. Середнє значення величини деформації обчислити за формулою (9).
10. Значення модуля пружності E визначити за формулою (12).
11. Порівняти теоретичне і дослідне значення модуля пружності E .
12. Зробити висновки та визначити похибку.

Таблиця 1

№	Навантаження, P (Н)	Приріст навантаження ΔP , (Н)	Покази тензометрів, мкм		Середнє значення показів тензометрів, мкм	Теоретичні значення деформацій, мкм	Приріст показів тензометрів, мкм	
			правого, S_{np}	лівого, $S_{лів}$			правого, ΔS_{np}	лівого, $\Delta S_{лів}$
1								
2								
3								
4								
5								

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Якими приладами визначаються деформації при дослідженнях?
3. Що таке база приладу?
4. Сформулюйте закон Гука.
5. Що таке модуль Юнга?
6. Чому при проведенні дослідів використовуються два прилади?
7. Як графічно реалізується закон Гука?
8. В яких координатах будуються діаграма розтягу?

Лабораторна робота № 4

Тема: Випробування взірців на стиск

Мета роботи: вивчення поведінки матеріалів під час статичного стиску та визначення їх механічних характеристик.

1. Теоретичні відомості

При стиску пластичні та крихкі матеріали ведуть себе по різному.

Пластичні матеріали (маловуглецеві сталі, алюміній, мідь та ін.) однаково добре працюють як на розтяг, так і на стиск, тому випробування на стиск являється доповненням до випробування цих матеріалів на розтяг. В процесі випробування таких матеріалів обмежуються спостереженнями за їх поведінкою і характером деформацій.

Крихкі матеріали (чавун, бетон, цемент камінь і ін.) на розтяг працюють значно гірше, тому вони застосовуються тільки в елементах конструкцій, що працюють на стиск (колонни, дамби, фундаменти і ін.). Основним видом випробувань крихких матеріалів являється випробування на стиск.

Випробування на стиск на відміну від випробувань на розтяг мають свої особливості:

1. В процесі випробування пластичні матеріали можуть стискатись, не руйнуючись при цьому і не розкришуючись, а крихкі – руйнуються;
2. Характеристики міцності та деформацій циліндричного зразка під час випробувань на стиск суттєво залежать від відношення висоти зразка до його діаметра;
3. На результати випробувань значно впливають сили тертя, що виникають між торцями зразка і опорними плитами машини.

Силу тертя можна зменшити змащуванням торців зразка графітом чи графітовою змазкою; при цьому величина границі міцності буде дещо нижчою.

Для випробувань на стиск будуть використовуватись взірці із різних матеріалів.

Металеві взірці виготовлені у вигляді циліндриків висотою $h = 10\text{мм}$ і діаметром $d = 5\text{мм}$, при цьому повинно зберігатись співвідношення: $1 \leq h/d \leq 2$. Дерев'яні зразки мають форму кубика зі стороною $a = 10\text{см}$.

Випробування сталі

При стиску зразка до деякого значення навантаження спостерігається пропорційна залежність між деформацією і навантаженням, яке викликає цю

деформацію (рис. 1, а). Відношення $P_{нц}$ до початкової площі поперечного перерізу називається границею пропорційності сталі при стиску:

$$\sigma_{нц} = \frac{P_{нц}}{F_0} \quad (1)$$

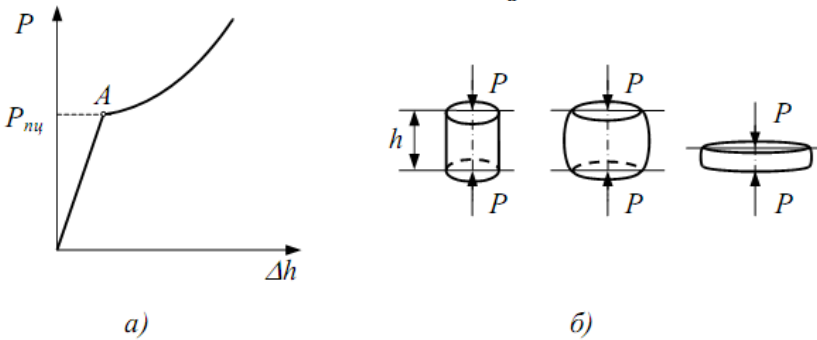


Рис.1. Деформування сталі шляхом стиску

При подальшому навантаженні спостерігається значне зростання деформацій, тобто матеріал "тече", але без чітко вираженої площинки текучості. Зразок набирає діжкоподібної форми (рис. 1, б) внаслідок того, що сили тертя між торцями зразка і опорними плитами машини гальмують розвиток деформацій біля торців зразка.

Для збільшення деформацій необхідно різко збільшити стискуюче навантаження. Зразок розплющується, часом виникають тріщини по краях. Пластичні матеріали при стиску не мають границі міцності, тобто їх можна розплющувати до отримання фольги (рис. 1, б).

Випробування чавуну

При стисканні чавунного зразка з самого початку навантаження і до руйнування спостерігається нелінійна залежність між зусиллям і переміщенням. Але в умовах тих малих деформацій, при яких матеріал використовують в різних деталях машин і споруд, діаграма $P \sim \Delta h$ являє собою лінію малої кривизни (рис. 2, а). Тому при практичних розрахунках вважають, що матеріал деформується, дотримуючись закону Гука. При поступовому навантаженні зразок коротшає, приймаючи діжкоподібну форму (рис. 2, б), а при досягненні максимального зусилля $P_{мах}$ руйнується з утворенням магістральної тріщини (рис. 2, в). Руйнування відбувається при невеликих пластичних деформаціях від максимальних дотичних напружень, які діють на площинах, нахилених до осі зразка приблизно під кутом $40^\circ \dots 50^\circ$

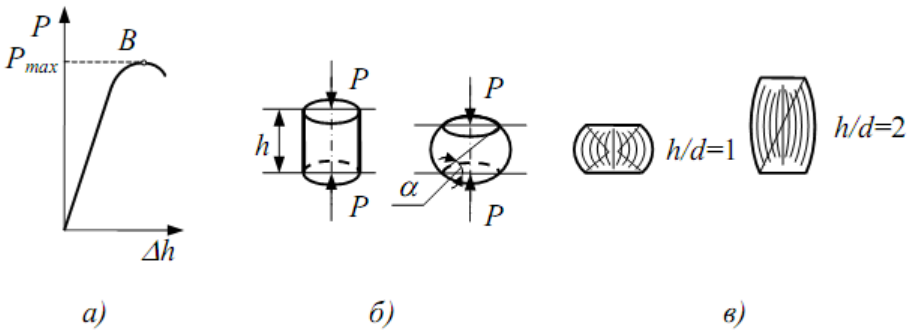


Рис. 2. Деформування чавуну шляхом стиску

Відношення зусилля P_{max} до площі F_0 поперечного перерізу називається **границею міцності** або **тимчасовим опором** чавуну при стиску:

$$\sigma_m^c = \frac{P_{max}}{F_0}. \quad (2)$$

При досягненні максимального зусилля P_{max} чавун руйнується практично миттєво, що характерно для крихких матеріалів. Необхідно пам'ятати, що границя міцності чавуну сильно залежить від умов випробування і відношення висоти h до діаметра d зразка, від якого залежить навіть вид руйнування крихких матеріалів (рис. 2, в).

