Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет

АВТОМАТИЧНЕ КЕРУВАННЯ В АВТОМОБІЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Конспект лекцій
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Автомобільна електроніка»
галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації
спеціальності 171 Електроніка
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 681.5:629.331(07)
А – 33

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки ________________ Наталія ПОЛІЩУК

Рекомендовано до видання вченою радою факультету комп’ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № __ від « ___» ________2025 року.

Голова вченої ради ФКІТ ____________ Інна КОНДІУС

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ, протокол № ___ від «___» _________2025 року.

Завідувач кафедри ЕіТК	__________	Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ к.т.н., доц. кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ
Укладач:	__________	Сергій МОРОЗ к.т.н., доц. кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ
Рецензент:	__________	Віктор ДЕНИСЮК к.т.н., доц. кафедри АКІТ ЛНТУ
Відповідальний за випуск:	__________	Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ к.т.н., доц., завідувач кафедри електроніки та телекомунікацій ЛНТУ

А - 33 Автоматичне керування в автомобільних системах. Конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка» галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації, спеціальності 171 Електроніка, денної та заочної форм навчання / уклад. С. А. Мороз. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 120 с.

Видання містить виклад основного теоретичного лекційного матеріалу з дисципліни «Автоматичне керування в автомобільних системах.». Призначене для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка».

ЗМІСТ

Тема 1 Основні поняття та визначення автоматичного керування

План

1.1 Відомості з історії розвитку автоматичного керування.

1.2 Роль і з адачі систем автоматичного керування в автомобілебудуванні.

1.3 Суть автоматичного керування. Основні поняття і визначення.

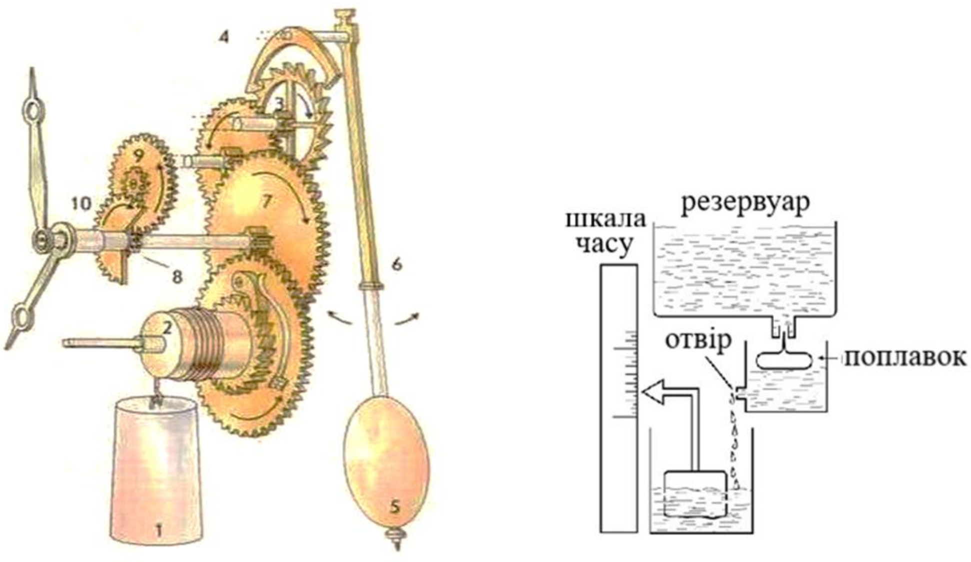
1.1 Відомості з історії розвитку автоматичного керування.

Вважають, що автоматика є порівняно молодий напрямок розвитку науки й техніки. Однак відомо, що ідеї автоматики і нескладні автоматичні пристрої використовувалися ще в стародавні часи в Єгипті, Греції та інших країнах. Так, жерці Єгипту користувалися різними автоматичними пристроями при спорудженні пірамід і храмів.

Із середніх віків є відомості про «залізну людину» феодала Альберта Великого, яка виконувала функції швейцара — відчиняла і зачиняла двері приймальної зали.

Проте автоматичні пристрої того часу ще суттєво не впливали на загальний розвиток людства і його продуктивних сил.

Першим автоматичним пристроєм який мав помітний вплив на цивілізацію, був годинник. Для підвищення точності ходу годинників було розроблено відповідні «регулятори»: поплавковий – для водяних годинників і маятниковий (1675 р. , голландський фізик і математик Х. Гюйгенс) – для механічних (рисунок 1.1).



а) маятниковий б поплавковий

Рисунок 1.1 – «Перші» регулятори для підвищення точності ходу годинників: а) маятниковий; б) поплавковий

Інтенсивний розвиток автоматики почався в XVIII — XIX ст. у зв'язку з промисловим переворотом в Європі, пов'язаним з використанням енергії пари.

Першим промисловим «регулятором» того часу був поплавковий «регулятор» (рисунок 1.2), розроблений І. І. Ползуновим для «вогнедіючої машини» (парового котла), яку він побудував у 1765 р.

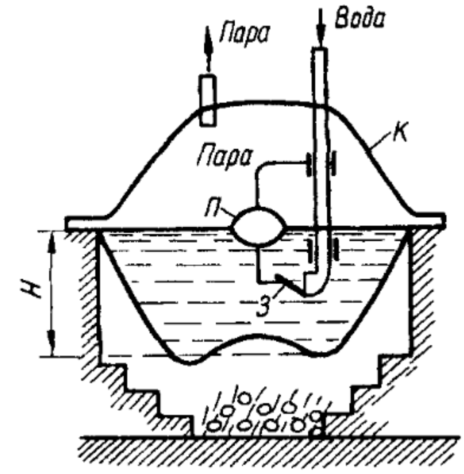


Рисунок 1.2 – Промисловий регулятор парової машини Ползунова

На рисунку 1.2 показано принципову спрощену схему машини Ползунова з поплавковим регулятором рівня води у паровому котлі К. При підвищенні витрат пари рівень води Н знижувався, поплавок П опускався і діяв на замикач З, збільшуючи надходження води в котел. При зменшенні витрат пари надходження води в котел зменшувалось. Це давало змогу різко зменшити коливання рівня води в котлі та рівня тиску пари.

На принципі зміни керованих технологічних параметрів залежно від їх відхилення відносно заданого значення в 1784 р. англійський механік Дж. Уатт побудував відцентровий «регулятор» швидкості парової машини (рисунок 1.3).

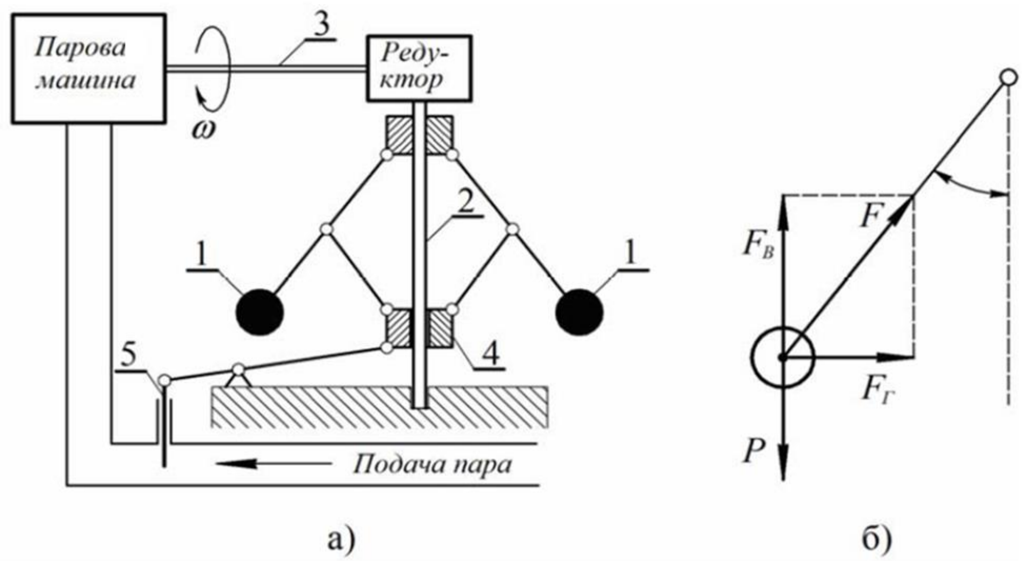


Рисунок 1.3 – Промисловий регулятор парової машини Уатта

Цей регулятор складається з двох вантажів 1, підвішених на шарнірах уздовж осі вертикального вала 2, пов'язаного через редуктор з вихідним валом парової машини 3. Важелі вантажів з'єднані з втулкою 4, яка може переміщатися уздовж вала 2. Втулка 4, в свою чергу, з'єднана важелем із заслінкою 5, положення якої визначає перетин отвору, через яке пар надходить з котла в циліндр машини.

При пуску машини її вихідний вал 3 приходить в обертання з круговою швидкістю ω, а кожен з вантажів починає відчувати вплив двох сил (див. малюнок): сили пружності важеля F (або її вертикальної і горизонтальної Fв Fг складових) і сили ваги P. Якщо величина ваги P, кут α і передавальне число редуктора підібрані такими, що при цьому Fв> P, то вантажі почнуть зміщуватися вгору і в сторони до тих пір, поки не наступить стан динамічної рівноваги, коли Fв = P. У результаті цього заслінка 5 приймає деяке положення, що відповідає певній швидкості.

Застосування наведеного регулятора забезпечує з певною точністю сталість швидкості ω незалежно від величини навантаження на валу машини і параметрів робочого пара. Так, наприклад, якщо з якої-небудь причини машина збільшить швидкість обертання, то відцентрова сила Fг також збільшиться, що призведе до зростання F а отже і Fв. Стан рівноваги порушиться і вантажі почнуть піднімати вище, що призведе до більшого закриття заслінки, зниження витрати пари і, отже, до зниження ω.

Парова машина не здатна стійко забезпечувати необхідний режим роботи, тобто не володіла «самовирівнюванням». Це викликало необхідність проведення відповідних теоретичних досліджень.

Принцип керування за відхиленням величини від заданого значення, відомий як принцип Ползунова-Уатта, дістав поширення в сучасній техніці.

У 1830 р. Шиллінг у розробленому ним телеграфі запропонував перше електромагнітне реле, яке дістало практичне застосування в різних сферах промисловості.

Одним із фундаторів теорії автоматичного керування вважається професор Петербурзького практичного технологічного інституту І. О. Вишнєградський, який опублікував у 1876 і 1878 рр. свої класичні праці «Про загальну теорію регуляторів» та «Регулятори прямої дії». В них регулятор і робоча машина розглядались як єдина динамічна система.

Велике значення для розвитку теорії автоматичного керування мали дослідження академіка О. М. Ляпунова, який в 1892 р. у своїй праці «Загальна задача про стійкість руху» заклав основи теорії стійкості нелінійних динамічних систем, а також обгрунтував вихідні положення лінійної теорії автоматичного керування.

Важливою подією було опублікування М Є. Жуковським у 1909 р. першого підручника «Теорія регулювання ходу машин», в якому, крім узагальнення відомих положень, було наведено нові дослідження регулятора з сухим тертям, основи теорії переривчастого регулювання.

В XX ст. енергія пари дедалі більше замінювалась електричною енергією, і питанням автоматизації різних електроустановок приділялося більше уваги. У цей період виникають автоматичні електростанції, автоматизуються окремі промислові ділянки, цехи та цілі підприємства (наприклад, цементні заводи та ін.). Ставляться і вирішуються завдання комплексної автоматизації цілих промислових процесів і виробництв.

У подальший розвиток теорії автоматичного керування свій внесок роблять учені різних країн світу.

В 30-ті роки 20-го століття з'являються нові – частотні методи дослідження, які розроблялися в працях вчених Х. Найквіста, А. В. Михайлова, Леонарда, Принца та ін.

У 1946 р. Г. Боде та Л. Мак-Кол застосували в практичних цілях логарифмічні характеристики. Г. Браун, А. Холл, Д. Кемпбелл, В. В. Солодовніков та інші вчені розробили зручні для інженерної практики методи та методики дослідження й синтезу систем автоматичного керування на основі частотних характеристик.

Великий внесок у розвиток нелінійної теорії автоматичного керування зробили О. О. Андронов, М. М. Крилов, М. М. Боголюбов, А. І. Лур'є, О. М. Льотов, І. М. Вознесенський, Л. С. Гольдфарб та ін.

В теорію синтезу нелінійних систем значний внесок зробив вчений В. М. Попов.

Для розвитку теорії інваріантності (незалежності об'єкта від дії збурень) велике значення мали праці Г. В. Щипанова, В. С. Кулебакіна, Б. М. Петрова, О. І. Кухтенка та ін.

В 60-80-ті роки теорія автоматичного керування вирішує все складніші питання з розробки нових систем, методів їх дослідження та синтезу. Так, у теорію розвитку систем із змінною структурою великий внесок зробив С. В. Ємельянов.

Я. 3. Ципкін є одним з відомих вчених у галузі основ теорії релейних та імпульсних систем.

Важливі роботи для розвитку теорії оптимального керування виконали Л. С. Понтрягін, М. М. Красовський, О. М. Льотов та ін.

Великою подією в розвитку автоматичного керування була поява в 1948 і 1952 рр. праць вченого Н. Вінера, які стали основою нового напрямку розвитку автоматичного керування – кібернетики (науки про загальні положення керування і зв'язок у різних системах). Великий внесок в її розвиток зробили вчені В. М. Глушков і О. Г. Івахненко, А. І. Берг, А. М. Колмогоров.

На основі методів кібернетики було розроблено автоматизовані людино-машинні системи, що дістали назву «Автоматизовані системи керування» (АСК), у тому числі технологічні процеси (АСК-ТП), в яких широко застосовується електронна обчислювальна техніка.

Теорія автоматичного керування продовжує інтенсивно розвиватися, відповідаючи на нагальні потреби виробництва. Серед сучасних напрямків розвитку автоматичного керування – теорія робототехнічних систем, гнучкі виробництва, багатовимірні екстремальні системи, теорія оптимального керування тощо.

1.2 Роль і задачі систем автоматичного керування в автомобілебудуванні

Теорія автоматичного керування вивчає процеси керування на найбільш загальному, абстрактному рівні. Вона вивчає загальні закони керування незалежно від природи конкретної системи. Тому у ній абстрагуються від конкретної фізичної природи системи і діючих в ній величин і розглядають тільки їх значення. Під час абстрагування поняття фізичної величини заміняють поняттям сигнал, розуміючи під сигналом інформацію про значення конкретної величини.

Під поняттям величина (вхідна, вихідна, збурююча величина і т.п.) розуміють конкретну фізичну величину, яка діє на систему з врахуванням її фізичної природи. Наприклад температура, напруга, швидкість обертання, світловий потік, і т.п. Поняття величина використовують у випадках коли пояснюють роботу конкретної реально існуючої системи керування.

Поняттям сигнал користуються під час теоретичного вивчення закономірностей роботи систем керування, вивчення принципів керування, законів керування. В даному випадку не має значення фізична сутність величини, а відіграє роль тільки її значення. Під поняттям сигнал (вхідний сигнал, задаючий сигнал, збурюючий сигнал, вихідний сигнал і т.п.) розуміють інформацію про значення величини (вхідної, задаючої, збурюючої), без урахування її конкретної фізичної природи.

У випадку, коли йде мова про конкретну систему, коли результати теорії потрібно використати для опису роботи певної технічної системи, тоді поняття сигнал міняють конкретною фізичною величиною, як наприклад напругою, силою, положенням ручки регулятора тощо.

Слід зауважити, що існує два поняття - керування і регулювання. Відповідно до цього розрізняють теорію керування та теорію регулювання. Керування – це більш загальне поняття охоплює значно ширше коло задач. Теорія автоматичного регулювання займається питаннями регулювання режимів роботи систем. Закони ТАК - це, переважно, закони регулювання. Тому раніше розділяли наукові дисципліни і виділяли теорію автоматичного регулювання як окрему наукову дисципліну. Термін "теорія регулювання" дещо точніший, більш точно визначає предмет вивчення. Але керування - більш загальне поняття в останній час цей термін є більш вживаним і ним ми будемо тут користуватися.

ТАК дає методи вирішення задач двох типів:

– задач аналізу роботи САК, коли за відомими характеристиками окремих елементів визначаються загальні характеристики системи і проводиться аналіз її робочого процесу;

– задач синтезу, коли за вимогами, які пред’являються до системи, визначається структура САК і її окремі елементи.

Вивчення курсу дозволяє навчитися:

– розуміти, що таке системи автоматичного керування в автомобілях, з яких елементів вона складається і які задачі вирішує;

– аналізувати цю систему з точки зору стійкості її роботи та якості вирішення поставленої задачі;

– коректувати САК за допомогою спеціальних пристроїв так, щоб вона відповідала висунутим вимогам.

1.3 Суть автоматичного керування. Основні поняття і визначення

Будь-яка діяльність людини являє собою організовану сукупність дій або операцій, які можна розділити на два класи: робочі операції та операції керування. До робочих операцій належать дії, безпосередньо необхідні для виконання процесу, а операції керування забезпечують правильне та якісне виконання робочих операцій: визначають їх початок і кінець, задають потрібні параметри процесу (швидкість, прискорення робочого інструменту, температуру, напрям і т.д.). Сукупність керуючих операцій утворює процес керування.

Операції керування та робочі операції можуть виконуватися технічними пристроями. Заміну праці людини в робочих операціях називають механізацією. Її мета – вивільнення людини від важких, одноманітних, шкідливих, стомлюючих операцій. Заміну праці людини в операціях керування називають автоматизацією, а технічні пристрої, що виконують операції керування, - автоматичними пристроями.

Під автоматикою розуміють сферу науки й техніки, яка займається розробкою теоретичних методів і технічних засобів (елементів і систем), що забезпечують розв'язання завдань дослідження, виготовлення й експлуатації окремих установок і технологічних комплексів на основі їх автоматизації.

Сукупність технічних засобів, що виконують процес і вимагають для цього спеціально організованих дій, називають об’єктом керування (ОК).

Сукупність засобів керування та об’єкта створює систему керування.

Система, в якій всі робочі операції та операції керування виконують автоматичні пристрої, називається автоматичною.

Система, в якій автоматизована тільки частина операцій, а інша частина зберігається за людиною, називається автоматизованою.

Отже, система автоматичного керування складається з об’єкта керування і керуючого пристрою (КП) (рисунок 1.4).

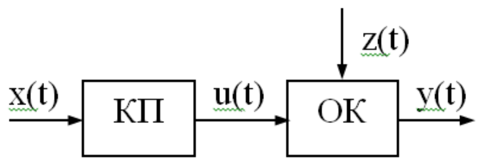


Рисунок 1.4 – Схема системи автоматичного керування

У схемі використані позначення:

x(t) – задавальний вплив;

u(t) – керуючий вплив, за допомогою якого виконується безпосереднє керування об’єктом;

$y(t)$ – вихідна координата, яка характеризує стан об'єкта;

$z(t)$ – збурення, яке заважає нормальному перебігу процесу керування.

Можна сказати, що для організації процесу керування необхідно так формувати керуючий вплив $u(t)$, аби він, компенсуючи збурення $z(t)$, забезпечував би бажану зміну вихідної координати $y(t)$.

Тут випливає таке поняття, як «алгоритм»

Алгоритм – упорядкована сукупність правил, точне виконання яких приводить до потрібного кінцевого результату.

Алгоритм, це одне із основних понять математики і кібернетики. Поняття алгоритм було введене узбецьким вченим 9-го століття Аль-Хорезмі і визначало порядок розвязання певного класу математичних задач. В сучасному понятті під алгоритмом розуміємо записаний певною мовою, або визначений певним чином, порядок виконання дій, що веде до вирішення поставленого завдання. В кібернетиці та теорії керування алгоритм, як правило, визначає порядок роботи з інформацією.

Зміна вихідної координати $y(t)$ у нормальному, бажаному ході процесу визначається сукупністю правил, указівок або математичних залежностей, яка називається алгоритмом функціонування системи. Цей алгоритм показує мету керування, бажану зміну вихідної координати.

Формування керуючого впливу $u(t)$ виконується на основі алгоритму керування - сукупності вказівок, що визначають характер дії на об'єкт з метою виконання ним алгоритму функціонування. Алгоритм керування залежить як від алгоритму функціонування, так і від динамічних властивостей системи.

Основні переваги автоматизації полягають у можливостях забезпечити:

- зростання продуктивності та поліпшення умов праці;
- виконання робіт у важкодоступних чи взагалі недоступних для людини сферах (радіоактивні зони, космос, окремі види металургійного та гірничого виробництва);
- підвищення точності, якості технологічних процесів і відповідних виробів;
- зростання надійності та техніко-економічних показників і загальної культури виробництва та кваліфікації обслуговуючого персоналу.

Автоматизація ефективно застосовується на сучасному етапі розвитку людства для досягнення зростання показників ресурсо- та енергозбереження, поліпшення екології довкілля, якості та надійності продукції.

Автоматизація виробництва здійснюється за допомогою автоматичних пристроїв, які можна класифікувати за різними ознаками (при цьому під «пристроєм» розуміють закінчену конструкцію, яка може діяти самостійно).

Майже вся сучасна техніка працює автоматично або має автоматичні режими роботи. Це електростанції, турбіни, телевізори, холодильники та ряд інших систем, чи машин. Засоби автоматики прийнято поділяти на:

- Засоби автоматики й телемеханіки.
- Системи автоматичного керування (САК).

- Автоматизовані системи керування (АСУ).

Засоби автоматики та телемеханіки - це, як правило, найбільш прості пристрої: автоматичні вимикачі, реле, реле-регулятори та ін. Принципи їх роботи вивчає наукова дисципліна «Автоматика та телемеханіка».

Системи автоматичного керування - це сукупність пристроїв автоматики та об’єктів керування. Динаміку роботи цих систем вивчає теорія автоматичного керування.

Автоматизовані системи керування – це людино-машинні системи, призначені для керування великими комплексами, підприємствами. Це системи, що включають сучасну обчислювальну техніку, яку обслуговують і роботою яких керують люди

Контрольні питання

1. Що таке об’єкт керування, керуючий пристрій?
2. Яка система називається автоматичною, автоматизованою?
3. Що таке алгоритм керування, алгоритм функціонування?

Тема 2. Класифікація систем автоматичного керування

План

2.1 Класифікація за принципом роботи
2.2 Класифікація за характером зміни задаючої величини
2.3 Класифікація за кількістю вихідних координат системи
2.4 Класифікація за характером рівнянь, які описують систему
2.5 Класифікація за характером дії в часі
2.6 Класифікація за зміною параметрів системи в часі

2.1 Класифікація за принципом роботи

Різноманітність систем автоматичного керування приводить до того, що виникає необхідність їх об'єднати певною системою класів, класифікувати за певними ознаками. Різноманітність ознак САК приводить до того, що існує багато систем їх класифікації. Ми розглянемо найбільш вживані.

Класифікація за принципом роботи:

- розімкнуті;
- замкнуті;
- комбіновані.

До розімкнутих відносять системи, в яких керування здійснюється за збуренням. Прикладом, такої системи може бути автоматизована районна котельня, яка подає гарячу воду в систему теплозабезпечення мікрорайону. Регулювання температури теплоносія в ній може здійснюватись залежно від температури навколишнього середовища.

До замкнутих відносять системи, яких здійснюється керування за відхиленням. Прикладом таких систем є регулятор Уатта, який було розглянуто раніше.

До комбінованих систем керування відносять ряд складних систем, які встановлюють в автомобілях, в гідро - та теплогенераторах, найрізноманітнішій складній техніці. Ці системи мають декілька контурів регулювання.

2.2 Класифікація за характером зміни задаючої величини

У різних підручниках використовується різна назва:

- системи стабілізації;
- слідкуючі системи;
- системи програмного керування.
- системи екстремального керування.

Системи стабілізації - це такі системи, в яких задаюча величина є постійною, а завданням системи керування є забезпечення постійного значення вихідної величини Алгоритм функціонування в таких САК може бути записаний у вигляді: $y(t)=const$. Прикладом таких систем може бути холодильник, АРУ радіоприймача, генератор електричного струму, регулятор швидкості двигуна і т.п.

Слідкуючі системи - це такі системи, в яких вхідна величина змінюється випадковим чином а завданням системи є забезпечення відповідної зміни вихідної величини.

У таких системах алгоритм функціонування завчасно невідомий; його можна записати у вигляді: $y_б(t)=F[x(t)]$, де функція F задана, а закон зміни задавальної дії x(t) невідомий. Власне слідкуюча система має алгоритм функціонування $y_б(t)=x(t)$, тобто вихідна координата повинна із заданою точністю відтворювати сам задавальний вплив. У більш загальному випадку слідкуючі системи не тільки слідкують за задавальним впливом, але й перетворюють його за певним законом

Оскільки в слідкуючих системах вхідний вплив являє собою випадкову величину, то для забезпечення високої якості регулювання система повинна мати регулятор (КП) з високою швидкодією і високою точністю.

Прикладом таких систем є системи керування зенітним вогнем, ракета типу земля-повітря, торпеди, копіри для розкрою металу, тканини і т.п.

Системи програмного керування - це системи у яких задаюча величина змінюється за відомим наперед законом і завданням системи є забезпечення відповідної зміни вихідної величини.

Алгоритм функціонування таких систем може бути записаний у вигляді $y_б=F[x(t)]$, де функція F і дія x(t) наперед визначені.

У реальних системах використовуються два види керування: з часовою програмою і з просторовою програмою. У першому випадку ЗП виробляє безпосередньо функцію x(t). У системах з просторовою програмою рух виконавчого органу (інструменту верстатів, захвату роботів, тощо) здійснюється за заданою в просторі траєкторією.

Прикладом таких систем є верстати з програмним керування, теплові печі для теплової обробки металів і т. п. У принципі їх робота аналогічна слідкуючим системам , але оскільки закон зміни вхідної величині відомий, то такі САК можуть бути дещо простішими за своєю будовою.

Системи екстремального керування здійснюють пошук екстремуму деякої функції і забезпечують роботу в режимі, близькому до екстремуму. Наприклад, система, що забезпечує настроювання радіоприймача на частоту передавальної станції за найбільшою гучністю прийому або за найбільшою яскравістю свічення індикаторної лампи. Необхідним елементом у такій системі є чутливий елемент, що знаходить екстремум.

Оскільки в системах екстремального керування вимірюється значення керованої координати, вони належать до класу систем керування за замкнутим контуром.

2.3 Класифікація за кількістю вихідних координат системи

Виділяють:

- одномірні;

- багатовимірні.

Одномірні системи - це системи, які керують тільки за однією вихідною величиною, наприклад, холодильник, двигун з регулятором швидкості, є одномірними системами.

Багатовимірні системи - це системи, які здійснюють керування за декількома вихідними величинами. Наприклад, САК зенітної ракети здійснює керування як за напрямком руху (азимутом), так і за нахилом до горизонту. САК генератора електростанції виконує керування за частотою та напругою.

Серед багатовимірних САК розрізняють системи зі зв'язаним і з незв'язаним керуванням. САК зенітної ракети має незв'язане керування, оскільки керувати рухом за азимутом може одна системи, а рухом за кутом нахилу до горизонту інша незалежна система. У випадку електричного генератора ситуація дещо складніша, оскільки зміна частоти обертання генератора приводить і до зміни напруги, тому система керування повинна бути дещо складніша, щоб забезпечити потрібну частоту струму при заданій величині напруги. Така система керування є зв'язаною.

2.4 Класифікація за характером рівнянь, які описують систему

Виділяють

- лінійні;
- нелінійні.

Лінійні системи - це системи, які описуються лінійними диференційними рівняннями. Для лінійних систем справедливий принцип суперпозиції. Принцип суперпозиції (накладання) полягає в тому, що реакція системи на суму дій пропорційна сумі реакцій на кожну дію зокрема. Наприклад на рисунок 2.1 показано стрілу прогину дошки. Якщо виправдовується правило суперпозиції, то загальна стріла прогину при двох вантажах дорівнює сумі стріл прогину кожного вантажу окремо, і система є лінійною. Принцип суперпозиції може виконуватись в якихось певних межах навантажень. Діапазон, в якому справедливий принцип суперпозиції називають діапазоном лінійності.

Нелінійні системи – це системи, в яких хоча б для однієї ланки не виконується принцип суперпозиції. Такі системи описуються нелінійними диференційними рівняннями. Аналіз їх складніший, ніж лінійних систем. Досить часто вдається звести аналіз нелінійних до аналізу лінійних систем. Методи такого приведення називаються лінеаризацією і будуть розглянуті далі.

2.5 Класифікація за характером дії в часі

Виділяють:

- безперервної дії;
- дискретної дії.

Системи безперервної дії складаються тільки з ланок, в яких вихідна величина плавно змінюється протягом часу. У безперервній системі сигнали на виході її елементів є безперервними функціями. Між елементами системи існує безперервний функціональний зв’язок. Безперервні системи описуються диференціальними рівняннями. Безперервною САР є система, її якій структура всіх зв'язків у процесі роботи не змінюється і величина па виході кожного елемента є неперервною функцією збурення і часу.

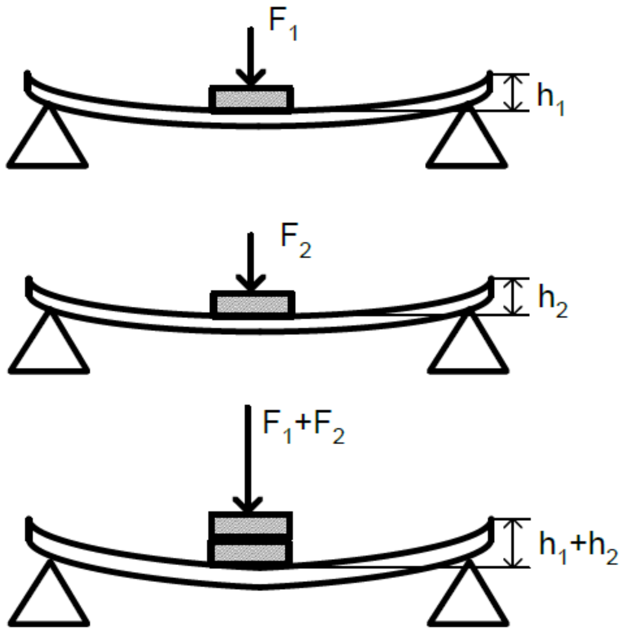


Рисунок 2.1 – Демонстрація принципу суперпозиції реакції лілійних систем

САК називається дискретною, якщо вихідна величина будь-якого з її елементів має дискретний характер. Перетворення безперервних сигналів на дискретні пов’язано з наявністю в системі дискретного елемента. Дискретні системи описуються диференціально-різницевими рівняннями.

Розрізняють такі дискретні системи:

- релейні;
- імпульсні,
- цифрові.

У системах релейної дії вихідна величина змінюється при деяких граничних значеннях вхідної величини, в системах імпульсної дії – через певні проміжки часу, а в цифрових системах і те, й інше.

Переваги перервних (імпульсних) систем полягають у періодичному характері їх дії, що дає змогу зменшити знос елементів системи і збільшити її надійність, підвищити техніко-економічні показники системи керування, виготувати вимірювальні елементи більшої чутливості, збільшити точність системи.

Системи перервної дії в основному використовуються при малій швидкодії, де їх переваги виявляються найбільшою мірою.

2.6 Класифікація за зміною параметрів системи в часі

САК поділяють на:
- стаціонарні;
- нестаціонарні.

Стаціонарна система - це така система, параметри якої незмінні протягом часу.

Нестаціонарна система має параметри, які змінюються з часом. При математичному описі таких систем деякі коефіцієнти диференційного рівняння динаміки системи є функціями часу.

Реакція стаціонарної системи на одне і те ж збурення не залежить від моменту, коли збурення відбулося. Для нестаціонарних систем реакція системи змінюється з часом.

Контрольні питання

1. Які принципи керування використовуються при побудові САК?
2. Які елементи входять до складу САК, у чому їх призначення?
3. Як класифікуються САК за алгоритмом функціонування?
4. Що таке система стабілізації, слідкуюча система, система програмного керування?
5. Який вигляд має алгоритм функціонування системи програмного керування, слідкуючої системи? Чим вони відрізняються?
6. За якими ознаками класифікуються САК?
7. Які САК називаються статичними, астатичними?
8. Що таке стаціонарна система?
9. Чим відрізняються лінійні та нелінійні САК?
10. Які системи називаються дискретними, безперервними?

Тема 3 Основні принципи керування

План

3.1 Різновиди принципів керування.
3.2 Принцип розімкнутого керування.
3.3 Принцип компенсації (керування за збуренням).
3.4 Принцип зворотного зв’язку.
3.5 Принцип адаптації.
3.6 Принцип комбінованого керування.

3.1 Різновиди принципів керування

Принцип автоматичного керування визначає, як і на основі якої інформації формувати керуючий вплив у системі. Однією з основних ознак, що характеризують принцип регулювання, є необхідна для вироблення керуючого впливу робоча інформація. Вибір принципу побудови автоматичної системи залежить від її призначення, характеру зміни задавальних і збурювальних впливів, можливостей отримання необхідної робочої інформації, стабільності параметрів керованого об'єкта і елементів керуючого пристрою, тощо.

Залежно від способів формування керуючого впливу u(t) розрізняють такі основні принципи керування: принцип розімкнутого керування, принцип компенсації (керування за збуренням), принцип зворотного зв’язку (керування за відхиленням), принцип адаптації. Розглянемо кожний із цих принципів.

3.2 Принцип розімкнутого керування

Суть принципу полягає в тому, що алгоритм керування виробляється тільки на основі заданого алгоритму функціонування і в процесі роботи системи ніяк не коректується. Схема такої САК наведена на рисунку 3.1. У цьому випадку керуючий вплив u(t) формується шляхом функціонального перетворення задавального впливу x(t) з урахуванням характеристик ОК, тобто алгоритм керування може бути записаний у вигляді: $u = f(x)$.

Схема має вид розімкнутого кола, що й визначило назву принципу. Близькість вихідної величини до бажаної забезпечується тільки правильним вибором конструкції автоматичного керуючого пристрою.

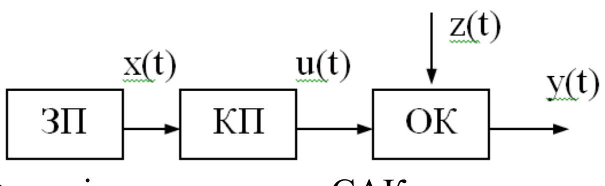


Рисунок 3.1 - Функціональна схема САК з принципом розімкнутого керування

Керування за розімкнутим циклом може забезпечити виконання алгоритму функціонування з достатньою точністю у тих випадках, коли немає збурення, характеристики об’єкта відомі наперед і в процесі роботи не змінюються. Звідси випливає основний недолік принципу розімкнутого керування: такі системи не забезпечують точності за наявності завад і зміни параметрів об’єкта. До переваг потрібно віднести простоту конструкції, високу швидкодію, малу споживану енергію.

Системи, які працюють за розімкнутим циклом, широко використовуються в різних пристроях з програмним керуванням: профільованих кулачкових механізмах, магнітофонах, автоматичних верстатах.

Розглянемо приклад розімкнутої системи автоматичного керування температури в печі за заданою програмою (рисунок 3.2). Програма керування реалізується кулачковим механізмом (КМ), профіль і частота обертання якого задає заданий алгоритм функціонування САК. Кулачок через кінематичний ланцюг пов'язаний з двигуном потенціометра (П), за допомогою якого можна змінювати струм в ланцюзі нагрівального елементу НЕ. Нагрівальний елемент (НЕ), за допомогою якого можна змінювати параметри керованого процесу (в даному випадку температуру всередині камери) називається керуючим органом об'єкта керування (ОК). Це може бути реостат, вентиль, засувка і т.п. Для посилення і перетворення напруги з потенціометра в струм, застосовується підсилювач П. Для контролю та реєстрації зміни температури в камері $T_{ВН}$ використовується чутливий елемент у вигляді термопари ТП, яка пов'язана з вимірювальним приладом ВП.

