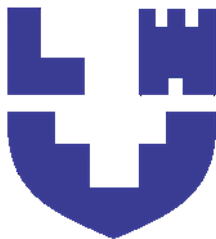


Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет



ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Методичні вказівки до практичних занять
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія
спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка денної та заочної форми навчання

УДК 621.316 (07)
Т 33

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Н.П. Поліщук

Рекомендовано до видання вченою радою факультету архітектури, будівництва та дизайну ЛНТУ,
протокол № ___ від « ___ » _____ 2026 року

Голова вченої ради факультету архітектури, будівництва та дизайну _____ О.В. Андрійчук

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електричної інженерії ЛНТУ,
протокол № ___ від « ___ » _____ 2026 року

Завідувач кафедри електричної інженерії _____ Ю.В. Грицюк

Укладач: _____ Ю.І. Вашелюк, асистент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Рецензент: _____ А.М. Падалко, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Відповідальний

за випуск: _____ Ю.В. Грицюк, кандидат технічних наук, доцент кафедри електричної інженерії ЛНТУ

Теорія автоматичного керування: методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка денної та заочної форм навчання /уклад. Ю.І. Вашелюк, Луцьк: ЛНТУ, 2026. 60 с.

Т 33

Методичне видання складене відповідно до робочої програми курсу і містить теоретичні відомості, приклади типових задач, детальні приклади розв'язання, необхідні довідникові матеріали, а також перелік джерел посилання.

© Ю.І. Вашелюк, 2026

ПЕРЕДМОВА

Сучасне промислове виробництво характеризується ростом масштабів і ускладненням технологічних процесів, збільшенням одиничної потужності окремих апаратів і установок, застосуванням інтенсивних, високошвидкісних режимів, близьких до критичних, підвищенням вимог до якості продукції, безпеки персоналу, збереження устаткування і навколишнього середовища. Економічне, надійне й безпечне функціонування складних промислових об'єктів може бути забезпечене за допомогою самих сучасних принципів і технічних засобів керування.

Методичні вказівки присвячені завданням теорії лінійних безперервних та дискретних систем автоматичного керування. Завданням по кожній темі передують необхідні теоретичні відомості та розгляд прикладів практичних завдань. Мета – допомогти студентам в освоєнні методів аналізу лінійних систем автоматичного керування та набутті необхідних практичних навичок аналізу типових лінійних систем.

Тематика робіт присвячена питанням аналізу типових систем автоматичного керування чи з'єднань динамічних ланок, які можуть являти собою частину складної системи автоматичного керування.

Практичне заняття №1

Тема: основні принципи керування (регулювання) систем автоматичного керування

Мета: ознайомитися і засвоїти існуючі принципи керування, що використовуються в сучасних системах автоматичного керування.

Теоретичні відомості

Система автоматичного керування складається з *керуючих пристроїв (КП)* і *об'єкта керування (ОК)*. Величини, що характеризують стан ОК, мають назву *вихідних або керованих*. Впливи, що поступають на вхід КП, мають назву *задаючих*. Впливи, що виробляються КП і безпосередньо змінюють стан ОК, мають назву *керуючих*. Впливи, що викликають несанкціоноване відхилення керованої величини від заданого значення, мають назву *збурюючої дії*.

Задаючі і збурюючі дії об'єднують в групу *вхідних впливів*.

У процесі роботи об'єкт керування піддається впливу різноманітних зовнішніх збурень, унаслідок чого керована величина відхиляється від необхідного значення. Тому пристрій керування забезпечує відповідність керованої величини заданому значенню шляхом передачі на об'єкт керування необхідної керуючої дії.