2. Порядок проведення дослідів

1. Перед дослідженням необхідно ознайомитись із будовою машини, на якій проводиться дослідження.
2. Виміряти розміри зразків: діаметри та довжину для сталевих та чавунних зразків.
3. Визначити площу поперечного перерізу A_0 . Результати замірів і підрахунків занести в табл. 1.
4. Ввімкнути машину, встановити по черзі зразки на нижню робочу плиту машини, ввести вихідні дані, дотримуючись послідовності, вказаної в додатку 1. Для стиску необхідно вибрати відповідний режим роботи машини. Регулятор граничного значення осьового зусилля виставити в максимальне положення.
5. Розпочати дослід, натиснувши кнопку "Рух вниз" (див. додаток 2). Швидкість випробування повинна бути незначною для уникнення неінерційних явищ (рекомендоване значення: 2 ... 5 мм/хв).

6. Під час дослідів необхідно звернути увагу на зміну форми зразка під час деформування.

7. Після досягнення граничного значення осьового зусилля рух рухомої частини автоматично зупиниться. Натиснувши кнопку "Рух вгору" підняти рухому плиту, звільнити zdeформовані зразки.

3. Обробка результатів дослідів

1. Встановити характер руйнування. За отриманою діаграмою визначити $P_{пц}$, P_{max} , P'_{max} та за формулами (1) і (2) обчислити характеристики міцності. Обчислені дані занести в табл. 1.

Таблиця 1

Випробування сталі				
Розміри зразка			Навантаження пропорційності	Границя пропорційності
l_0	d_0	F_0	$P_{пц}$	$\sigma_{пц}$
Випробування чавуну				
Розміри зразка			Навантаження міцності	Границя міцності
l_0	d_0	F_0	P_{max}	$\sigma_{мц}$

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Які взірці застосовуються під час виконання цієї роботи?
3. На якій машині виконана робота?
4. Чим пояснюється діжкоподібна форма деформованого при стиску сталевого зразка?
5. Які механічні характеристики можна визначити при стиску м'якої сталі?
6. Яким чином руйнується чавунний зразок при стиску?

Лабораторна робота № 5

Визначення положення центру ваги перерізу

Мета роботи: встановити положення центру ваги плоского перерізу та перевірити отримане значення експериментально.

1. Теоретичні відомості

Одним з важливих елементів інженерних розрахунків є визначення положення центру ваги перерізу тіла. При відомому положенні центру ваги можна робити висновки про вид деформацій, які виникають у тілі під дією заданого навантаження (простий напружений стан: розтяг-стиск, зсув, кручення чи згин або складний: сумісна дія декількох видів простих напружених станів).

Центр паралельних сил

Поняття центру ваги пов'язують з центром паралельних сил (рис. 1). **Центром паралельних сил** називається точка на лінії дії рівнодійної цих сил, яка не змінює свого положення при повороті всіх сил навколо точок їх прикладання на один і той же кут в одному напрямку.

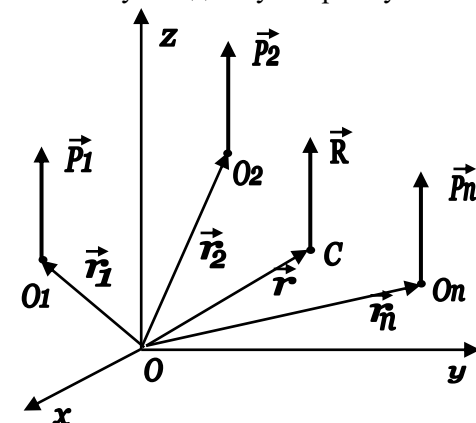


Рис. 1. Система паралельних сил

Віднесемо систему паралельних сил $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$ до декартової системи координат. Позначимо через $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ радіус-вектори точок прикладання сил. Рівнодійна цієї системи прикладена в точці C , радіус-вектор якої визначається:

$$\vec{r} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}. \quad (1)$$

Спроекувавши векторну рівність (1) у декартову систему координат отримаємо три еквівалентні рівності:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, \quad (2)$$

тут P_i — модулі сил системи, взяті з відповідним знаком, $(x_i; y_i; z_i)$ — координати прикладання точок сил.

З формул (1) та (2) випливає, що положення центру паралельних сил не залежить від напрямку дії сил, а залежить від точок їх прикладання, модулів сил та знаків величин P_i . Звідси випливає властивість системи паралельних сил: *якщо всі сили заданої системи паралельних сил повернути на один і той же кут, зберігаючи незмінними їх точки прикладання, то і рівнодійна цих сил повернеться на такий же кут, причому положення центру паралельних сил не зміниться.*

Величини $\sum_{i=1}^n P_i \cdot x_i$, $\sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i$, $\sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i$ називаються **статичними**

моментами системи паралельних сил відносно координатних площин. Якщо початок координат розмістити у точці C , статичні моменти будуть рівні нулю.

Центр ваги

Нехай маємо тверде тіло, що знаходиться поблизу поверхні Землі. На кожен елементарну частинку цього тіла діють сили притягання до Землі, напрямлені по вертикалі вниз — ваги цих частинок (рис. 2).

Сили $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$ притягаються під кутами, що є досить малими, тому можна вважати, що ці сили паралельні. Центр C цієї системи паралельних сил називається **центром ваги** даного тіла, а рівнодійна цих сил

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i,$$

що проходить через точку C , є вагою даного тіла. Якщо тіло віднести до декартової системи координат, то координати точки $C(x_C; y_C; z_C)$ визначаються за формулою (2).