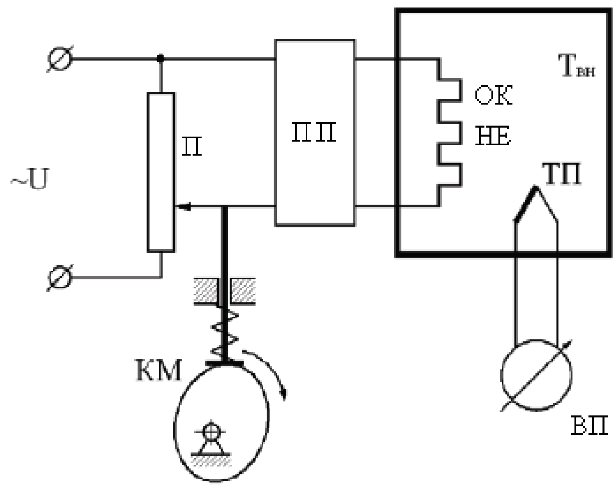


Рисунок 3.2 – Розімкнута САК температурою камери

3.3 Принцип компенсації (керування за збуренням)

Принцип компенсації запропонований в 1830р. французьким вченим Понселе для компенсації впливу момента опору на валу парової машини.

Якщо збурюючий вплив великий і розімкнута САК не забезпечує потрібної точності, то іноді можна, вимірявши збурення, внести корективи в алгоритм керування, які компенсували б відхилення алгоритму функціонування.

Принцип компенсації можна проілюструвати схемою, що наведена на рисунку 3.3 (КП2 - блок урахування завад і корекції керуючої дії).

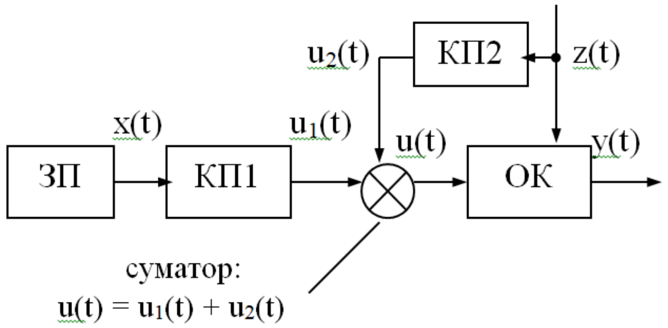


Рисунок 3.3 – Функціональна схема САК з керуванням за збуренням

Алгоритм керування може бути записаний у вигляді $u=f(x; z)$, тобто він містить у собі інформацію про задавальний та збурюючий впливи. Величина і знак додаткового сигналу повинні бути такими, щоб повністю або частково компенсувати збурюючий вплив.

Алгоритм такого керування можна записати, таким чином.

1. Визначити, який потрібен режим роботи системи згідно із задаючим сигналом.

2. Поміряти величину збурюючої дії.

3. Подати сигнал про величину збурюючої дії на керуючий пристрій.

4. Визначити, згідно з даними які є в керуючому пристрої, яка повинна бути дія на об’єкт, щоб він працював у потрібному режимі (щоб вихідна величина мала потрібне значення) при цій величині збурюючого сигналу.

5. Виробити керуючу дію на об’єкт керування з урахуванням потрібного режиму роботи і величини збурення.

Ступінь компенсації залежить від точності знання характеристик об’єкта і точності виміру збурення. Тому принцип керування за збуренням (принцип компенсації) можна використовувати тільки в тих випадках, коли відомі характеристики об’єкта і можливе вимірювання збурюючого впливу. У цьому є головний недолік принципу компенсації.

Наприклад, нехай для розімкнутої системи керування температурою в камері, наведеної на рисунку 3.4, основним збурюючим впливом є зовнішня температура $T_{ЗОВ}$ Зміна цього обурення призводить до відхилення керованої величини $T_{ВН}$ (температури всередині камери) за межі допустимого значення. В цьому випадку система розімкнутого керування не забезпечує вирішення поставленого перед нею завдання і тому необхідно будувати таку систему по принципу керування за збуренням (за принципом компенсації). Для побудови такої системи необхідно вибрати чутливий елемент, що реагує на зміну зовнішнього збурення і виконавчий пристрій, що здійснює компенсацію зовнішнього збурення. Для наведеної схеми можна придумати безліч чутливих і виконавчих елементів компенсуючих вплив зміни зовнішньої температури $T_{ЗОВ}$. У нашому випадку, найбільш простий пристрій можна створити на базі пристрою з біметалевою пластиною БП. Такий пристрій дозволяє конструктивно об'єднати чутливий елемент, виконавчий пристрій і створити систему керування за збуренням.

На рисунку 3.4. представлена схема реалізації такої САК за збуренням.

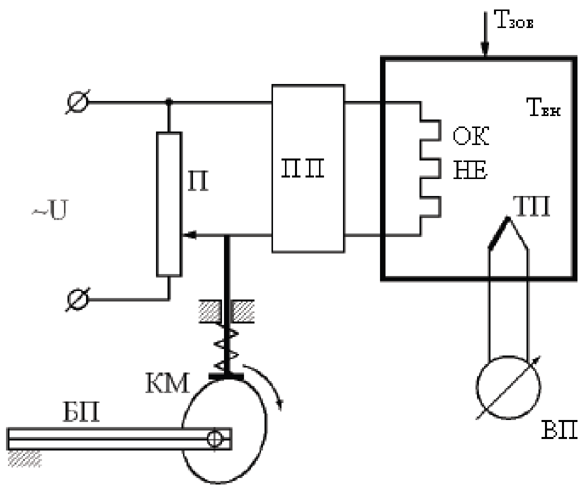


Рисунок 3.4 – САК за збуренням

3.4 Принцип зворотного зв’язку

Систему можна побудувати й так, щоб точність виконання алгоритму функціонування забезпечувалась і без вимірювання збурень. У цьому випадку корективи в алгоритм керування вносяться за фактичним значенням координат у системі. Для цього в конструкцію системи вводять додатковий зв’язок, який називається ланкою зворотного зв’язку.

Зворотний зв’язок (ЗЗ) - це такий зв’язок, по якому інформація про стан об’єкта з виходу системи передається на вхід автоматичного керуючого пристрою.

Існують жорсткий і гнучкий зворотні зв’язки. Жорсткий ЗЗ постійно подає на вхід сигнал, за величиною пропорційний сигналу на виході. Він діє не тільки в перехідному, а й усталеному режимі. Жорсткий ЗЗ дозволяє стабілізувати систему й поліпшити її перехідні характеристики. Але при цьому зменшується коефіцієнт підсилення (пропорційно глибині жорсткого ЗЗ) і знижується статична точність.

Гнучкий ЗЗ подає на вхід сигнал, пропорційний швидкості, прискоренню або інтегралу зміни вихідної величини. Тому гнучкий ЗЗ діє тільки в перехідному режимі. При введенні гнучкого ЗЗ за швидкістю або за прискоренням збільшується стійкість і зменшується коливальність системи, причому корекція за прискоренням є ефективнішою.

Схема САК, що працює за принципом зворотного зв’язку, має вид замкнутого кола (рисунок 3.5). ПЗЗ (ЧУ) - пристрій зворотного зв’язку, що формує сигнали ЗЗ, які несуть інформацію про фактичний стан об’єкта. Ця інформація порівнюється з бажаним значенням вихідної координати $y_б(t)$, і керуючий вплив u(t) виробляється відповідно до відхилення y(t) від $y_б(t)$.

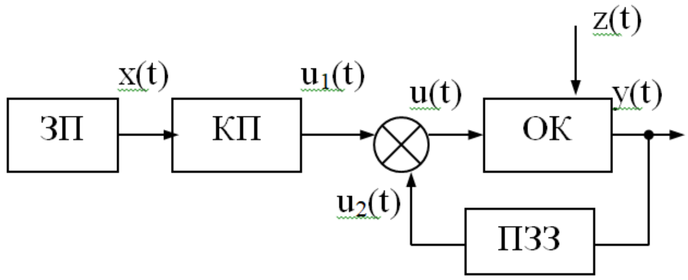


Рисунок 3.5 – Функціональна схема замкнутої САК

Алгоритм керування може бути записаний у вигляді: *u=f(x;y),* тобто вихідна величина y(t) безпосередньо бере участь у формуванні керуючого впливу.

У багатьох замкнутих системах керуючий вплив u(t) виробляється в результаті порівняння вихідної координати y(t) із задавальним впливом x(t), тобто алгоритм керування записується у вигляді *u=f(x-y).*

Такий спосіб утворення керуючого впливу називається керуванням за відхиленням (за помилкою, за розузгодженням), а системи з таким способом керування називаються системами автоматичного регулювання (САР). Функціональна схема САР наведена на рисунок 3.6.

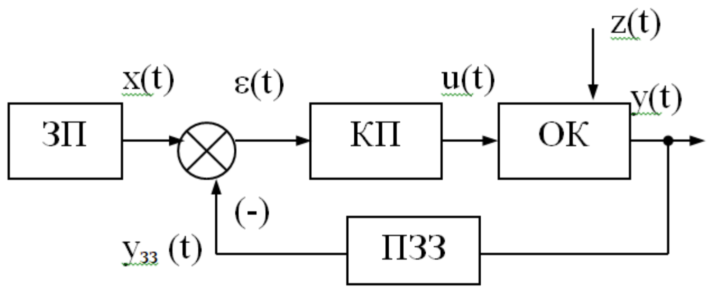


Рисунок 3.6 – Функціональна схема САР

Алгоритм керування за відхиленням можна описати таким чином:

1. Визначити, який потрібен режим роботи системи згідно із задаючим сигналом.

2. Виміряти значення вихідної величини.

3. Подати сигнал про вихідну величину на керуючий пристрій.

4. Визначити відхилення вихідної величини від потрібної.

5. Виробити керуючий сигнал на пристрій керування, який залежить від величини відхилення вихідної величини від потрібного значення.

Тут керування здійснюється залежно від різниці між значенням вихідної величини, і значенням задаючої величини. Воно здійснюється незалежно від причини, яка викликає це відхилення. Не важливо, скільки є збурюючих дій і яка з них викликала відхилення режиму роботи. Керування здійснюється тільки залежно від значення різниці величин і може враховувати будь-які впливи на систему. В цьому є перевага керування за відхиленням.

Недоліками керування за відхиленням є інерційність (відставання в часі регулюючої дії від зміни збурення), яка веде до виникнення коливань та нестабільності системи.

Можливість виникнення коливань зумовлює інерційність системи. Дійсно, пристрій керування починає діяти на об'єкт тільки тоді, коли режим роботи об'єкта зміниться, коли з'явиться різниця між значенням вихідної величина – $U_{вих}(t)$ та задаючої величини – $U_з(t)$. Тоді пристрій керування виробляє керуючу дію – $U_{кер}(t)$, яка залежить від різниці сигналів:

$$U_{кер}(t) = f(U_{вих}(t) – U_з(t)) \tag{3.1}$$

Якщо уявити, що об'єктом керування є турбіна гідроелектростанції діаметром понад 10 м і масою декілька десятків тонн, то керування за відхиленням почне діяти тільки тоді, коли в результаті зміни навантаження впаде на помітну величину швидкість обертання турбіни і система керування помітить це зменшення швидкості. Тобто керуюча дія відстає від причини, яка викликає зміну стану об'єкта. Результатом відставання за часом керуючої дії від зміни збурення є можливість появи коливань у системі. Пояснити це можна так: якщо змінилась величина збурення, то система керування починає діяти тільки тоді, коли вихідна величина об'єкта змінить своє значення. Дія системи керування приводить до того, що вихідна величина об'єкта починає змінюватись в протилежний бік. Ця дія буде до того часу, доки відхилення режиму роботи об'єкта не стане протилежним, ніж викликане збуренням. Тоді система керування почне діяти знову до повернення системи в початковий стан, але вже з протилежної величини відхилення. У результаті під час регулювання в системі виникають коливання вихідної величини. Амплітуда цих коливань з часом може зменшуватись або збільшуватись, залежно від характеристик системи. Тобто даний принцип керування, при всіх своїх добрих характеристиках, може бути причиною виникнення коливань в системі і її нестійкості.

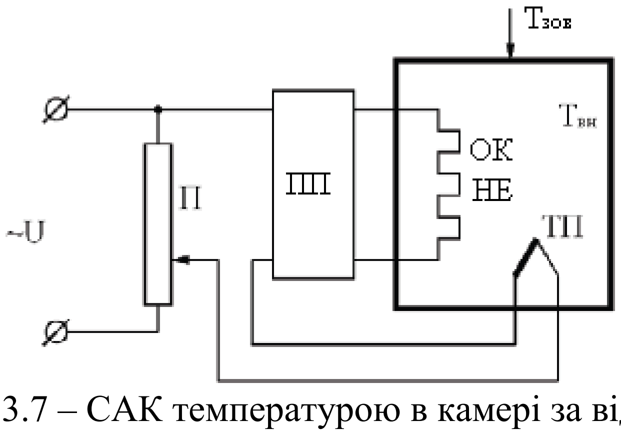


Рисунок 3.7 – САК температурою в камері за відхиленням

3.5 Принцип адаптації

У деяких випадках характеристики об’єкта керування і елементів системи бувають відомі лише приблизно, змінюються через фізичне старіння і, крім того, залежать від зовнішніх умов. Тому керування таким об’єктом за допомогою найпростішої системи з постійними параметрами виявляється або незадовільним, або зовсім неможливим. У таких випадках застосовують систему керування зі змінними властивостями.

Процес змінювання властивостей системи, що дозволяє їй досягнути найкращого або, у крайньому разі, задовільного функціонування за умов, що змінюються, називається адаптацією. Системи, що здійснюють процес адаптації, називаються адаптивними. Отже, адаптивна САК – це система, яка здатна у процесі виконання основної задачі керування змінювати параметри і структуру регулятора і тим самим поліпшувати якість свого функціонування.

Особливість структури адаптивних системи полягає у тому, що вони мають додатковий контур – контур адаптації (рисунок 3.8), призначений для перероблення інформації про умови роботи, що змінюються, і подальшого впливу на регулятор основного контуру керування. Адаптер у загальному випадку дістає інформацію про вхідну дію *x*, збурення *z*, вихідну величину *y* і діє на керуючий пристрій основного контуру. Отже, для контуру адаптації об’єктом керування є вся основна САК.

Рисунок 3.8 – Функціональна схема адаптивної системи

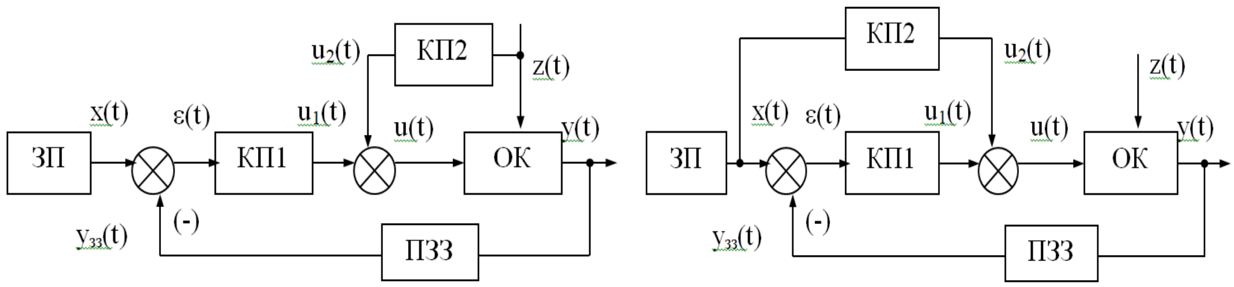
Адаптивні системи давно існують у природі. Властивість адаптації чітко виявляється, наприклад, у тому, що живі організми здатні утримувати свої координати (наприклад, температуру) в припустимих фізіологічних межах при значних змінах умов, у яких існує організм.

3.6 Принцип комбінованого керування

У ряді випадків для поліпшення точності використовується комбіноване керування - керування одночасно за розімкнутим і замкнутим циклами. Системи, які будуються за таким принципом, можуть мати і від’ємний зворотний зв’язок і ланку компенсації збурення (рисунок 3.9, а). Алгоритм керування можна записати у вигляді: $u = f(x\text{-}y;z)$.

Для повної або часткової компенсації помилок обробки задавального впливу застосовують алгоритм $u=f(x\text{-}y;x)$, коли задавальний вплив обробляється замкнутим і розімкнутим контурами (рисунок 3.9, б).

Комбіноване керування дозволяє об’єднати переваги принципів розімкнутого і замкнутого керування - швидкодію і точність регулювання.



а) б)

Рисунок 3.9 – Функціональні схеми САК з комбінованим керуванням

Контрольні питання

1. Які принципи керування використовуються при побудові САК?
2. Що таке зворотний зв’язок?
3. Як побудовані системи з розімкнутим керуванням? Зі зворотнім зв’язком? З керуванням за збуренням? Наведіть їх функціональні схеми.

Тема 4. Дослідження систем автоматичного керування

План

4.1 Аналіз і синтез систем автоматичного керування.
4.2 Стійкість керування.
4.3 Точність керування.
4.4 Режими роботи систем автоматичного керування.

4.1 Аналіз і синтез систем автоматичного керування.

В загальному автоматичне керування вивчає два кола питань, а саме:

- аналіз САК.
- синтез САК.

Аналіз – це вивчення роботи САК у різних умовах експлуатації, вивчення характеристик уже існуючих САК.

Синтез – це створення САК, які задовольняють наперед заданим вимогам, тобто це розробка систем керування відповідно до поставлених завдань, розробка нових алгоритмів керування, реалізація алгоритмів керування у конкретних САК.

Більш простішою є завдання аналізу, тому що ми вже маємо певну систему й потрібно вивчити її роботу, зробити прогноз, як ця система поведе себе в тих чи інших умовах. Таке вивчення можна здійснити різними шляхами, а саме:

- безпосередньо на самій системі, шляхом вимірювання, експерименту;
- експериментально за допомогою фізичної моделі системи;
- теоретичним шляхом;
- шляхом математичного моделювання.

Кожен з методів має свої позитивні сторони і недоліки. Безпосереднє вивчення роботи системи, проведення експериментальних досліджень дає найбільш достовірний і точний результат. Проте ми не зможемо дослідити роботу системи в ряді режимів, особливо в режимах, близьких до аварійного, а ці режими при вивченні системи цікавлять нас найбільше. Самі експерименти із системою, як правило, досить затратні. Виконати повний цикл досліджень на деяких системах практично неможливо, як наприклад, ми не можемо досліджувати характеристики керування на працюючому ядерному реакторі, космічному кораблі чи зенітній ракеті.

Дешевше і більш повне вивчення може бути здійснене за допомогою фізичної моделі. Тут також є певні переваги і недоліки. Перевага полягає в тому, що фізична модель завжди спрощена й дешевша. Модель можна піддавати найрізноманітнішим випробуванням. Недоліками використання моделі є те, що модель треба створити, на що потрібні певні затрати часу, матеріальних і фінансових ресурсів. Крім того, модель завжди спрощена, не може дати відповідь на всі запитання.

Теоретичний шлях – найбільш повний і розвинутий. Він дозволяє виконати аналіз будь-якої системи в будь-яких режимах роботи. Він є самим дешевим, не потребує значних матеріальних витрат. Проте теоретичне вивчення САК потребує глибоких спеціальних знань і високої кваліфікації спеціаліста. Його можуть виконати тільки спеціалісти, які в достатній мірі вивчили властивості САК, принципи їх роботи і володіють сучасними методами аналізу.

Теорія автоматичного керування вивчає роботу САК теоретичним шляхом. Вона використовує передові досягнення сучасної науки, результати, одержані математиками протягом століть розвитку науки. Під час теоретичних досліджень використовуються й експериментальні дані, одержані на найрізноманітніших САК та їх моделях.

Мова математики, яка використовується під час теоретичного вивчення САК– це мова формул, графіків. Це мова, на якій людина може “спілкуватись” з системами навколишнього світу. Глибоко зрозуміти роботу технічних систем можна тільки на мові математики. Без математичних методів неможливо ні запроектувати складні системи керування, ні проаналізувати їх роботу в різних режимах.

Підготовка інженерів – електромеханіків передбачає вивчення математичних методів аналізу САК. Обмежений час вивчення предмету дозволяє вивчити тільки характеристики найбільш простих САК. У даному курсі вивчають тільки лінійні системи й методи їх аналізу. Проте, одержані знання є достатніми для подальшої самостійної роботи і вивчення особливостей роботи більш складних лінійних і нелінійних систем.

Найбільш важливими завдання аналізу САК є:

- визначення, наскільки стійкою є система керування, яким є запас її стійкості;
- розрахунок точності керування і виявлення факторів, які на неї впливають;
- аналіз роботи системи в перехідних режимах роботи.

4.2 Стійкість керування

Стійкість керування – це характеристика, яка визначає можливість практичного використання системи керування. Якщо для технічних систем ми визначаємо стан системи як справна чи несправна, несправна – значить непридатна для практичного використання, то для систем керування визначаємо, чи стійка система керування чи нестійка. Нестійка система керування - це система, не придатна для практичного використання, тобто це синонім несправної системи.

Стійкість системи – це здатність системи повертатись до попереднього чи близького до нього стану після певної дії на систему.

Стійка система – це система, яка після того як на неї подіяла інша система, змінився характер взаємодії системи з іншими, чи змінились параметри самої системи, повертається до попереднього або близького до нього стану. Нестійка система, після певної дії на неї, вже не повертається до попереднього стану, а відхилення від цього стану у неї збільшується. Демонструвати властивості стійкості систем прийнято на простому механічному прикладі. На рисунку 4.1 показано кульку, яка знаходиться в певних умовах.

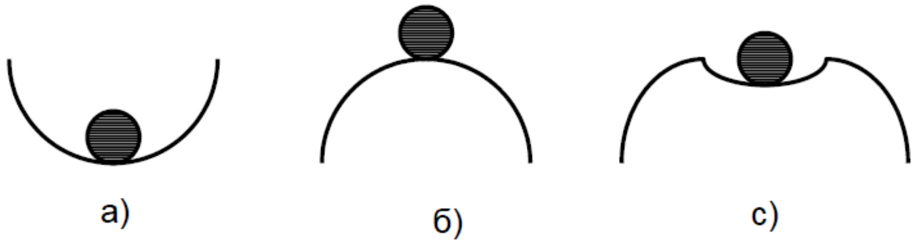


Рисунок 4.1 – Приклади стійкої та нестійкої системи: а) стійка система; б) нестійка система; с) система стійка “в малому” та нестійка “у великому”.

Рис. 3.1,а - демонструє стійку систему: кулька після дії на неї і відхилення її з точки рівноваги повертається в попереднє положення. Рис. 3.1,б - демонструє нестійку систему, тут, якщо ми кульку відхилимо від положення рівноваги, то вона вже ніяк не повернеться в початковий стан. Третій приклад, рис. 3.1,в - демонструє стійку систему в малому й нестійку у великому. При малих відхиленнях система стійка, повертається в початковий стан, але при великих відхиленнях система нестійка. Цей приклад характерний для нелінійних систем. Якщо лінійні системи, які ми переважно будемо вивчати у цьому курсі, є стійкими в малому, то вони є стійкими і у великому. Нелінійні системи можуть бути стійкими при малих діях і нестійкими при великих.

Питання стійкості систем керування є одним з визначальних. Як вже було відмічено нестійкість системи керування є аналогом несправності системи. Хоча система може бути повністю справною, але параметри її такі, що керування нестійке. Такі системи експлуатувати не можна.

Прикладів нестійких систем керування багато. Наведемо найбільш відомі. Відомий усьому світу приклад – це реактор Чорнобильської АЕС. В якомусь з режимів роботи керування реактором виявилось нестійким. Виведений зі стану рівноваги реактор не зміг повернутись назад до такого стану і в результаті стався вибух, який призвів до найбільшої у світі ядерної катастрофи. Ще один приклад – це ракета, яка декілька років тому потрапила в будинок у Броварах біля Києва. Система керування ракети виявилась нестійкою, в результаті ракета втратила керування та попала в жилий будинок.

4.3 Точність керування.

Точність керування визначається похибкою керування в усталеному режимі роботи. Похибка керування показана на рис.2.3 – це різниця між потрібним значенням вихідної величини, яке обумовлене значенням задаючого сигналу і фактичним значення, яке є на виході системи. Потрібна точність керування - важлива вимога до САК. Зрозуміло, що для практичного використання придатні тільки ті систем, які забезпечують потрібну точність регулювання. Наприклад, якщо система керування зенітною ракетою матиме недостатню точність, то ракета не попаде в ціль, тому така ракета не придатна для військових цілей. Другий приклад, якщо система керування генератором електростанції не забезпечує потрібної частоти струму, то такий генератор не потрібний.

Експлуатаційні характеристики систем керування визначає якість перехідних процесів. Від характеристика перехідних процесів залежить як САК вони працюють умовах керування. Ці характеристики визначаються часом перехідного процесу, амплітудою коливань під час перехідного процесу, їх частотою та іншими характеристиками.

4.4 Режими роботи систем автоматичного керування.

Будь-яка САК працює в двох режимах, а саме в усталеному (статичному) та перехідному.

Усталений режим роботи системи - це режим, в якому незмінною в часі є похибка регулювання, тобто $\varepsilon(t) = y_б(t) - y(t) = const$. Цей режим установлюється по завершенні перехідних процесів.

Розрізняють такі усталені режими роботи: статичний та динамічний.

Статичний усталений режим наступає тоді, коли незмінними в часі є задаюча і збурююча дії при незмінних параметрах системи, в результаті чого незмінною залишається вихідна величина системи (рис. 3.2).

Динамічний усталений режим наступає тоді, коли задаюча, збурююча чи вихідна величина змінюється за постійним в часі законом і похибка регулювання системи залишається незмінною. Наприклад, динамічні режими можуть бути, коли задаюча величина змінюється за синусоїдальним законом, коли вона змінюється з постійними в часі швидкістю чи прискоренням. Динамічним режимом є, наприклад, режим роботи регулятора рівня, коли рідина з резервуара витікає з постійною швидкістю.

Перехідний режим - це такий режим роботи системи, коли САК переходить з одного встановленого режиму роботи до іншого. Цей режим наступає тоді, коли змінюється задаюча величина і систему переводять з одного режиму роботи до іншого, або змінюється величина збурення чи змінюються параметри системи. Перехідний процес у різних системах керування проходить по різному. Змінюючи параметри системи можна змінити характер перехідного режиму.

Під час вивчення роботи та проектування САК значна увага приділяється вивченню роботи системи в перехідних режимах. Якщо в електротехнічних установках перехідні процеси займають відносно малу частку часу, але вони суттєво впливають на вимоги до установок, то в САК перехідні режими є основними режимами роботи, займають переважну частину часу і саме вони визначають вимоги до САК і методи вивчення ТАК

Перехідні режими – це найбільш суттєві режими роботи систем керування. Системи керування призначені для того, щоб працювати в перехідних режимах. Це зумовлює складність САК, вимагає використання складних математичних методів аналізу цих систем. Всі методи аналізу основані на використанні диференційних рівнянь.

Робота системи в перехідному режимі й в динамічному усталеному режимі називається динамічним режимом САК.

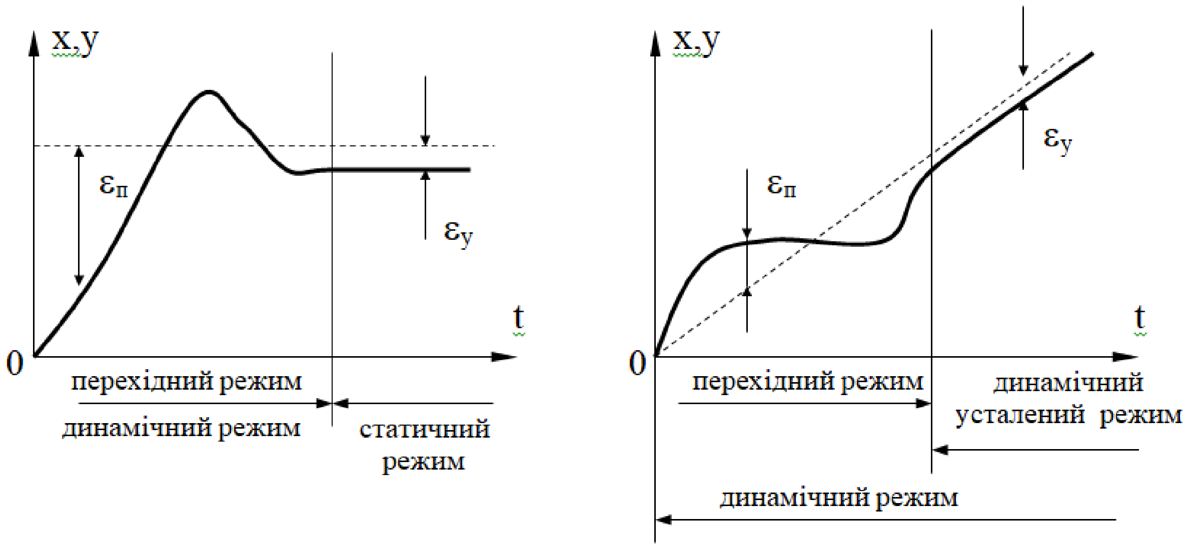


Рисунок 4.2 – Перехідні процеси в САК

Контрольні питання

1. Що таке аналіз систем автоматичного керування? Яка його мета?
2. У чому полягає суть синтезу САК?
3. Які основні методи аналізу САК існують? Назвіть переваги та недоліки кожного.
4. Чому теоретичний метод вважається найбільш повним, але водночас складним?
5. Які завдання стоять перед аналізом САК?
6. Що таке стійкість системи керування?
7. Яка відмінність між стійкою та нестійкою системою на прикладі механічної моделі?
8. Що означає поняття “стійкість у малому” та “нестійкість у великому”?
9. Чому питання стійкості є ключовим при проектуванні САК?
10. Наведіть приклади наслідків нестійкої роботи САК у реальному житті.
11. Які два основні режими роботи характерні для САК?
12. У чому полягає відмінність між статичним та динамічним усталеними режимами?
13. Що таке перехідний режим і які чинники його спричиняють?
14. Чому вивчення перехідних режимів є особливо важливим?
15. Як змінюється характер перехідного процесу при зміні параметрів системи?

Тема 5 Математичний опис систем автоматичного керування

План

5.1 Математичні моделі систем автоматичного керування. Рівняння динаміки і статики.

5.3 Форми запису рівнянь динаміки.

5.4 Перетворення Лапласа.

5.5 Перехідна функція.

5.6 Передаточна характеристика.

5.1 Математичні моделі систем автоматичного керування

На певному етапі аналізу та синтезу САК отримують її математичний опис за допомогою рівнянь (аналітичний опис), графіків, структурних схем, графів (графічний опис), таблиць (табличний опис). Причому, для опису всієї системи в цілому спочатку звичайно складають опис її окремих елементів. Так, для отримання рівнянь системи складають рівняння для кожного її елемента. Сукупність цих рівнянь називають математичною моделлю САК.

Математична модель має бути досить простою, щоб не обтяжувати дослідження, але з іншого боку - точною, щоб повніше відображати властивості самої системи.

Такою моделлю можуть слугувати диференціальні рівняння, складені на основі фізичних законів, що визначають поведінку системи (закон збереження матерії, енергії, другий закон Ньютона, закони Кірхгофа і т.д.).

Розв'язуючи ці рівняння, можна визначити значення вихідної координати y(t) системи в будь-який момент часу при вибраному законі зміни задавальних x(t) та збурюючих z(t) впливів.

У більшості випадків безперервні САК описуються нелінійними диференціальними рівняннями n-го порядку, які можуть бути записані у вигляді:

$$F(y, y',y'', \ldots, x, x',x'',\ldots) = 0. \qquad (5.1)$$

Це рівняння (для спрощення припустимо, що збурюючий вплив z(t) відсутній) описує процеси в системі при будь-яких вхідних впливах і називається рівнянням динаміки.

Якщо припустити, що вплив x(t) не змінюється і має постійне значення x_0, а процес у системі устaлився, і вихідна координата набула значення y_0, то рівняння набуде вигляду:

$$F(y_0, 0,0, \ldots, x_0,0,0, \ldots) = 0. \qquad (5.2)$$

Це рівняння описує статичний режим роботи САК і називається рівнянням статики.

Статичний режим можна описати графічно за допомогою статичних характеристик. Статичною характеристикою називається залежність вихідної величини від вхідної в статичному режимі.

У більшості випадків статичні характеристики реальних елементів нелінійні і задаються у вигляді графіків (рисунок 5.1).

Але в ряді випадків нелінійності елементів САК є неістотними, або система працює на обмежених ділянках статичних характеристик її елементів, де нелінійність недостатньо виражена. У цих випадках реальну нелінійну характеристику вдається з певним ступенем точності замінити лінійною і здійснити лінеаризацію рівнянь, тобто замінити точні нелінійні рівняння наближеними лінійними. Це дозволяє спростити методи аналізу та синтезу САК.

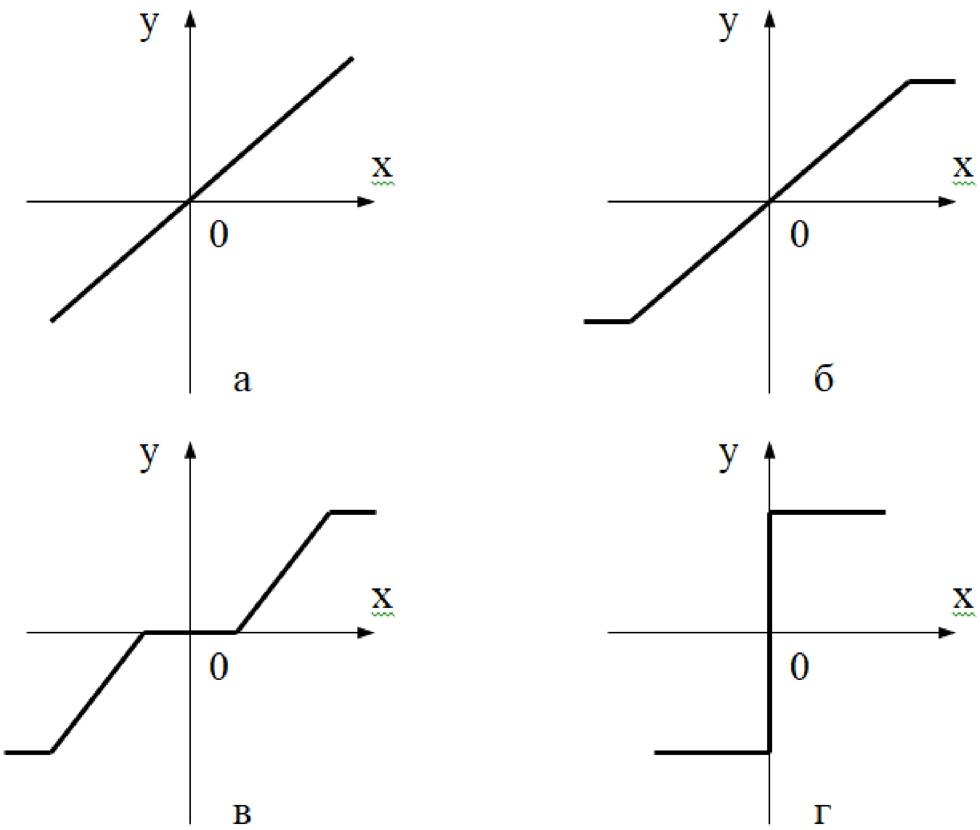
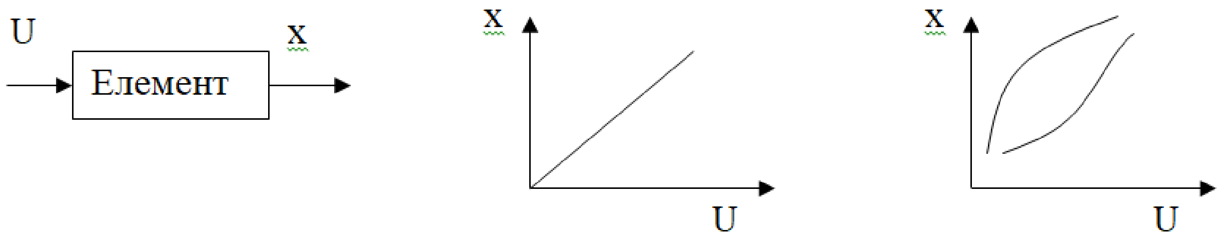


Рисунок 5.1 – Деякі типові статичні характеристики елементів:
а) лінійна; б) обмеження лінійності за виходом; в) обмеження лінійності за виходом із зоною нечутливості; г) ідеальна релейна характеристика

Раніше відзначалось, що реальні системи є нелінійними, і тому проводиться операція лінеаризації, тобто наближеної заміни нелінійних залежностей лінійними. Розглянемо приклад лінеаризації статичної характеристики елемента, схема якого показана на рисунку 5.2,а



а) б) в)

Рисунок 5.2 – Приклад лінеаризації статичної характеристики елемента: а) схема елемента; б) статична лінійна характеристика; в) статична нелінійна характеристики

В теорії автоматичного керування використовуються такі методи лінеаризації: аналітичні та графоаналітичні. Статичною характеристикою елемента чи системи називається графічна залежність виходу від входу в статиці (в усталеному режимі). Саме статична характеристика дає можливість визначити передаточний коефіцієнт, тобто пропорційність відхилень вхідних і вихідних змінних.