За способом визначення керуючої дії, необхідної для компенсації відхилення керованої величини від необхідного значення, розрізняють чотири принципи керування:

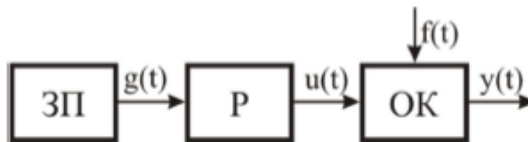
1. Керування за задаючою дією або за принципом розімкненого керування;
2. Керування за збуренням, коли керуюча дія на об'єкт формується залежно від величини дії, що задається і однієї чи декількох зовнішніх дій на ОК;
3. Керування за відхиленням, коли керуюча дія на об'єкт формується залежно від відхилення дійсного значення керованої координати від заданого значення;
4. Комбіноване керування, коли керуюча дія на об'єкт формується залежно від відхилення дійсного значення керованої

координати від заданого значення і величини однієї чи декількох зовнішніх дій на ОК.

Принцип розімкнутого керування (керування за задаючим впливом). Суть принципу розімкненого керування полягає в тому, що процес керування будується тільки на базі заданого алгоритму функціонування і не контролюється по фактичному значенню керованої величини, тобто поточний стан ОК не враховується при виробленні дій, що керують. Процес роботи системи не залежить безпосередньо від результату її дії на об'єкт керування.

Структурна схема керування має вигляд розімкненого кола (рис.1.1), тобто керуючий пристрій чинить дію на об'єкт керування, але зворотна дія відсутня.

Задаючий пристрій (ЗП) подає задаючу дію $g(t)$, яка перетвориться керуючим пристроєм в керуючу дію $u(t)$. Під впливом керування стан об'єкта керування ОК, що характеризується керованою величиною $y(t)$, змінюється так, щоб значення $y(t)$ було рівним необхідному значенню, величина якого визначається задаючою дією $g(t)$. Наявність збурюючої дії $f(t)$ призводить до того, що дійсне значення керованої величини $y(t)$ відрізняється від заданого, тобто з'являється помилка керування. У випадку якщо дія збурень є постійною або періодичною, помилка керування накопичується, і може статися відмова системи. Тому принцип розімкненого керування не застосовують в умовах значних перешкод і збурень. У відсутності збурень відтворення заданої величини забезпечується жорсткістю характеристик пристроїв, що входять до складу схеми. Розімкнене керування в чистому вигляді застосовується рідко і тільки в простих системах.



ЗП – задаючий пристрій; Р – регулятор (керуючий пристрій);
ОК – об'єкт керування; $g(t)$ – задаючий вплив; $u(t)$ – керуюча дія;
 $f(t)$ – збурюючий вплив; $y(t)$ – вихідний сигнал

Рисунок 1.1 Структурна схема керування з розімкненим колом

Розглянемо розімкнену систему керування температурою електронагрівального елемента (рис. 1.2). В якості керуючого пристрою, в схемі використовується змінний резистор, положення рухливого контакту якого визначає величину керуючої напруги $U_{\text{КЕР}}$, як долю вхідної напруги $U_{\text{ВХ}}$, що подається на електронагрівальний елемент. У побутових електрообігрівачах необхідна температура задається вручну з використанням регулятора або позиційного перемикача. У промислових електронагрівачах закон зміни температури нагріву може задаватися профілем кулачка (рис. 1.2).

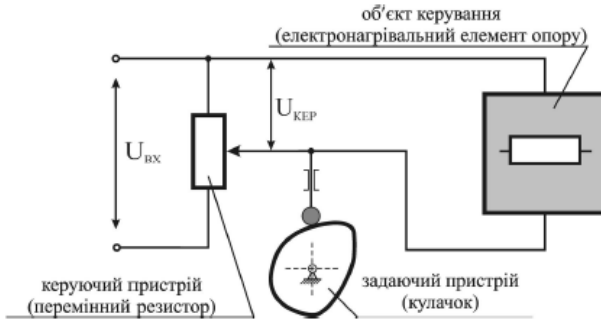


Рисунок 1.2 Розімкнена система керування температурою електронагрівача

Принцип зворотного зв'язку. Для можливості контролю параметрів об'єкта керування і для покращення характеристик систем автоматики передбачають лінії зворотного зв'язку.

Лінії зворотного зв'язку – це лінії зв'язку, по яких інформація передається в зворотному напрямку в порівнянні з керуючим впливом.