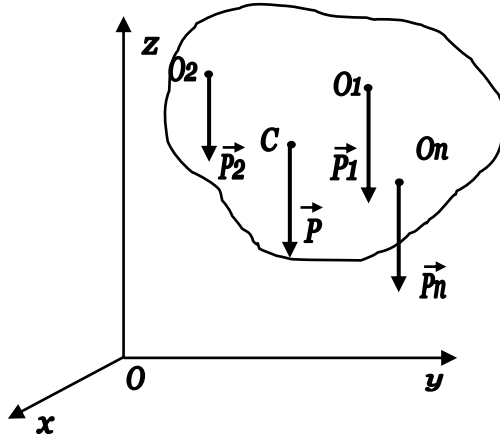


Рис.2. Центр ваги тіла

Якщо позначити вагу одиниці об'єму тіла через γ , то формули (2) запишуться у вигляді:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad (3)$$

де V_i — об'єми елементарних частин, на які розбивається тіло.

Якщо розглянути однорідну оболонку та позначити вагу одиниці її площі через γ , то формули (2) запишуться у вигляді:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (4)$$

де F_i — площі елементарних частин, на які розбивається оболонка.

Для випадку однорідної пластинки формули (4) переписуться у вигляді:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}. \quad (4')$$

Для випадку однорідного стрижня, якщо позначити вагу одиниці довжини через γ , формули (2) матимуть вигляд вигляді:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n L_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n L_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n L_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n L_i}, \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n L_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n L_i} \quad (5)$$

де L_i — довжини елементарних частин, на які розбивається стрижень.

У формулах (3), (4), (4') та (5) під елементарними частинами розуміють такі частини розглядуваного тіла, оболонки (пластинки) чи стрижня, для яких відоме положення їх центру ваги та об'єму, площі чи довжини.

Для випадку, коли розглядуване тіло утворюється шляхом відтинання (вирізання) елементарних частин (має отвори, порожнини чи вирізи), то положення центру ваги визначається за правилом **від'ємних об'ємів (площ)**:

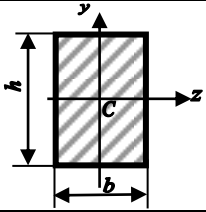
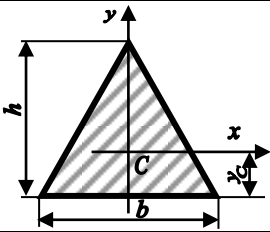
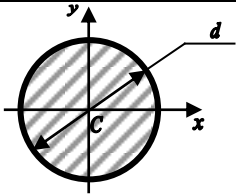
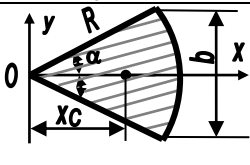
для перерізу, що має отвори, порожнини чи вирізи положення центру ваги можна визначити на основі формул (3), (4), (4') вважаючи, що порожнини, отвори чи вирізи мають від'ємний об'єм чи площу.

Якщо розглядуване тіло має площину, вісь чи центр симетрії то положення центру ваги визначається за правилом **симетрії**:

для перерізу, що має площину, вісь чи центр симетрії, положення центру ваги лежить у площині, на осі чи співпадає з центром симетрії.

Відмітимо, що при визначенні положення центру ваги тіла, оболонки (пластинки) чи стрижня поділ на елементарні частини здійснюється на основі принципу раціональності обчислень.

Центри ваги та площі деяких елементарних фігур

Форма перерізу	Площа перерізу	Положення центру ваги
	$F = bh$	Центр симетрії прямокутника (на перетині діагоналей)
	$F = \frac{bh}{2}$	$y_c = \frac{h}{3}$
	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	Центр круга (на перетині діаметрів)
	$F = \alpha R^2$	$x_c = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha};$ $x_c = \frac{R^2 b}{3F}$

3. Проведення досліду

1. Проводять вимірювання розмірів перерізу.
2. За визначеними розмірами будують переріз та розбивають його на елементарні частини.
3. Для кожної з частин визначають положення центру ваги та її площу.
4. За формулами (4') визначають положення центру ваги перерізу.
5. Здійснюють експериментальну перевірку розрахунку положення центру ваги перерізу. Для цього наносять на переріз отриманий при розрахунку центр ваги та, використовуючи штатив, проводять експериментальну перевірку (рис.3).

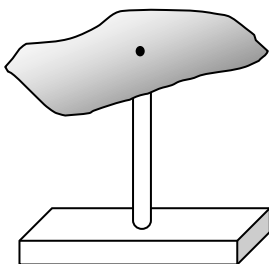


Рис. 3. Експериментальна перевірка положення центру ваги

4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Схему перерізу та його розміру, а також поділ його на елементарні частини.
3. Площі елементарних частин та положення їх центрів ваги.
4. Визначення положення центру ваги перерізу.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Як визначається центр ваги тіла?
3. Як визначається центр ваги оболонки (пластинки)?
4. Як визначається центр ваги стрижня?
5. Сформулюйте правило від'ємних об'ємів (площ).
6. Сформулюйте правило симетрії.

Лабораторна робота № 6

Тема: *Визначення деформацій у сталевій консолі*

Мета роботи: дослідна перевірка основних гіпотез теорії згину та порівняння величин прогинів і кутів повороту перерізів, отриманих експериментально, з теоретичними значеннями.

1. Теоретичні відомості

Під дією зовнішніх сил, що прикладені в одній з головних площин перерізу балки, вісь балки викривляється у тій же площині, в результаті чого точки осі переміщуються у напрямку, перпендикулярному до її початкового (недеформованого) стану (рис. 1).

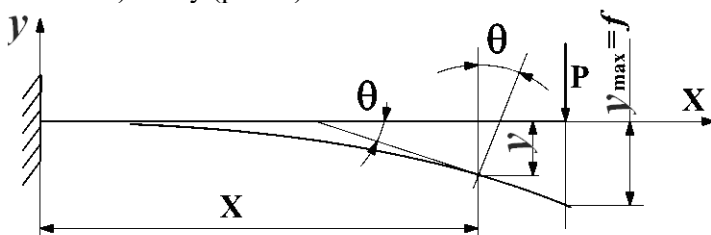


Рис. 1. Зігнута вісь балки

Викривлену вісь балки називають **зігнутою віссю** або **пружною лінією**. Вона характеризується рівнянням $y = f(x)$.