Якщо статична характеристика задана у вигляді аналітичної залежності

$$x = f(U), \tag{5.3}$$

то її можна розкласти в ряд Тейлора в околі робочої точки:

$$x = f(U_0) + \frac{f'(U_0)}{1!}(U - U_0) + \frac{f''(U_0)}{2!}(U - U_0)^2 + \ldots \tag{5.4}$$

де U_0 характеризує робочу точку на статичній характеристиці; $f'(U_0)$, $f''(U_0)$ - похідні функції $f(U)$ в робочій точці.

Відкидаючи другу і старші похідні, отримують рівняння лінійної (лінеаризованої) статичної характеристики

$$x \cong f(U_0) + \frac{f'(U_0)\cdot(U - U_0)}{1!} \approx a + K \cdot U, \tag{5.5}$$

де $K = f'(U_0) = \left(\frac{\partial x}{\partial U}\right)_{U=U_0}$ - коефіцієнт передачі.

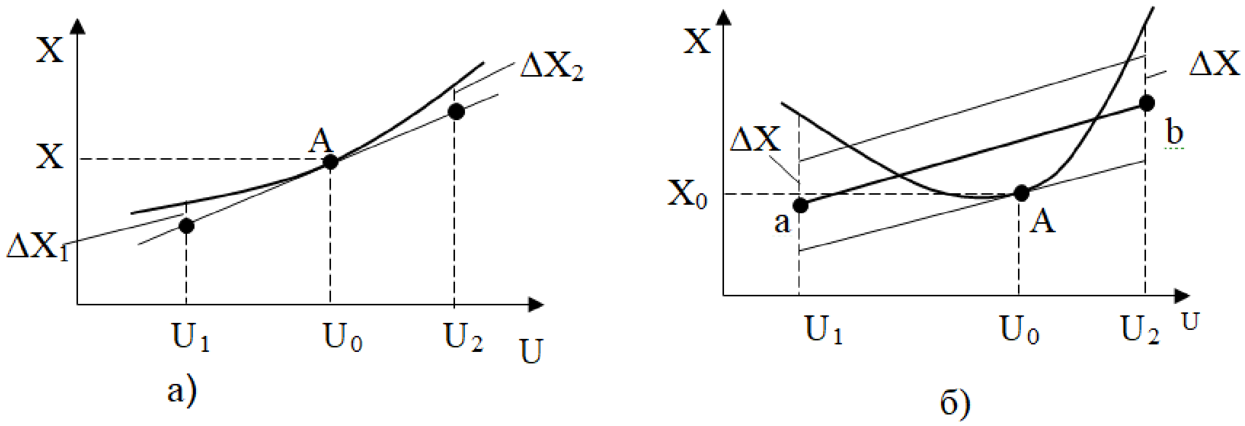


Рисунок 5.3 – Лінеаризація статичних характеристик методом дотичної(а) та січної (б)

Якщо статичні характеристики задані графічно, то лінеаризовану характеристику можна отримати графічними методами. За методом дотичної проводять дотичну до статичної характеристики в робочій точці А (U_0,X_0) так, щоб $\Delta X_1 \approx \Delta X_2$. Вона і буде лінійною статичною характеристикою в робочому діапазоні U_1,U_2 (рисунок 5.3.а). Якщо статична характеристика має вигляд, зображений на рис.3.5.б, то застосовують метод січних. Спочатку проводять дотичну до статичної характеристики в робочій точці А так, щоб $\Delta X_1 \approx \Delta X_2$, потім ділять навпіл відрізки ΔX_1 та ΔX_2, а лінійною характеристикою буде пряма a,b. Для лінійних статичних характеристик коефіцієнт передачі

$$K = \frac{\Delta X}{\Delta U} = tg\alpha , \tag{5.6}$$

де α – кут нахилу прямої до осі абсцис.

Проводячи лінеаризацію, необхідно оцінити точність заміни нелінійної характеристики лінійною. Наприклад, похибка лінеаризації при використанні метода дотичних буде найбільшою на кінцях робочого діапазону. Необхідно враховувати також, що лінеаризація проводиться в робочій точці А, і при зміні робочого режиму необхідно повторити лінеаризацію в новій робочій точці.

У результаті лінеаризації математична модель САК зводиться до системи лінійних диференціальних рівнянь чи до одного лінійного диференціального рівняння n-го порядку:

$$\begin{gathered} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t). \end{gathered} \tag{5.7}$$

5.2 Форми запису рівнянь динаміки.

Зміна протягом часу вихідної величини САК у процесі керування, тобто динаміка системи автоматичного керування, як і динаміка будь якої іншої системи, описується диференційним рівнянням. Розв’язавши рівняння за певних початкових умов, ми знатимемо, що буде відбуватись із системою протягом усього часу її роботи. На основі цих знань проектують нові САК, визначають їх поведінку в процесі експлуатації, ремонтують і вдосконалюють системи у разі потреби. Всі характеристики системи відображаються у її диференційному рівнянні. Тому розв′язання диференційних рівнянь динаміки САК є основним методом вивчення їх роботи, аналізу експлуатаційних характеристик.

Завдання аналізу САК зводиться до розв’язання диференційного рівняння (5.7).

До аналогічних рівнянь приводить розгляд інших САК. Оскільки завдання аналізу систем автоматичного керування - навчитись аналізувати динаміку систем, то ми повинні розв’язувати такі рівняння. Запишемо рівняння у більш загальному вигляді. Позначимо вхідну величину системи як *x(t),* а вихідну - *y(t)* (рисунок 5.4).

Рисунок 5.4 – Вхідна і вихідна величини системи

Це лінійне неоднорідне диференційне рівняння *n*-го порядку з постійними коефіцієнтами. У курсі математика ви вивчали методи вирішення таких рівнянь і нам потрібно тільки використати ці методи.

Математика – це мова природи. Всякі природні й технічні системи дають відповідь, зрозумілу на мові математики. Задаючи природі яке-небудь питання, ми завжди отримуємо відповідь, зрозумілу на мові математики. Чи ми кидаємо камінець під кутом до горизонту, чи запускаємо супутник, чи вмикаємо електричний двигун, чи будуємо Останкінську вишку – завжди результат наших дій можна передбачити, користуючись мовою математики. Робота інженера – це в першу чергу математичні розрахунки. Недаремно є поділ на інженера і техніка. Якщо завдання техніка – обслуговування технічних систем, їх ремонт, експлуатація, то завдання інженера – проектування таких систем, аналіз причин їх незадовільної роботи, розробка мір, які приведуть до бажаних результатів. І це не залежить від того, яка спеціальність інженера: електрик, механік, будівельник чи інший.

Наскільки складна мова математики? Це найпростіша мова з усіх людських мов. Єдині вимоги – це послідовність і акуратність у всіх відповідях. Вся будова математики складається з невеликої кількості цеглин.

Їх потрібно досконало знати і вільно володіти ними. Закладаються вони в шкільному курсі математики. Якщо є де-небудь пропуск, щось пропущене, не зрозуміле, те що не пройшло через свідомість, то тоді виникають проблеми. Щоб проблем не було, потрібно послідовно, нічого не пропускаючи, вивчати матеріал. У навчальних посібниках матеріал викладається так, щоб не було самих маленьких незрозумілих речей.

Для опису динаміки роботи САК одержано неоднорідне лінійне диференційне рівняння з постійними коефіцієнтами. Розв'язавши його, ми одержимо всі відповіді на поведінку системи. Перш ніж приступити до розв'язання рівняння, згадаємо основні положення теорії диференційних рівнянь.

Диференційне рівняння – це рівняння, в якому встановлено знак рівності між певними функціями та їх похідними. На відміну від алгебраїчного рівняння, в якому порівнюють різні функції між собою, в диференційному рівнянні рівність встановлюється між функціями та їх похідними. Розв'язком алгебраїчного рівняння є точка на множині значень (чи ряд точок). Розв'язком диференційного рівняння є певна функція, або сукупність функцій. В ТАУ, електротехніці, механіці та інших технічних дисциплінах ця функція здебільшого є функцією часу. Розв'язок рівняння визначає поведінку системи в часі: тобто як, що і коли буде відбуватись із системою. Це не знахарство, коли гадалка скаже: буде те чи щось інше, а знання. Причому знання конкретні, точні, перевірені віковим досвідом людства. Рівняння складають на основі законів природи, число яких досить обмежене. Для електромеханічних систем це закони механіки і електротехніки, як правило, другий закон Ньютона (подекуди використовують формалізм Лапласа), закон Ома і правила Кірхгофа (у більш складних випадках деколи використовують рівняння Максвелла).

Неоднорідне диференційне рівняння – це рівняння, в якому права частина не дорівнює нулю. Права частина диференційного рівняння визначає зовнішню дію на систему. Однорідне рівняння описує динаміку системи при умові, що зовнішня дія на неї відсутня, а неоднорідне - динаміку системи, коли є певна дія на систему. Слово динаміка, думаємо, зрозуміле – це опис поведінки системи протягом часа.

Лінійне рівняння – це рівняння, в якому функція і її похідні знаходяться тільки в першій степені, тобто відсутні квадрати функцій синуси від них косинуси, чи інші перетворення функцій. Лінійні рівняння описують динаміку лінійних систем. Поняття лінійних систем ми розглядали – це системи, для яких виконується принцип суперпозиції (див. у попередньому розділі).

Постійні коефіцієнти – це коефіцієнти, які не залежать від часу.

Правило з математики: Загальним розв'язком неоднорідного диференційного рівняння є сума загального розв'язку однорідного рівняння плюс будь-який частковий розв'язок неоднорідного рівняння.

Загальний розв'язок диференційного рівняння містить n постійних інтегрування. Кількість постійних інтегрування дорівнює порядку рівняння.

Порядок рівняння визначається ступенем найвищої похідної, яка входить в рівняння. Загальний розв’язок об’єднує всі можливі розв’язки рівняння. Конкретний розв’язок визначають за початковими умовами. Початкових умов повинно бути рівно стільки, скільки є постійних інтегрування, тобто їх кількість дорівнює порядку диференційного рівняння. Наприклад, з фізики розв’язували рівняння руху тіла, яке має другий порядок. Для знаходження конкретного рішення використовували дві початкові умови, як правило, значення початкового положення та швидкості в початковий момент часу.

Схема САК на рисунку 5.4 показує, що вхідна величина системи є *x(t)*, а вихідна *y(t)*. У рівнянні (5.7) в ліву частину входить тільки вихідна величина *y(t)* та її похідні, а в праву вхідна величина *x(t)*.

Розглянемо однорідне диференційне рівняння. Це є рівнянням рівняння (5.7), в якого права частина дорівнює нулю. Запишемо однорідне рівняння, яке відповідає нашому неоднорідному рівнянню:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0 \qquad (5.8)$$

Це рівняння , як видно з рисунку 5.4, описує процеси в системі у випадку, коли відсутні зовнішні дії на неї. Тобто однорідне рівняння описує власні коливання системи. Розв’язання однорідного лінійного рівняння зі сталими коефіцієнтами не становить труднощів. Для його вирішення використовують підстановку Ейлера, а саме y(t) = exp (pt)

Ця підстановка приводить розв’язання лінійного диференційного рівняння до алгебраїчного рівняння.

Зробимо підстановку. В результаті отримаємо

$$a_n p^n \exp(pt) + a_{n-1} p^{n-1} \exp(pt) + ... + a_1 p \exp(pt) + a_0 \exp(pt) = 0 \qquad (5.9)$$

Або після спрощення

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0) \exp(pt) = 0 \qquad (5.10)$$

Для того, щоб вираз (5.10) був рівний нулю, потрібно, щоб нулю дорівнював множник в дужках. Приходимо до рівняння

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0 \qquad (5.11)$$

Це звичайне алгебраїчне рівняння. У ньому *p* змінна величина. Розв’язавши рівняння (5.11) і підставивши розв’язок в (5.10), матимемо розв’язок однорідного диференційного рівняння (5.8).

Таким чином розв’язання однорідного диференційного рівняннями звели до розв’язання алгебраїчного рівняння (5.11). Рівняння (5.11) в математиці має назву характеристичного рівняння. У теорії диференційних рівнянь, а також в ТАК дане рівняння відіграє важливу роль. Тому більш детально зупинимось на його розгляді.

Характеристичне рівняння – це алгебраїчне рівняння, яке відповідає однорідному диференційному рівнянню. Його можна одержати шляхом використання підстановки Ейлера в однорідне диференційне рівняння.

Подекуди вводять просте формальне правило запису характеристичного рівняння. Для одержання характеристичного рівняння потрібно в однорідному лінійному рівнянні замінити операцію похідної змінною величиною p в степені, рівній порядку похідної.

Рівняння (5.11) – це звичайне алгебраїчне рівняння n-го степеня. За теоремою алгебри відомо, що рівняння n-го степеня має n коренів, якщо враховувати і комплексні корені.

Розглянемо корені рівняння (5.11). Корені характеристичного рівняння можуть бути як дійсними, так і комплексними. Комплексні корені завжди комплексно спряжені. Розглянемо окремо можливі значення коренів і одержимо умову стійкості САК

Що таке корінь алгебраїчного рівняння, немає потреби пояснювати – це значення змінної, яке задовольняє рівнянню.

5.3 Перетворення Лапласа.

Ми розглянули однорідне диференційне рівняння. Однорідне рівняння – це рівняння в якому права частина дорівнює нулю. У ТАК однорідне рівняння, відповідає системі, на яку не діють інші системи. Однорідне рівняння описує поведінку системи, представленої самій собі. Часто говорять, що однорідне рівняння описує власні коливання системи.

Загальний метод розв’язку однорідного диференційного рівняння – це використання підстановки Ейлера.

Розглянемо розв’язання неоднорідних рівнянь (5.7).

При нульових початкових умовах, а саме:

$$y(0) = 0; \quad y'(0) = 0; \quad y^{(2)}(0) = 0; \ldots, y^{(n-1)}(0) = 0 \qquad (5.12)$$

Як відомо з математики, диференційне рівняння n-го порядку має n початкових умов. Нульові початкові умови означають, що сама функція і $n-1$ її похідні в початковий момент часу рівні нулю, що записано у вигляді (5.12).

Розв’язати це рівняння підстановкою Ейлера вже не можна, оскільки права частина рівняння не дорівнює нулю.

Для знаходження розв’язку неоднорідного рівняння застосовують перетворення Лапласа. Тут підстановка має більш складний вигляд. Пряме перетворення

$$y(p) = \int_{0}^{\infty} y(t)e^{-pt}dt. \tag{5.13}$$

Зворотне перетворення

$$y(t) = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} y(p)e^{pt}dt. \tag{5.14}$$

Величина *y(p)* має свою назву, її прийнято називати зображенням функції *y(t)* за Лапласом або просто зображенням, а *y(t)* називають оригіналом функції. Аналогічно можна записати формули для оригіналу та зображення будь-якої функції, наприклад *x(t)* та *x(p)*.

5.4 Передаточна функція (характеристика).

Визначення передаточної функції таке: Передаточна функція – це відношення зображення по Лапласу вихідного сигналу до вхідного при нульових початкових умовах.

Розв’язання диференційних рівнянь розглянутим тут методом називають операційним численням.

Сутність операційного числення полягає у тому, що замість розв’язання диференційного рівняння відносно функцій часу (оригіналів) переходять до алгебраїчного рівняння для зображень цих функцій, а пізніше, після вирішення алгебраїчного рівняння, знову повертаються до оригіналів. Справа в тому, що обчислення зображень є простою операцією. Для більшості вживаних функцій такі обчислення виконані й зведені в математичні таблиці перетворень Лапласа, які мають назву: „таблиці оригінал – зображення”, або більш повно таблиці функцій та їх зображень за Лапласом.

Необхідно знайти розв’язок лінійного неоднорідного диференційного рівняння. Безпосередньо розв’язати рівняння складно, на шляху розв’язання є досить важкі математичні перешкоди. Тому використовуємо обхідний шлях. Від диференційного рівняння переходимо до допоміжного рівняння, ввівши передаточну функцію системи. Потім відшукуємо зображення вихідної величини. Наступним кроком за зображенням, користуючись математичними таблицями, знаходимо розв’язок диференційного рівняння.

Порядок розв’язання диференційного рівняння в методі операційного числення такий:

1. Записати передаточну функцію, яка відповідає рівнянню.
2. Знайти зображення вхідного сигналу, користуючись правилами перетворення та математичними таблицями оригінал – зображення.
3. Відшукати зображення вихідного сигналу, перемноживши зображення вхідного сигналу на передаточну функцію.

4. Знайти оригінал вихідного сигналу, користуючись математичними таблицями оригінал – зображення.

У методі операційного числення розв’язок диференційного рівняння зводиться до алгебраїчних перетворень і відшукання зображення функції згідно з правилами і математичними таблицями.

Метод операційного числення широко використовується в ТАК, у всіх наукових дисциплінах, де є проблема розв’язання лінійних неоднорідних диференційних рівнянь.

Передаточну функцію для диференційного рівняння можна легко здійснити шляхом формальної заміни в диференційному рівнянні оператора похідної символічним оператором p. Після цього можна знайти передаточну функцію і відшукати зображення вихідного сигналу як добуток передаточної функції на зображення вхідного сигналу.

Передатна функція поряд з диференційним рівнянням однозначно характеризує систему. Знання передаточної функції тотожне знанню диференційного рівняння. Знаючи передаточну функцію, ми легко можемо записати диференційне рівняння і навпаки. Проте використання передаточних функцій набагато зручніше, тому що використання їх дозволяє замінити інтегрування диференційного рівняння вирішенням алгебраїчного рівняння.

Ще однією перевагою передаточних функцій є те, що знаючи структурну схему САК, значно легше записати передаточну функцію ніж скласти диференційне рівняння.

Контрольні питання

1. Що таке математична модель системи?
2. Що таке рівняння динаміки, рівняння статики?
3. Що таке статична характеристика? Наведіть основні статичні характеристики.
4. Що таке лінеаризація? Якими методами вона виконується?
5. Запишіть перетворення Лапласа. У чому його сутність?
6. Запишіть основні властивості перетворення Лапласа.
7. Для чого використовується теорема розкладу?
8. Які форми запису диференціальних рівнянь використовують у дослідження автоматичного керування?
9. Що таке передавальна функція за Лапласом?
10. Що таке характеристичне рівняння системи?
11. Як пов’язані між собою передавальна та перехідна функції?
12. Запишіть перетворення Фур’є. У чому його сутність?
13. Що таке комплексна передавальна функція?

Тема 6 Структурна схема систем автоматичного керування.

План

6.1 Визначення структурної схеми системи автоматичного керування.

6.2 Типи динамічних ланок.

6.1 Визначення структурної схеми системи автоматичного керування.

Структурна схема САК – це умовне графічне зображення системи автоматичного керування, яке служить для її математичного опису. На структурній схемі САК зображають у вигляді з’єднаних між собою динамічних ланок.

Динамічна ланка – це умовно виділена частина системи автоматичного керування, яка виконує найпростіші перетворення сигналів.

Динамічна ланки відповідають певним перетворенням сигналів у системі. Ці перетворення описують як правило засобами математики, а саме передатною функцією динамічної ланки. Зображають динамічні ланки прямокутником, всередині якого записують передатну функцію. В якості динамічних ланок виступають умовно виділені частини системи, в яких здійснюються найбільш прості перетворення сигналів. Динамічні ланки з’єднують між собою стрілками, які відповідають напрямку передачі сигналу від однієї ланки до іншої. Динамічні ланки є ланками направленої дії.

Ланкою направленої дії - це ланка, яка передає сигнал тільки в одному напрямку з входу на вихід і її властивості не залежать від інших ланок, з якими вона з’єднана.

Ланка направленої дії це певна ідеалізація. Фактично немає таких ланок, щоб на них не впливали інші ланки. Наприклад, у розглянутій нами САК обертами двигуна постійного струму двигун впливає на роботу генератора і напруга на виході генератора Ug, приєднаного до двигуна Uд, дещо відрізняється від напруги холостого ходу генератора Ug. Але ми цим впливом нехтували і вважали Ug ≈ Uд. У випадках, коли впливом іншої ланки не можна нехтувати, реальну ланку можна подати у вигляді двох ланок направленої дії, з’єднаних зустрічно– паралельно, як це показано на рисунок 6.1.

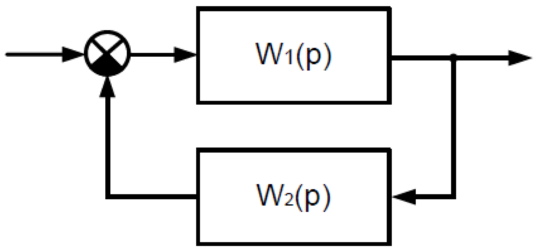


Рисунок 6.1 – Заміна однієї реальної ланки двома ланками направленої дії

Умовні позначення, прийняті для структурних схем, показані на рис 6.2. Це: динамічна ланка – прямокутник, в середині якого записана Передатна функція; сигнал, що передається від однієї ланки до іншої – стрілка з вказівкою напрямку передачі сигналу; розгалуження сигналів – стрілка, що відгалужується від іншої стрілки; злиття сигналів – суматор у вигляді кружка, поділеного на сектори, причому не зафарбованому сектору відповідає сигнал зі знаком “+”, а зафарбованому – зі знаком “-”.

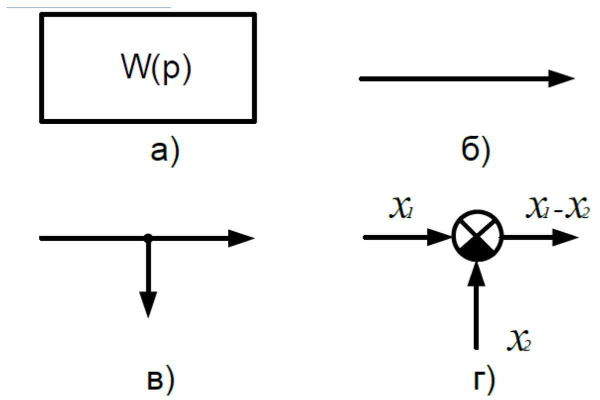


Рисунок 6.2 – Умовні позначення для на структурних схем: а) динамічна ланка; б) сигнал, що передається від однієї ланки до іншої; в) розгалуження сигналів; г) злиття сигналів (суматор)

6.2. Типи динамічних ланок

У системах автоматичного керування використовують цілий ряд типів динамічних ланок. Тип динамічної ланки визначається процесами перетворення інформації, які ці ланки забезпечують. Ці процеси перетворення сигналів описують певними диференційними рівняння. Різних типів динамічних ланок можна нарахувати кілька десятків. Проте найбільш важливими і вживаними є шість ланок, а саме: підсилювальна динамічна ланка, аперіодична (інерційна), коливальна (аперіодична ланка II порядку), диференційна, реальна диференційна, інтегруюча.

Розглянемо основні типи динамічних ланок.

Підсилювальна ланка – це найпростіша динамічна ланка. Вона підсилює сигнал, або перетворює його з однієї фізичної величини в іншу. Рівняння такої ланки можна записати так: $y(t) = k \cdot x(t)$, $W(p) = K$. Тут К – коефіцієнт підсилення, або коефіцієнт передачі.

Такими ланками у розглянутій нами САК швидкістю двигуна є напівпровідниковий підсилювач і тахогенератор. Вихідний сигнал підсилювача в точності дорівнює вхідному сигналу, помноженому на коефіцієнт підсилення, якщо, звичайно, підсилювач якісний. Аналогічно і для тахогенератора: вихідний сигнал відповідає швидкості обертання валу, тобто величині ω помноженій на коефіцієнт передачі. Назва коефіцієнт підсилення чи коефіцієнт передачі відображає тільки фізичну суть процесу. Як правило, в ТАК розглядають тільки системи з інформаційної точки зору, тому абстрагуються від фізичної суті явищ і , як правило, називають величину К – коефіцієнтом підсилення.

Залежно від значення величини К ланка може підсилювати або ослабляти сигнал. Якщо К>0, то ланка підсилює сигнал, якщо К<0, то вона зменшує значення сигналу, але і в цьому разі ланку називають підсилювальною.

Прикладами підсилювальних ланок можуть бути: зубчаста чи фрикційна передача, важіль, гідравлічний прес, подільник напруги, операційний підсилювач та багато інших механічних, гідравлічних чи електричних пристроїв.

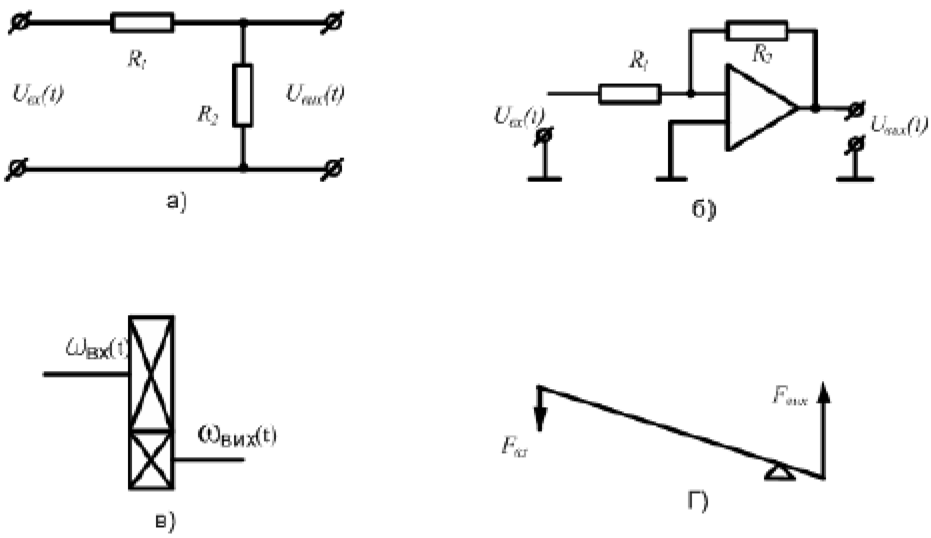


Рисунок 6.3 – Приклади підсилювальних ланок: а) подільник напруги, б) операційний підсилювач, в) зубчата передача, г) важіль

Аперіодична ланка (інерційна ланка, аперіодична ланка першого порядку). Ланка, яка описується диференційним рівняння:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t). \qquad (6.1)$$

Передатна функція ланки

$$W(p) = \frac{K}{Tp+1}. \qquad (6.2)$$

де К – коефіцієнт підсилення,

Т – постійна часу (інерційні властивості ланки).

Такою ланкою в розглянутій нами САК обертами двигуна є генератор. Ланка відповідає інерційному елементу, якому властиве певне запізнення. Прикладами таких ланок є: маховики, які розміщені на осі і розкручуються зовнішніми силами. Двигун, без урахування індуктивності якоря, коли враховують тільки його активний опір, резервуар пневмосистеми, в який нагнітають повітря, RC та LR - ланцюжки в електричному колі та багато інших систем. Ряд прикладів аперіодичних ланок показано на рисунку 6.4.

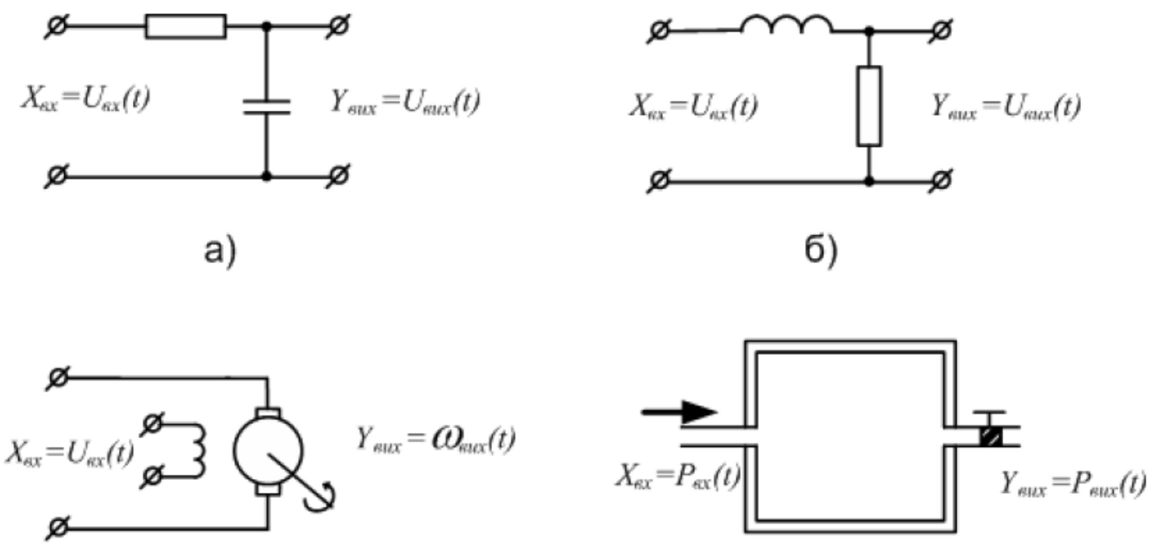


Рисунок 6.4 – Приклади аперіодичних ланок I –го порядку (інерційних ланок): а) RC – ланцюжок; б) LR – ланцюжок; в) двигун без врахування індуктивного опору якоря; г) резервуар компресора.

Коливальна ланка. Динаміка ланки описується рівнянням

$$T^2\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\xi T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=kx(t), \tag{6.3}$$

Передатна функція

$$W(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1.} \tag{6.4}$$

де К – коефіцієнт підсилення;
T – постійна часу;
ξ – постійна затухання коливань. ($0 < \xi < 1$)

Це ланки, в яких виникають коливальні процеси. Прикладом можуть бути різні механічні системи, наприклад, маятник, вантаж на пружній підвісці і т.п. Електричною коливальною ланкою є LC ланцюжок. Приклади коливальних ланок наведені на рисунку 6.5.

До коливальних ланок належать елементи САК, що містять два накопичувачі енергії, в одному з яких накопичується потенціальна енергія, а в іншому - кінетична. Окрім того, має бути елемент, що розсіює цю енергію, тобто канал, по якому накопичувачі обмінюються енергією. Мірою витрати енергії в каналі обміну і є коефіцієнт затухання ξ: зі збільшенням витрат збільшується ξ; зі зменшенням ξ збільшується коливальність процесу.

Прикладами пристроїв, що описуються коливальною ланкою, можуть бути: ДПС НЗ малої потужності, в якого електромеханічна постійна часу $T_м$ досить мала порівняно з електромагнітною $T_е$ ($T_м < 4\ T_е$); RLC–контур (рисунку 6.5) (L - накопичувач кінетичної енергії, C - накопичувач потенціальної енергії, R - елемент, на якому розсіюється теплова енергія); вантаж на пружині (пружина - накопичувач потенціальної енергії; маса, що рухається, - накопичувач кінетичної енергії, розсіювання відбувається в демпфері).

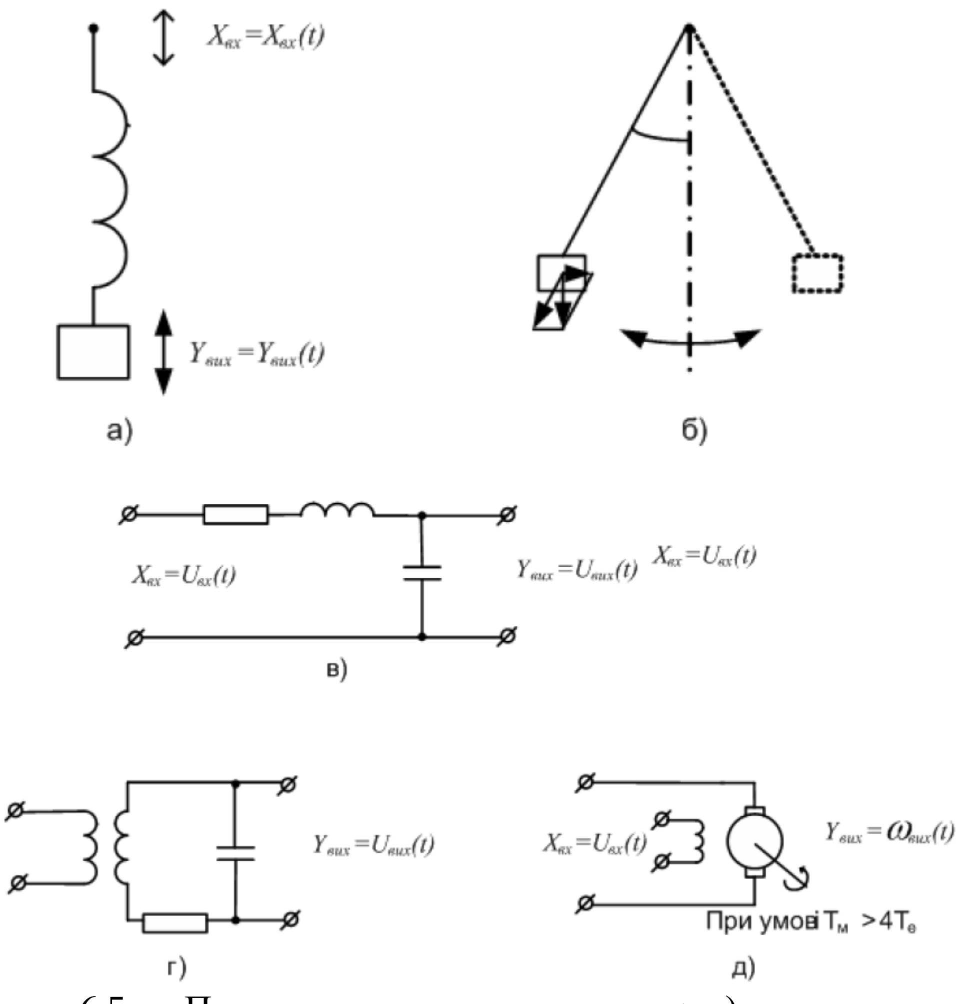


Рисунок 6.5 – Приклади коливальних ланок: а) вантаж на пружній підвісці; б) маятник; в) LC ланцюжок; г) коливальний контур; д) електричний двигун.

Аперіодична ланка II порядку. Це та ж коливальна ланки, яка розглянуто раніше, але при умові, що затухання в ній велике і коливання не виникають. Коливальна ланка, яка відповідає рівнянню (6.3), стає аперіодичною ланкою II порядку, якщо постійна затухання більша 1. Тобто при умові $D > 1$ коливальна ланка перетворюється в аперіодичну ланку другого порядку. І навпаки при $D < 1$ аперіодична ланка II порядку стає коливальною. Досить часто не підкреслюють, чи ланка є коливальною, чи аперіодичною ланкою другого порядку, а говорять тільки про коливальні ланки, оскільки вони описуються одним і тим же рівнянням.