В автоматичних системах використовуються такі види зворотного зв'язку:

- **додатний зворотний зв'язок** – знак сигналу зворотного зв'язку і задаючого впливу *співпадають*;
- **від'ємний зворотний зв'язок** – знак сигналу зворотного зв'язку і задаючого впливу *не співпадають*;
- **жорсткий зворотний зв'язок** – передаючий вплив залежить тільки від регульованого параметру і не залежить від часу (працює постійно);

- **гнучкий зворотний зв'язок** – діє тільки в перехідному процесі, тобто існує тільки тоді, коли керована величина змінюється в часі;

- **головний зворотний зв'язок** – з'єднує вихід системи автоматики з її входом, тобто зв'язує керовану величину із задаючою величиною від задаючого пристрою;

- **додатковий зворотний зв'язок** – передає сигнал впливу з виходу будь-якого елемента системи (наприклад, підсилювача) на вхід будь-якого попереднього елемента для покращення характеристики окремих елементів системи.

Найбільше розповсюдження в автоматичних системах керування отримав принцип зворотного зв'язку (рис.1.3). Тут керуючий вплив корегується пристроєм КП в залежності від вихідної величини $y(t)$. І вже не важливо, які збурення діють на ОК.

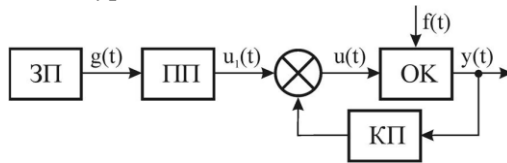


Рисунок 1.3 САК із зворотним зв'язком

Якщо значення $y(t)$ відхиляється від потрібного, то відбувається коригування сигналу $u(t)$ з метою зменшення цього відхилення. Зв'язок виходу ОК з його входом має назву головного зворотного зв'язку (33). В окремому випадку (рис. 1.4) задаючий пристрій (ЗП) формує необхідне значення вихідної величини $g(t)$, яке порівнюється з дійсним значенням на виході САК $y(t)$.

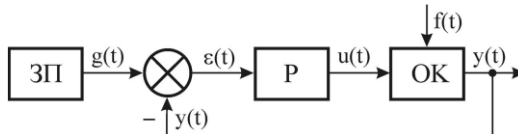


Рисунок 1.4 САК із зворотним зв'язком по відхиленню від заданої величини

Відхилення $\varepsilon = g(t) - y(t)$ з виходу порівнюючого пристрою подається на вхід регулятора Р, що поєднує в собі підсилювальний пристрій (ПП), керуючий орган (КО) і чутливий елемент (ЧЕ). Якщо $\varepsilon(t)$

¹ 0, то регулятор формує керуючий вплив $u(t)$, діючий доти, поки не буде забезпечена рівність $\varepsilon(t) = 0$ або $y(t) = g(t)$. На регулятор подається різниця сигналів, тому такий зворотний зв'язок називається від'ємним на відміну від додатного зворотного зв'язку, коли сигнали $g(t)$ і $y(t)$ складаються. Таке керування функції відхилення називається регулюванням, а подібну САК називають системою автоматичного регулювання (САР). Для прикладу на рис. 1.5 зображена спрощена схема САР хлібопекарської печі.