Переміщення центра ваги перерізу в напрямі, перпендикулярному до недеформованої осі балки, називається **прогином балки** в даному перерізі та позначається y . При визначенні прогину введено правило знаків: $y > 0$, коли прогин вверх.

Найбільший прогин балки називається **стрілою прогину** та позначається f .

Кут, на який повертається переріз відносно свого початкового положення, називається **кутом повороту** перерізу. Правило знаків для визначення кута повороту має вигляд: $\theta > 0$, коли поворот перерізу проти годинникової стрілки.

Оскільки кут повороту перерізу θ дорівнює куту нахилу дотичної у відповідній точці пружної лінії балки до початкового положення осі, Відповідно до геометричного змісту похідної можна записати:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\theta; \operatorname{tg}\theta \approx \theta; \frac{dy}{dx} \approx \theta. \quad (1)$$

Для визначення прогину в довільному перерізі потрібно мати рівняння пружної лінії $y = f(x)$.

Оскільки поперечні сили мало впливають на кривизну балки, то використовуючи закон Гука для чистого згину:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E \cdot I(x)}. \quad (2)$$

З курсу вищої математики відоме рівняння кривизни плоскої кривої:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \pm \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (3)$$

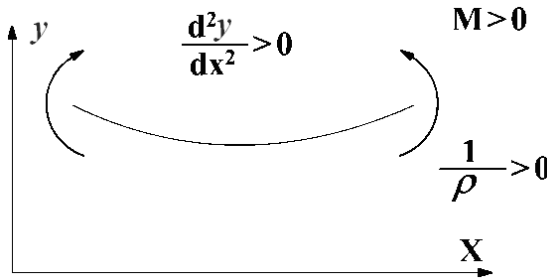


Рис. 2. Правило знаків

Оскільки за прийнятих правил знаків праві частини рівнянь (2) і (3) мають однаковий знак, то залишаючи в (3) знак плюс і прирівнюючи праві частини, одержимо точне рівняння пружної лінії балки:

$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M(x)}{E \cdot I(x)} \quad (4)$$

Рівняння (4) для малих деформацій балки можна спростити, враховуючи, що $\operatorname{tg}\theta \approx \theta$ та нехтуючи похідними вищих порядків. Таким чином, отримаємо:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I(x)}. \quad (5)$$

Це рівняння називається **основним диференціальним рівнянням пружної лінії балки**. Інтегруючи рівняння, одержимо вирази для кута повороту перерізу і прогину:

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI(x)} dx + C, \quad (6)$$

$$y(x) = \int dx \int \frac{M(x)}{EI(x)} dx + Cx + D. \quad (7)$$

Сталі C і D визначаються з умов закріплення балки та називаються **геометричними початковими параметрами**, оскільки характеризують значення кута повороту та прогину у крайній лівій точці балки (де розміщений початок координат) (рис. 3).

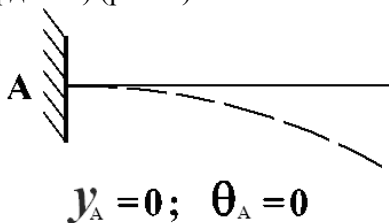


Рис. 3. Геометричні початкові параметри балки-консолі

2. Підготовка досліді

Для проведення досліді необхідні:

1. Установка: При виконанні роботи використовується установка типу СМ-76 (рис. 4). Зразок являє собою консоль прямокутного поперечного перерізу. Балка деформується від дії зосередженої сили P . Для визначення прогинів використовуються індикатори (механічного типу або електронні), що встановлені за допомогою штативів у точках B та C . Для визначення кута повороту індикатор встановлений у точці D , який сприймає стрижня, закріпленого на балці в перерізі, що розглядається.

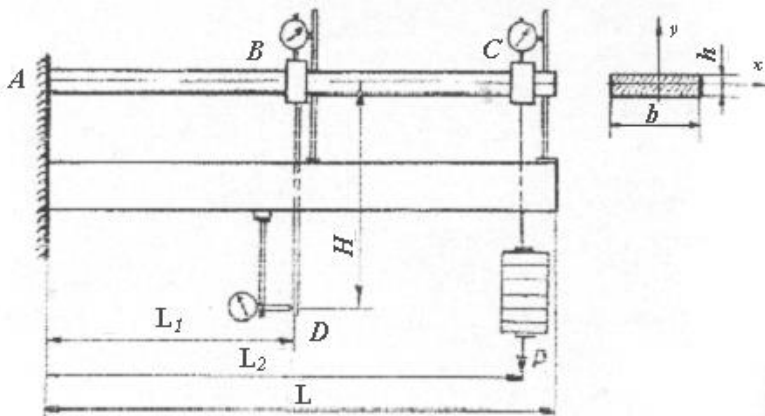


Рис. 4. Балка-консоль

2. Прилади: для вимірювання деформацій необхідні три індикатори, що можуть бути як електронними, так і механічними. Ці прилади визначають переміщення точок перерізу при прикладанні навантаження — зміну положення тіла у деформованому стані у порівнянні з недеформованим.

3. Проведення досліду

1. До початку досліду проводять заміри робочої частини балки: ширини b та товщини h . Крім того, слід визначити відстані від точки защемлення до точки прикладання навантаження та точок визначення прогинів та кута повороту.

2. Приступаючи до проведення досліджень, необхідно визначити величину максимальної сили, яку можна прикладати до балки, не викликаючи в ньому напружень, більших від границі пропорційності:

$$\frac{M_{\max}}{W} \leq \sigma_{nc}, \quad (8)$$

де $\sigma_{nc} = 200 \text{ МПа} = 2000 \text{ кг/см}^2$ — межа пропорційності маловуглецевої сталі, M_{\max} — максимальний згинальний момент від дії зосередженої сили (виникає у точці защемлення), $W = \frac{bh^2}{6}$ — момент опору перерізу.

3. Прикласти до зразка початкове навантаження. При цьому зафіксувати перші покази приладів. Надалі плавне навантаження зразка вести ступенями з постійним приростом ΔP . Для кожного ступеня навантаження збільшувати до виникнення у взірці напружень, які становлять 65–80% значення границі пропорційності. При цьому звернути увагу на те, що однаковим приростам навантажень повинні відповідати однакові прирости деформацій згідно закону Гука. Результати розрахунків занести до таблиці 1.