Якщо коефіцієнт затухання $\xi \geq 1$, то передавальну функцію коливальної ланки можна привести до вигляду:

$$W(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \tag{6.5}$$

де $T_{1,2} = \dfrac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}$.

Цю ланку можна уявити як послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок першого порядку, тому вона не належить до числа елементарних ланок.

Відмітимо, що аперіодичною ланкою другого порядку може бути описаний ДПС НЗ середньої потужності, для якого $T_м \geq 4T_е$. і можуть бути однаковими за конструкцією, відрізняючись тільки своїми характеристиками. Важливо відмітити, що характеристичне рівняння коливальної ланки має два комплексно спряжені корені, а аперіодичної ланка другого порядку – два дійсні корені. Аперіодична ланка другого порядку може бути представлена як послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок першого порядку, що не можна зробити для чисто коливальної ланки.

Приклади аперіодичних ланок другого порядку наведено на рисунку. 6.6.

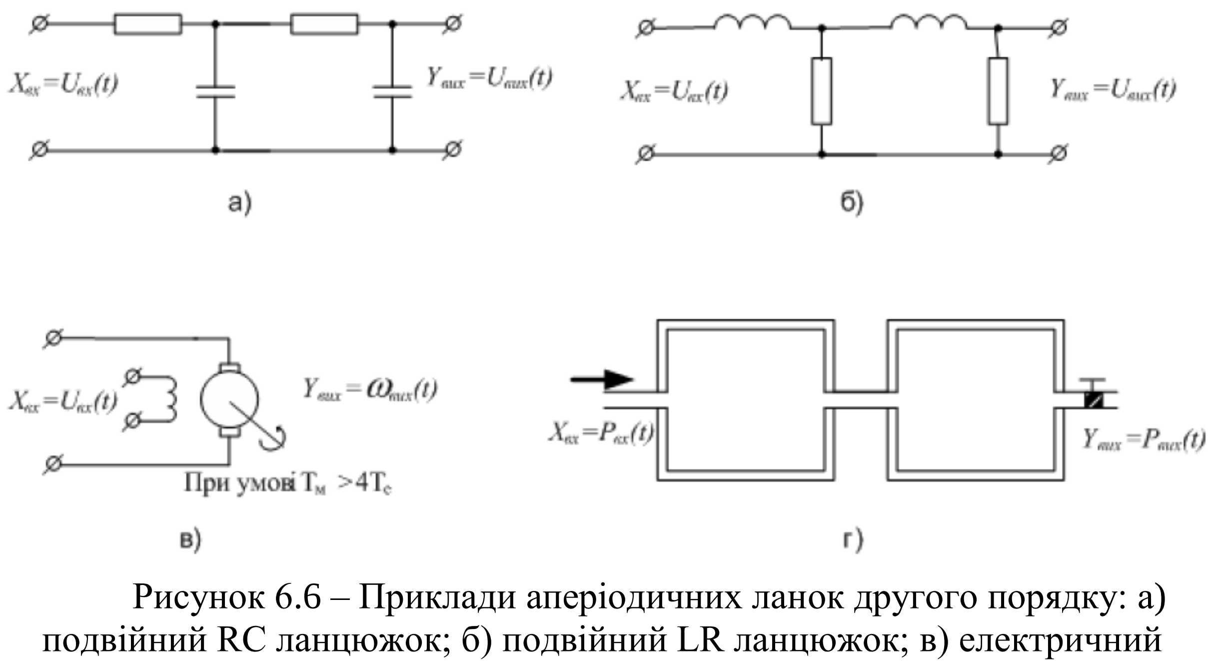


Рисунок 6.6 – Приклади аперіодичних ланок другого порядку: а) подвійний RC ланцюжок; б) подвійний LR ланцюжок; в) електричний двигун; г) два резервуари стиснутого повітря

Диференційна ланка. Ланка, вихідна величина якої дорівнює швидкості зміни вхідної величини. Вона описується диференційним рівняння:

$$y(t) = k\frac{dx(t)}{dt}. \tag{6.6}$$

Передатна функція диференційної ланки:

$$W(p) = Kp \tag{6.7}$$

Реалізувати ідеальну диференційну ланку практично неможливо, оскільки будь-яка реальна система має кінцевий проміжок дії. Тому використовують реальні диференційні ланки.

До диференціальних ланок можна віднести елементи автоматичних систем, у яких вихідна координата в усталеному режимі пропорційна похідній вхідного впливу, що змінюється, і дорівнює нулю, якщо цей вплив є постійним. Прикладами таких елементів можуть бути спідометр, тахогенератор (якщо вхідна величина - кут повороту вала).

Реальні диференціальні ланки є інерційними і тому описуються передавальними функціями вигляду:

$$W(s) = ks/(Ts+1), \tag{6.8}$$

де T - стала часу, що враховує інерційні властивості реальної диференціальної ланки. Чим менше значення T, тим ближче властивості реальної ланки до властивостей ідеальної диференціальної ланки.

Реальна диференційна ланка описується рівнянням

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K\frac{dx(t)}{dt}. \tag{6.9}$$

Передатна функція ланки

$$W(p) = \frac{Kp}{Tp+1}. \tag{6.10}$$

де K – коефіцієнт підсилення,
T – постійна часу.

Прикладами диференційних ланок є диференціал автомобіля, заслінка в потоці рідини чи газу, кут відхилення якої пропорційний швидкості руху, CR та RL ланцюжки, трансформатор напруги. Приклади диференційних ланок наведені на рисунку 6.7.

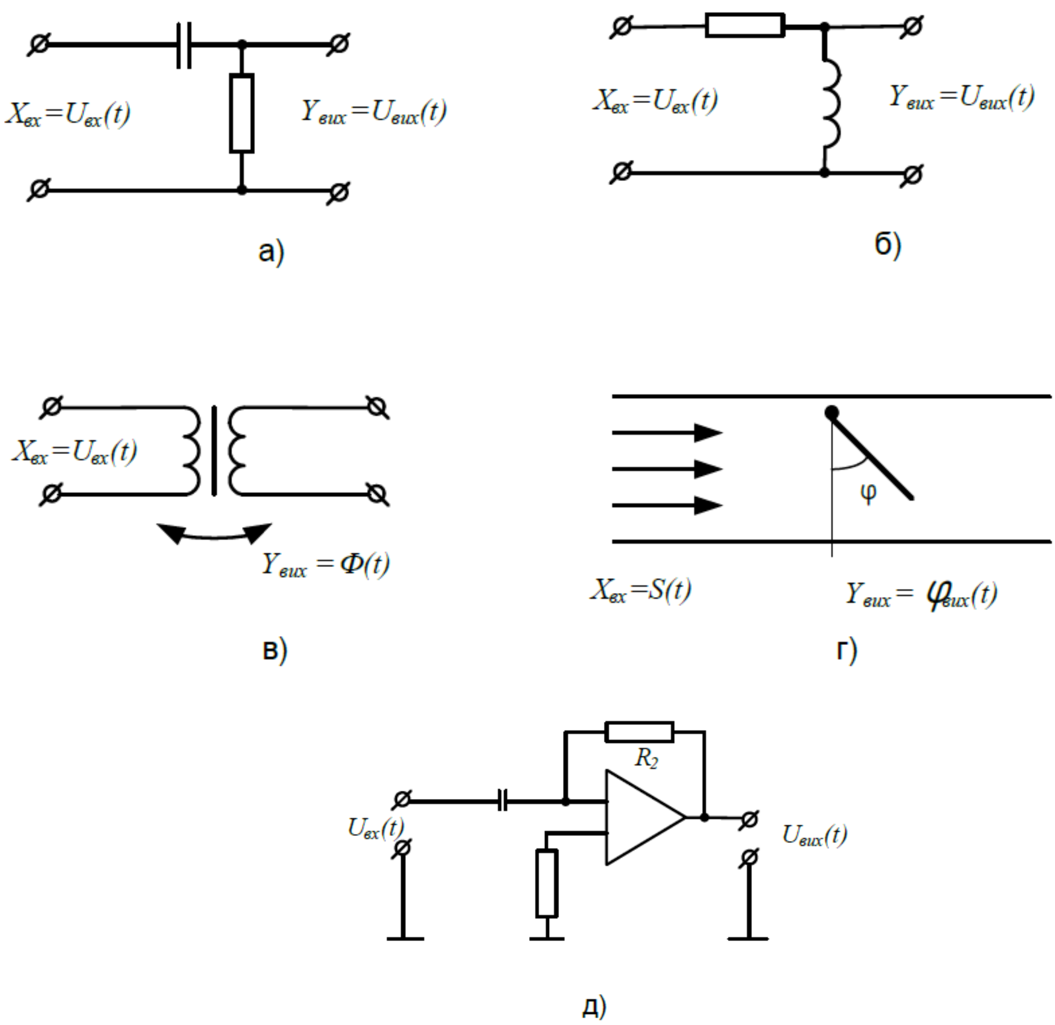


Рисунок 6.7 – Реальні диференційні ланки: а) CR ланцюжок; б) RL ланцюжок; в) трансформатор; г) заслінка в потоці рідини чи газу; д) диференційний підсилювач

Інтегруюча ланка. Рівняння динаміки інтегруючої ланки

$$y(t) = k\int_0^t x(t)dt. \tag{6.11}$$

Передатна функція

$$W(p) = \frac{K}{p}, \tag{6.12}$$

де К – коефіцієнт підсилення.

Прикладами інтегруючих ланок є бак, в який наливається вода, конденсатор, що заряджається через резистор, черв’ячна механічна передача та ін. Приклади інтегруючих ланок наведено на рисунку 6.8.

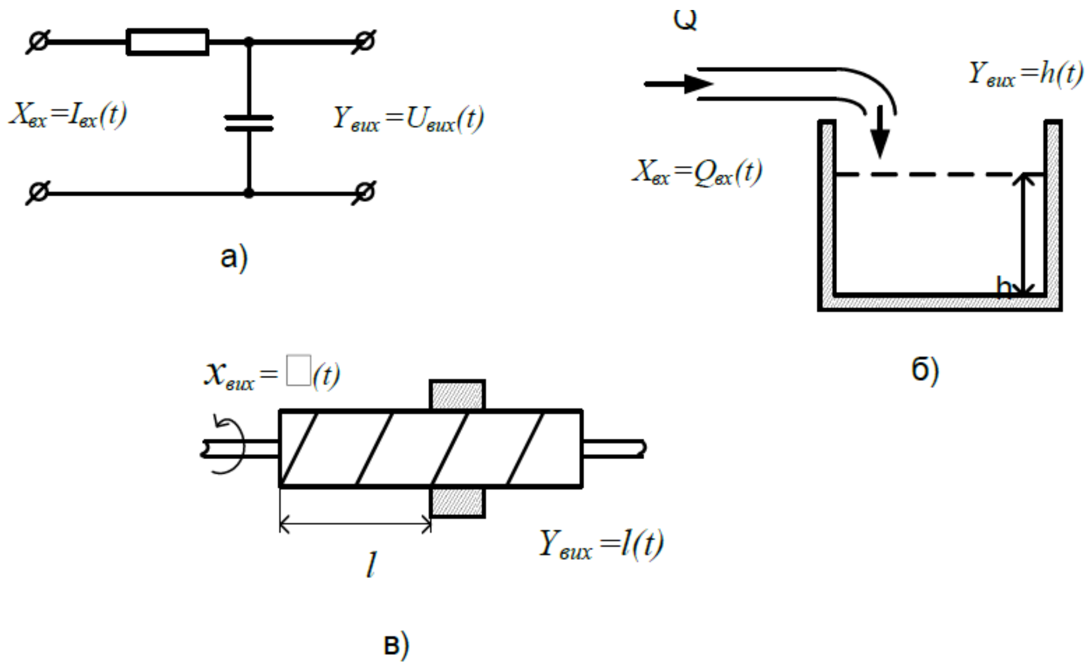


Рисунок 6.8 – Приклади інтегруючих ланок: а) конденсатор, який заряджається струмом; б) резервуар з рідиною; в) – черв’ячна передача

Інтегруючі ланки відповідають елементам, в яких при постійному вхідному впливі встановлюється постійна швидкість зміни вихідної координати: безінерційний двигун постійного струму з незалежним збудженням (ДПС НЗ), якщо вихідна величина - кут повороту; редуктор, у якого вхідна величина - кутова швидкість, а вихідна - кут повороту вала.

З принципу дії інтегруючої ланки витікає одна дуже важлива її властивість: інтегруюча ланка має "пам'ять по положенню". Якщо, наприклад, у момент часу t_0 від безінерційного двигуна постійного струму відключити управляючу напругу $u_{вх}=x$, то двигун зупиниться і зафіксує деяке постійне значення кута повороту ротора $y=\varphi_{вих}$ (запам'ятає положення вихідної координати на момент часу вимикання напруги).

Отже ми познайомились з основними типами динамічних ланок САК. Їх не так вже й багато. П’ять основних типів ланок, які ми щойно розглянули, визначають майже 90% обладнання систем керування. Фізичні принципи, на яких реалізовані динамічні ланки, є самими різноманітними. Це і чисто електричні пристрої, і механічні, і пневматичні. У системах керування можна використовувати ланки, реалізовані на будь-яких фізичних принципах і це не залежить від призначення системи. Звичайно, найбільш часто використовують динамічні ланки, в яких основні перетворення здійснюються завдяки електричним процесам. Це пояснюється тим, що електричні явища мають найрізноманітніші прояви і реалізувати будь-які динамічні ланки засобами електротехніки найпростіше. Але з таким самим успіхом, використовуються і чисто механічні елементи систем керування, гідравлічні й пневматичні. Керування - це інформаційний процес і важливим в ньому є тільки дотримання потрібного закону перетворення величин (сигналів). Які фізичні процеси лежать в основі процесів перетворення, чим забезпечується той чи інший закон перетворення сигналу – не відіграє суттєвої ролі. Одні і ті ж функції керування може виконувати як механічна система, так і електрична чи пневматична, або навіть комбінована, тобто система, яка має механічні, електричні гідравлічні та інші складові. Наприклад, візьміть автомобіль чи тролейбус. Він має цілий ряд систем керування, але це і механічні системами, і електричні, гідравлічні і пневматичні, в яких здійснюється керування за одними і тими ж принципами, але різними пристроями.

Контрольні питання

1. Що таке типова динамічна ланка?
2. Яка ланка називається пропорційною, інтегруючою, диференціальною, аперіодичною?
3. Запишіть передавальні функції пропорційної, інтегруючої, аперіодичної, диференціальної ланки. Побудуйте їх часові та частотні характеристики.
4. Наведіть приклади елементів САК, які описуються переліченими ланками.
5. Яка ланка називається коливальною, консервативною, форсуючою, ланкою запізнення?
6. Запишіть передавальні функції перелічених ланок. Побудуйте їх часові та частотні характеристики.
7. Наведіть приклади елементів САК, які описуються переліченими ланками.

Тема 7. Способи з’єднання динамічних ланок та їх передаточна функція

План

7.1 Види з'єднань.

7.2 Знаходження результуючих характеристик і передаточних коефіцієнтів.

7.3 Структурні схеми та їх перетворення.

7.1 Види з'єднань.

Аналіз САК виконують для вирішення найрізноманітніших завдань, таких як розробка нових систем керування, виявлення причин незадовільної роботи, покращання роботи існуючих систем і т.п. Це потребує визначення характеристик САК в цілому. Характеристики окремих ланок розглянуто раніше. Це часові й частотні характеристики. Їх визначають за передатною функцією ланки. При аналізі САК виникає проблема визначення вказаних характеристик для системи в цілому. Для цього перш за все потрібно обрахувати передаточну функцію системи. Її можна обрахувати за структурною схемою системи. Отже розглянемо завдання одержання передаточної функції САК за структурною схемою.

Структурною схемою називається графічне зображення математичної моделі САК у вигляді з’єднання ланок. Структурна схема відображає динамічні властивості системи. Її задача - у найбільш наочній формі показати математичну сторону перетворення сигналів окремими елементами та всією системою в цілому.

Структурна схема може бути отримана із функціональної, якщо відомі передавальні функції (або диференціальні рівняння) та параметри елементів, що входять до складу системи.

Структурна схема відображає типи динамічних ланок, з яких складається система, та способи їх з’єднання. Динамічні ланки можуть бути з’єднаними між собою різними способами. Способів з’єднання динамічних ланок є всього три, а саме: послідовне; паралельне; зустрічно-паралельне (з’єднання зі зворотнім зв’язком).

7.2 Знаходження результуючих характеристик і передаточних коефіцієнтів.

Послідовне з’єднання динамічних ланок – це з’єднання, в якому вихід першої ланки з’єднано зі входом другої ланки, вихід другої – зі входом третьої і т.д. Схема з’єднання показана на рисунку 7.1.

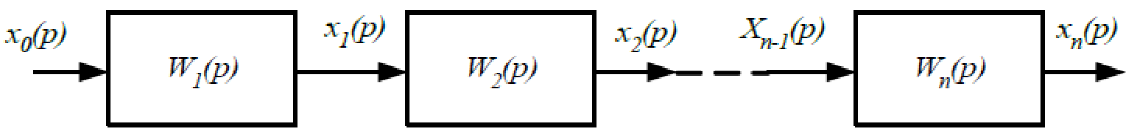


Рисунок 7.1 – Послідовне з’єднання динамічних ланок.

Розглянемо завдання заміни послідовного з’єднання ланок однією ланкою. Яка повинна бути передатна функція такої ланки? Згідно з визначенням Передатна функція ланки – це відношення зображення вихідного сигналу до зображення вхідного сигналу при нульових початкових умовах (відношення перетворення за Лапласом).

Передатна функція ланки, яка замінить наш ланцюжок послідовно з’єднаних ланок, - це відношення вихідної величини ланок до вхідної:

$$W(p)=\frac{x_n(p)}{x_0(p)}. \tag{7.1}$$

Виконаємо математичні перетворення таким чином:

$$W(p)=\frac{x_n(p)}{x_0(p)}=\frac{x_1(p)}{x_0(p)}*\frac{x_2(p)}{x_1(p)}*...*\frac{x_k(p)}{x_{k-1}(p)}*....*\frac{x_n(p)}{x_{n-1}(p)}= \tag{7.2}$$
$$=W_1(p)*W_2(p)*...*W_k(p)*...*W_n(p).$$

Передатна функція окремої ланки така:

$$W(p)=\frac{x_k(p)}{x_{k-1}(p)}. \tag{7.3}$$

Отже в результаті одержимо:

$$W(p)=\frac{x_n(p)}{x_0(p)}=\prod_1^n Wi(p). \tag{7.4}$$

Передатна функція послідовно з’єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій усіх ланок, з’єднаних в ланцюжок.

Тобто ланцюжок послідовно з’єднаних ланок можна замінити однією ланкою, Передатна функція якої дорівнює добутку передаточних функцій.

Паралельним з’єднанням динамічних ланок називають з’єднання, в якому вхідний сигнал усіх ланок є один і той же, а вихідний сигнал є сумою вихідних сигналів усіх ланок.

Схема паралельно з’єднаних ланок показана на рисунку 7.2.

Передатна функція ланки, яка замінить усі паралельно з’єднані ланки, дорівнює відношенню зображень вихідної величини до зображення вхідної величини і дорівнює

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}. \tag{7.5}$$

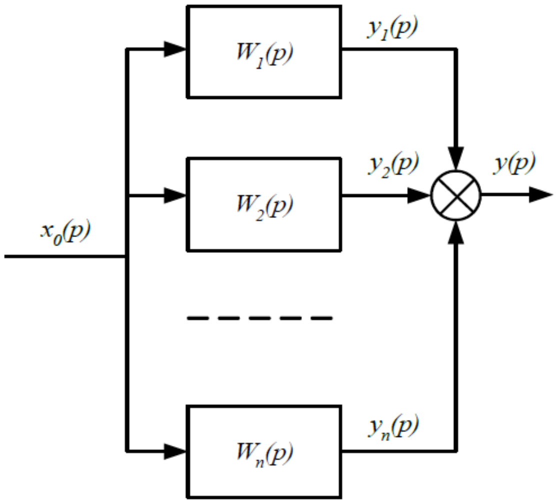


Рисунок 7.2 – Паралельне з’єднання динамічних ланок

Відповідно до наведеної схеми паралельно з’єднаних ланок вихідний сигнал такий:

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + ... + y_n(p)\,. \tag{7.6}$$

Але передаточні функцій кожної ланки - це відношення зображення вихідного сигналу до зображення вхідного сигналу:

$$y_1(p) = W_1(p)x(p)\,; \quad y_2(p) = W_2(p)x(p)\,; \quad y_3(p) = W_3(p)x(p)\,. \tag{7.7}$$

Підставимо ці значення в (7.6) і одержимо:

$$\begin{gathered} y(p) = W_1(p)x(p) + W_2(p)x(p) + ... + W_n(p)x(p) = \\ \left(W_1(p) + W_2(p) + ... + W_n(p)\right)x(p). \end{gathered} \tag{7.8}$$

Визначимо передатну функцію:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \left(W_1(p) + W_2(p) + ... + W_n(p)\right) = \sum_{1}^{n} Wi(p)\,. \tag{7.9}$$

Передатна функція паралельно з’єднаних ланок дорівнює сумі передаточних функцій окремих ланок.

Паралельно з’єднані ланки можна замінити однією ланкою, Передатна функція якої дорівнює сумі передаточних функцій усіх ланок

Зустрічно-паралельне з’єднання (з’єднання зі зворотним зв’язком)

Це таке з’єднання, в якому вихід першої ланки з’єднаний з входом другої ланки, а вихід другої ланки з’єднаний зі входом першої ланки.

Зустрічно паралельне з'єднання показане на рисунку 7.3. Тут ланка *W1(p)* знаходиться на прямому зв'язку, а ланка *W2(p)* на зворотному зв'язку.

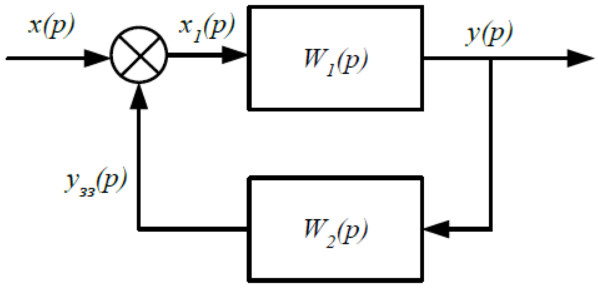


Рисунок 7.3 – Зустрічно - паралельне з'єднання ланок

Визначимо передаточну функцію ланки, яка еквівалентна ланкам зі зворотнім зв'язком.

Величина сигналу, який передається до суматора, через ланку зворотного зв'язку до рівнює:

$$y_{зз}(\mathrm{p}) = \mathrm{W}_2(\mathrm{p})\mathrm{y}(\mathrm{p}) \,. \qquad (7.10)$$

Сигнал після суматора *x1(p)* дорівнює:

$$y_1(p) = x(p) + W_2(p)y(p) \,. \qquad (7.11)$$

Вихідний сигнал y(p) дорівнює:

$$y(p) = x_1(p)W_1(p) = x(p)W_1(p) + y(p)W_1(p)W_2(p) \,. \qquad (7.12)$$

Останнє рівняння можна записати так:

$$y(p) - y(p)W_1(p)W_2(p) = x(p)W_1(p) \,. \qquad (7.13)$$

Звідси знайдемо передаточну функцію, яка буде

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p)W_2(p)} \,. \qquad (7.14)$$

У формулі (7.14) стоїть знак ±, тому що в даному випадку, при додатному зворотному зв'язку, стоїть знак – а в випадку від'ємного зворотного зв'язку знак +. Подвійний знак у формулі записано, щоб охопити випадки додатного та від'ємного зворотного зв'язку.

Щоб надати формулі більш загального вигляду, позначають передаточну функцію ланок, які знаходяться на прямому зв'язку *Wпр(t),* а передаточну функцію всіх ланок ланцюжка *Wpc(t)*. Передатну функцію *Wpc(t)* називають передаточною функцією розімкнутої системи, тобто всіх ланок зворотного зв'язку при умові, що вони ввімкнуті послідовно, а зв'язок розірвано. Тоді формула матиме вигляд

$$W(p)=\frac{W_{np}(p)}{1\mp W_{pc}(p)}. \qquad (7.14)$$

Це найбільш загальний вигляд передаточної функції ланок зі зворотним зв'язком, який в подальшому буде часто використовуватись.

Передавальна функція ланки, охопленої від'ємним зворотним зв'язком, дорівнює дробу, в чисельнику якого записується передавальна функція прямого ланцюга (ланки, що охоплюється), а в знаменнику - сума одиниці та добутку передавальних функцій прямого ланцюга та ланки зворотного зв'язку.

7.3 Структурні схеми та їх перетворення.

Маючи складну САК, під час її аналізу потрібно розрахувати її передаточну функцію. Правила заміни паралельного, послідовного, зустрічно–паралельного з'єднань однією ланкою дозволяють це зробити. Але не у всіх випадках. Розглянемо приклад структурної схеми, показаної на рисунку 7.4

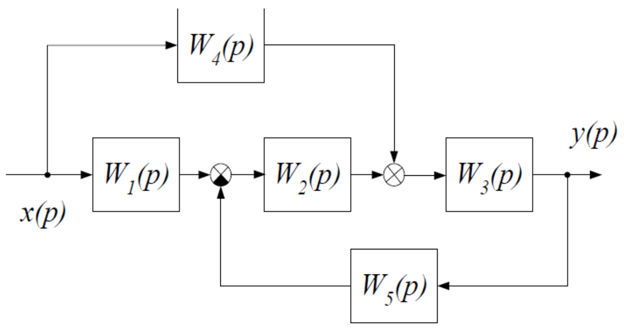


Рисунок 7.4 – Приклад структурної схеми САК

Аналізуючи цю схему, переконуємось, що використати правила заміни не можна. Причина тут в тому, що у схемі є зв'язки, які перетинаються. У результаті не можна віднести з'єднання ні до чисто паралельного, ні послідовного. Так, ланки W1(p) і W2(p) з'єднані послідовно, Але замінити їх однією ланкою не можна, оскільки між ними є суматор, до якого підходить ще один сигнал. Ланка W4(p) з'єднана паралельно до ланки W1(p), Але їх також не можна замінити однією ланкою. Для одержання передаточної функції у цьому випадку необхідно перетворити схему таким чином, щоб у ній можна було виділити групи ланок з'єднані послідовно, паралельно чи зустрічно паралельно. Для цього скористаємось правилами перетворення структурних схем. Загальне правило перетворення структурних схем можна сформулювати таким чином.

1. Перестановка вузлів. Вузли можна переставляти, оскільки при відгалуженні сигнали у всіх відгалуженнях однакові

2. Перестановка суматорів. Зображення сигналів підлягає адитивному закону і при перестановці доданків сума не міняється.

3. Перестановка ланок. Аналогічно попередньому випадку. Добуток передаточних функцій при перестановці не змінюється.

4. Перенесення вузла зі входу ланки на її вихід. При перенесенні вузла зі входу ланки на вихід потрібно додати фіктивну ланку зворотної дії. Оскільки відгалужений сигнал перед ланкою не змінюється нею, а після ланки він змінився, то щоб компенсувати цю зміну, треба на шляху відгалуженого сигналу ввести фіктивну ланку зворотної дії.

5. Перенесення вузла з виходу ланки на її вхід. У цьому випадку потрібно додати ланку прямої дії, оскільки відгалужений сигнал на вході ланки не був перетворений цією ланкою як на вихідній схемі.

6. Перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. У даному разі потрібно долучити фіктивну ланку прямої дії, оскільки у вихідній схемі сума обох сигналів проходить через динамічну ланку.

7. Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід. Це перетворення потребує введення фіктивної ланки зворотної дії, яка б компенсувала перетворення сигналу $x2(p)$, яке відбувається в динамічній ланці після перенесення суматора.

8. Заміна ланок прямого і зворотного зв’язку. Дане перетворення здійснюється шляхом заміни ланок ланками зворотної дії. Наведені розрахунки показують еквівалентність обох схем.

9. Перехід до одиничного зворотного зв’язку. Одиничний зворотній зв’язок - це зв’язок, при якому сигнал з виходу системи подається на її вхід без зміни. Такий перехід доводиться виконувати при визначенні точності системи. Наведені розрахунки доводять, що еквівалентна схема виконує ті ж перетворення сигналу, що і вихідна схема.

Контрольні питання

1. Які ланки називаються немінімально-фазовими? Наведіть їх передавальні функції.
2. Що таке структурна схема? Як позначаються її основні елементи?
3. Як визначається передавальна функція послідовно з’єднаних ланок? Паралельно з’єднаних ланок? Як визначається передавальна функція ланки, охопленої зворотним зв’язком?
4. Як обчислюється передавальна функція замкнутої одноконтурної системи?
5. Як обчислюється передавальна функція багатоконтурної системи?

Тема 8. Зворотні зв'язки в системах автоматичного регулювання

План

8.1 Типи зворотного зв’язку.
8.2 Додатній зворотній зв’язок.
8.3 Від’ємний зворотній зв’язок.
8.4 Жорсткий зворотній зв’язок.
8.5 Гнучкий зворотній зв’язок.

8.1 Типи зворотного зв’язку.

Під зворотним зв’язком розуміють подачу сигналу з виходу системи на її вхід.

Розрізняють додатній і від’ємний зворотній зв’язок. Якщо сигнал зворотного зв’язку складується з вхідним сигналом системи (співпадає з ним за фазою), то такий зворотній зв’язок називають додатнім. Додатній зворотний зв’язок веде до нестійкості системи, до виникнення коливань у системі. Він, як правило, застосовується в генераторах і релейних схемах. Типовим елементом з додатним зворотним зв’язком є тригер. Додатній зворотний зв’язок приводить до того, що система може знаходитись в одному з двох стійких станів. У результаті зворотного зв’язку стан системи змінюється досить різко, система від одного стійкого стану переходить у другий стійкий стан. Додатній зворотний зв’язок в генераторах викликає збудження системи і підтримання незатухаючих коливань.

Якщо сигнал зворотного зв’язку віднімається від вхідного сигналу (знаходиться проти фази з ним), то такий зворотній зв’язок називають від’ємним. У системах автоматичного керування переважно використовують від’ємний зворотній зв’язок. У більшості випадків, говорячи про зворотній зв’язок, ми матимемо на увазі саме від’ємний зворотній зв’язок.

Введення зворотного зв’язку в систему перетворює розімкнуту систему керування в замкнуту. Замикання системи зворотним зв’язком є найбільш вживаним методом забезпечення автоматичного керування. Замикання системи кардинально змінює динаміку об’єкта керування і суттєво підвищує точність керування. Об’єкти, які без зворотного зв’язку працюють нестійко, після введення є зворотного зв’язку змінюють свої динамічні характеристики і працюють стійко. Замикання системи також веде до підвищення точності керування. Це підвищення точності керування залежить від величини коефіцієнта підсилення системи. Замикання системи також веде до зменшення тривалості перехідних процесів у системі. Зменшення тривалості перехідних процесів також визначається коефіцієнтом підсилення і дорівнює $1 + К$.

Зворотний зв’язок може здійснюватись різними динамічними ланками та мати різні характеристики. Тому розглядають різні типи зворотного зв’язку.

Залежно від часу дії зворотній зв’язок поділяють на жорсткий та гнучкий. Жорстким зворотнім зв’язком називають зворотний зв’язок, який діє постійно. Сигнал жорсткого зворотного зв'язку пропорційний вихідній величині.

Залежно від того, яку роль в САК відіграє зворотний зв'язок, розрізняють загальний і місцевий зворотний зв'язок. Загальний зворотний зв'язок охоплює всю САК в цілому, тоді як місцевий зворотний зв'язок може охоплювати тільки певні частину САК.

Жорсткий зворотній зв'язок – це зв'язок, який діє постійно. Здійснюється він за допомогою пропорційних динамічних ланок.

Гнучкий зворотний зв'язок – це зв'язок, який діє тільки під час зміни вихідної величини. Сигнал гнучкого зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни вихідної величини.

Залежно від типу зворотного зв'язку розрізняють типа регуляторів, а саме: П, Д, ПД, ПІ та ПІД регулятори.

П регулятори – це пропорційні регулятори, в яких сигнал зворотного зв'язку пропорційний вихідній величині.

Д та ПД – це диференційні та пропорційно диференційні регулятори, це регулятори, в яких сигнал зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни (похідній) вихідного сигналу, до складу регулятора входить диференційна ланка.

ПІ – це пропорційно інтегральні регулятори, це регулятори в яких введена інтегральна ланка для усунення статичних помилок регулювання.

ПІД регулятори - це регулятори, до складу яких входять підсилюючі, інтегруючі та диференційні ланки.

Як було зазначено раніше, в замкнутих системах автоматичного керування замикання системи, що дає змогу забезпечити надходження на вхід об'єкта сигналу, пропорційного вихідній величині об'єкта, виконується за допомогою головного зворотного зв'язку. Оскільки цей сигнал повинен подіяти на об'єкт таким чином, щоб відхилення вихідної величини об'єкта, яке з'явилося внаслідок дії збурення, зменшилось, то головний зворотний зв'язок є від'ємним.

Під зворотним зв'язком розуміють таке виконання зв'язків у системі, при якому на вхід елемента Е надходить величина $x_{зв.з}$, пропорційна вихідній величині елемента (рисунок 8.1).

Формування сигналу зворотного зв'язку виконується пристроєм зворотного зв'язку – ЗЗ. його дія визначається коефіцієнтом зворотного зв'язку, який показує відношення вихідної величини пристрою зворотного зв'язку $x_{зв.з}$ до вихідної величини елемента $x_{вих}$:

$$\beta = \frac{x_{зв.з}}{x_{вих}}. \tag{8.1}$$

Здебільшого $\beta < 1$, проте можливі випадки, коли $\beta > 1$ (наприклад, «глибокі» зворотні зв'язки в підсилювачах для здобуття релейних режимів).

Визначають такі зворотні зв’язки: додатні і від’ємні; жорсткі і гнучкі; головні і місцеві; за технологічним параметром (швидкості, струму, напруги тощо).

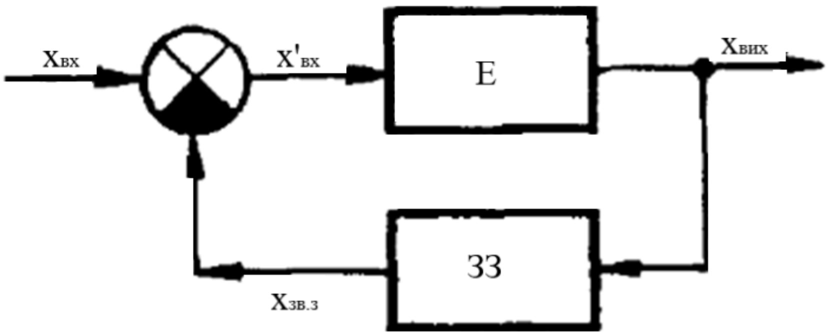


Рисунок 8.1 – Зворотний зв'язок

8.2 Додатній та від’ємний зворотній зв’язок.

Додатним зворотним зв’язком називають зв’язок, дія якого збігається за знаком з дією вхідної величини на даний елемент.

Якщо рівняння ланки до введення зворотного зв’язку має вигляд

$$x_{вих} = Kx_{вх}, \qquad (8.2)$$

то при наявності зворотного зв’язку фактичне значення вхідної величини обчислюється за формулою

$$x'_{вх} = x_{вх} + x_{зв.з} = x_{вх} + \beta x_{вих}. \qquad (8.2)$$

У цьому випадку рівняння ланки, охопленої додатним зворотним зв’язком, має вигляд

$$x_{вих} = K(x_{вх} + \beta x_{вих}), \qquad (8.3)$$

Звідки

$$(1 - K\beta)\, x_{вих} = Kx_{вх} \qquad (8.4)$$

і коефіцієнт при додатному зворотному зв’язку:

$$K^{зв.з} = \frac{x_{вих}}{x_{вх}} = \frac{K}{1 - K\beta}. \qquad (8.5)$$

Введення додатного зворотного зв’язку призводить до зростання коефіцієнта передачі (підсилення) ланки, що визначає широке застосування таких зворотних зв’язків у підсилювачах.