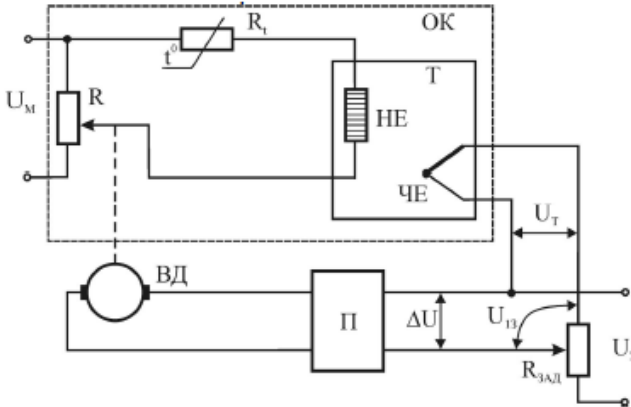


Рисунок 1.5 – Спрощена схема САР хлібопекарської печі з регулятором

Роль задаючого пристрою ЗП виконує потенціометр $R_{3ад}$, напруга на якому U_3 порівнюється з напругою на термопарі U_T . Їх різниця ΔU через підсилювач Π подається на виконавчий двигун постійного струму $ВД$, який регулює через редуктор положення повзунка реостату R в колі нагрівального елемента (HE). Наявність підсилювача говорить про те, що дана САР є системою непрямого регулювання, оскільки енергія для функцій керування береться від сторонніх джерел живлення.

Принцип керування за збуренням. Керування за збуренням ґрунтується на принципі компенсації збурень. При такому принципі керований параметр не змінюється, а використовується лише інформація про зовнішню дію на об'єкт. При цьому визначають основну збурюючу дію і встановлюють, як необхідно змінювати керуючу дію на об'єкт керування, щоб значення керованих параметрів

підтримувались незмінними. Функціональна схема такої САК представлена на рис. 1.6.

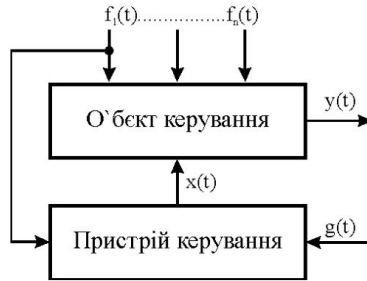


Рисунок 1.6 Структура САК, що побудована на основі принципу керування за збуренням

В САК з принципом керування за збуренням керуюча дія на об'єкт визначається так:

$$x(t) = F\{g(t), f(t)\} \quad (1.1)$$

Принцип керування за збуренням полягає в тому, що для усунення відхилення вектору вихідних параметрів від необхідного значення, викликаного збурюючою дією, виміряна величина цього збурення перетворюється в керуючу дію, яка прикладається до об'єкта керування і викликає компенсоване відхилення керованої величини протилежного знаку в порівнянні з відхиленням, яке викликане цією дією.

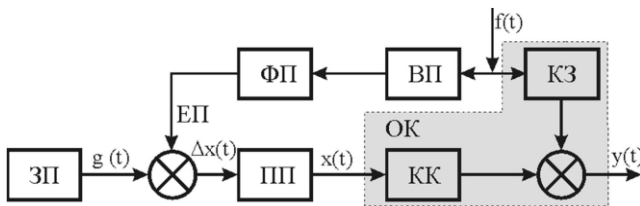


Рисунок 1.7 Функціональна схема САК, побудованої на основі принципу керування за збуренням

В САК, які використовують принцип керування за збуренням, входять наступні елементи:

- задаючий пристрій (ЗП), необхідний для реалізації алгоритму роботи об'єкта керування, який формує керуючу дію $g(t)$;
 - елемент порівняння (ЕП), забезпечує необхідну точність системи $\Delta x(t)$;
 - вимірювальний перетворювач (ВП), забезпечує вимірювання вибраного збурення на об'єкт керування;
 - функціональний перетворювач (ФП), формує необхідну за умовами роботи САК статичну характеристику;
 - проміжний підсилювач (ПП), забезпечує формування необхідного закону керування ОК.
- об'єкт керування (ОК).

Переваги такого способу керування:

- можливість повної компенсації збурюючої дії на об'єкт керування;
- стійкість керування забезпечується відсутністю інформації про істинний стан ОК.

Недоліки:

- усунення дії лише тих збурень, для яких створені компенсаційні канали обробки величин цих дій;
- наявність великої кількості неконтрольованих збурень збільшує похибку стабілізації вихідної величини;
- неможливість застосування керування лише до об'єктів, якісні і кількісні характеристики яких невідомі.