4. Підрахувати для кожного індикатора окремо всі прирости деформацій, які викликані приростами навантажень; визначити їх середні значення, що характеризуватимуть дослідні значення прогинів:

$$u_{\text{досл}} = \Delta u_{\text{сер}} = \frac{\sum \Delta u_C}{n}, \quad (9)$$

де Δu_C — прирости деформацій за показами індикатора, розміщеного у точці C ; n — кількість зафіксованих приростів деформацій (4–5).

Для визначення кута повороту використати формулу:

$$\theta_{\text{досл}} = \Delta u_{\text{сер}} = \frac{\sum \Delta u_D}{n \cdot H}, \quad (10)$$

де Δu_D – прирости деформацій за показами індикатора, розміщеного у точці D ; n – кількість зафіксованих приростів деформацій (4–5), H – довжина стрижня, прикріпленого до балки.

4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Схему установки для визначення переміщень перерізів консолі.
3. Визначення максимального навантаження P_{max} .
4. Попередні дані:
 - a) матеріал зразка;
 - b) модуль пружності матеріалу E ;
 - c) розміри зразка b і h ;
 - d) момент інерції J та момент опору W перерізу;
 - e) відстані від защемлення до перерізів, в яких визначаються переміщення, і до перерізу, в якому прикладається навантаження L_1, L_2 ;
 - f) розрахункова довжина кутомірного стрижня.
5. Теоретичне значення прогину і кута повороту, отримані за формулами (6) та (7).
6. Порівняння дослідних та теоретичних значень.
7. Висновки.

Таблиця 1

№	Навантаження, P ($\kappa\text{г}$)	Приріст навантаження ΔP , ($\kappa\text{г}$)	Прогин в перерізі C , мм		Кут повороту в перерізі B , рад	
			Відлік індикатора, u_C	Приріст відліку індикатора, Δu_C	Відлік індикатора, u_D	Приріст відліку індикатора, Δu_D
1						
2						
3						
4						
5						

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Якими приладами визначаються деформації при дослідженнях?
3. Що таке пружна лінія балки?
4. Що таке прогин?
5. Що таке кут повороту?
6. Що таке стріла прогину?
7. Як записується диференціальне рівняння зігнутої осі балки?

8. Що таке геометричні початкові параметри?
9. Яке правило знаків використовується при визначенні прогину?
10. Яке правило знаків використовується при визначенні кута повороту?
11. Звідки визначається значення допустимого навантаження?

Лабораторна робота № 7

Тема: *Визначення деформацій простої балки при плоскому згині*

Мета роботи: визначення лінійних та кутових переміщень у перерізах балки при згині і порівняння дослідних значень з теоретичними.

1. Теоретичні відомості

Дія зовнішніх сил, які прикладені в одній з головних площин перерізу балки, спричиняє викривлення осі балки у тій же площині, в результаті чого точки осі переміщуються у напрямку, перпендикулярному до її початкового (недеформованого) стану (рис. 1).

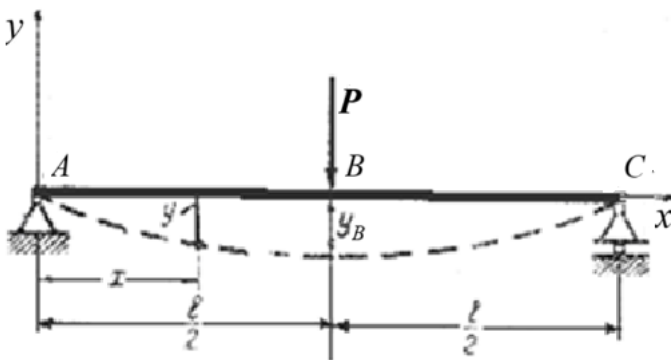


Рис. 1. Зігнута вісь балки

Викривлену вісь балки, що називається **зігнутою віссю** або **пружною лінією** характеризується рівнянням $y = f(x)$.

Найбільший прогин балки називається **стрілою прогину** та позначається f . Для простої балки стріла прогину виникає у точці прикладання сили.

Кут, на який повертається переріз відносно свого початкового положення, називається **кутом повороту** перерізу і позначається θ . На відміну від балки-консоли в опорних перерізах кут повороту має відмінне від нульового значення.

Використовуючи закон Гука для чистого згину:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EI(x)}, \quad (1)$$

Та враховуючи рівняння кривизни плоскої кривої:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (2)$$

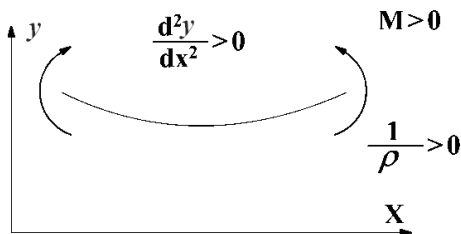


Рис. 2. Правило знаків

можна отримати точне рівняння пружної лінії балки у вигляді:

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (3)$$

Спростивши рівняння (3), враховуючи малість деформацій балки, можна отримати **основним диференціальним рівнянням пружної лінії балки**:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (4)$$

Інтегруючи рівняння, одержимо вирази для кута повороту перерізу і прогину:

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI(x)} dx + C, \quad (5)$$

$$y(x) = \int dx \int \frac{M(x)}{EI(x)} dx + Cx + D. \quad (6)$$

Сталі C і D , що визначаються з умов закріплення балки, називаються **геометричними початковими параметрами** та характеризують значення кута повороту та прогину у крайній лівій точці балки (де розміщений початок координат) (рис. 1).

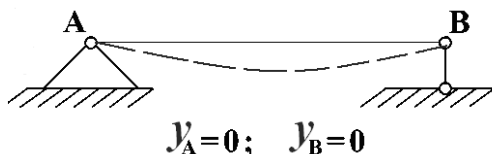


Рис. 3. Геометричні початкові параметри простої балки

2. Підготовка досліду

Для проведення досліду необхідні:

1. Установка: Робота виконується на установці СМ-4 (рис. 4), яка складається з таких основних частин: сталеві балки (1) прямокутного поперечного перерізу, яка шарнірно опирається на рухому (2) та нерухому (3) опори; індикаторної стійки (4); гирьової підвіски (5). Рухомий стоек може переміщатися по направляючій планці (6), змінюючи величину прольоту. Вимірювання кута повороту опорних перерізів проводиться за допомогою індикатора (7). Всі частини установки прикріплюються до основи (8).