При від'ємному зворотному зв’язку $x'_{вх} = x_{вх} - \beta x_{вих}$ і передаточний коефіцієнт ланки

$$K^{зв.з} = \frac{K}{1 + K\beta} \tag{8.6}$$

буде зменшуватись, що, як показано далі, позитивно впливає на затухання (стабілізацію) перехідних процесів.

8.3 Жорсткий та гнучкий зворотній зв’язок.

Розглянемо процес дії зворотного зв’язку на конкретному прикладі (рисунок 8.2).

На рис. 8.2, а показано принципову схему системи стабілізації швидкості ω парової машини. Контроль швидкості виконується вимірювальним елементом, що є відцентровим регулятором ВР (термін «відцентровий регулятор» у даному разі є історичним поняттям). При зміні швидкості ω кулі К1 і К2 переміщуються вгору або вниз, діючи на пружину ПР і муфту М, яка через важіль ОА переміщує відповідним чином золотник З. Золотник відкриває шлях надходженню масла у верхню або нижню порожнину циліндра гідравлічного серводвигуна СД.

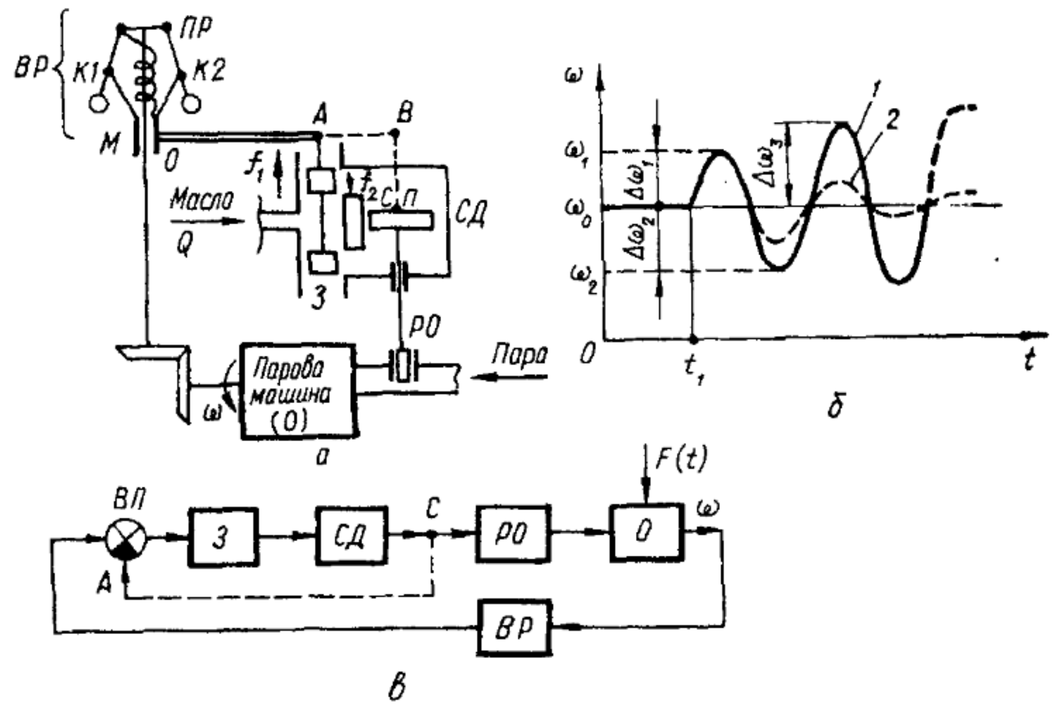


Рисунок 8.2 – Принципова схема системи стабілізації швидкості парової машини

Масло під тиском, який створює не показаний на схемі компресор, надходить у відповідну порожнину циліндра і викликає переміщення поршня циліндра П і регулюючого органу РО. Зміна положення РО зумовлює збільшення (або зменшення) кількості пари, що надходить до парової машини, і відповідну зміну (в напрямку стабілізації) швидкості ω.

Якщо вважати, що на інтервалі часу 0 - t, (рисунок 8.2, б) машина працювала з потрібного швидкістю ω_0, то золотник З знаходився в нейтральному положенні, показаному на рисунку. Якщо в момент t_1 при зменшенні навантаження швидкість зросла на певну величину $\Delta\omega_1$ то кулі К1, К2 почнуть переміщуватись вгору і через систему муфта-важіль-золотник відкриють шлях надходьженню масла у верхню порожнину циліндра, що призведе до зменшення надходження пари і швидкості ω. При зменшенні швидкості ω, завдяки великим моментам інерції обертових мас парової машини, після досягнення потрібного значення швидкості ω_0 швидкість продовжуватиме зменшуватись, і негативне відхилення досягне деякого значення $\Delta\omega_2$. Виникне перерегулювання - відхилення регульованої величини по знаку, - протилежне початковому відхиленню. В результаті зменшення швидкості кулі К1 та К2 будуть рухатися вниз, що призведе до дії системи автоматичного керування, спрямованого на підвищення швидкості. При цьому може виникнути нове відхилення швидкості від потрібного значення ω_0, що дорівнює $\Delta\omega_3>\Delta\omega_1$, (характеристика 1). Далі нові відхилення можуть ставати все більшими і, якщо процес не зупинити, це може призвести до аварії. Така САК не роботоздатна.

Щоб уникнути такого розвитку процесу керування, в систему вводять від'ємний зворотний зв'язок, який реалізується у вигляді механічних елементів АВ - ВС, за допомогою яких зв'язується поршень із золотником. При наявності такого зв'язку, показаного на рисунку пунктиром, на золотник З будуть діяти два протилежно напрямлені зусилля f_1 і f_2. Тому відхилення золотника в процесі керування буде меншим, ніж при відсутності вказаного зворотного зв'язку. Це дасть змогу при правильному виборі параметрів зворотного зв'язку звести коливання до затухаючих (характеристика 2), а всю систему зробити роботоздатною.

Функціональна схема такої САР наведена на рисунку 8.2, б, де зворотний зв'язок, що охоплює гідравлічний серводвигун, показано пунктиром.

Жорсткі й гнучкі зворотні зв'язки. Жорсткий зворотний зв'язок – це такий зв'язок, дія якого залежить тільки від відхилення величини на його вході (відхилення вихідної величини ланки, що охоплюється цим зворотним зв'язком) і не є функцією часу.

Гнучкий зворотний зв'язок — це такий зв'язок, дія якого є функцією часу і проявляється лише в перехідних режимах. У статичних режимах такий зв'язок не діє, тому ці зв'язки іноді називають «зникаючими».

Перевага гнучких зворотних зв'язків полягає в тому, що вони не впливають (не зменшують) на статичний коефіцієнт передачі, що, як буде показано далі, веде до підвищення якості САК.

Покажемо можливість введення гнучкого зворотного зв'язку в розглянутій раніше системі. Для розв'язання цього завдання в розтин елемента ВС треба ввести ізодромний пристрій I (рис. 1. 29), який є циліндром Ц1, заповненим маслом. Усередині циліндра знаходиться поршень П1, механічно зв'язаний із золотником і пружиною ПР, що виконує допоміжну роль.

Отже, зв'язок між поршнем П серводвигуна СД, який жорстко зв'язаний з регулюючим органом системи РО, і золотником, виконується за рахунок взаємодії масляного середовища і поршня П1 ізодромного пристрою і діє тільки при переміщенні основного поршня. Величина сил зчеплення між маслом і поршнем П1, яка зумовлює дію зворотного зв'язку, залежить від швидкості руху основного поршня dx/dt, а також прискорення d^2x/dt^2 і є функцією часу. За допомогою головного від'ємного зворотного зв'язку забезпечується можливість реалізації принципу керування за відхиленням і побудови цілого класу замкнутих систем - систем автоматичного регулювання.

В найбільш спрощеному вигляді функціональну схему СЛР, як ззначалося раніше, можна представити у вигляді сукупності двох елементів: об'єкта керування О і регулятора Р. Тому сам регулятор по відношенню до об'єкта керування, що забезпечує зв'язок між виходом і входом об'єкта, в деяких випадках можна умовно розглядати як пристрій, подібний до від'ємного зворотного зв'язку.

Після розгляду різних видів і особливостей систем автоматичного керування слід перейти до викладення основних питань теорії їх функціонування.

Контрольні питання

1. Що таке зворотний зв'язок?
2. Які особливості жорсткого зворотного зв'язку?
3. Які особливості гнучкого зворотного зв'язку?
4. В чому полягає відмінності додатного та відємного зворотного зв'язку?

Тема. 9 Сигнали випробування систем автоматичного керування

План

9.1 Експериментальне визначення характеристик систем автоматичного керування.

9.2 Часові характеристики систем автоматичного керування.

9.3 Одиничний ступінчастий вплив.

9.4 Перехідна функція системи автоматичного керування.

9.5 Одиничний імпульс (δ-функція).

9.1 Експериментальне визначення характеристик систем автоматичного керування.

Під час аналізу реальних систем керування виникає питання експериментального визначення характеристик системи, характеристик її окремих ланок. Під час експериментального вивчення на систему подають певний сигнал і вимірюють, як вона реагує на нього. Залежно від реакції можна визначити, що являє собою система, які її характеристики. Вивчаючи окремі динамічні ланки, можна визначити тип динамічної. ланки та її параметри. Теоретичне вивчення САК також ґрунтується на експериментальних дослідженнях і результати цих досліджень покладені в основу теоретичного вивчення САК.

Для експериментального вивчення САК та окремих ланок потрібно, в першу чергу, вибрати випробувальний сигнал, який слід подавати на систему. Вимоги до сигналу такі: сигнал повинен бути максимально простим в реалізації; сигнал повинен бути максимально інформативним, тобто дозволяти визначити максимальну кількість параметрів системи.

Сигналів, які відповідають таким умовам, є декілька. Залежно від випробувальних сигналів розрізняють різні характеристики систем. У теорії інформацій, радіотехніці, електротехніці, теорії електричних кіл, в теорії електрозв'язку, радіозв'язку, в ТАК та в інших наукових дисциплінах. прийнято описувати системи двома різновидами характеристик, а саме: часові характеристики та частотні характеристики.

9.2 Часові характеристики систем автоматичного керування.

Часові характеристики – визначають поведінку системи в часі. На вхід системи подають випробувальний сигнал і вивчають зміну вихідного сигналу протягом певного проміжку часу. Часові характеристики подають у вигляді функцій часу, або у вигляді графіків залежності вихідного сигналу від часу, який пройшов з моменту початку подачі сигналу.

Для вивчення часових характеристик:

- ступінчатий,
- імпульсний,
- наростаючий з постійною швидкістю,

- наростаючий з постійним прискоренням.

У разі вивчення часових характеристик за допомогою осцилографів чи самописців використовують сигнали, які періодично повторюються, а саме сигнал типу меандр, трикутний сигнал, пилкоподібний та ін.

Розглянемо названі сигнали.

9.3 Одиничний ступінчастий вплив.

Сигнал рівний нулю до певного моменту часу t0, і рівний певній постійній величині починаючи з моменту часу t0. Це сигнал, який створює звичайний вимикач. Графічно такий сигнал показано на рис.4.1.

Цей вплив має вигляд одиничного стрибка. Його називають також одиничною функцією 1(t), яка набуває таких значень:

$$\begin{cases} 1(t) = 0, \text{при } t < 0, \\ 1(t) = 1, \text{при } t \geq 0. \end{cases} \tag{9.1}$$

Такому впливу відповідає, наприклад, збільшення навантаження в системах регулювання кутової швидкості електродвигуна, раптова зміна положення задавальної осі в слідкуючій системі, тощо.

Реакція системи на одиничний ступінчастий вплив за нульових початкових умов називається перехідною функцією h(t) системи; графік цієї функції називається перехідною характеристикою.

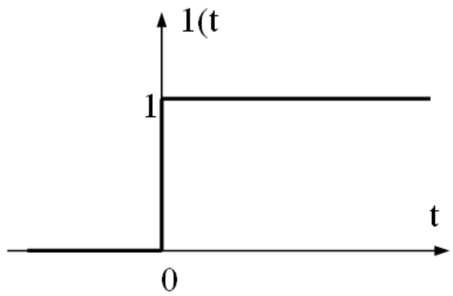


Рисунок. 9.1. – Одиничний ступінчастий вплив

Це дуже важлива характеристика системи: за нею можна судити про стійкість системи, її швидкодію.

Якщо відоме рівняння, що описує САК, перехідну функцію h(t) можна отримати, розв’язавши це рівняння за нульових початкових умов і прийнявши x(t)=1(t).

9.4 Одиничний імпульс (δ-функція).

Цей вплив являє собою дуже вузький імпульс, що обмежує одиничну площу (рисунок 9.2). Тобто δ-функція задовольняє умовам:

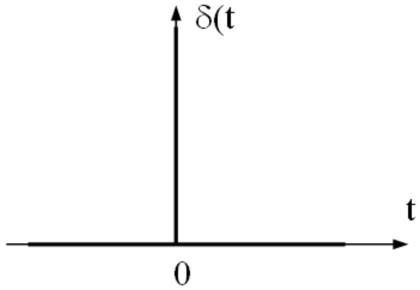


Рисунок 9.2 – Вплив у вигляді δ-функції

$$\begin{cases}\delta(t)=\infty, & \text{при } t=0,\\ \delta(t)=0, & \text{при } t\neq 0.\end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1. \tag{9.2}$$

За реальних умов вплив у вигляді δ-функції має місце, наприклад, у випадку раптового входження літака в струмінь повітря, що рухається перпендикулярно траєкторії руху літака.

Іншими словами, за вплив одиничного імпульсу може бути прийнятий вплив імпульсу будь-якої форми і малої довжини порівняно з очікуваним часом перехідного процесу.

Реакція системи на одиничний імпульсний вплив за нульових початкових умов називається імпульсною перехідною функцією w(t) системи. Графік цієї функції називається імпульсною перехідною характеристикою.

Перехідна та імпульсна перехідна функції називаються *часовими* функціями. Між ними існує зв’язок:

$$\frac{dh(t)}{dt}=w(t). \tag{9.3}$$

Аналогічно пов’язані між собою одинична функція та одиничний імпульс:

$$\frac{d1(t)}{dt}=\delta(t). \tag{9.4}$$

Сигнал наростаючий з постійною швидкістю - це сигнал, величина якого змінюється постійно і швидкість зміни постійно. Вигляд сигналу показано на рис.4.3. У ТАК такі сигнали використовують для дослідження так званих астатичних систем, які ми розглянемо дещо пізніше. Сигнали такого типу часто використовують, наприклад в осцилографі для рядкової розгортки. Реалізувати такий сигнал повністю неможливо, не можемо ми збільшувати будь-яку величину до безконечності. Тому використовують пилкоподібний сигнал, сигнал вигляду, показаного на рисунку 9.3 г). Цей сигнал у разі використання осцилографа дозволяє вивести на екран характеристику системи, яка кадр за кадром буде повторюватись і на екрані буде давати стійке зображення.

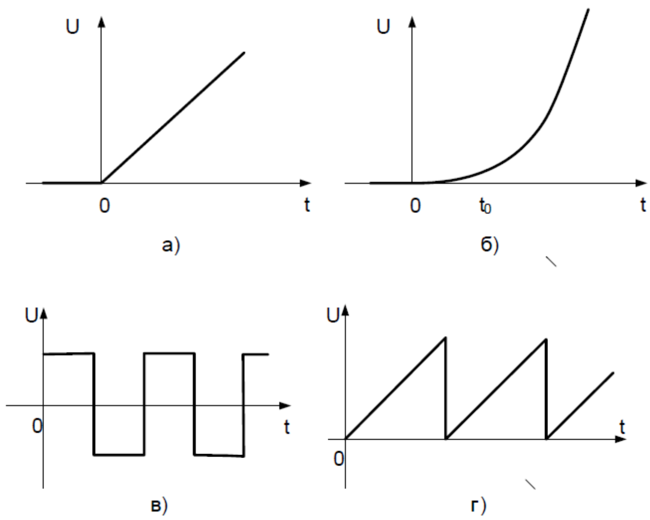


Рисунок 9.3 – Типи випробувальних сигналів

Сигнал наростаючий з постійним прискоренням - це сигнал, величина якого наростає з одним і тим же прискоренням. Вигляд його показано на рисунок 9.3, б). Використовують такий сигнал для дослідження астатичних систем.

Сигнал типу меандр - це сигнал, вигляд якого показано на рис. 4.3 в). Він використовується для виводу на екран осцилографа зображення характеристик системи при ступінчастому сигналі. Якщо сигнал меандр повторюється з частотою зміни кадрів, то на екрані осцилографа буде постійно зберігатись одне і те ж зображення, яке відповідає ступінчатому сигналу.

У подальшому ми розглядатимемо реакцію систем на ступінчастий та імпульсний сигнали.

Згідно з прийнятою термінологією характеристикою називають графік, а функцією – математичний вираз. Тобто якщо ми говоримо слово характеристика, то будемо розуміти, що це синонім слову графік.

Перехідна характеристика - графік зміни вихідного сигналу системи в часі при умові, що на її вхід подали ступінчастий сигнал.

Імпульсна перехідна характеристика – графік змін вихідного сигналу системи при умові, що на її вхід подали імпульсний сигнал.

Перехідна функція – функція, як описує вихідний сигнал системи при ступінчатому сигналі на її вході. Вона є розв’язком диференційного рівняння системи, права частина якого є тета-функція. Позначають перехідну функцію h(t).

Імпульсна перехідна функція – функція, як описує вихідний сигнал системи при імпульсному сигналі на її вході. Вона є розв’язком диференційного рівняння системи, права частина якого дорівнює імпульсній функції. Подекуди імпульсну перехідну функцію називають ваговою функцією і позначають (t).

Отже ми для систем маємо такі характеристики:

- диференційне рівняння;
- передатна функція;
- перехідна функція h(t);
- перехідна характеристика;
- імпульсна перехідна, або вагова функція (t);
- імпульсна перехідна характеристика.

Зауважимо, що між перехідною та імпульсною перехідною (ваговою) функціями існує співвідношення

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt} \qquad (9.5)$$

Контрольні питання

1. Які режими роботи САК вам відомі?
2. Що таке статичний режим, перехідний режим, динамічний режим?
3. Які сигнали використовують під час аналізу САК?
4. Що таке перехідна функція системи?
5. Що таке імпульсна перехідна функція системи?
6. Як пов’язані між собою перехідна та імпульсна перехідна функції системи?
7. Які способи динамічного подання сигналів вам відомі?

Тема 10 Частотні характеристики систем автоматичного керування.

План

10.1 Сигнали для вивчення частотних характеристик.

10.2 Комплексна частотна характеристика системи.

10.1 Сигнали для вивчення частотних характеристик.

Частотні характеристики – визначають реакцію систем на гармонічні сигнали різних частот. Подають їх у вигляді частотних функцій або графіків залежностей певного параметра від частоти. Частотні характеристики використовують так само часто, як і часові. Подекуди частотні характеристики доповнюють часові.

Для вивчення частотних характеристик використовують такі сигнали:

- гармонічний сигнал сталої частоти,
- гармонічний сигнал зі змінною частотою,
- шумовий сигнал білого чи рожевого шуму.

Гармонічний сигнал - це сигнал, який описують тригонометричними функціями синус чи косинус. Використовують його для визначення частотних характеристик, тобто як система реагує на сигнали тієї чи іншої частоти.

Цей вплив може бути записаний у вигляді:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi), \tag{10.1}$$

де A - амплітуда коливань; ω - кругова частота.

Використання гармонічного впливу різної частоти дозволяє отримати математичний опис системи у вигляді частотних характеристик.

Гармонічний сигнал зі змінною частотою - це той же синусоїдальний сигнал, частота якого змінюється в певному діапазоні від величини $\omega 1$ до $\omega 2$. Створюють його спеціальні генератори. Використовується такий сигнал для вивчення частотних характеристик, які подають завжди як графіки, в яких по горизонтальній осі відкладена частота, або логарифм частоти.

Сигнали білого чи рожевого шуму - це спеціальні шумові сигнали спектральна густина яких постійна в певному діапазоні частот (сигнал "білого" шуму), або змінюється пропорційно частоті (сигнал "рожевого" шуму),. Використовуються ці сигнали для вивчення частотних характеристик систем аналогічно синусоїдальному сигналу зі змінною частотою, тільки використовують дещо інше обладнання.

Крім наведених вище сигналів під час аналізу САК використовують також сигнали вигляду: $x(t) = kt$; $x(t) = kt^2$; $x(t) = kt^3$ і т.д., які дозволяють визначити порядок астатизму системи

Якщо відома перехідна $h(t)$ або імпульсна перехідна $w(t)$ функція, можна визначити реакцію системи на вплив довільної форми. Для цього використовують принцип динамічного подання сигналу, відповідно до якого реальний сигнал приблизно описується сумою деяких елементарних сигналів, що виникають у послідовні моменти часу. Якщо довжина окремих елементарних сигналів наближається до нуля, то в границі буде отримано точне зображення вхідного сигналу.

Широке використання знайшли два способи динамічного подання сигналів. Згідно з першим із них, як елементарні сигнали використовуються ступінчасті функції, що виникають через однакові проміжки часу Δ (рисунок 10.1,а). Висота кожної ступені дорівнює приросту сигналу на інтервалі часу Δ.

При другому способі подання елементарними сигналами слугують прямокутні імпульси. Ці імпульси безпосередньо примикають один до одного і утворюють послідовність, що вписана в криву чи описана навколо неї (рисунок 10.1,б).

Перший спосіб динамічного подання сигналу x(t) дозволяє знайти реакцію системи y(t) на цей сигнал за відомою перехідною функцією h(t). Другий спосіб - за відомою імпульсною перехідною функцією w(t).

Цей зв'язок може бути записаний за допомогою інтегралів Дюамеля:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)w(t-\tau)d\tau = \int_0^t x(t-\tau)w(\tau)d\tau, \qquad (10.2)$$

$$y(t) = x(0)h(t) + \int_0^t \frac{dx(t)}{d\tau} h(t-\tau)d\tau, \qquad (10.3)$$

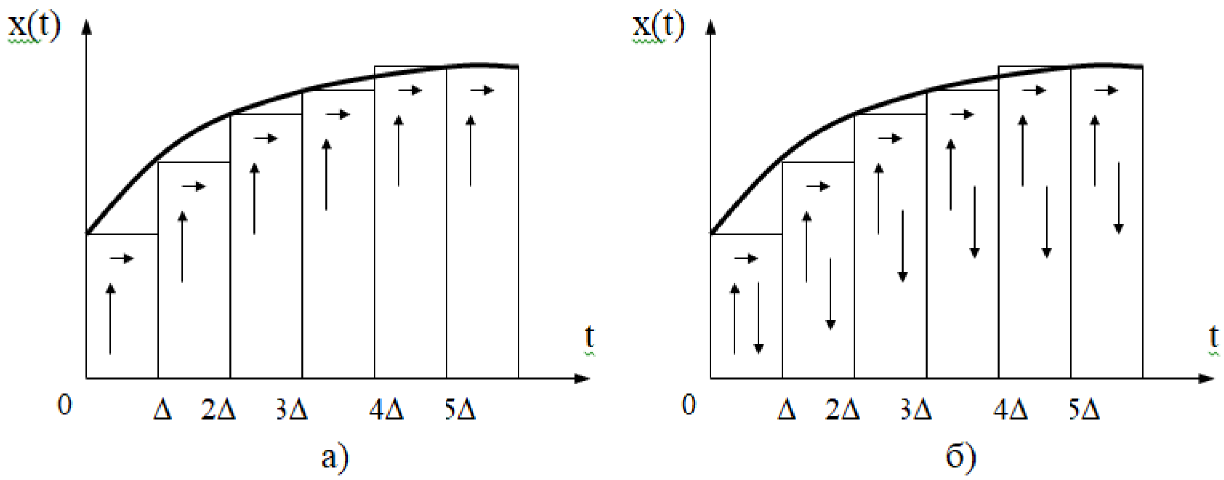


Рисунок 10.1 – Способи динамічного подання сигналів

З (10.3) випливає, що вихідний сигнал лінійної стаціонарної системи являє собою згортку двох функцій - вхідного сигналу й імпульсної перехідної функції.

10.2 Комплексна частотна характеристика системи.

При розгляді систем , при подачі на вхід гармонійних коливань , важливу роль відіграють частотні характеристики. Їх роль особливо помітна при: дослідженні стійкості, а також при синтезі коригувальних пристроїв (регуляторів). Беручи до уваги визначення передавальної функції і, замінивши параметр p на частоту $j\omega$, тобто прийнявши $p = j\omega$, запишемо:

$$W(j\omega) = |W(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = \frac{|Y(j\omega)| e^{j\varphi_y(\omega)}}{|X(j\omega)| e^{j\varphi_x(\omega)}}. \tag{10.4}$$

Позначимо $|W(j\omega)| = R(\omega)$, $|X(j\omega)| = B(\omega)$, $|Y(j\omega)| = A(\omega)$.
Тоді

$$R(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{B(\omega)e^{j\varphi_B(\omega)}}{A(\omega)e^{j\varphi_A(\omega)}} = \frac{A_x(\omega)}{A(\omega)} e^{j[\varphi_B(\omega)-\varphi_A(\omega)]} \tag{10.5}$$

Тепер можно записати

$$R(\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)}; \qquad \varphi(\omega) = \varphi_B(\omega) - \varphi_A(\omega). \tag{10.6}$$

Якщо

$$W(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_0} = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)} = \frac{\left(a(\omega) + jb(\omega)(c(\omega) - jd(\omega)\right)}{c^2(\omega) + d^2(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega), \tag{10.7}$$

то

$$R(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \tag{10.8}$$

$$\varphi(\omega) = arctg\left[\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right]. \tag{10.9}$$

Дамо деякі визначення. Комплекснознакова функція W ($j\omega$) називається комплексної частотної характеристикою системи (комплексним коефіцієнтом передачі) або амплітудно-фазової частотної характеристикою.

Графічне зображення амплітудно-фазової частотної характеристики на комплексній площині називається годографом.

Функції P(ω) і Q(ω) називаються відповідно дійсною та уявної частотними характеристиками.

Функції R(ω) і $\varphi(\omega)$, що визначаються залежностями (10.8, 10.9) називаються відповідноно амплітудною та фазовою частотними характеристиками Вони показані на рисунку 10.2.

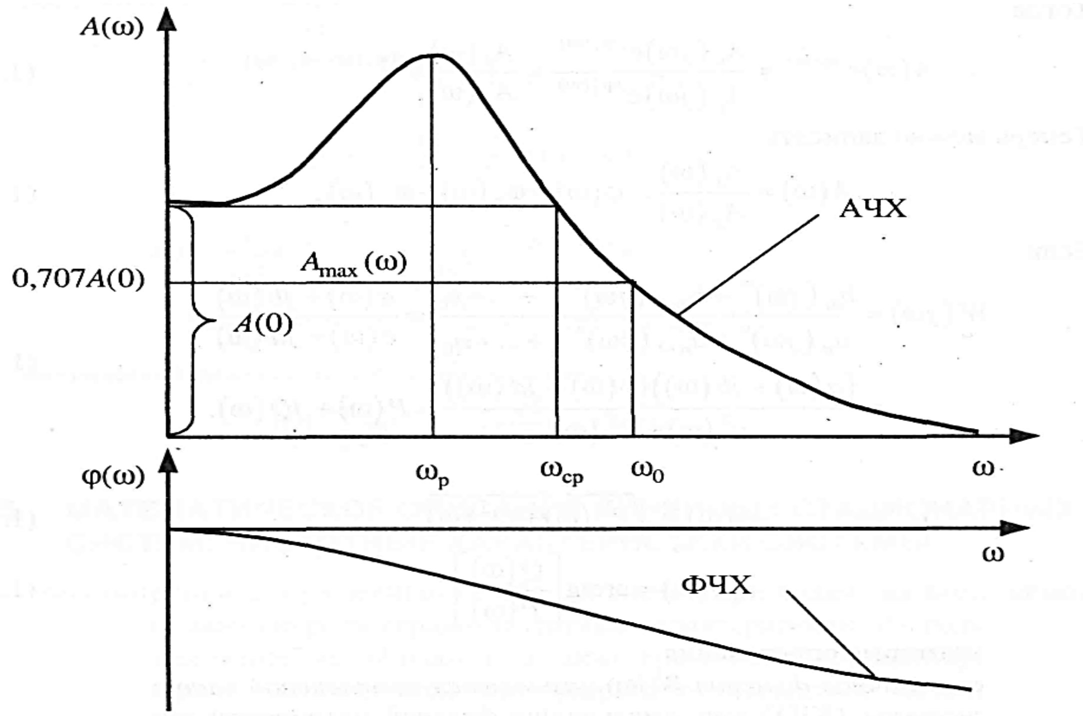


Рисунок 10.2 – Амплітудна та фазова частотні характеристики системи

Частотні характеристики характеризуються такими показниками:

- Показник коливальності M = A_{max}(ω)/A(0) (характеризує схильність системи до коливань; чим вище M, тим менш якісна система; як правило, в реальних системах 1,5 ≥ M ≥ 1,1);

- Резонансна частота ω_p (частота, при якій АЧХ має максимум; на цій частоті гармонійні коливання мають найбільше посилення);

- Смуга пропускання системи (інтервал від ω = 0 до ω_0, на якому виконується умова

$$R(\omega_0) \leq 0,707A(0); \quad (10.10)$$

- Частота зрізу ω_{cp} - частота, на якій амплітудна частотна характеристика системи приймає значення, рівне R (0), тобто (на рисунку 10.2 умовно прийнято R(0) = 1):

$$R(\omega_{cp}) = R(0). \quad (10.11)$$

Частота зрізу побічно характеризує тривалість перехідного процесу; справедливе співвідношення:

$$T_y = (1 \div 2)\frac{2\pi}{\omega_{cp}} \tag{10.12}$$

Таким чином , можна зробити важливий висновок: чим ширше смуга пропускання , тим система є більш швидкодіючою .

Якщо ж смуга пропускання є постійною для всіх частот на (- ∞ , + ∞) і, отже , ω_{cp} = ∞ , то система є безінерційнної , у якої Ту = 0 . Цей висновок випливає з формули (10.12). Оскільки система з нескінченною смугою пропускання безінерційних , то вхідні сигнали відпрацьовуються нею без спотворення.

Сформулюємо закон перетворення гармонійних сигналів лінійними системами . якщо на вхід системи подається косинусодальний сигнал з амплітудою y_0 , то на виході в усталеному режимі має місце також косинусодальний сигнал з тією ж частотою , але вже з іншими амплітудою і фазою. Амплітуда виходу дорівнює

$$x_0 = y_0 A(\omega_0), \tag{10.13}$$

а сигнал має зсув фази $\varphi(\omega_0)$.

Отриманий факт використовують для експериментального визначення R (ω) і $\varphi(\omega)$. Для визначення однієї точки R (ω_0) і $\varphi(\omega_0)$ на вхід системи треба подати гармонічний вплив

$$y(t) = y_0 \cos \omega_0 t, \tag{10.14}$$

має конкретну кутову частоту ω_0.

У результаті в системі виникне перехідний процес (має місце складова $x_п$ (t) і сталі коливання з частотою ω_0. Після затухання перехідного процесу (тобто в сталому режимі), якщо система стійка, то $x_n(t) \to 0$ $(t \to \infty)$, на виході будуть мати місце сталі коливання з частотою ω_0, рівній частоті впливу, але відрізняються за амплітудою і фазою. Одна точка амплітудної частотної характеристики R (ω_0) визначається залежністю

$$R(\omega_0) = \frac{x_0}{y_0}, \tag{10.14}$$

а $\varphi(\omega_0)$ – як зсув фази вихідного сигналу стосовно входу. Аналогічно можна побудувати всі точки амплітудної частотної характеристики та фазової частотної характеристики (рисунок 10.3).

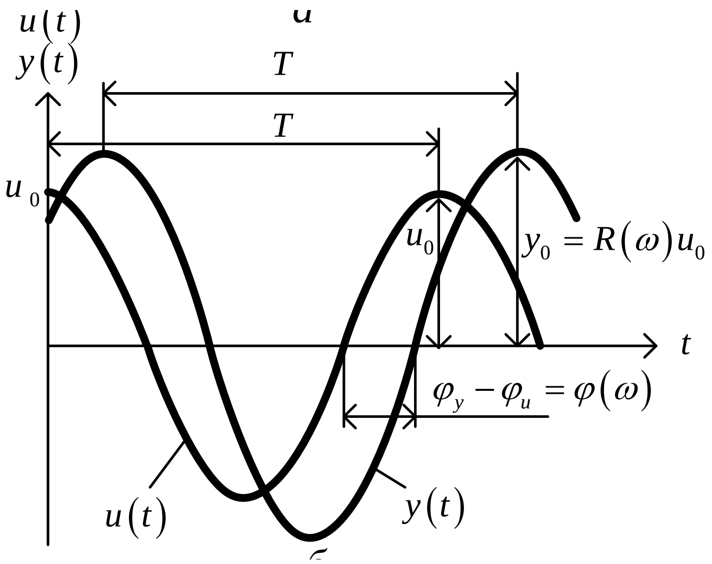


Рисунок 10.3 – Експериментальне визначення частотних характеристик динамічної системи (динамічної ланки) - процеси на вході і виході.

Контрольні питання

1. Які частотні функції вам відомі? Поясніть їх фізичний зміст.
2. Як будується АФЧХ системи за відомою передавальною функцією?
3. Що таке логарифмічні частотні характеристики? У якій системі координат вони будуються?
4. Як будується асимптотична ЛАЧХ системи при послідовному з’єднанні ланок?

Тема №11 Стійкість лінійних систем автоматичного керування. Алгебраїчні критерії стійкості.

План

11.1 Поняття стійкості.
11.2 Постановка задачі стійкості за О.М. Ляпуновим.
11.3 Умови стійкості лінійних систем автоматичного керування.
11.4 Загальні відомості про критерії стійкості.
11.5 Критерій стійкості Гурвіца.
11.6 Критерій стійкості Льєнара-Шипара.

11.1 Поняття стійкості.

На будь-яку автоматичну систему завжди діють різні зовнішні впливи, які можуть перешкоджувати її нормальній роботі. Правильно спроектована система має стійко працювати при всіх зовнішніх впливах: стійкість є однією з необхідних умов, що забезпечують нормальне функціонування автоматичних систем.

У найпростішому випадку під стійкістю САК будемо розуміти властивість системи повертатися у стан рівноваги після зникнення зовнішніх сил, які вивели її з цього стану. Це поняття можна проілюструвати за допомогою системи шар-поверхня (рисунок 11.1).

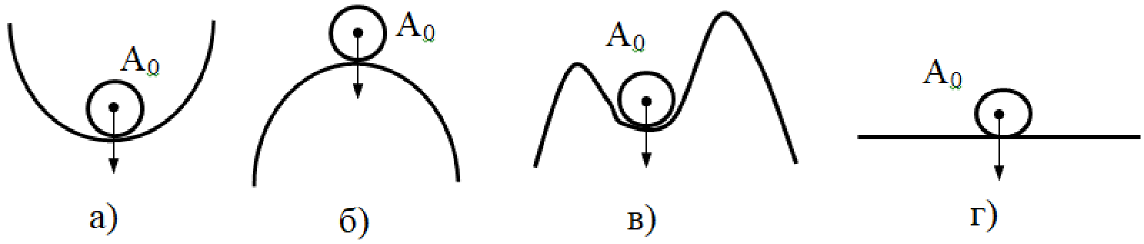


Рисунок 11.1 – До поняття стійкості рівноважних положень

У випадку, зображеному на рисунку 11.1, а, при будь-якому відхиленні шару від положення рівноваги (положення A_0) він буде намагатися повернутися у це положення. Цей випадок відповідає стійкій рівновазі.