Принцип керування за відхиленням. Більш високу якість керування дозволяють одержати замкнуті САК, в яких використовується інформація про керований параметр (рис. 1.8). У таких системах вимірюється значення керованого параметра. Пристрій керування проводить порівняння одержаного сигналу із заданим значенням, і при наявності різниці виробляється керуюча дія, яка направлена на зменшення одержаної величини відхилення заданого і виміряного значень параметрів. При цьому пристрій керування компенсує це відхилення незалежно від причин, які його викликали. Такий спосіб керування є основним для більшості сучасних САК.

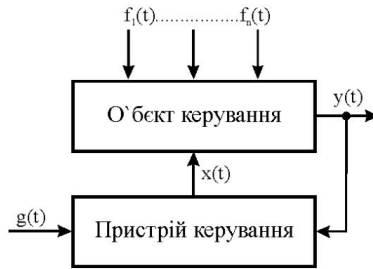


Рисунок 1.8 Структура САК, побудованої на основі принципу керування за відхиленням

У САК, які використовують принцип керування за відхиленням, керуюча дія на об'єкт визначається так:

$$x(t) = F\{g(t), y(t)\} \quad (1.2)$$

Розглянемо систему автоматичного керування зі зворотним зв'язком, функціональна схема якої представлена на рис. 9.

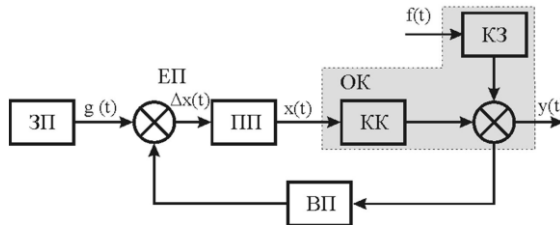


Рисунок 1.9 Функціональна схема САК, побудована на основі принципу керування за відхиленням

В САК, які використовують цей принцип керування, входять наступні основні елементи:

- задаючий пристрій (ЗП), необхідний для реалізації алгоритму роботи об'єкта керування, який формує керуючу дію $x(t)$;
- вимірювальний перетворювач (ВП), який забезпечує вимірювання керованої координати;
- елемент порівняння (ЕП), який виявляє відхилення $Dx(t)$ керованої координати $y(t)$ від її необхідного значення;
- проміжний підсилювач (ПП), який забезпечує формування необхідного закону керування ОК;

- об'єкт керування (ОК).

Принцип роботи САК полягає у вимірюванні керованої координати $y(t)$ за допомогою ВП і порівнянні одержаного сигналу із задаючим $g(t)$. Елемент порівняння визначає різницю цих сигналів, яка представляє собою похибку керування. Цей сигнал використовується для формування керуючої дії $x(t)$ на ОК. Отже, вихідна координата $y(t)$ є функцією як задаючого сигналу так і свого власного значення. Тобто

$$y(t) = F\{g(t), y(t)\} \quad (1.3)$$

Перша складова вихідного сигналу формується по прямому каналу керування, а друга - по каналу зі зворотним зв'язком. Оскільки такий зв'язок забезпечується елементом порівняння, який визначає різницю задаючого і сигналу зворотного зв'язку, то такий зворотний зв'язок є від'ємним.

Тому такий принцип керування називають керуванням зі зворотним зв'язком. Оскільки в такій САК присутній замкнутий контур для проходження інформації, то такі системи називаються замкнутими САК.

Основними перевагами способу керування за відхиленням є:

- велика гнучкість і адаптивність до різних умов експлуатації САК;
- можливість зменшити вплив будь-яких зовнішніх збурень на об'єкт керування;
- мала чутливість до змін параметрів регулятора і об'єкта керування.

Недоліками таких САК є:

- неможливість повного усунення дії збурюючих впливів на вихідну величину об'єкта керування;
- виникнення проблем зі стійкістю при спробах збільшення коефіцієнта підсилення системи.

Комбінований принцип керування. Сумісне використання принципу керування за збуренням і за відхиленням називається принципом комбінованого керування. В таких САК принцип керування за відхиленням реалізується за допомогою зворотного зв'язку, а

принцип керування за збуренням - за допомогою компенсуючих зв'язків. Структура такої системи показана на рис. 1.10.