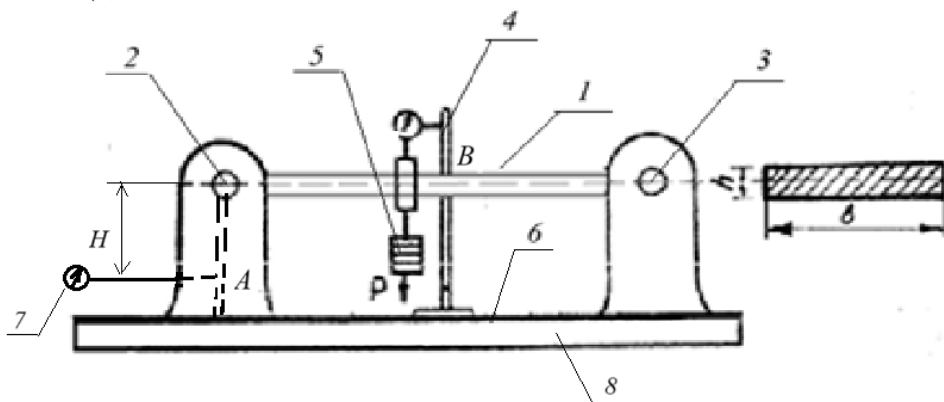


Рис. 4. Проста балка

2. Прилади: для вимірювання деформацій необхідні два індикатори, що можуть бути як електронними, так і механічними. Ці прилади визначають переміщення точок перерізу при прикладанні навантаження — зміну положення тіла у деформованому стані у порівнянні з недеформованим.

3. Проведення досліду

1. До початку досліду проводять заміри робочої частини балки: ширини b та товщини h . Крім того, слід визначити відстані від опорних перерізів до точок прикладання навантаження та точок визначення прогинів.

2. Приступаючи до проведення досліджень, необхідно визначити величину максимальної сили, яку можна прикладати до балки, не викликаючи в ньому напружень, більших від границі пропорційності:

$$\frac{M_{\max}}{W} \leq \sigma_{\text{пц}}, \quad (7)$$

де $\sigma_{\text{пц}} = 200 \text{ МПа} = 2000 \text{ кг/см}^2$ — межа пропорційності маловуглецевої сталі, M_{\max} — максимальний згинальний момент від дії зосередженої сили (виникає у точці защемлення), $W = \frac{bh^2}{6}$ — момент опору перерізу.

3. Прикласти до зразка початкове навантаження. При цьому зафіксувати перші покази приладів. Надалі плавне навантаження зразка вести ступенями з постійним приростом ΔP . Для кожного ступеня навантаження збільшувати до виникнення у взірці напружень, які становлять 65–80% значення границі пропорційності. При цьому звернути увагу на те, що однаковим приростам навантажень повинні відповідати однакові прирости деформацій згідно закону Гука. Результати розрахунків занести до таблиці 1.

4. Підрахувати для кожного індикатора окремо всі прирости деформацій, які викликані приростами навантажень; визначити їх середні значення. Дослідне значення прогину у точці B :

$$y_{\text{досл}}^B = \Delta y_{\text{сеп}}^B = \frac{\sum \Delta y_B}{n}, \quad (8)$$

де Δy_B – прирости деформацій за показами індикатора, розміщеного у точці B ; n – кількість зафіксованих приростів деформацій (4–5).

Для визначення кута повороту використати формулу:

$$\theta_{\text{досл}} = \Delta y_{\text{сеп}} = \frac{\sum \Delta y_A}{n \cdot H}, \quad (9)$$

де Δy_A – прирости деформацій за показами індикатора, розміщеного у точці A ; n – кількість зафіксованих приростів деформацій (4–5), H — довжина стрижня, прикріпленого до балки.

4. Оформлення звіту

Звіт про лабораторну роботу включає:

1. Назву і мету роботи.
2. Схему установки для визначення деформацій у простій балці.
3. Визначення максимального навантаження P_{\max} .
4. Попередні дані:
 - а) матеріал зразка;
 - б) модуль пружності матеріалу E ;

- c) розміри зразка b і h ;
 - d) момент інерції J та момент опору W перерізу;
 - e) відстані від опор до перерізу, в якому визначається переміщення та прикладається навантаження;
 - f) розрахункова довжина кутомірного стрижня.
5. Теоретичне значення прогину і кута повороту, отримані за формулами (6) та (7).
 6. Порівняння дослідних та теоретичних значень.
 7. Висновки.

Таблиця 1

№	Навантаження, P (кг)	Приріст навантаження ΔP , (кг)	Прогин в перерізі B , мм		Кут повороту в перерізі A , рад	
			Відлік індикатора, u_B	Приріст відліку індикатора, Δu_B	Відлік індикатора, u_A	Приріст відліку індикатора, Δu_A
1						
2						
3						
4						
5						

Контрольні запитання

1. Сформулюйте мету роботи.
2. Якими приладами визначаються деформації при дослідженнях?
3. Що таке пружна лінія балки?
4. Що таке прогин та кут повороту?
5. Де виникає у простій балці стріла прогину?
6. Як записується диференціальне рівняння зігнутої осі балки?
7. Які геометричні початкові параметри для простої балки?
8. Яке правило знаків використовується при визначенні прогину та кута повороту?
9. На основі чого визначається значення допустимого навантаження?

Лабораторна робота № 8

Тема: Визначення твердості металів

Мета роботи: ознайомлення з приладами і методами вимірювань твердості металів; порівняння результатів вимірювань твердості, одержаних різними методами.

1. Теоретичні відомості

Твердістю називається опір деформації на поверхні тіла при заздалегідь установленій механічній дії іншого, більш твердого тіла заданої форми та розмірів, які не змінюються протягом випробування.

Твердість є важливою механічною характеристикою, яка широко використовується в інженерії для контролю міцності поверхні готових виробів та для наближеного визначення тимчасового опору ($\sigma_{\text{мц}}$) матеріалу цих виробів.

Випробування на твердість завжди проводиться на поверхні зрізця і має характер проникнення через неї в межах іншого більш твердого тіла, ніж метал, який досліджується. Способи і умови відновлення деформації при визначенні твердості досить різні, тому існує багато методів визначення твердості. Вони відрізняються формою тіла, яке проникає, та способами проникнення.

Методи механічних випробувань на твердість умовно поділяють на статичні та динамічні.

До статичних методів визначення твердості належать методи Брінелля, Роквелла, Віккерса, при яких навантаження, що наростає повільно, прикладається до стандартного наконечника, який вдавлюється. Динамічні методи застосовуються рідше, ніж статичні. Це метод пружної віддачі (метод Шора) та ударного втиснення сталевий загартованої кульки (метод Польші). У дослідницькій практиці, крім згаданих, застосовується метод визначення твердості за подряпинами, та методи визначення мікротвердості. Визначають твердість спеціальними приладами.