У випадку, зображеному на рисунку 11.1, б, має місце нестійка рівновага, тобто така система нестійка.

На рисунку 11.1, в стан рівноваги стійкий лише доти, доки відхилення не вийшло за деяку межу. Рисунок 11.1, г відповідає байдужій рівновазі.

Якщо система описується лінійним диференціальним рівнянням, то її стійкість не залежить від величини впливів. Лінійна САК, стійка при малих впливах, буде стійкою і при великих.

Нелінійні системи можуть бути стійкі при малих впливах і нестійкі при великих (рисунок 11.1 в).

Тому в загальному випадку, розглядаючи нелінійні системи, вводять поняття стійкості «у малому», «у великому» та «в цілому».

Система стійка «у малому», якщо зазначається лише факт наявності області стійкості, але не визначаються її межі.

Систему називають стійкою «у великому», коли визначені межі області стійкості, тобто визначені границі області початкових відхилень, при яких система повертається у початкове положення, і з’ясовано, що реальні початкові відхилення належать цій області.

У тому випадку, коли система повертається у початкове положення при будь-яких початкових відхиленнях, систему називають стійкою «в цілому».

Зрозуміло, що система, стійка «в цілому», буде стійка «у малому» та «у великому»; система, стійка «у великому», буде стійка «у малому».

Поняття стійкості можна розповсюдити і на більш загальний випадок - випадок руху в незбуреному стані, наприклад, руху за деякою заданою траєкторією.

Припустимо, що заданий рух за відсутності впливів має визначатися законом зміни вихідної координати $y^*(t)$. Це буде незбурений рух. Зовнішні впливи спричинюють відхилення дійсного руху системи від заданого. Цей дійсний рух називають збуреним. Він визначається координатою $y(t)$. Тоді заданий незбурений рух буде стійким, якщо після закінчення дії зовнішніх впливів збурений рух через деякий час увійде у задану область $\left|y(t) - y^*(t)\right| \le \varepsilon$, де $\varepsilon = const$ - задана величина.

11.2 Постановка задачі стійкості за О.М. Ляпуновим

Уперше чітке визначення стійкості було дане вченим Ляпуновим 1892 року в роботі «Загальна задача про стійкість руху».

Уведемо нову змінну, що дорівнює різниці змінної $y(t)$ у збуреному та незбуреному русі: $x = y(t) - y^*(t)$. Цю змінну називають відхиленням або варіацією величини $y(t)$.

Визначення стійкості за Ляпуновим можна пояснити таким чином.

Стійкість незбуреного руху означає, що при достатньо малих початкових відхиленнях збурений рух буде як завгодно мало відрізнятися від незбуреного руху. Якщо незбурений рух нестійкий, то збурений рух відходитиме від нього, як би малі не були початкові відхилення.

Незбурений рух називається асимптотично стійким, якщо будь-який збурений рух при достатньо малих збуреннях прямує до незбуреного руху, тобто

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0. \qquad (11.1)$$

У результаті лінеаризації точні нелінійні диференціальні рівняння замінюються наближеними лінеаризованими рівняннями, які називаються рівняннями першого наближення.

О.М. Ляпунов сформулював теореми, що дозволяють судити про стійкість нелінійних систем за їх лінеаризованими рівняннями (рівняннями першого наближення).

Теорема 1. Якщо дійсні частини всіх коренів s_i характеристичного рівняння першого наближення від'ємні, то незбурений рух асимптотично стійкий.

Теорема 2**.** Якщо серед коренів s_i характеристичного рівняння першого наближення є хоча б один корінь з додатною дійсною частиною, то незбурений рух нестійкий.

Якщо серед коренів s_i є хоча б один нульовий корінь, а дійсні частини решти коренів від'ємні, то це відповідає критичному випадку і, згідно з Ляпуновим, стійкість незбуреного руху в цьому випадку не може бути оцінена за рівняннями першого наближення, а потрібний розгляд точних рівнянь.

11.3 Умови стійкості лінійних систем автоматичного керування

Лінійні САК описуються лінійним диференціальним рівнянням, розв'язок якого містить дві складові

$$y(t) = y_з(t) + y_в(t), \tag{11.2}$$

де $y_з(t)$ - змушена складова, яка залежить від виду правої частини рівняння. Вона визначається як частинний розв'язок неоднорідного рівняння;

$y_в(t)$ - вільна складова, яка визначається загальним розв'язком однорідного диференціального рівняння:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) y_в(t) = 0. \tag{11.3}$$

Звичайно цікавляться стійкістю змушеної складової $y_з(t)$ перехідного процесу. Тому за незбурений рух системи приймаємо змушену складову $y_з(t)$. Тоді збуреним рухом буде будь-яка можлива зміна вихідної величини $y(t)$, а відхиленням - вільна складова:

$$y_в(t) = y(t) - y_з(t). \tag{11.4}$$

Тоді відповідно до (11.1) система буде асимптотично стійкою, якщо протягом часу при $t \to \infty$ вільна складова буде наближатися до нуля, тобто $y_в(t) \to 0$. Значить, для того, щоб вияснити необхідні та достатні умови стійкості, потрібно з'ясувати, за яких умов виконується дана вимога, тобто потрібно розв'язати диференціальне рівняння (11.3).

Цей розв'язок має вигляд:

$$y_в(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{s_i t}, \qquad (11.5)$$

де C_i - сталі інтегрування;

s_i - корені характеристичного рівняння:

$$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0. \qquad (11.6)$$

Корені s_i і визначатимуть характер перехідного процесу в системі. У загальному випадку $s_i = \alpha_i + j\omega_i$, тобто корені рівняння (11.6) можуть бути дійсними, комплексно-спряженими, нульовими.

На комплексній площині ці корені можуть розташовуватись по-різному (рис. 11.2).

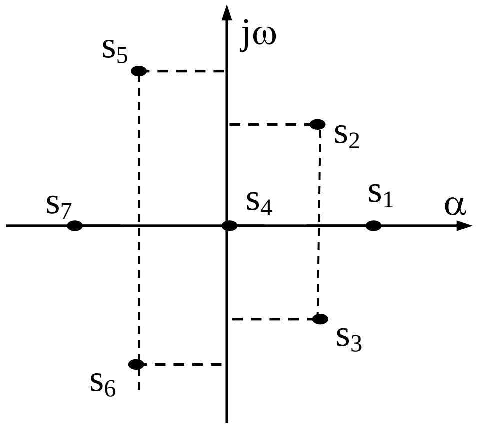


Рисунок. 11.2. Розташування коренів на комплексній

Корені з від'ємними дійсними частинами (s_5, s_6, s_7) прийнято називати *лівими*, оскільки вони лежать у лівій півплощині.

Корені з додатними дійсними частинами (s_1, s_2 , s_3) називають правими коренями.

Неважко показати, що для виконання умови $\lim\limits_{t\to\infty} y_в(t) = 0$ необхідно, щоб дійсні частини α_i коренів s_i були від'ємними. Звідси випливають необхідні та достатні умови стійкості лінійних САК.

Для того, щоб лінійна система була стійкою, необхідно та достатньо, щоб усі корені її характеристичного рівняння були лівими.

11.4 Загальні відомості про критерії стійкості

Обчислення коренів є простим для характеристичного рівняння першого та другого порядку. Для рівнянь третього та четвертого порядку загальні вирази для коренів громіздкі та незручні у використанні. Загальні вирази для коренів рівнянь вищих порядків не існують.

Тому важливе значення мають правила, які дозволяють визначати стійкість системи без обчислення коренів характеристичного рівняння. Ці правила називають критеріями стійкості.

За допомогою критеріїв стійкості можна встановити, стійка система чи ні, а також з'ясувати, як впливають на стійкість ті чи інші параметри та структурні зміни в системі.

Усі критерії можуть бути розподілені на алгебраїчні та частотні.

До алгебраїчних належать критерії Рауса, Гурвіца, Льєнара-Шипара. До частотних - критерії стійкості Михайлова, Найквіста.

Алгебраїчні критерії дозволяють судити про стійкість САК за коефіцієнтами характеристичного рівняння (11.6).

Зазначимо спочатку, що необхідною умовою стійкості системи будь-якого порядку є додатність усіх коефіцієнтів характеристичного рівняння, тобто

$$a_n > 0; \quad a_{n-1} > 0; \quad \ldots \quad a_1 > 0; \quad a_0 > 0, \tag{11.7}$$

Для систем першого та другого порядків необхідна умова (11.7) є і достатньою умовою стійкості.

Для систем третього та вищих порядків додатність коефіцієнтів є необхідною умовою, але недостатньою.

11.5 Критерій стійкості Гурвіца.

Цей критерій був запропонований 1895 року німецьким математиком О.Гурвіцем у вигляді визначників, що складаються за коефіцієнтами характеристичного рівняння *замкнутої* системи.

Спочатку будують головний визначник Гурвіца за таким правилом: по головній діагоналі визначника зліва направо виписують усі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_{n-1} до a_0 у напрямі зменшення індексів. Стовпці вгору від головної діагоналі доповнюють коефіцієнтами з індексами, що послідовно зменшуються, а стовпці вниз - коефіцієнтами з індексами, що послідовно збільшуються. Місця у визначнику, що залишилися, заповнюють нулями. Тобто визначник має вигляд:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_0 \end{vmatrix} \tag{11.8}$$

Відкреслюючи у головному визначникові Гурвіца, як показано пунктиром, діагональні мінори, отримуємо визначники Гурвіца нижчого порядку:

$$\Delta_1 = a_{n-1}; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}; \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}. \tag{11.9}$$

Критерій стійкості Гурвіца формулюється таким чином: для того, щоб система автоматичного управління була стійкою, необхідно та достатньо, щоб усі визначники Гурвіца були додатними.

В останньому стовпці головного визначника Гурвіца (6.8) від нуля відрізняється лише один коефіцієнт a_0, тому

$$\Delta_n = a_0 \cdot \Delta_{n-1}. \tag{11.10}$$

Звідси видно, що при $a_0 > 0$ для перевірки стійкості системи достатньо знайти лише визначники Гурвіца від Δ_1 до Δ_{n-1} (головний визначник Δ_n обчислювати непотрібно).

Якщо всі визначники нижчого порядку додатні, то система знаходиться на межі стійкості, коли головний визначник дорівнює нулю, тобто

$$\Delta_n = a_0 \cdot \Delta_{n-1} = 0. \tag{11.11}$$

Це можливо у двох випадках: $a_0 = 0$ чи $\Delta_{n-1} = 0$.

Використовуючи критерій Гурвіца, можна за заданими параметрами системи прийняти за невідомий будь-який один параметр (наприклад, коефіцієнт підсилення) та визначити його граничне (критичне) значення, при якому система буде знаходитися на межі стійкості.

11.6 Критерій стійкості Льєнара-Шипара

Критерій стійкості Льєнара-Шипара. Критерій, запропонований 1914 року П. Льєнаром та Р. Шипаром, є однією з модифікацій критерію Гурвіца:

Якщо додатні всі коефіцієнти характеристичного рівняння замкнутої системи, то для її стійкості необхідно та достатньо, щоб були додатними всі визначники Гурвіца з парними або непарними індексами.

Тобто для стійкості САК необхідно та достатньо виконання таких нерівностей:

$$\begin{cases} a_n > 0, \quad a_{n-1} > 0, \quad \ldots, \quad a_1 > 0, \quad a_0 > 0 \\ \quad \Delta_1 > 0, \quad \Delta_3 > 0, \quad \Delta_5 > 0, \quad \ldots \quad \ldots \end{cases} \tag{11.12}$$

або

$$\begin{cases} a_n > 0, \quad a_{n-1} > 0, \quad \ldots, \quad a_1 > 0, \quad a_0 > 0 \\ \quad \Delta_2 > 0, \quad \Delta_4 > 0, \quad \Delta_6 > 0, \quad \ldots \quad \ldots \end{cases} \tag{11.13}$$

Критерій Льєнара-Шипара потребує розкриття меншого числа визначників, ніж критерій Гурвіца, і тому зручніший для дослідження стійкості САК високого порядку.

Контрольні питання

1. Поясніть поняття стійкості САК. Поясніть поняття: стійкість “у цілому”, “у великому”, “у малому”.
2. Сформулюйте необхідні та достатні умови стійкості лінійних САК.
3. Що можна сказати про стійкість лінійної САК, якщо один корінь характеристичного рівняння чисто уявний, а решта – ліві?
4. Що таке критерії стійкості й чим викликана необхідність їх використання?
5. На які групи поділяються всі критерії стійкості?
6. Сформулюйте необхідні та достатні умови стійкості для систем першого та другого порядку.
7. Сформулюйте критерій стійкості Гурвіца.
8. Як визначити граничний коефіцієнт підсилення за критерієм Гурвіца?
9. Сформулюйте критерій стійкості Льєнара-Шипара.

Тема № 12 Частотні критерії стійкості систем автоматичного керування.

План

12.1. Принципу аргументу.
12.2. Критерій стійкості Михайлова.
12.3. Критерій стійкості Найквіста.

12.1 Принципу аргументу

Частотні критерії стійкості дозволяють судити про стійкість САК за виглядом їх частотних характеристик. Ці критерії є графоаналітичними та отримали широке розповсюдження, оскільки вони дозволяють порівняно легко досліджувати стійкість САК високого порядку, а також мають наочність і просту геометричну інтерпретацію.

У основі частотних критеріїв стійкості лежить наслідок із відомого принципу аргументу.

Принцип аргументу. Нехай дано поліном n - го ступеня

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0. \qquad (12.1)$$

Цей поліном може бути розкладений на співмножники:

$$D(s) = a_n (s - s_1)(s - s_2)...(s - s_n), \qquad (12.2)$$

де $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ - корені рівняння $D(s)=0$.

На комплексній площині кожний корінь s_i зображується у вигляді вектора, проведеного з початку координат до точки s_i. Довжина цього вектора дорівнює модулю комплексного числа $|s_i|$, а кут між вектором і дійсною додатною піввіссю - аргументу числа, тобто Arg s_i.

Різниця (s - s_i) зображується вектором, проведеним з точки s_i до довільної точки s (рисунок 12.1, а). Якщо взяти випадок, коли s = jω, то отримаємо:

$$D(j\omega) = a_n (j\omega - s_1)(j\omega - s_2)...(j\omega - s_n). \qquad (12.3)$$

Тоді кінці векторів $(j\omega - s_i)$ зводитимуться в одній точці s =jω на уявній вісі (рисунок 12.1, б). У виразі (12.3) $D(j\omega)$ являє собою вектор, рівний добутку елементарних векторів $(j\omega - s_i)$ та числа a_n. Модуль цього вектора дорівнює добутку модулів елементарних векторів та a_n, а аргумент дорівнює сумі аргументів елементарних векторів.

Прийнято вважати обертання вектора проти годинникової стрілки додатним, а за годинниковою – від’ємним. Тоді при зміні частоти ω від $-\infty$ до $+\infty$ кожний вектор обернеться на кут π, якщо його початок, тобто корінь s_i,

знаходиться зліва від уявної вісі (лівий корінь), і на кут $-\pi$, якщо корінь правий (рисунок 12.1, в).

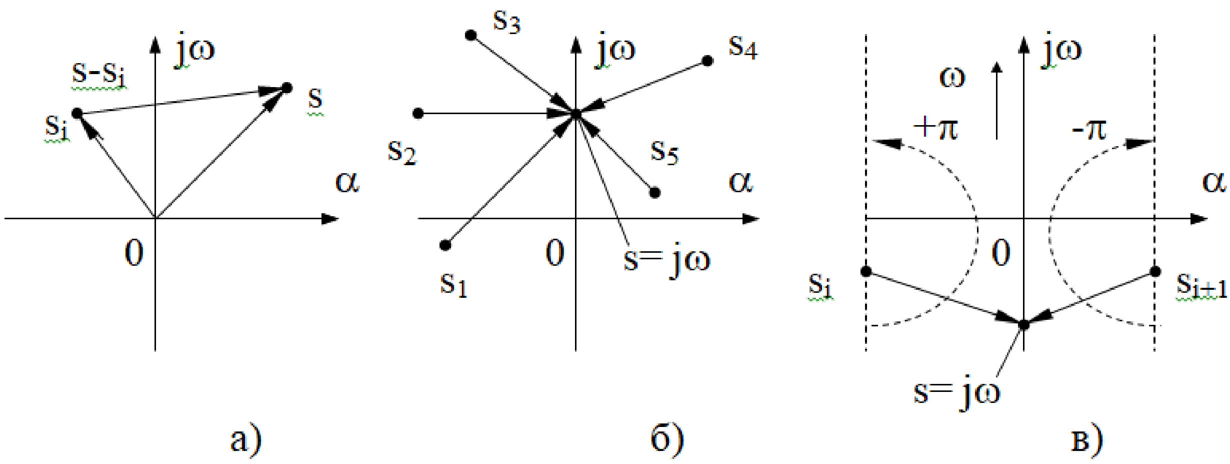


Рисунок. 12.1. До пояснення принципу аргументу

Припустимо, що поліном (12.1) має m правих коренів і (n-m) лівих коренів (усього коренів у полінома n-го ступеня - n). Тоді за зміною ω від $-\infty$ до $+\infty$ приріст аргументу вектора $D(j\omega)$, що дорівнює сумі кутів обертання векторів $(j\omega - s_i)$, дорівнює:

$$\Delta \mathrm{Arg}\{D(j\omega)\}\Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = \pi(n-m) - \pi m = \pi(n-2m). \qquad (12.4)$$

Приріст аргументу $D(j\omega)$ при зміні частоти ω від $-\infty$ до $+\infty$ дорівнює різниці між числом лівих і правих коренів рівняння $D(s)=0$, помноженої на π.

У цьому полягає принцип аргументу.

Якщо розглядати зміну частоти ω від 0 до $+\infty$, то зміна аргументу вектора $D(j\omega)$ буде вдвічі менша:

$$\Delta \mathrm{Arg}\{D(j\omega)\}\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \frac{\pi}{2}(n-2m). \qquad (12.5)$$

7.2. Критерій стійкості Михайлова.

Критерій, сформульований 1938 року вченим О.В. Михайловим, є геометричною інтерпретацією принципу аргументу та дозволяє судити про стійкість системи за деякою кривою, що називається кривою Михайлова.

Нехай дано характеристичне рівняння замкнутої системи. Ліва частина цього рівняння називається характеристичним поліномом (7.1).

Якщо підставити до нього уявне значення s=jω, то отримаємо комплексний поліном:

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= a_n (j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + ... + a_1 j\omega + a_0 = \\ &= X(\omega) + jY(\omega) = D(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \end{aligned} \qquad (12.6)$$

де X(ω) та Y(ω) - дійсна та уявна функції Михайлова;

D(ω) та φ(ω) - модуль та аргумент вектора $D(j\omega)$.

Причому,

$$\begin{cases} X(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - ..... \\ Y(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - ..... \end{cases}; \qquad (12.7)$$

При зміні частоти ω від 0 до +∞ вектор $D(j\omega)$ буде змінюватися за модулем і напрямком і описувати при цьому своїм кінцем у комплексній площині деяку криву, яку називають кривою (годографом) Михайлова.

Кут повороту вектора $D(j\omega)$ навколо початку координат при зміні частоти ω від 0 до +∞ визначається формулою (12.5).

Звідси кількість правих коренів полінома D(s):

$$m = \frac{\frac{\pi}{2} n - \Delta \operatorname{Arg}\{D(j\omega)\}\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty}}{\pi}. \qquad (12.8)$$

Значить, кількість правих коренів дорівнюватиме нулю, якщо

$$\Delta \operatorname{Arg}\{D(j\omega)\}\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \frac{\pi}{2} n. \qquad (12.9)$$

Для стійкості системи необхідно та достатньо, щоб усі корені характеристичного рівняння були лівими, тобто, крім умови (7.9), має ще виконуватися умова

$$D(j\omega) \neq 0. \qquad (12.10)$$

Формули (12.9) та (12.10) є математичним виразом критерію стійкості Михайлова.

Із (12.7) випливає, що при ω=0 X(0)=a_0; Y(0)=0, тобто крива Михайлова починається на додатній дійсній півосі: D(0) = a_0 > 0.

Наведемо формулювання критерію стійкості Михайлова:

Для того, щоб система автоматичного керування була стійкою, необхідно та достатньо, щоб крива Михайлова при зміні частоти ω від 0 до +∞, починаючись при ω=0 на дійсній додатній півосі, обходила тільки проти годинникової стрілки послідовно n квадрантів координатної площини ніде не перетворюючись на нуль, де n - порядок характеристичного рівняння.

Крива Михайлова для стійких систем має плавну спіралевидну форму, кінець її прямує до нескінченності у квадранті, номер якого дорівнює степеню характеристичного рівняння (рисунок. 12.2).

Кількість правих коренів для нестійкої САК можна визначити за (12.8).

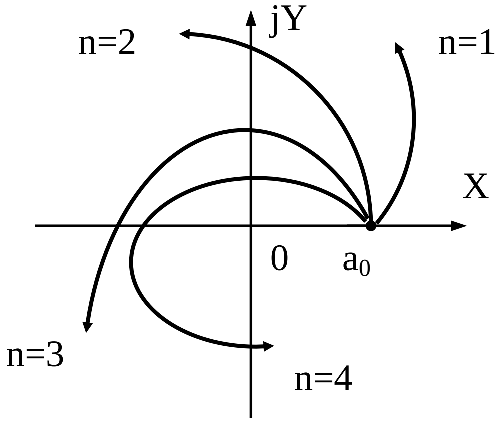


Рисунок 12.2. Приклади кривих Михайлова для стійких САК

Із рисунка 12.2 випливає, що крива Михайлова при послідовному проходженні квадрантів *почергово* перетинає дійсну та уявну вісі. У точках перетину з дійсною віссю уявна функція Михайлова дорівнює нулю: $Y(\omega) = 0$. У точках перетину з уявною віссю стає рівною нулю дійсна функція Михайлова: $X(\omega) = 0$.

$X(\omega)$ та $Y(\omega)$ можуть бути зображені графічно у вигляді деяких кривих (рисунок 12.3).Точки перетину цих кривих з віссю частот дають значення коренів рівнянь $X(\omega) = 0$; $Y(\omega) = 0$.

Якщо ω_0, ω_2, ω_4 , ... - це корені рівняння $Y(\omega) = 0$, причому $\omega_0 < \omega_2 < \omega_4 < ...$; ω_1, ω_3, ω_5, ... - корені рівняння $X(\omega) = 0$, причому $\omega_1 < \omega_3 < \omega_5 < ...$, то для стійкої системи обов'язкове виконання нерівності:

$$\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5 < ... \tag{12.11}$$

Звідси випливає ще одне формулювання критерію стійкості Михайлова:

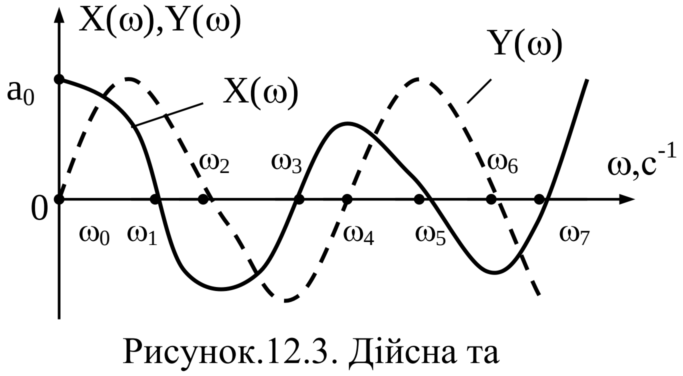


Рисунок.12.3. Дійсна та уявна функції Михайлова

САК буде стійкою тоді й тільки тоді, коли дійсна $X(\omega)$ та уявна $Y(\omega)$ функції Михайлова, прирівняні до нуля, мають усі дійсні та переміжні корені, причому загальна кількість коренів дорівнює порядку n характеристичного рівняння, а при $\omega = 0$ виконуються умови $X(0) = a_0 > 0$; $Y'(0) > 0$.

12.3. Критерій стійкості Найквіста.

Цей частотний критерій стійкості, розроблений 1932 р. американським вченим Г. Найквістом, дозволяє судити про стійкість *замкнутої* САК за виглядом АФЧХ *розімкнутої* системи.

Нехай передавальна функція розімкнутої системи W(s) = R(s)/Q(s).

Тоді комплексна передавальна функція:

$$W(j\omega) = R(j\omega)/Q(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}, \qquad (12.12)$$

де $U(\omega)$ і $V(\omega)$ – дійсна та уявна частини КПФ;

$A(\omega)$ і $\psi(\omega)$ – модуль та фаза КПФ.

Розглянемо допоміжну функцію

$$\varphi(s) = 1 + W(s) = 1 + \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{Q(s) + R(s)}{Q(s)} = \frac{D(s)}{Q(s)}, \qquad (12.13)$$

де $D(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0$ – характеристичний поліном замкнутої системи.

Оскільки в реальних системах ступінь поліному R(s) не вище ступеня поліному Q(s), тобто $m \le n$, то ступінь чисельника та знаменника дробу (12.13) одинакові та дорівнюють n. Приймаючи s=jω, отримаємо

$$\varphi(j\omega) = 1 + W(j\omega) = \frac{D(j\omega)}{Q(j\omega)}. \qquad (12.14)$$

Нехай характеристичне рівняння замкнутої САК D(s) = 0 має m правих та (n-m) лівих коренів, а характеристичне рівняння розімкнутої системи Q(s)=0 має L правих та (n-L) лівих коренів.

При зміні частоти ω від -∞ до +∞ зміна кута повороту вектора $\varphi(j\omega)$ за принципом аргументу (12.4) буде:

$$\begin{aligned} &\Delta\mathrm{Arg}\{\varphi(j\omega)\}\Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = \Delta\mathrm{Arg}\{D(j\omega)\} - \Delta\mathrm{Arg}\{Q(j\omega)\} = \\ &= \pi\big[(n-m)-m\big] - \pi\big[(n-L)-L\big] = 2\pi(L-m). \end{aligned} \qquad (12.15)$$

Для стійкості замкнутої САК необхідно і достатньо, щоб усі корені її характеристичного рівняння були лівими, тобто m=0.

Тоді сумарний поворот вектора $\varphi(j\omega)$ стійкої системи навколо початку координат має бути рівний

$$\Delta \mathrm{Arg}\{\varphi(j\omega)\}\Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = 2\pi L. \tag{12.16}$$

Звичайно розглядають тільки додатні частоти ω>0, тоді

$$\Delta \mathrm{Arg}\{\varphi(j\omega)\}\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \pi L = \frac{2\pi L}{2}. \tag{12.18}$$

Значить, якщо розімкнута система є нестійкою і має L правих коренів, то замкнута система буде стійкою тоді й тільки тоді, коли АФЧХ допоміжної функції $\varphi(j\omega)$ при зміні частоти ω від 0 до +∞ охоплює початок координат у додатному напрямку L/2 раз.

Із (12.14) випливає, що кількість обертів вектора $\varphi(j\omega)$ навколо початку координат дорівнює кількості обертів вектора W(jω) навколо точки (-1; j0). Звідси отримуємо формулювання критерію стійкості Найквіста:

Якщо розімкнута САК нестійка, то для того, щоб замкнута САК була стійкою, необхідно та достатньо, аби АФЧХ розімкнутої системи W(jω) при зміні частоти ω від 0 до +∞ охоплювала точку (-1; j0) у додатному напрямку L/2 раз, де L – кількість правих коренів характеристичного рівняння розімкнутої САК.

На практиці зручніше користуватися таким формулюванням критерію:

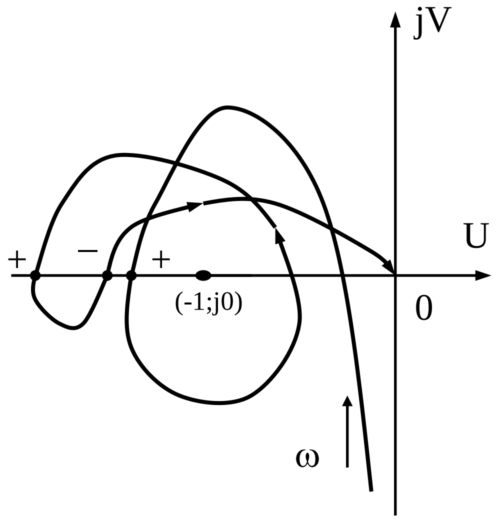


Рисунок. 7.4. Ілюстрація до формулювання критерію стійкості Найквіста

Якщо розімкнута САК нестійка, то для того, щоб замкнута САК була стійкою, необхідно та достатньо, щоб різниця між кількістю додатних і від'ємних переходів АФЧХ розімкнутої САК через відрізок дійсної вісі (-∞;-1) при зміні частоти ω від 0 до +∞ дорівнювала L/2, де L – кількість правих коренів характеристичного рівняння розімкнутої системи.

Додатним переходом АФЧХ через відрізок (-∞;-1) дійсної вісі при зростанні ω називається перехід зверху вниз; від'ємним – знизу вверх.

Якщо характеристика W(jω) починається на відрізку (-∞;-1) при ω=0 чи закінчується на ньому при ω=∞, то вважають, що вона здійснює *півпереходу.*

Пояснення цього формулювання наведено на рисунку 12.4: різниця між додатними та від'ємними переходами дорівнює одиниці: (2-1)=1. Якщо розімкнута система нестійка і L=2, то замкнута САК буде стійкою.

Якщо САК у розімкнутому стані стійка, тобто L=0, то із (12.18) випливає, що $\Delta \mathrm{Arg}\{\varphi(j\omega)\} = 0$, а значить, АФЧХ розімкнутої САК не повинна охоплювати точку (-1;j0). Отримуємо наступне формулювання критерію:

Якщо розімкнута САК стійка, то замкнута САК буде стійкою, якщо АФЧХ W(jω) розімкнутої САК не охоплює точку з координатами (-1; j0).

За віддаленням АФЧХ розімкнутої САК від точки (-1;j0) можна визначити запас стійкості, який характеризується двома величинами: запасом стійкості за фазою $\varphi_{зап}$ та запасом стійкості за амплітудою $A_{зап}$ (рис. 12.5).

Запас стійкості за фазою $\varphi_{зап}$ визначають як величину кута $\varphi = \pi - \left|\varphi(\omega_{зр})\right|$ для частоти зрізу $\omega_{зр}$, при якій $\left|W(\omega_{зр})\right| = 1$.

Цей показник характеризує, на скільки можна змінювати інерційні властивості системи (сталі часу її елементів), щоб система залишалася стійкою. Досвід проектування та експлуатації САК, свідчить, що запас за фазою повинен знаходитися в межах: $30° \le \varphi_{зап} \le 60°$. Однак слід мати на увазі, що це орієнтовні цифри: є системи із запасом 10-15°, або навпаки, 85-90°.

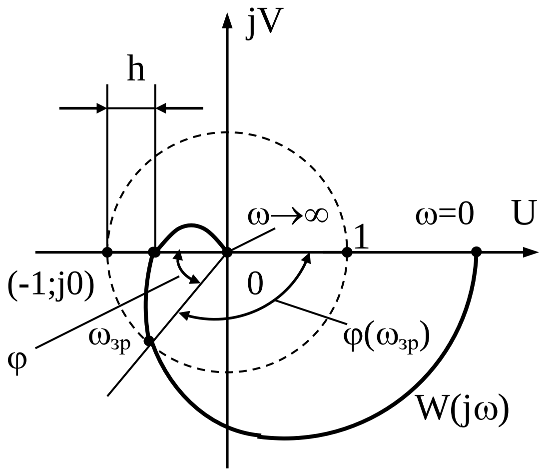


Рисунок 12.5. Визначення запасів стійкості

Запас стійкості за амплітудою $A_{зап}$ визначають як величину відрізка вісі абсцис h, що знаходиться між критичною точкою (-1;j0) та АФЧХ. Величина запасу за амплітудою свідчить, наскільки можна збільшувати коефіцієнт підсилення розімкнутої системи, щоб система при цьому залишалася стійкою: при збільшенні коефіцієнта підсилення модуль АФЧХ також зростає і при деякому значенні цього коефіцієнта $k = k_{крит}$, що називається критичним коефіцієнтом підсилення, АФЧХ пройде через точку (-1; j0), тобто h=0 і система буде на межі стійкості. При $k > k_{крит}$ система буде нестійкою.

Величина запасу стійкості за амплітудою, виражена в дБ ($L_{зап}$), повинна складати від 6 до 20 дБ.

Критерій стійкості Найквіста отримав широке розповсюдження завдяки своїм перевагам: критерій може бути використаний у тих випадках, коли диференціальні рівняння системи (чи окремих ланок) невідомі, але експериментально визначені частотні характеристики; використання критерію не дуже ускладнюється зі зростанням порядку системи; критерій дозволяє зв'язати дослідження стійкості системи з аналізом якості як в усталених, так і в перехідних режимах; критерій грунтується на дослідженні передавальної функції розімкнутої системи, яку можна подати у вигляді простих співмножників з коефіцієнтами, що безпосередньо відображають параметри реальних елементів системи; тобто критерій враховує своєрідність автоматичних систем, дослідження яких у розімкнутому стані набагато простіше, ніж у замкнутому; критерій дозволяє отримати кількісні характеристики поведінки системи в усталеному режимі при гармонічних впливах.

Контрольні питання

1. Який принцип лежить в основі частотних критеріїв? Поясніть його суть.
2. На який кут обернеться вектор $D(j\omega)$ системи 4-го порядку з одним правим коренем при зміні частоти ω від 0 до ∞?
3. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.
4. Як визначається стійкість системи за коренями дійсної та уявної функцій Михайлова?
5. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста для випадку нестійкої розімкнутої системи, для випадку стійкої розімкнутої системи.

Тема № 13 Особливості дослідження стійкості систем автоматичного керування

План

13.1. Стійкість систем із запізненням

13.2. Побудова зон стійкості

13.1. Стійкість систем із запізненням

Системи автоматичного керування можуть містити ланки запізнення, які описуються рівнянням:

$$y(t) = x(t-\tau), \tag{13.1}$$

де τ – постійна величина, яка називається часом запізнення.

Передавальна функція ланки запізнення має вигляд (за теоремою запізнення)

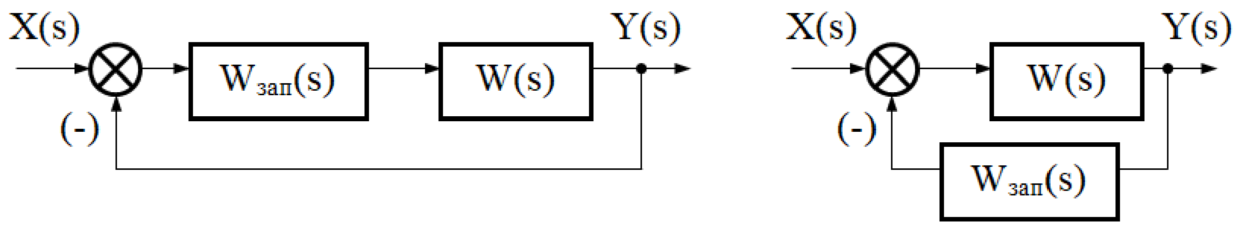
$$W_{зап}(s) = e^{-\tau s}. \tag{13.2}$$

САК, що містять ланку запізнення, називають *системами із запізненням*. Структурні схеми системи із запізненням наведені на рис. 13.1.

Передавальна функція розімкнутої системи із запізненням:

$$W_{\tau}(s) = W_{зап}(s)W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}e^{-\tau s}, \tag{13.3}$$

де W(s)=R(s)/Q(s) – передавальна функція розімкнутої системи без урахування запізнення.