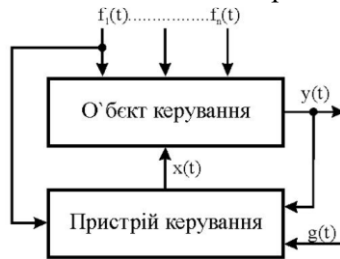


Рисунок 1.10 Структура САК, побудованої на основі комбінованого принципу керування

При використанні принципу комбінованого керування керуюча дія на ОК визначається так:

$$x(t) = F \{ g(t), y(t), f(t) \} \quad (1.4)$$

Переваги такого способу керування:

- повна компенсація похибок керування, які викликані основними збурюючими факторами;
- зменшення похибок керування, які викликані не вимірюваними збурюючими факторами;
- менша чутливість до вимірювання параметрів у порівнянні з розімкнутими САК;
- менш жорсткі вимоги до величини коефіцієнта передачі замкнутої САК, що зменшує проблему забезпечення стійкості системи.

Недоліки:

- конструктивна складність САК, яка обумовлена наявністю великої кількості каналів керування;
- складність налаштування САК, яка обумовлена тими ж причинами.

Принцип адаптації. Самоналагоджувальні системи.

Автоматична система, що має властивість автоматично змінювати в процесі роботи характеристики або структуру регулятора з метою збереження заданих показників якості за довільно змінних зовнішніх умов, має назву самоналагоджувальної.

Самоналагоджувальна система складається з основної системи і додаткових пристроїв (рис. 1.11).



Рисунок 1.11 Самоналагоджувальна автоматична система

Основна система побудована на основі принципу керування по відхиленню і включає об'єкт керування і автоматичний керуючий пристрій (АКП). На вхід системи разом з корисним сигналом $g(t)$ поступає перешкода $n(t)$. Окрім координатного збурення $f_k(t)$, на ОК діє параметрична дія (збурення) $f_n(t)$, при цьому динамічні характеристики ОК змінюються в широких межах.

Для досягнення необхідних показників якості процесу керування до основної системи підключені наступні додаткові пристрої, які створюють контур самоналаштування:

- пристрій аналізу вхідного сигналу (ПАС) оцінює властивості вхідного сигналу (швидкість і прискорення зміни) $g(t)$;
- пристрій аналізу об'єкту (ПАО) призначений для оцінки змін динамічних характеристик КО ;
- обчислювальний пристрій (ОП) визначає спосіб зміни характеристик основного керуючого пристрою (параметрів, структури або закону керування) на основі закладених в ньому критеріїв оптимальності системи і інформації, одержуваної від пристрою аналізу сигналу і об'єкту;

- виконавчий пристрій контуру самоналагоджування (ВП) виконує функцію налагодження керуючого пристрою відповідно до сигналів, одержуваних від ВП.

Практичне завдання

1. Ознайомитись з теоретичними відомостями.
2. Відповісти на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які принципи керування САК існують?
2. З яких основних мінімальних блоків складається будь-яка САК?
3. Яку функцію виконує пристрій керування в САК?
4. Які САК мають назву "розімкнених", а які – "замкнених"?
5. В чому особливість структурних схем САК побудованих за відхиленням?
6. В чому особливість структурних схем САК побудованих за збуренням?
7. В чому особливість структурних схем САК побудованих за комбінованим принципом?
8. Що таке головний зворотний зв'язок?
9. Що таке місцевий зворотний зв'язок?
10. Для чого використовується коло зворотного зв'язку в САК?
11. В чому різниця між головним і місцевим зворотним зв'язком?
12. Проаналізувати основні переваги і недоліки систем керування за відхиленням?
13. Проаналізувати основні переваги і недоліки систем керування за збуренням?
14. Проаналізувати основні переваги і недоліки систем керування за комбінованим принципом?

Практичне заняття №2

Тема: математичний опис систем та ланок за допомогою диференційних рівнянь. Передавальні функції ланок та систем.

Мета: отримання практичних навичок опису систем та ланок за допомогою диференційних рівнянь, а також визначення їх передавальних функцій.