Для порівняння твердості різних матеріалів форма і розміри наконечника, що втискується регламентуються ДСТУ, а його твердість значно більша за твердість виробу, що контролюється.

Число твердості одного і того ж матеріалу, визначене різними методами, різне за величиною та розмірністю. Перехід від одних одиниць твердості до інших проводиться за допомогою емпіричних формул або таблиць.

Випробування на твердість широко застосовуються внаслідок таких причин: 1) випробування виконується швидко на портативному обладнанні; 2) можна випробовувати як зрізці, так і готові деталі, зберігаючи їх

придатність для подальшої експлуатації; 3) за твердістю можна визначити інші характеристики, наприклад $\sigma_{\text{мц}}$.

2. Визначення твердості за методом Брінелля

Суть методу полягає в тому, що у взірець втискують сталеву загартовану кульку, діаметр якої D . Кулька витримується деякий час під навантаженням P , після чого на поверхні залишається відбиток (лунка), діаметр якої d , а глибина h (рис. 1).

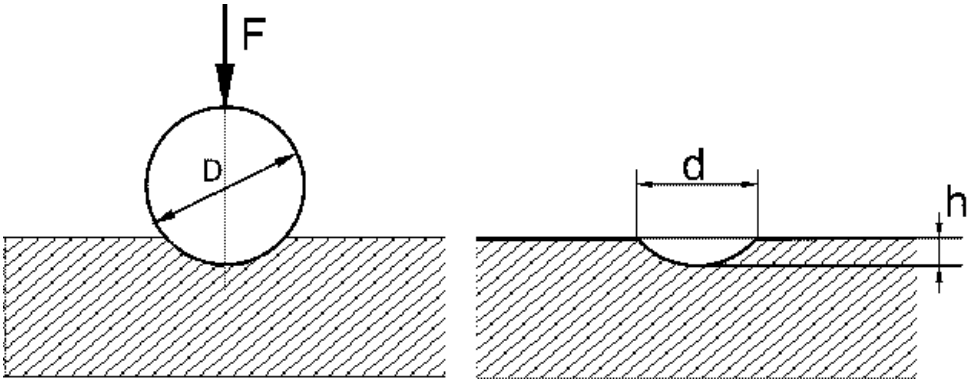


Рис. 1. Схема вимірювання твердості за Брінеллем

Мірою твердості являється величина

$$HB = \frac{F}{A} \text{ [Н/мм}^2\text{]}, \quad (1)$$

яка називається числом твердості за Брінеллем. У цій формулі F – сила втискування, $A = \pi Dh$ – площа поверхні кульового сегмента (відбитка) після розвантаження.

Величини d і h пов'язані залежністю:

$$h = \frac{1}{2}(D - \sqrt{D^2 - d^2}),$$

отже,

$$A = \frac{\pi D}{2}(D - \sqrt{D^2 - d^2}),$$

а формула (1) набирає вигляду:

$$HB = \frac{2F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (2)$$

або

$$HB = \frac{F}{D^2} \frac{2}{\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{D^2}}\right)} \quad (3)$$

Величини F , D і t – час втиснення кульки – вибирають із таблиці 1 в залежності від матеріалу, орієнтовної твердості та товщини взірця, який випробовується.

Наприклад, для сталевого взірця товщиною $\delta = 4$ мм і очікуваній твердості HB до 140 в таблиці знаходять: $F = 2500$ Н, $D = 5$ мм і $t = 10$ с.

Як видно із таблиці, із зменшенням товщини взірця навантаження та діаметр кульки необхідно брати меншими. Товщина взірця повинна бути не меншою 10-кратної глибини відбитка. Інакше на глибину відбитка вплине не тільки твердість матеріалу, який випробовується, але і на твердість предметного столика, на якому лежить взірець.

Оскільки діаметри кульки залежно від товщини взірця повинні бути різними (2.5; 5.0; 10.0 мм), то легко зробити висновок, що для одержання однакового значення HB при випробуванні взірців із одного і того матеріалу кулькою будь-якого діаметра необхідно, щоб кут φ і відношення $\frac{F}{D^2}$ мали однакове значення. Дійсно із рис. 2 видно, що

$$\frac{d}{2} = \frac{D}{2} \sin \frac{\varphi}{2}; \frac{d}{D} \approx \sin \frac{\varphi}{2}.$$

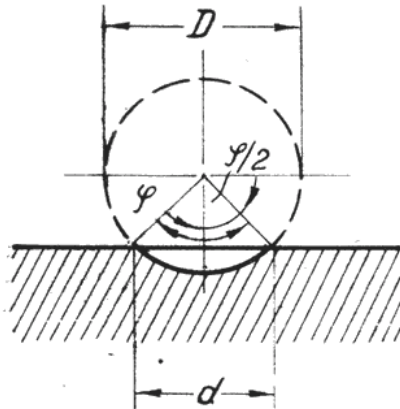


Рис. 2. Схема щодо розрахунку твердості за Брінеллем

Отже формула 3 набере вигляду:

$$HB = \frac{F}{D^2} \frac{2}{\pi \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\phi}{2}} \right)}$$

Тривалість втискування (витримка) у формулу (3) не входить, однак вона впливає на величину тим більше, чим менша твердість матеріалу. Так, наприклад, для алюмінію і антифрикційних сплавів із збільшенням витримки твердість зменшується. Тому витримка задається тривалістю 10, 30 і 60 с.

Позначення числа твердості як правило супроводжується індексами, які вказують на умови випробування. Наприклад число твердості за Брінеллем HB10/3000/30 означає, що воно отримане втисненням кульки діаметром $D = 10$ мм при навантаженні $F = 30000$ Н і витримці $t = 30$ с.

За діаметром відбитка твердість HB можна визначити використавши розрахункову формулу (3) або за таблицею, яка додається до ДЕСТ.

Між твердістю HB та тимчасовим опором розриву для сталі існує наближене співвідношення:

$$\sigma_{\text{мц}} = (0.3 \dots 0.36) HB. \quad (5)$$

Формула (5) дозволяє визначити важливу механічну характеристику $\sigma_{\text{мц}}$ без випробування на розрив, що є важливим в умовах виробництва.