а) б)

Рисунок 13.1. Структурна схема САК з ланкою запізнення: а) у прямому ланцюгу; б) у ланцюгу зворотного зв’язку

Якщо ланка запізнення включена в прямий ланцюг (рисунок 13.1, а), то передавальна функція замкнутої системи:

$$W_з(s)=\frac{W_\tau(s)}{1+W_\tau(s)}=\frac{R(s)e^{-\tau s}}{Q(s)+R(s)e^{-\tau s}}=\frac{R_\tau(s)}{D_\tau(s)}. \qquad (13.4)$$

Якщо ланка запізнення знаходиться в ланцюгу зворотного зв'язку, то передавальна функція замкнутої системи:

$$W_з(s)=\frac{W(s)}{1+W_\tau(s)}=\frac{R(s)}{Q(s)+R(s)e^{-\tau s}}=\frac{R(s)}{D_\tau(s)}. \qquad (13.5)$$

Звідси випливає, що, незалежно від місця включення ланки запізнення, характеристичне рівняння системи із запізненням має вигляд:

$$D_\tau(s)=Q(s)+R(s)e^{-\tau s}=0. \qquad (13.6)$$

Це рівняння не є поліномом, оскільки містить множник $e^{-\tau s}$. Тому воно має нескінченну кількість коренів. Отже, для дослідження стійкості систем із запізненням необхідно використовувати критерії стійкості.

При цьому слід мати на увазі, що алгебраїчні критерії стійкості в їх звичайній формі для дослідження систем із запізненням непридатні. Крім того, для стійкості лінійних систем першого та другого порядків із запізненням додатності коефіцієнтів характеристичного рівняння стає недостатньо.

Для дослідження стійкості систем із запізненням можна використовувати частотні критерії стійкості Михайлова та Найквіста. Останній є найбільш зручним.

Підставивши в (13.3) s=jω, запишемо частотну передавальну функцію $W_\tau(j\omega)$ розімкнутої системи із запізненням:

$$W_\tau(j\omega)=W(j\omega)e^{-j\omega\tau}=A(\omega)e^{j\psi(\omega)}e^{-j\omega\tau}=A(\omega)e^{j\psi_\tau(\omega)}, \qquad (13.7)$$

де W(jω) – АФЧХ розімкнутої САК без урахування запізнення;
$\psi_\tau(\omega)=(\psi(\omega)-\omega\tau)$ – ФЧХ розімкнутої САК із запізненням.

Звідси видно, що присутність ланки запізнення не змінює модуля A(ω) АФЧХ розімкнутої САК W(jω), а вносить лише додатковий від'ємний фазовий зсув ωτ, пропорційний частоті. При цьому коефіцієнтом пропорційності є час запізнення τ.

Знаючи АФЧХ W(jω) розімкнутої САК без запізнення, легко побудувати АФЧХ $W_\tau(j\omega)$ системи із запізненням. Для цього кожний модуль $A(\omega_i)$ вектора АФЧХ W(jω) потрібно повернути на кут $(\omega_i\tau)$ за годинниковою стрілкою. Тоді $W_\tau(j\omega)$ буде мати вигляд спіралі, що закручується навколо початку координат. Це “закручування” погіршує умови стійкості, оскільки вся АФЧХ наближається до точки (-1 ; j0).

Змінюючи час запізнення τ у широких межах, можна знайти таке його значення, при якому замкнута система буде знаходитися на межі стійкості. У цьому випадку характеристика $W_\tau(j\omega)$ буде проходити через точку (-1 ; j0).

Час запізнення $\tau_{кр}$ і відповідне йому значення частоти $\omega_{кр}$, при яких $W_\tau(j\omega)$ проходить через точку (-1;j0), називають *критичними*. Для критичного випадку справедливі умови:

$$A(\omega_{кр}) = |W_\tau(j\omega_{кр})| = 1, \qquad (13.8)$$

$$\psi_\tau(\omega_{кр}) = \psi(\omega_{кр}) - \omega_{кр}\tau_{кр} = -\pi. \qquad (13.9)$$

Із (13.8) можна знайти спочатку $\omega_{кр}$, а потім із (13.9) знайти $\tau_{кр}$:

$$\tau_{кр} = \frac{\psi(\omega_{кр}) + \pi}{\omega_{кр}} = \frac{\operatorname{arctg}\dfrac{V(\omega_{кр})}{U(\omega_{кр})} + \pi}{\omega_{кр}} = \frac{\varphi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}}, \qquad (8.10)$$

де $\varphi(\omega_{кр}) = \operatorname{arctg}\dfrac{V(\omega_{кр})}{U(\omega_{кр})} + \pi$ – запас стійкості за фазою.

Система автоматичного керування буде стійкою, якщо час запізнення τ менший за критичний: $\tau < \tau_{кр}$.

Критичний час запізнення можна визначити графічно. Умова (13.8) визначається перетином $W(j\omega)$ з колом одиничного радіуса з центром у початку координат. Точка перетину визначає одночасно $\omega_{кр}$ і кут $\varphi(\omega_{кр})$ (рисунок 13.2). Тоді критичний час запізнення визначається за (13.10).

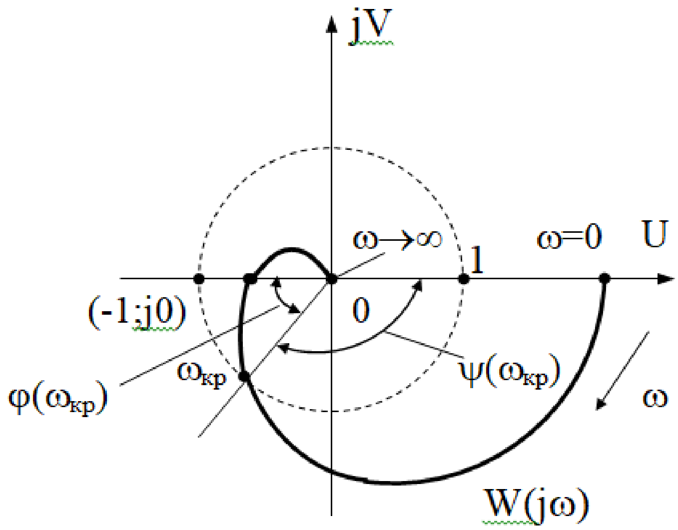


Рисунок 13.2 – Визначення критичного часу запізнення

13.2. Побудова зон стійкості

Вище були розглянуті найбільш прості критерії, які найчастіше використовуються для дослідження стійкості систем з відомими параметрами. У ряді випадків при проектуванні та настроюванні систем автоматичного керування надається деяка можливість змінювання одного-двох параметрів системи. При цьому значення параметрів повинні бути підібраними таким чином, аби забезпечити необхідні запаси стійкості системи. Ці значення можуть бути визначені у випадку побудови зони стійкості в площині параметрів, що змінюються.

Задача Вишнеградського. Задача побудови зон стійкості для систем третього порядку була вперше вирішена засновником теорії автоматичного регулювання І.А.Вишнеградським.

Розглянемо систему третього порядку, характеристичне рівняння якої має вигляд: $a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0=0$. Зведемо характеристичне рівняння до вигляду $s^3+C_2s^2+C_1s+C_0=0$, при цьому $C_3 = a_3/a_3$, $C_2 = a_2/a_3$, $C_1 = a_1/a_3$, $C_0 = a_0/a_3$

Рисунок 13.3. Виділення зон стійкості за Вишнеградським

Для нього знайдемо умову стійкості за критерієм Гурвіца $C_2C_1 - C_0 > 0$.

Позначимо $C_2C_1/C_0 = XY$, де $X = C_2\Big/\sqrt[3]{C_0}\,;Y = C_1\Big/\sqrt[3]{C_0^2}$ - параметри Вишнеградського.

Знайдемо $C_2 = X\sqrt[3]{C_0}\,; C_1 = Y\sqrt[3]{C_0^2}$

Після підстановки отримаємо

$XY-1>0$, $XY>1$

Рівняння границі зони стійкості $XY=1$. Це рівняння є рівнянням гіперболи (рисунок 13.3), що ділить площину першого квадранту з додатними координатними осями X і Y на дві області I і II. Зона II, що відповідає умові $XY>1$, є стійкою, а зона I, де $XY<1$ - нестійкою.

Вираз $XY>1$ є умовою стійкості (критерієм) Вишнеградського. На основі цього критерію можна дістати залежності між іншими параметрами (сталими часу, коефіцієнтами підсилення елементів системи), що входять до складу коефіцієнтів a_3, a_2, a_1, a_0. При цьому залежності між іншими параметрами, як правило, відрізняються від гіперболічного закону.

Метод D-розбиття. Рівняння меж зон стійкості можна находити за допомогою будь-якого критерію стійкості. Однак, найчастіше на практиці застосовують загальний метод побудови зон стійкості, що був запропонований Ю.І.Неймарком. Цей метод він назвав *методом D-розбиття*.

Розглянемо характеристичне рівняння замкнутої системи n-го порядку:

$$D(s) = s^n+a_{n-1}s^{n-1}+ \ldots +a_1s+a_0 = 0;\ a_n=1. \qquad (13.11)$$

Можна уявити деякий n-мірний простір, по координатних осях якого розміщуються коефіцієнти рівняння (13.11). Цей простір називають простором коефіцієнтів, кожній точці якого відповідає певне значення всіх n коефіцієнтів, які, в свою чергу, визначають n коренів характеристичного рівняння.

Якщо змінювати коефіцієнти рівняння, змінюватись будуть також і його корені, а, значить, буде змінюватись розподілення коренів у комплексній площині s. При деякому значенні коефіцієнтів рівняння (12.11) один з коренів потрапить у початок координат, або пара коренів потрапить на уявну вісь, тобто корені будуть мати вигляд s=0, або $s=j\omega_k$ (система буде знаходитись на межі стійкості). Відповідна точка в просторі коефіцієнтів у цьому випадку буде задовольняти рівнянню:

$$D(j\omega_k) = (j\omega_k)^n + a_{n-1}(j\omega_k)^{n-1} + \ldots + a_1(j\omega_k) + a_0 = 0. \qquad (13.12)$$

Цьому рівнянню при $-\infty<\omega<+\infty$ відповідає деяка поверхня S. Якщо корені перетинають цю поверхню, вони переходять з однієї півплощини коренів у другу. При переході коренів з лівої частини площини у праву система стає нестійкою. При протилежному переході - нестійка система стає стійкою. Отже, переміщення коренів зумовлено рухом відповідних точок у n-мірному просторі параметрів (коефіцієнтів).

Для практичних потреб важливо встановити зони значень параметрів, які відповідають положенню коренів на межі стійкості, й зони значень параметрів, що відповідають стійким системам. Поділ простору коефіцієнтів (параметрів) на відповідні зони і є основною метою методу D-розбиття.

D-розбиття за одним параметром. Розглянемо методику побудови зони стійкості в площині комплексного параметра T_x:

- вихідне характеристичне рівняння D(s)=0 подамо у вигляді $X(s)+T_xY(s)=0$;

- знаходимо величину досліджуваного параметра $T_x= -X(s)/Y(s)$;

- знаходимо комплексний вираз параметра T_x за допомогою підстановки $s=j\omega$, і виділяємо його дійсну $A(\omega)$ і уявну $B(\omega)$ складові: $T_x= A(\omega)+j\,B(\omega)$;

- T_x становить деяку криву в комплексній площині, яка відповідає уявним кореням характеристичного рівняння і є сукупністю параметрів T_x, при яких система знаходиться на межі стійкості. Ця характеристика називається межею стійкості в площині параметра T_x, або кривою D-розбиття;

- у комплексній площині параметра T_x за правилом штрихування Неймарка знаходимо зону стійкості. Правило формулюється так: якщо, рухатись по межі D-розбиття від значень $\omega=-\infty$ до значень $\omega=+\infty$, то зона стійкості буде розташована зліва від межі стійкості;

- оскільки параметр T_x є дійсною, фізично реальною величиною, виділяємо на дійсній (горизонтальній) вісі в зоні, що обмежена кривою D-розбиття, необхідний запас стійкості й визначаємо необхідний діапазон значень параметра T_x, який може бути рекомендовано при проектуванні й настроюванні відповідної системи.

На рисунку 13.4 за даними таблиці побудована крива D-розбиття. Виконані розрахунки дають змогу встановити граничний коефіцієнт підсилення $K_{гр}$=200. З урахуванням деякого запасу стійкості $A_{зап}$ можна виділити на дійсній вісі зону рекомендованих значень коефіцієнта підсилення К розімкнутої системи.

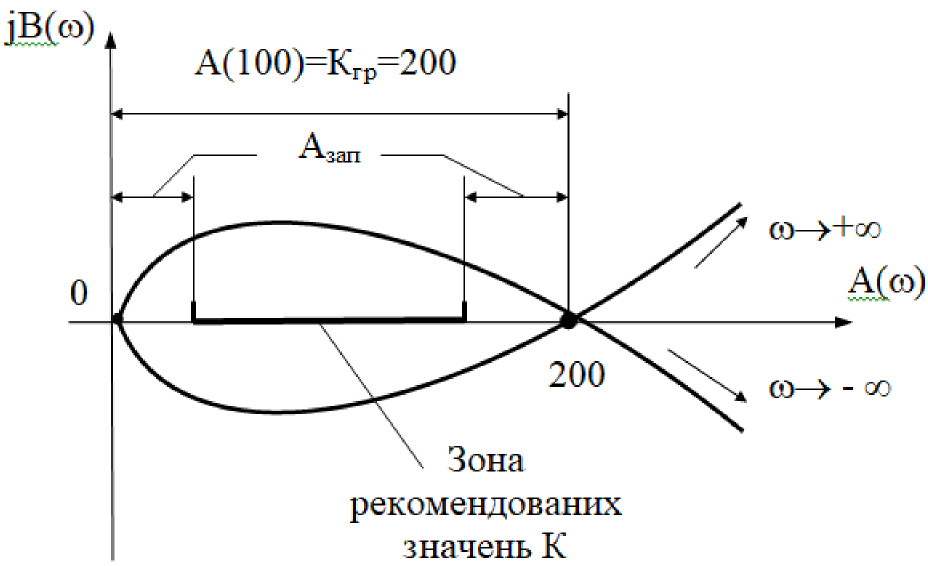


Рисунок 13.4 – Характеристика D-розбиття відносно коефіцієнта підсилення розімкнутої системи К

Контрольні питання

1. Як визначається стійкість системи із запізненням?
2. Що таке критичний час запізнення, та як він визначається?
3. Чому стійкість систем із запізненням не може бути визначена за теоремами Ляпунова?
4. У чому полягає суть методу D-розбиття?
5. Які системи називають структурно-нестійкими?

Тема № 14. Методи оцінки якості регулювання лінійних систем

План

14.1. Поняття якості та показники якості систем керування
14.2. Прямі показники якості
14.3. Оцінка якості регулювання в усталеному режимі
14.5. Оцінка якості регулювання за розташуванням коренів характеристичного рівняння
14.6. Інтегральні оцінки якості перехідних процесів

14.1 Поняття якості та показники якості систем керування

Як було показано в попередній главі, система автоматичного керування повинна бути стійкою. Але вимога стійкості не є єдиною вимогою до системи. Будь-яка САК повинна мати певні властивості, що забезпечують її ефективне функціонування. Ці властивості мають кількісні критерії і називаються показниками якості. До них належать: швидкодія, коливальність, перерегулювання, точність і плавність протікання процесу тощо.

Оцінювати якість системи (якість процесу керування) можна безпосередньо за кривою перехідного процесу, або за деякими динамічними параметрами (рисунок 14.1).

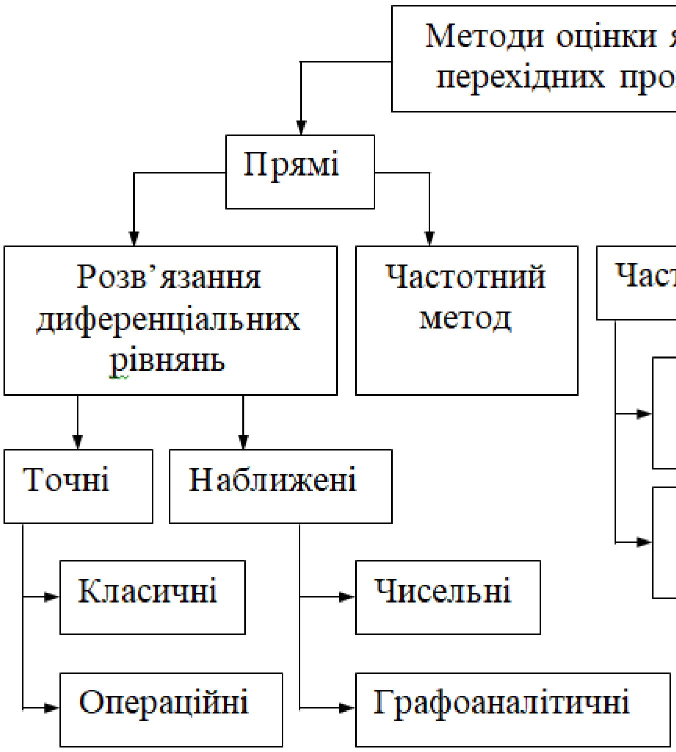


Рисунок 14.1 – Класифікація методів дослідження якості перехідних процесів

Перший метод аналізу (за кривою перехідного процесу) називають прямим методом дослідження, а показники якості, що визначають цим методом, називають прямими оцінками якості. Аналіз перехідних процесів зводиться до знаходження загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння, що описує фізичні процеси в системі при заданих початкових умовах і діях, а також до аналізу впливу зміни параметрів системи на вид цього розв'язку. Вище було наведено, що даний розв’язок містить дві складові: змушену $y_з$ (t), яка залежить від виду правої частини рівняння, і вільну $y_в$ (t), яка визначається загальним розв’язком однорідного диференціального рівняння, тобто:

$$y(t) = y_з(t) + y_в(t). \tag{14.1}$$

Відповідно до цього розрізняють дві групи показників якості перехідного процесу:

- показники якості вільної складової перехідного процесу $y_в$ (t);
- показники, що характеризують змушену (усталену) складову $y_з(t)$, за якою визначають точність системи.

Методи розв’язання диференціальних рівнянь розділяють на точні й наближені. До точних належать класичний і операційний методи. Класичний метод потребує визначення коренів характеристичного рівняння і сталих інтегрування з урахуванням початкових умов. Труднощі цього методу суттєво зростають з підвищенням порядку диференціального рівняння і у випадку, коли права частина рівняння містить похідні. Тому класичний метод має обмеження в його використанні. Розв’язання диференціального рівняння операційним методом зводиться до знаходження оригіналу функції за відомим зображенням за Лапласом, тобто шляхом оберненого перетворення Лапласа.

Наближені методи розв’язання диференціальних рівнянь (чисельні й графоаналітичні) при дослідженні перехідних процесів у лінійних системах застосовуються рідко, тому що не дозволяють в явному вигляді аналізувати вплив параметрів системи на якість процесів.

Існують також *непрямі оцінки якості*, що визначають без побудови кривої перехідного процесу. До непрямих оцінок, наприклад, можна віднести запаси стійкості за фазою і амплітудою. Для визначення непрямих оцінок існують три основні види *непрямих методів* оцінки якості: кореневі, інтегральні й частотні (рисунок 14.1).

14.2 Прямі показники якості

Перехідний процес у системі залежить не тільки від властивостей САК, але й від характеру зовнішнього впливу, який у загальному вигляді може бути складною функцією часу. Якщо цей вплив має характер стрибка, перехідні процеси можна розділити на такі основні типи (рисунок 14.2):

1 - коливальні процеси, що характеризуються наявністю двох або більше перерегулювань;

2 - малоколивальні процеси з одним перерегулюванням;

3 - процеси без перерегулювання, які характеризуються тим, що значення y(t) залишається менше за усталене $y_{уст}$ у будь-який момент часу t;

4 - монотонні процеси (аперіодичні), які характеризуються тим, що швидкість зміни y(t) не змінює свого знаку при всіх t.

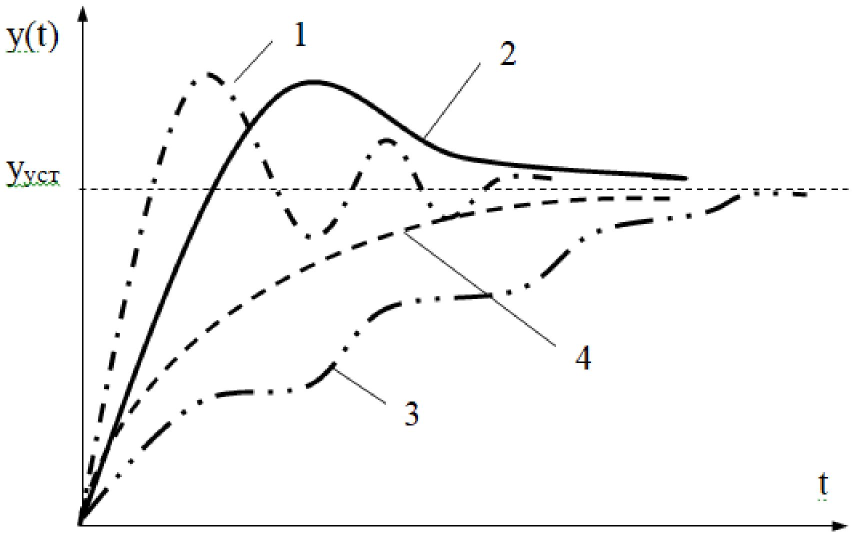


Рисунок 14.2 – Типи перехідних процесів

Прямі оцінки (показники) якості перехідного процесу визначають найчастіше за перехідною характеристикою h(t), тобто реакцією системи на одиничний ступінчастий вплив 1(t) за нульових початкових умов. До основних прямих показників якості належать (рисунок 4.3):

- час регулювання $t_{рег}$ - мінімальний час, після якого відхилення вихідної величини h(t) від усталеного значення не буде перевищувати деякої наперед заданої величини Δ, тобто $|h(t) - h_{уст}(t)| \leq \Delta$; Величина Δ задається у відсотках від усталеного значення $h_{уст}(t)$. Звичайно Δ =5 %.

- перерегулювання σ - максимальне відхилення перехідної характеристики від усталеного значення, що виражається у відносних одиницях, або у відсотках: $\sigma=[(h_{max}-h_{уст})/h_{уст}]\cdot 100\%$.

Перерегулювання є наслідком того, що до нового усталеного стану система підходить з певною швидкістю: чим більш ця швидкість, тим більш величина σ. Крім того, при великих перерегулюваннях зростає прискорення вихідної координати, а це пов'язано з різким зростанням потужності виконавчих пристроїв і перевантажень, що зазнає об'єкт керування. Тобто для кожної конкретної системи необхідно обирати оптимальну величину перерегулювання σ. Досвід експлуатації САК свідчить, що така величина дорівнює 10-30%. У деяких випадках можливе збільшення σ до 70 %, а іноді перерегулювання недопустиме зовсім (хімічні, термічні процеси, робототехнічні комплекси);

- час досягнення першого максимуму t_{max} - час, за який перехідна характеристика вперше досягає максимального значення;

- час першого узгодження $t_{п.у.}$ - час, за який перехідна характеристика вперше перетинає рівень усталеного значення $h_{уст}$;

- частота коливань $\omega = 2\pi/T_0$ - де T_0 - період коливань для коливальних процесів;

- число коливань N, яке має перехідна характеристика за час регулювання.

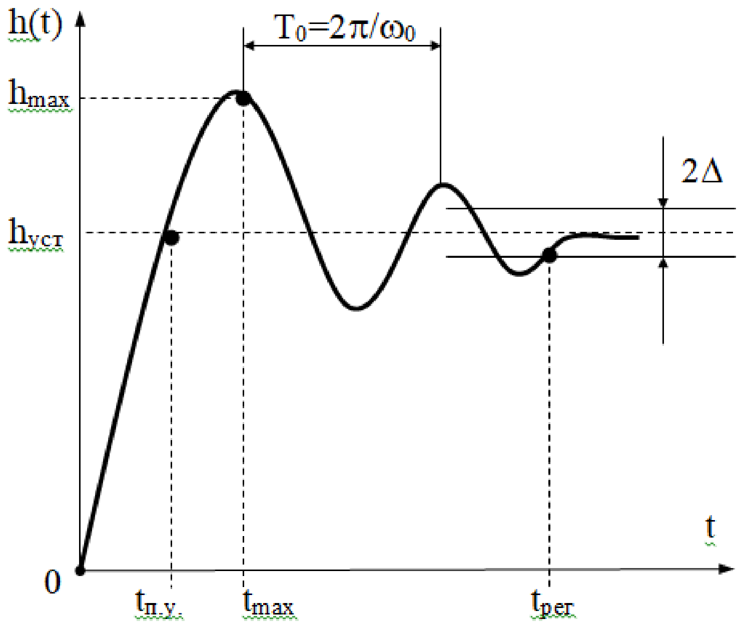


Рисунок 14.3. Визначення прямих показників якості

Кількість перелічених показників якості може бути збільшена, або зменшена відповідно до особливостей системи. Наприклад, для монотонних процесів і процесів без перерегулювання (криві 3 і 4, рисунок 14.2) основним показником якості є час регулювання.

Для вирішення практичних задач не обов'язково точно додержувати будь-яку певну форму перехідного процесу. Достатньо, аби він знаходився всередині зони значень, що допускаються, тобто щоб тільки найбільш суттєві прямі показники якості процесу були заданими чи мали близькі до заданих значення. Ці вимоги зазвичай зводяться до того, щоб відхилення вихідної координати y(t) не виходило за межі деякої зони, яку називають зоною відхилень, що допускаються (рисунок 14.4).

14.3 Оцінка якості регулювання в усталеному режимі

Якщо на вході системи діє сигнал x(t), то в усталеному режимі змушена складова помилки $\varepsilon_з(t) = x(t) - y_з(t)$, де $y_з(t)$ – змушена складова регульованої величини (9.1). За умови диференційованості функції x(t) на всьому інтервалі $0 \le t \le \infty$ помилку системи $\varepsilon_з(t)$ можна зобразити у вигляді ряду:

$$\varepsilon_з(t) = C_0 \cdot x(t) + C_1 \cdot dx(t)/dt + (1/2!) \cdot C_2 \cdot d^2x(t)/dt^2 + \ldots + \\ + (1/m!) \cdot C_m \cdot d^m x(t)/dt^m \qquad (14.2)$$

де коефіцієнти C_0, C_1, C_2, ... називають коефіцієнтами помилок: C_0 – коефіцієнт помилки за положенням, C_1 – коефіцієнт помилки за швидкістю, C_2 – коефіцієнт помилки за прискоренням.

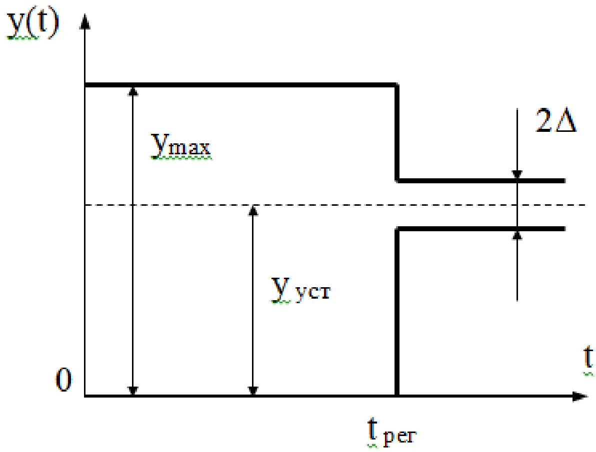


Рисунок 14.4 – Зона відхилень, що допускаються

Коефіцієнти помилок визначають за передавальною функцією помилки $W_{x\varepsilon}(s)$:

$$C_0 = [W_{x\varepsilon}(s)]_{s=0};\ C_1 = [\partial W_{x\varepsilon}(s)/\partial s]_{s=0};\ C_2 = [\partial^2 W_{x\varepsilon}(s)/\partial s^2]_{s=0}; \quad (14.3)$$
$$C_m = [\partial^m W_{x\varepsilon}(s)/\partial s^m]_{s=0};$$

У статичних системах $C_0 \neq 0$. У системах з астатизмом першого порядку $C_0=0$, $C_1\neq0$. У системах з астатизмом другого порядку $C_0=C_1=0$, $C_2\neq0$. Отже, збільшення порядку астатизму системи приводить до збільшення кількості нульових значень коефіцієнтів помилок.

Якщо на систему, крім сигналу x(t), діє збурення f(t), то астатизм системи відносно x(t) і f(t) залежить від місця включення інтегруючої ланки. При цьому відповідно до принципу суперпозиції усталена помилка системи:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_x(t) + \varepsilon_f(t), \quad (14.4)$$

де $\varepsilon_x(t)$ – помилка відпрацювання системою сигналу x(t);
$\varepsilon_f(t)$ – помилка, що обумовлена дією збурення.

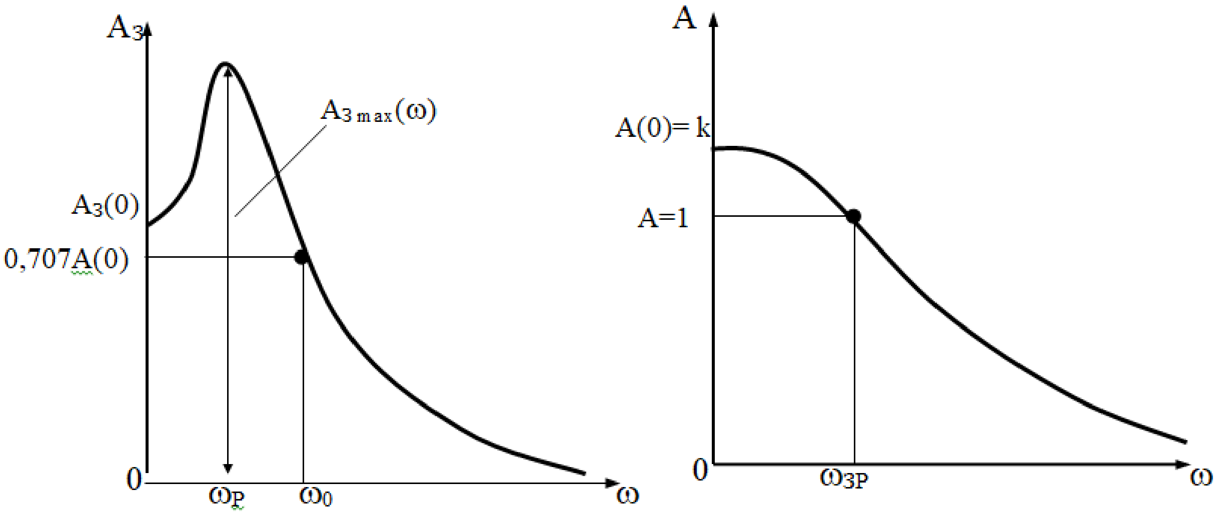
Слід зазначити, що метод коефіцієнтів помилок застосовується при впливах, що змінюються повільно.

14.4 Оцінка якості регулювання при гармонічних впливах

При гармонічних впливах якість системи можна оцінювати за амплітудно-фазовою частотною (АФЧХ), амплітудно-частотною (АЧХ), фазочастотною (ФЧХ) і логарифмічними частотними (ЛЧХ) характеристиками.

Раніше було показано, як за АФЧХ і ЛЧХ розімкнутої системи можна дослідити стійкість замкнутої системи, визначити запаси стійкості за фазою і амплітудою, граничний коефіцієнт підсилення, порядок астатизму.

Більшість реальних систем керування мають коливальні властивості. Прямі показники якості таких систем можна приблизно оцінити за деякими головними параметрами АЧХ розімкнутої чи замкнутої системи. Головними параметри характеристики замкнутої системи є: показник коливальності М, резонансна частота $\omega_р$, смуга пропускання системи ω_0 (рисунок 14.5,а), а характеристики розімкнутої системи - частота зрізу $\omega_{зр}$, (рисунок 14.5,б). Методика приблизної оцінки показників якості за АЧХ базується на гіпотезі еквівалентності властивостей коливальної системи властивостям коливальної ланки.



а) б)

Рисунок 14.5 – Головні параметри АЧХ замкнутої (а) і розімкнутої (б) системи

Показник коливальності М – це відношення максимального значення АЧХ замкнутої системи до її значення при ω =0:

$$M = A_{З\,max}(\omega) / A_З(0). \qquad (14.5)$$

Цей показник характеризує схильність системи до коливань. Чим вище М, тим менш якісною є система. Вважається припустимим, якщо $1{,}1 \le M \le 1{,}5$. На рис. 14.6 наведено залежність перерегулювання σ і часу регулювання $t_{рег}$ від показника коливальності М. У аналітичній формі ці залежності (при $M \ge 1{,}1$) мають вигляд:

$$\sigma \approx 12 + 36(M-1),\ \%;\ \ \omega_р \cdot t_{рег} = 3{,}8 + 7{,}8(M-1). \qquad (14.6)$$

Резонансна частота ω_P системи – частота, на якій АЧХ замкнутої САК має максимум; на цій частоті гармонічні коливання проходять через систему з найбільшим підсиленням. Частота ω_p разом з показником коливальності М визначають тривалість перехідного процесу (рис. 9.7).

Смуга пропускання ω_0 системи – інтервал частот від ω=0 до ω_0, на якій виконується умова $A(\omega_0)$ = 0,707А(0). На логарифмічних амплітудно-частотних характеристиках смуга пропускання визначається частотами, для яких амплітуда більша за 3 дБ.

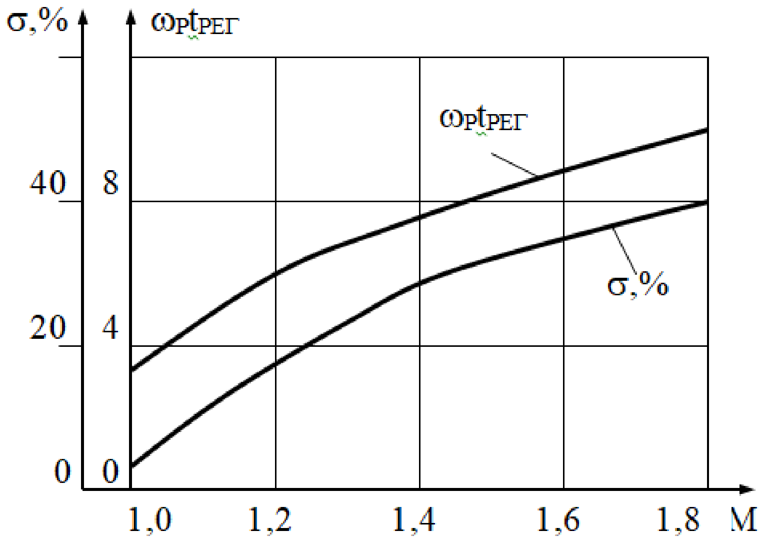


Рисунок 14.6. Залежність перерегулювання σ і часу регулювання $t_{рег}$ від показника коливальності М

Ширина смуги пропускання характеризує швидкодію системи і її фільтруючі властивості: чим більша ширина смуги пропускання, тим вище швидкодія системи, але вона не повинна бути дуже широкою, інакше система буде відтворювати високочастотні завади.

Частота зрізу $\omega_{ЗР}$ – частота, на якій АЧХ системи набуває значення $A(\omega_{зр})=1$. Ця частота може характеризувати швидкодію системи. Час регулювання обернено пропорційний частоті зрізу:

$$t_{рег} \approx (1 \div 2)\, 2\pi/\omega_{зр} . \qquad (14.7)$$

Якщо перехідний процес має 1÷2 коливання, час досягнення першого максимуму:

$$t_{max} \approx \pi/\omega_{зр}. \qquad (14.8)$$

Показники якості, що розглянуті вище, можна використовувати і для аналізу систем, що знаходяться під впливом неперіодичних збурень.

14.5 Оцінка якості регулювання за розташуванням коренів характеристичного рівняння

У пункті 14.2 було наведено, що характер перехідного процесу в системі визначають за її перехідною характеристикою, яка може бути обчислена за допомогою оберненого перетворення Лапласа:

$$h(t) = L^{-1}\{W_з(s)/s\} = L^{-1}\{P(s)/[sD(s)]\}. \qquad (14.9)$$

З (14.9) видно, що на характер перехідного процесу впливають і чисельник, і знаменник передавальної функції $W_з(s)$ замкнутої системи. Якщо чисельник $W_з(s)$ не має нулів, тобто є постійною величиною, то характер перехідних процесів можна оцінити за її полюсами (за коренями характеристичного рівняння замкнутої системи).

Для наближеної оцінки якості перехідного процесу в системі необхідно на площині коренів s виділити зону, в якій розташовані корені її характеристичного рівняння D(s)=0. Найчастіше цю зону зображують трапецією ABCD, усередині, на сторонах і основах якої розташовано хоч по одному кореню, а за її межами – жодного (рисунок 14.7).

Якість перехідного процесу наближено можна оцінити за такими параметрами: ступінь стійкості η, коливальність μ, значення α_{max} дійсної частини кореня, що максимально віддалений від уявної вісі.

Ступінь стійкості η - відстань від уявної вісі до найближчого кореня або найближчої пари комплексних коренів. Ступінь стійкості характеризує граничну швидкодію системи, оскільки величина η належить до складової перехідної характеристики, що згасає повільніше за всі інші. Час перехідного процесу можна приблизно оцінити так: $t_{per} \approx 3/\eta$, якщо найближчий до уявної вісі корінь є дійсним, і не перевищує цього значення, якщо найближчою до неї є пара комплексних коренів.

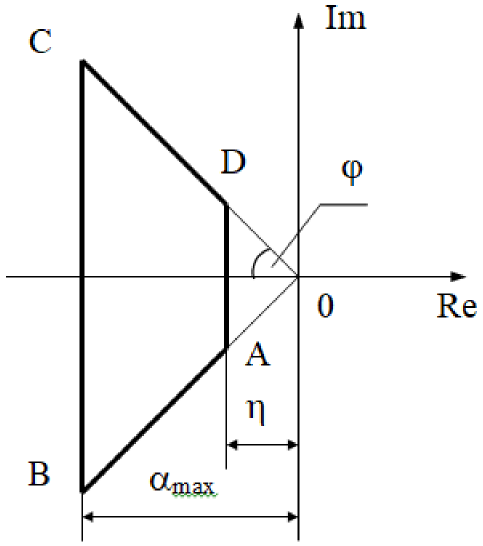


Рисунок 14.7 – Зона розташування коренів характеристичного рівняння замкнутої системи

Таким чином, чим менше значення η, тим повільніше згасає перехідний процес, тим більше час регулювання. Причому, якщо найближчий до уявної вісі корінь є дійсним, ступінь стійкості називається аперіодичним, і домінуючою складовою перехідного процесу буде експонента $e^{-\eta t}$. Якщо це пара комплексних коренів, ступінь стійкості називається коливальним, і домінуючою буде коливальна складова, що згасає також за експоненціальним законом.

Коливальність системи μ - тангенс кута, що утворений від'ємною дійсною піввіссю і променем з початку координат до кореня, в якого відношення уявної частини до дійсної є максимальним:

$$\mu = \mathrm{tg}\,\varphi = (\beta/\alpha)_{max}\,, \qquad (14.10)$$

де α - значення дійсної частини коренів D(s);
β - уявна частина.

Величина μ повинна обмежуватися відповідно до вимог зменшення високочастотних коливань. При збільшенні μ зростає перерегулювання σ і кількість коливань N за час регулювання.

Звичайно у автоматичних системах $\mu \le 2,72 \div 1,57$. При $\mu=0$ корені тільки дійсні й процес є аперіодичним.

При дослідженні якості перехідного процесу за розташуванням коренів характеристичного рівняння можна вирішувати дві задачі:

- за заданими параметрами системи – коефіцієнтами D(s) – визначити ступінь стійкості η, коливальність μ, а також величину α_{max} – максимальне віддалення кореня від уявної вісі;
- за заданими η, μ, α_{max} визначити значення параметрів системи.

Якщо чисельник P(s) передавальної функції $W_з(s)$ замкнутої системи є поліномом змінної s, оцінка якості регулювання тільки за полюсами цієї функції може привести до суттєвих помилок, тому необхідно розглядати також розташування на комплексній площині коренів чисельника, тобто нулів передавальної функції. Зміна взаємного розташування нулів і полюсів передавальної функції $W_з(s)$ впливає на показники якості перехідного процесу. Дослідження цього питання виявили такі залежності.

- наявність нулів сприяє збільшенню перерегулювання σ і зменшенню часу перехідного процесу;
- якщо нулі $W_з(s)$ розташовані поблизу її полюса, найближчого до уявної вісі, коливальність перехідного процесу зменшується, а при віддаленні нулів від цього полюса коливальність зростає.

Контрольні питання

1. Які існують методи оцінювання якості перехідного процесу?
2. Назвіть прямі оцінки (показники) якості перехідного процесу.
3. Як оцінюється якість регулювання в усталеному режимі?
4. Як визначають коефіцієнти помилок за передавальною функцією помилки?
5. Які показники якості можна приблизно оцінити за параметрами АЧХ розімкнутої чи замкнутої системи?
6. Як оцінюють якість перехідних процесів за розташуванням коренів характеристичного рівняння замкнутої системи?
7. Які існують інтегральні оцінки якості перехідних процесів?
8. Чим відрізняються інтегральні критерії оцінювання аперіодичних і коливальних процесів?
9. Які особливості якості САК можна визначити за зовнішнім виглядом дійсної частотної характеристики замкнутої системи?

Тема № 15 Забезпечення стійкості, підвищення якості регулювання і синтез лінійних систем

План

15.1 Коректувальні пристрої.
15.2 Перетворювальні елементи.
15.3 Підвищення точності в усталених режимах.
15.4 Забезпечення стійкості й підвищення запасів стійкості.

15.1 Коректувальні пристрої.

Першою проблемою, що розв’язувала теорія автоматичного керування, було забезпечення стійкості систем. Пізніше центральною задачею стало досягнення необхідної якості регулювання. Для її вирішення були створені методи наукового проектування (синтезу) систем із заданими показниками точності регулювання й швидкодії.

Проблема забезпечення необхідних властивостей лінійних автоматичних систем є досить складною і вимагає вирішення таких окремих задач:

- забезпечення стійкості (стабілізація);
- підвищення запасів стійкості (демпфірування);
- підвищення точності регулювання в усталених режимах (зменшення або усунення статичної помилки відтворювання задавального сигналу, зменшення або усунення впливу постійних збурень);
- поліпшення перехідних процесів (збільшення швидкодії, максимальне зменшення динамічних помилок).

Іноді можливе сумісне розв’язування цих задач, в інших випадках вони виявляються такими, що суперечать одна одній. Залежно від призначення системи і вимог, які до неї висувають, одні задачі можуть бути основними, а інші відходять на другий план чи знімаються зовсім.

Наприклад, будь-яка система має бути стійкою. Однак, запас стійкості у системі стабілізації (з постійною чи такою, що рідко змінюється, задавальною дією) може бути значно меншим, ніж у слідкуючій системі, в якій ця дія безперервно або часто змінюється. Якщо параметри об’єкта регулювання визначені приблизно чи можуть змінюватися у процесі експлуатації системи, необхідний більший запас стійкості, ніж при точно встановлених і незмінних параметрах.

У системах стабілізації забезпечується максимально можливе чи необхідне зменшення впливу збурень. У слідкуючих системах, крім того, забезпечується максимально можлива швидкодія й зменшення статичних і динамічних помилок відтворювання задавальної дії.

Коли стійкість і необхідна якість не можуть бути досягнуті простою зміною параметрів системи (коефіцієнтів передачі, сталих часу окремих ланок), тоді задачу вирішують уведенням до системи додаткових пристроїв, що називаються коректувальними.

Усі системи можна розділити на дві групи:

- швидкодіючі, в яких сталі часу автоматичних керуючих пристроїв та керованого об’єкта мають той самий порядок (регулювання швидкості, частоти, напруги в електроприводах);
- повільнодіючі, в яких сталі часу керованого об’єкта мають значення на декілька порядків більші, ніж сталі часу автоматичних керуючих пристроїв (різні технологічні) установки.

У подальшому розглядається синтез коректувальних пристроїв у системах першої групи. Для автоматизації керованих об’єктів другої групи використовуються, як правило, стандартні регулятори, що реалізують різні закони керування (п. 1.7). Для вибору та настроювання цих регуляторів розроблені спеціальні методики, які розглядаються у підручниках з автоматизації технологічних процесів (додаток В).

Коректувальні пристрої можуть включатися до системи автоматичного керування послідовно, паралельно, зустрічно-паралельно. Відповідно до цього вони називаються послідовними, паралельними чи зустрічно-паралельними коректувальними пристроями.

Послідовний коректувальний пристрій включають до прямого ланцюга системи безпосередньо після датчика розузгодження чи після попереднього підсилювача (рисунок 15.1). Другий варіант включення використовують частіше, оскільки рівень сигналу розузгодження звичайно дуже малий, а коректувальний пристрій, як правило, його ще знижує. У цьому випадку необхідно мати попередній підсилювач значно більшої чутливості, ніж при другому варіанті включення коректувального пристрою.

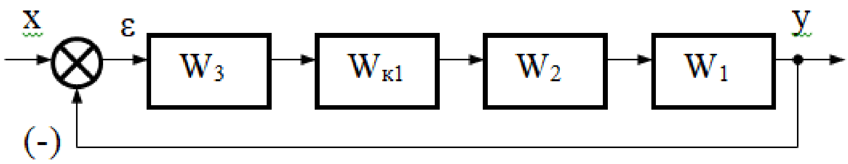


Рисунок 15.1 – Структурна схема системи з послідовним коректувальним пристроєм

Передавальна функція розімкнутої системи для даного випадку:

$$W' = W_1 W_2 W_3 W_{к1} = W W_{к1}, \qquad (15.1)$$

де $W = W_1 W_2 W_3$ – передавальна функція початкової розімкнутої системи, W_1, W_2, W_3, $W_{к1}$ – передавальні функції об’єкта керування, підсилювально-перетворювального пристрою, попереднього підсилювача і послідовного коректувального пристрою відповідно.

Застосування послідовних коректувальних пристроїв найбільш зручне у системах, в яких сигнал непогодження являє собою напругу постійного струму. У цьому випадку коректувальний пристрій виконують звичайно з пасивних електричних чотириполюсників, які забезпечують різноманітне перетворення сигналу.

Зустрічно-паралельний коректувальний пристрій являє собою зворотний зв'язок, найчастіше від'ємний, що охоплює один з елементів прямого ланцюга системи (рисунок 15.2). Цим елементом, як правило, є виконавчий елемент чи вихідний каскад підсилювача (підсилювач потужності). Передавальну функцію цього пристрою позначимо $W_{к2}$.

Передавальна функція розімкнутої системи для даного випадку:

$$W'' = W_1 W_3 [W_2 /(1+ W_2 W_{к2})] = W/(1+ W_2 W_{к2}). \tag{15.2}$$

Передавальна функція ділянки ланцюга з коректувальним пристроєм $W_{к2}$:

$$W_2' = W_2 /(1+W_2 W_{к2}). \tag{15.3}$$

Звичайно, у достатньо широкому і суттєвому для якості системи діапазоні частот виконується нерівність:

$$|W_2 (j\omega) W_{к2} (j\omega)| \gg 1. \tag{15.4}$$

Тоді у цьому діапазоні частот маємо:

$$W_2'(j\omega) \approx 1 / W_{к2} (j\omega) \tag{15.5}$$

Таким чином, якщо виконується нерівність (15.4), властивості ділянки ланцюга з зустрічно-паралельним коректувальним пристроєм визначаються тільки властивостями цього коректувального пристрою і не залежать від зміни параметрів W_2. Дана обставина є великою перевагою такого способу корекції системи. Ще одна перевага даного коректувального пристрою полягає в тому, що його вхід підключено до виходу виконавчого елемента чи підсилювача потужності, тобто до виходу потужного елемента з високим рівнем сигналу. Тому як зустрічно-паралельні коректувальні пристрої можна використовувати достатньо потужні елементи.

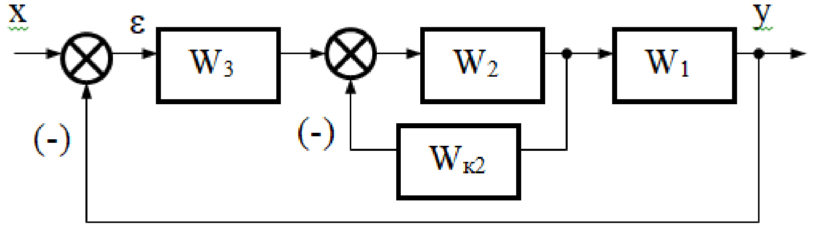


Рисунок 15.2 – Структурна схема системи з зустрічно-паралельним коректувальним пристроєм

Варто помітити, що вплив зворотних зв'язків дуже різноманітний. Зворотні зв'язки поділяються на жорсткі та гнучкі. Жорсткий зворотний зв'язок діє на систему як у перехідному, так і в усталеному режимах, реалізується він пропорційною ланкою, тобто передавальна функція ланки зворотного зв'язку $W_0(s) = k_0$.

Гнучкий зворотний зв'язок діє лише у перехідних режимах; він реалізується часто диференціальною ланкою з передавальною функцією $W_0(s)=k_0 \cdot s$, чи інерційною диференціальною ланкою $W_0(s)=k_0 \cdot s / (T_0 s+1)$.

Припустимо, що ланка з передавальною функцією W(s) охоплена від'ємним зворотним зв'язком із передавальною функцією $W_0(s)$. Тоді еквівалентна передавальна функція цієї ділянки ланцюга має вигляд:

$$W_E(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s) \cdot W_0(s)}. \qquad (15.6)$$

Розглянемо найбільш характерні випадки.

а) аперіодична ланка охоплена жорстким зворотним зв'язком, тобто

$$W(s)= k/(Ts+1); \quad W_0(s)=k_0. \qquad (15.7)$$

У цьому випадку еквівалентна передавальна функція має вигляд:

$$W_E(s) = \frac{k_E}{T_E s + 1}\ ; \text{ де } k_E=\frac{k}{1 + k \cdot k_0}; \quad T_E=\frac{T}{1 + k \cdot k_0}. \qquad (15.8)$$

Значить, жорсткий зворотний зв'язок не змінює структуру аперіодичної ланки, але зменшує її інерційність, тобто зменшує сталу часу. Одночасно зменшується коефіцієнт передачі ланки;

б) *аперіодична ланка охоплена гнучким зворотним зв'язком*, тобто

$$W(s)=k/(Ts+1); \quad W_o(s)=k_o s. \qquad (15.9)$$

Тоді :

$$W_E(s) = \frac{k}{T_E s + 1}\ ; \text{ де } \quad T_E=T+kk_o. \qquad (15.10)$$

Отже, гнучкий від'ємний зворотний зв'язок не змінює структуру ланки і не впливає на коефіцієнт передачі аперіодичної ланки, але збільшує її інерційність;

в) інтегруюча ланка охоплена жорстким зворотним зв'язком, тобто

$$W(s) =k/s; \quad W_0 = k_0. \qquad (15.11)$$

Тоді:

$$W_E(s) = \frac{k_E}{T_E s + 1}\ ;\ \text{де}\ k_E = \frac{1}{k_0}\ ;\ T_E = \frac{1}{k \cdot k_0}. \qquad (15.12)$$

Жорсткий зворотний зв'язок перетворює інтегруючу ланку на аперіодичну;

г) інтегруюча ланка охоплена гнучким зворотним зв'язком, тобто

$$W(s) = k/s;\ \ W_0(s) = k_0 s. \qquad (15.13)$$

Тоді

$$W_E(s) = \frac{k_E}{s}\ ;\ \text{де}\ \ k_E = \frac{k}{1 + kk_0}. \qquad (15.14)$$

Гнучкий зворотний зв'язок не змінює структуру інтегруючої ланки, але зменшує її коефіцієнт передачі;

д) коливальна ланка охоплена жорстким зворотним зв'язком, тобто

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1};\ W_0(s) = k_0. \qquad (15.15)$$

Тоді

$$W_E(s) = \frac{k_E}{T_E{}^2 s^2 + 2\xi_E T_E s + 1}, \qquad (15.16)$$

де $k_E = \dfrac{k}{1 + k \cdot k_0}$; $\quad T_E = \dfrac{T}{\sqrt{1 + k \cdot k_0}}$; $\quad \xi_E = \dfrac{\xi}{\sqrt{1 + k \cdot k_0}}$.

Жорсткий зворотний зв'язок не змінює структуру коливальної ланки, але зменшує сталу часу, коефіцієнт передачі ланки і коефіцієнт демпфірування;

е) коливальна ланка охоплена гнучким зворотним зв'язком, тобто

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1};\ \ W_0(s) = k_0 s. \qquad (15.17)$$

Можливі два варіанти:

- зворотний зв'язок слабкий, тобто $k_0 < 2T(1 - \xi)/k$; тоді структура ланки не змінюється, тільки збільшується її коефіцієнт демпфірування:

$$W_E(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi_E Ts+1};\;\; \xi_E=\xi+\frac{k\cdot k_0}{2T}; \qquad (15.18)$$

- зворотний зв'язок сильний, тобто $k_0 > 2T(1-\xi)/k$, тоді

$$W_E=\frac{k}{(T_1s+1)\cdot(T_2s+1)};\; T_{1,2}=0.5(r\pm\sqrt{r^2-4T^2});\; r=2\xi T+kk_0. \quad (15.19)$$

Сильний зворотний зв'язок перетворює коливальну ланку на аперіодичну ланку другого порядку.

Із розглянутих прикладів можна зробити висновок про те, що навіть найпростіші від'ємні зворотні зв'язки можуть істотно змінити властивості типових динамічних ланок. Ще більший ефект дають складні від’ємні й додатні зворотні зв’язки. Отже, якщо основні елементи регулятора за своєю фізичною природою дозволяють утворити зворотні зв’язки, то динамічні властивості цих елементів можна змінювати у необхідному напрямі.

Паралельний коректувальний пристрій - це третій варіант включення пристрою до САК (рисунку 15.3). Його передавальна функція позначена $W_{к3}$.

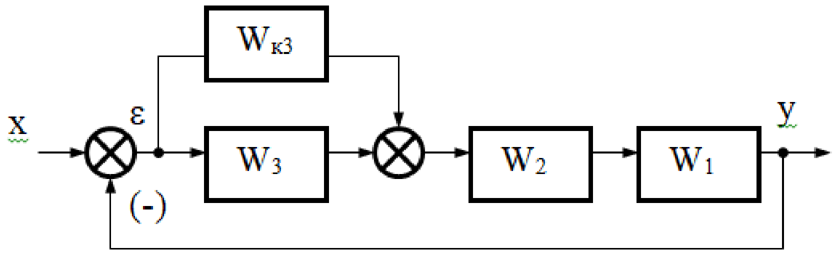


Рисунок 15.3 – Структурна схема системи з паралельним коректувальним пристроєм

Передавальна функція розімкнутої системи для даного випадку:

$$W''' = (W_3 + W_{к3})W_2 W_1 = W(1+ W_{к3}/W_3). \qquad (15.20)$$

Іноді паралельний коректувальний пристрій є дуже зручним, оскільки при меншій складності забезпечує необхідне перетворювання сигналу. Наприклад, ізодромну ланку з передавальною функцією $W_{із}(s)=(Ts+1)/s$ можна отримати як паралельне з’єднання пропорційної та інтегруючої ланок із відповідними передавальними функціями $W_п(s) = T$ і $W_{інт}(s)=1/s$ та $W_{із}(s) = W_п(s)+ W_{інт}(s)= T + 1/s = (Ts+1)/s$.

Синтезують коректувальний пристрій на підставі деякого комплексу вимог до властивостей системи. Спочатку визначають передавальну функцію $W_{к1}$ послідовного пристрою, потім з’ясовують, при яких значеннях передавальних функцій $W_{к2}$,$W_{к3}$ можна отримати такий самий ефект. Для цього порівнюють вирази (15.1), (15.2) і (15.20):

$$WW_{к1} = W/(1+ W_2W_{к2}) = W(1+ W_{к3} /W_3). \qquad (15.21)$$

Звідси отримують формули переходу від одного виду коректувального пристрою до іншого:

$$W_{к1} = 1/(1+ W_2W_{к2}) = 1+ W_{к3} /W_3;$$
$$W_{к2} = (1-W_{к1})/(W_2W_{к1}) = -W_{к3}/[W_2 (W_3 + W_{к3})]; \qquad (15.22)$$
$$W_{к3} = W_3 (W_{к1}- 1) = -W_2W_3 W_{к2}/(1+ W_2W_{к2}).$$

Якщо значення передавальної функції $W_{к2}$ виявиться від'ємним, зустрічно-паралельний коректувальний пристрій необхідно включати у вигляді додатного зворотного зв'язку. При від'ємному значенні $W_{к3}$ вихідний сигнал паралельного пристрою необхідно віднімати з вихідного сигналу ділянки W_3.

Іноді у системах одночасно застосовують два коректувальних пристрої: послідовний і зустрічно-паралельний або зустрічно-паралельний і паралельний. Таким чином, функції, що повинні виконуватися коректувальним пристроєм, розподіляються між двома пристроями, які можна виконати з більш простих елементів.

15.2 Перетворювальні елементи

Коректувальні пристрої систем регулювання здійснюють перетворення сигналу керування. Для цього їх складають з елементів, які називають *перетворювальними*. Використовують електричні, механічні, гідравлічні, пневматичні та інші перетворювальні елементи. Більш докладно розглянемо *пасивні чотириполюсники постійного струму*.

Це електричні ланцюги, які складаються з резисторів, конденсаторів та індуктивностей. Загальна схема пасивного чотириполюсника зображена на рисунок 15.4.

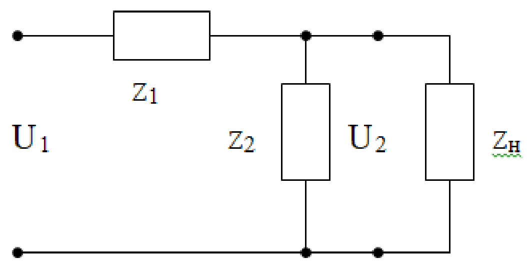


Рисунок 15.4 – Загальна схема чотириполюсника

Вхідна та вихідна напруги постійного струму позначені як U_1 і U_2 відповідно. Оператори опорів чотириполюсника: $z_1(s)=R_1+1/(C_1s)+L_1s$ і $z_2(s)=R_2+1/(C_2s)+L_2s$, де R_i, C_i, L_i – активні опори, ємності та індуктивності відповідно. Якщо повний опір навантаження є нескінченно великим, то передавальна функція пасивного чотириполюсника має вигляд:

$$W_п(s)=z_2(s)/[z_1(s)+z_2(s)]. \qquad (15.23)$$

Змінюючи вид операторів опорів $z_1(s)$ і $z_2(s)$, а також значення R_i, C_i, L_i, можна отримати велику кількість чотириполюсників, які описуються різними передавальними функціями $W_п(s)$. Вартість пасивних чотириполюсників низька, а стабільність параметрів досить висока, тому вони знайшли широке застосування в САК, у яких сигналом керування є напруга постійного струму.

Основним недоліком пасивних чотириполюсників є те, що вони ослаблюють сигнал, крім того, при кінцевому значенні повного опору навантаження перетворення сигналу відхиляється від бажаного, що відповідає передавальній функції (15.23).

З точки зору математичного перетворення сигналу чотириполюсники розділяють на диференціюючі, інтегруючі, інтегро-диференціюючі. Диференціюючі чотириполюсники у визначеному діапазоні частот диференціюють сигнал і утворюють додатний зсув за фазою. Інтегруючі чотириполюсники у визначеному діапазоні частот забезпечують інтегрування сигналу і утворюють від'ємний зсув за фазою. Інтегро-диференціюючі чотириполюсники в одному діапазоні диференціюють сигнал, а в іншому – інтегрують його.

Найбільш характерні схеми пасивних чотириполюсників постійного струму, їх передавальні функції та логарифмічні частотні характеристики наведені у багатьох книгах з теорії автоматичного керування.

Уникнути недоліків, що мають місце у пасивних чотириполюсниках, можна за допомогою перетворювальних елементів, побудованих на операційних підсилювачах, тобто за допомогою активних чотириполюсників постійного струму. Загальну схему чотириполюсника зображено на рис. 15.6.

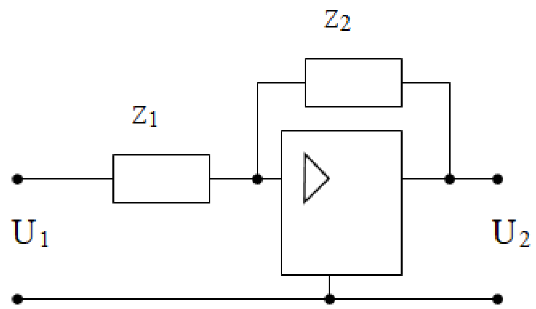


Рисунок 15.6 – Загальна схема активного чотириполюсника

Його передавальна функція з достатньою точністю дорівнює:

$$W_a = - z_2/z_1. \qquad (15.24)$$

Знак мінус показує, що знак напруги U_2 протилежний знаку U_1 (фаза сигналу змінюється на 180°). Активні чотириполюсники вдається виготовляти так, що вони здійснюють практично ідеальне диференціювання чи інтегрування сигналу. Коефіцієнт передачі може бути дуже значним. Крім того, можна легко виконати сумування декількох сигналів на вході. Усе це є суттєвими перевагами активних чотириполюсників.

В автоматичних системах використовують також пасивні чотириполюсники змінного струму, які перетворюють сигнал, що є модульованою напругою змінного струму. Виконують їх з резисторів і конденсаторів. Вони забезпечують приблизне диференціювання сигналу (обвідної модульованої напруги) у деякому діапазоні частот. При цьому частота ω зміни сигналу повинна бути значно меншою за несучу частоту $\omega_н$, тобто частоту змінного струму.

Крім розглянутих електричних перетворювальних елементів, застосовують також тахогенератори і тахометричні мости постійного і змінного струму, дросельні й ємнісні диференціатори змінного струму, а також більш складні елементи.

15.3 Підвищення точності в усталених режимах.

У системі регулювання за відхиленням усталена помилка має три складових:

$$\varepsilon_{уст} = \varepsilon_x + \varepsilon_f + \varepsilon_{ч.е.}, \qquad (15.25)$$

де ε_x – помилка відтворювання задавальної дії, ε_f – помилка, що викликана збуренням, $\varepsilon_{ч.е}$ – помилка чутливого елемента, що вимірює розузгодження.

Складова $\varepsilon_{ч.е}$ залежить від фізичної природи і конструкції чутливого елемента. Її можна зменшити використанням більш високоточного елемента.

Відомо, що помилку системи можна зобразити у вигляді ряду, в якому наявні коефіцієнти помилок C_i. У статичній системі всі коефіцієнти помилок відмінні від нуля, причому,

$$C_0 = 1/(1+К), \qquad (15.26)$$

де К – коефіцієнт передачі розімкнутої системи.

У системі з астатизмом першого порядку $C_0=0$. Інші коефіцієнти відмінні від нуля, причому,

$$C_1=1/К. \qquad (15.27)$$

У системах з астатизмом другого порядку $C_o = C_1 = 0$, $C_2 \neq 0$, $C_3 \neq 0$,...

Таким чином, одним із способів підвищення точності регулювання є підвищення порядку астатизму системи, тобто збільшення кількості коефіцієнтів C_i, що дорівнюють нулю.

Підвищення порядку астатизму може бути досягнуто збільшенням кількості інтегруючих ланок у САК, але при цьому ускладнюється задача забезпечення стійкості системи. Варто пам'ятати, що система з астатизмом другого порядку, до складу якої входять тільки пропорційні, інтегруючі, аперіодичні й коливальні ланки, і не входять ланки форсуючі, є структурно нестійкою.

Значно кращі результати одержують при підвищенні порядку астатизму САК за допомогою ізодромної ланки, що має передавальну функцію:

$$W_{із}(s) = \frac{K_{із}(T_{із}s + 1)}{s} = 1 + \frac{K_{із}}{s}, \tag{15.28}$$

де $T_{із} = 1/K_{із}$ - стала часу ізодрому.

Якщо стала часу $T_{із}$ досить велика, то запас стійкості при введенні такої ланки може бути збережений незмінним. Однак при великому значенні $T_{із}$ можуть збільшитися старші коефіцієнти помилок.

Як видно з виразів (15.26), (15.27), зменшення усталеної помилки $\varepsilon_{уст}(t)$ може бути досягнуте також збільшенням коефіцієнта передачі розімкнутої системи. Однак зі збільшенням статичної точності в більшості випадків зменшуються запаси стійкості, й при значному збільшенні коефіцієнта K система стає нестійкою. Тобто і у цьому випадку існує протиріччя між статичною точністю і стійкістю. Тому при підвищенні точності регулювання шляхом збільшення коефіцієнта передачі K розімкнутої системи необхідні заходи для забезпечення достатнього запасу стійкості.

Розглянуті вище способи підвищення точності регулювання пов’язані лише зі зміною параметрів елементів системи і структури її окремих ділянок, але при цьому не торкаються принципу дії системи. Позитивного ефекту також можна досягти за допомогою комбінованого регулювання, використання систем зі змінною структурою, реалізації принципу інваріантності.

Поняття інваріантності можна визначити так. САК є інваріантною відносно збурюючої дії, якщо після завершення перехідного процесу, зумовленого початковими умовами, регульована величина і помилка системи не залежать від цієї дії.

У системах із змінною структурою можна забезпечити перехід від однієї структури САК до іншої з якіснішими динамічними характеристиками.

15.4 Забезпечення стійкості й підвищення запасів стійкості

Способи надання системам автоматичного керування стійкості й достатніх запасів стійкості різноманітні. Основними з них є зміна сталої часу T однієї з ланок системи, а також уведення до прямого ланцюга системи додаткової ланки.

Для першого способу діє таке правило.

Якщо частота спряження аперіодичної або коливальної ланки розташована ліворуч частоти зрізу логарифмічної амплітудно-частотної характеристики (ЛАЧХ) розімкнутої САК, а частота спряження форсуючої ланки розташована праворуч частоти зрізу, то збільшення сталої часу Т кожної з цих ланок веде до збільшення запасів стійкості.

Якщо частота спряження аперіодичної або коливальної ланки розташована праворуч частоти зрізу ЛАЧХ розімкнутої САК, а частота спряження форсуючої ланки розташована ліворуч частоти зрізу, то збільшення сталої часу Т кожної з цих ланок веде до зменшення запасів стійкості.

Наведене правило діє тільки за умови, що частота спряження розташована на відстані близько однієї декади від частоти зрізу. Крім того, існують деякі структури, для яких це правило не виконується.

Другий спосіб забезпечення стійкості, що застосовується найчастіше, - введення додаткової ланки до прямого ланцюга системи. Розглянемо основні випадки.

Нехай передавальна функція розімкнутої системи має вигляд:

$$W(s) = k/[(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)]. \qquad (15.29)$$

При $k=100$, $T_1=0{,}05$с, $T_2=0{,}01$с, $T_3=0{,}001$с розімкнута система стійка і її логарифмічні частотні характеристики свідчать про нестійкість замкнутої системи.

1) Уведемо в прямий ланцюг системи додаткову аперіодичну ланку з передавальною функцією:

$$W_д(s) = 1/(T_д\, s + 1), \qquad (15.30)$$

де $T_д$ - стала часу додаткової ланки, яка значно більше сталих часу аперіодичних ланок, що входять до системи; візьмемо $T_д = 8$с.

Замкнута система стає стійкою, запас за фазою становить $\varphi_{зап} = 51°$.

У такий спосіб можна підвищити запаси стійкості, при цьому високочастотна частина ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутої системи зміщується вниз. Тому такий спосіб стабілізації системи називають *стабілізацією з внесенням від'ємних фазових зсувів*, або *стабілізацією з придавленням високих частот*.

Аперіодична ланка з великою сталою часу являє собою фільтр низьких частот й подавляє високочастотні завади. У цьому полягають переваги даного способу; однак така ланка також значно зменшує частоту зрізу, а, отже, й швидкодію системи. Це основний недолік такого методу стабілізації системи.

2) Уведемо до прямого ланцюга додаткову форсуючу ланку з передавальною функцією:

$$W_д(s) = T_д\, s + 1, \qquad (15.31)$$

де $T_д$ - стала часу додаткової ланки, яку бажано взяти рівною сталій часу однієї з аперіодичних ланок системи, частота спряження якої розташована ліворуч частоти зрізу; візьмемо $T_д = 0{,}01$с.

Уведення такої ланки приводить до підняття високочастотної частини ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутої системи тому цей спосіб називають стабілізацією з підняттям високих частот, або стабілізацією з внесенням додатних фазових зсувів.

Уведенням форсуючої ланки можна забезпечити стійкість і необхідні запаси стійкості при будь-якій передавальній функції системи (якщо вона стає структурно стійкою). При цьому підвищується швидкодія системи, але значно підвищується й вплив високочастотних завад. Останнє суттєво обмежує використання такого способу стабілізації систем.

3) Уведемо до прямого ланцюга додаткову ланку із складною передавальною функцією:

$$W_д(s) = (T_{д2}\, s + 1)(T_{д3}\, s + 1)/(T_{д1}\, s + 1)(T_{д4}\, s + 1) \qquad (15.32)$$

Візьмемо $T_{д1} = 0{,}1$с, $T_{д2} = T_{д3} = 0{,}01$с, $T_{д4} = 0{,}001$с.

Стійкість системи та необхідні запаси стійкості ($\varphi_{зап} = 49°$) досягнуті переміщенням вниз середньо-частотної частини ЛАЧХ, тому такий спосіб називають *стабілізацією з придавленням середніх частот*. Він є проміжним між першими двома й об'єднує їх переваги, тому його застосовують найчастіше для стабілізації лінійних безперервних САК.

Контрольні питання

1. Що таке коректувальний пристрій, які існують способи включення коректувальних пристроїв до САК?
2. Які види перетворювальних елементів використовують у САК?
3. Як визначається передавальна функція пасивного чотириполюсника?
4. Наведіть схеми диференціюючих, інтегруючих, інтегро-диференціюючих пасивних чотириполюсників постійного струму.
5. Назвіть основні недоліки пасивних чотириполюсників.
6. Як визначається передавальна функція активного чотириполюсника постійного струму?
7. Назвіть основні переваги активних чотириполюсників постійного струму.
8. Назвіть способи підвищення точності регулювання в усталених режимах.
9. У чому полягає протиріччя між точністю регулювання і стійкістю системи?
10. Чому для підвищення порядку астатизму на практиці використовують не інтегруючу ланку, а ізодромну?

Перелік рекомендованої літератури

1. Бурау Н. І., Півторак Д. О. Теорія автоматичного управління. Практикум: навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2021. 57 с
2. Інформаційні комп'ютерні системи автомобільного транспорту. URL: https://atm.vntu.edu.ua/subject/books/IKCAT/Lec_Lab_IKS_AT_2010.pdf (дата звернення 08.03.2025 р.)
3. Марченко А. А., Гулий В. С., Настенко Д. В.Теорія автоматичного керування: Дослідження системи автоматичного регулювання. КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 31 с.
4. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Електронні системи керування транспортними засобами» для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» («Колісні та гусеничні транспортні засоби») усіх форм навчання. Частина 2. Лабораторні роботи № 1-7 / Укл. : О. М. Артюх, О. В. Дударенко, А. Ю. Сосик, А. В. Щербина. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2020. 40 с.
5. Системи керування автоматичною коробкою передач. URL: https://zauto.com.ua/systemy-keruvannia-avtomatom/ (дата звернення 08.03.2025 р.)
6. Теорія автоматичного управління. URL: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/11Borovska_tau_kl/01.html (дата звернення 08.03.2025 р.)

А - 33 Автоматичне керування в автомобільних системах. Конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка» галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації, спеціальності 171 Електроніка, денної та заочної форм навчання / уклад. С. А. Мороз. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 120 с.

Комп'ютерний набір Сергій МОРОЗ
Редактор Сергій МОРОЗ

Підп. до друку «__»________2025 р.
Формат 60х84/16. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. ___.
Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоції
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ВІП ЛНТУ