Однак метод Брінелля має низку недоліків. Цим методом не можна випробовувати взірці, якщо їх твердість мало відрізняється від твердості кульки, оскільки кулька сама отримує значну деформацію, що спотворює результати досліду. При використанні звичайних сталевих кульок метод Брінелля застосовується для визначення твердості, меншої за 4500 Н/мм^2 .

Внаслідок великої глибини відбитка не можна визначити твердість спеціально обробленого поверхневого шару, оскільки кулька проникає через цей шар у більш м'яку внутрішню частину. Вимірювання діаметра відбитка потребує багато часу і буває неточним внаслідок напливу металу, який відтискується кулькою, біля країв відбитка.

Випробування на твердість методом Брінелля проводяться на пресах типу ТШ-2.

Попередньо очистивши поверхню взірця, який випробовується, необхідно виміряти його ширину b та товщину δ ; їх значення записати у лабораторний журнал.

Підготовка твердоміра до випробувань складається із наступних операцій:

1) встановлення необхідного навантаження F , визначеного за таблицею 1, навішуючи вантажі на підвіску або знімаючи їх;

- 2) закріплення кульки потрібного діаметра у оправі приладу;
- 3) перевірки та встановлення витримки.

Взірець встановлюють на предметний столик і підводять до торкання з кулькою, обертаючи маховик, потім подають попереднє навантаження і вмикають електромотор. Навантаження на взірець зростає поступово і коли досягне повного значення, на приладі засвітиться індикаторна лампа. Тривалість горіння лампи відповідає витримці. Потім взірець розвантажується і мотор автоматично вимикається. Після цього відводять предметний столик і знімають взірець. При визначенні твердості НВ необхідно дотримуватись наступних правил:

- а) відстань між центрами відбитків повинна бути не меншою за два діаметри кульки, а їх відстань від краю взірця – не менша за один діаметр;
- б) відбитків повинно бути не менше трьох.

Для швидкого визначення за виміряним відбитком чисел твердості використовують спеціальні таблиці, складені для різних умов випробувань.

3. Обробка результатів випробувань

Згідно з ДСТУ діаметри відбитків повинні бути у межах $0.2D < d < 0.6D$. Якщо ця умова не виконується, то дослід повторюють, прикладаючи відповідне навантаження.

Від точності визначення діаметра d відбитка значною мірою залежить точність визначення твердості НВ, тому визначення d кожного відбитка необхідно проводити за допомогою мікроскопа типу МПБ-2 у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Для цього початкову поділку шкали мікроскопа необхідно сумістити з краєм відбитка (рис. 3), а на іншому його краї прочитати відлік і визначити d з врахуванням збільшення. Результати вимірювання записати у таблицю лабораторного журналу (табл. 3).

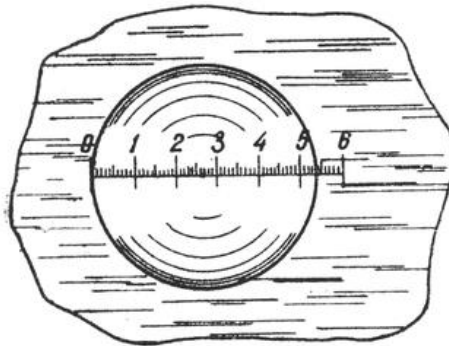


Рис. 3. Вимірювання діаметра відбитка

Значення d , які надто відрізняються від інших, необхідно виключити. За величинами двох заміряних діаметрів відбитка необхідно визначити їх середнє арифметичне значення d_{cp} і обчислити значення HB за формулою (3) або за таблицею 2. За числом твердості Брінелля не руйнуючи взірця можна отримати наближене значення тимчасового опору деяких сталей, оскільки існують прості співвідношення, а саме: для хромонікелевої сталі (або при $HB > 125$) $\sigma_{mc} = 0.34HB$, для вуглецевої сталі, (або при $HB > 175$) $\sigma_{mc} = 0.36HB$.

Отримані значення HB і σ_{mc} заносять у таблицю і визначають, наскільки розходяться значення цих величин, визначених двома різними способами (табл. 4).

Таблиця 3. Результати випробувань

Номер відбитка	Діаметр кульки D , мм	Навантаження F , Н	Витримка, с	Діаметр відбитка, мм			Число твердості за Брінеллем, HB
				d_1	d_2	d_{cp}	

Таблиця 4. Результати розрахунків

Число твердості по Брінеллю, HB , Н/мм ²		Розходження, %	Тимчасовий опір, Н/мм ²	
визначене за формулою	табличне		$\sigma_{mc} = (0.3...0.36)HB$	за розривом

Контрольні запитання

1. Що називається твердістю?
2. Які методи визначення твердості належать до статичних, а які до динамічних?
3. Які загальні вимоги до проведення випробувань на твердість?
4. Що називається мірою твердості за Брінеллем?
5. В залежності від чого назначаються навантаження, діаметр кульки і витримка при визначенні твердості за Брінеллем?
6. Який порядок підготовки та проведення випробувань на твердість за Брінеллем?
7. Як пов'язаний тимчасовий опір сталі із числом твердості за Брінеллем?
8. Недоліки методу Брінелля?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.* Опір матеріалів. К.:Вища школа, 2004. 655с.
2. *Корнілов О А.* Опір матеріалів. Київ: Лотос, 2000. 551 с.
3. *Ольховий І.М., Стасюк Б.М., Станкевич В.З.* Короткий курс опору матеріалів: Навчальний посібник. Львів: Вид-во «Національний університет "Львівська політехніка"», 2004. 196 с.
4. Опір матеріалів з основам й теорії пружності й пластичності / за заг. ред. В .Т. Піскунова. У 2-х частинах, 5-ти книгах. К.: Вища школа, 1995.
5. *Шваб'юк В.І.* Основи опору матеріалів. Навчальний посібник. Луцьк: Вид-во ЛДТУ, 2005. 280 с.

Опір матеріалів: методичні вказівки до лабораторних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Галузеве машинобудування» галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності G11 Машинобудування спеціалізації G11.03 Технологічні машини та обладнання денної та заочної форм навчання / уклад. О.А. Мікуліч, Т.В. Фурс Луцьк: ЛНТУ, 2026. 49 с.

Комп'ютерний набір
Редактор

Т.В. Фурс
Т.В. Фурс

Підп. до друку « » _____ 2026 р. Формат 60x84/16. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 2,25.
Тираж 50 прим.

Інформаційно-видавничий відділ
Луцького національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ІВВ ЛНТУ