2.1 Приклади завдань

Приклад 1. Скласти диференціальне рівняння електричної системи, представленої на рисунку 2.1.

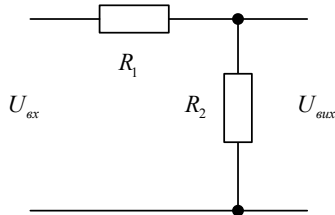


Рисунок 2.1

Розв'язок

На підставі законів Ома і Кірхгофа маємо:

$$\begin{aligned} u_{вх} &= i(R_1 + R_2); \\ u_{вих} &= iR_2. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Тоді, виразивши i та підставивши з одного рівняння в інше, маємо:

$$i = \frac{u_{вих}}{R_2}; \Rightarrow u_{вх} = \frac{u_{вих}(R_1 + R_2)}{R_2} \Rightarrow u_{вих} = u_{вх} \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2.2)$$

або

$$u_{вих} = ku_{вх}, \text{ де } k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Відповідь: $u_{вих} = ku_{вх}$, де $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

Приклад 2. Скласти диференціальне рівняння електричної системи, представленої на рисунку 2.2.

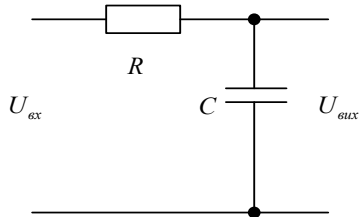


Рисунок 2.2

Розв'язок

На підставі законів Ома і Кірхгофа маємо:

$$u_{вх} = iR + \frac{1}{C} \int idt ; \quad (2.3)$$

$$u_{вих} = \frac{1}{C} \int idt ; \quad (2.4)$$

Тоді маємо:

$$u_{вх} = CR \frac{du_{вих}}{dt} + u_{вих} . \quad (2.5)$$

Позначимо $T = RC$, остаточно отримаємо:

$$T \frac{du_{вих}}{dt} + u_{вих} = u_{вх} .$$

Відповідь: $T \frac{du_{вих}}{dt} + u_{вих} = u_{вх}$, де $T = RC$.

Приклад 3. Скласти диференціальне рівняння та передавальну функцію трансформатора (рисунок 2.3) відносно напруг U_1 та U_2 . Електричні параметри трансформатора приведені на рисунку.

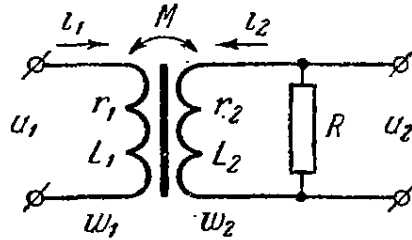


Рисунок 2.3 - Схема трансформатора

Розв'язок

Диференціальне рівняння рівноваги напруг кіл первинної та вторинної обмоток трансформатора мають вигляд:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 p i_1 + M p i_2, \tag{2.6}$$

$$u_2 = r_2 i_2 + L_2 p i_2 + M p i_1, \tag{2.7}$$

де r_1, i_1, L_1 - опір, індуктивність і струм первинної обмотки; r_2, i_2, L_2 - опір, індуктивність і струм вторинної обмотки; u_1, u_2 - вхідна та вихідна напруга трансформатора; M – коефіцієнт взаємоіндукції обмоток.

Знаходячи вираз для струму i_1 із рівняння (1.6) і підставивши в рівняння (1.7), отримаємо диференціальне рівняння трансформатора:

$$\left[\frac{L_1 L_2 - M^2}{r_1 (R + r_2)} p^2 + \frac{L_2 r_1 + L_1 (R + r_2)}{r_1 (R + r_2)} p + 1 \right] u_2(t) = - \frac{MR}{r_1 (R + r_2)} p u_1(t); \tag{2.8}$$

або

$$\left\{ (T_1 T_2 - T_3^2) p^2 + (T_1 + T_2) p + 1 \right\} u_2(t) = -k \tau_1 p u_1(t), \quad (2.9)$$

$$\text{де } T_1 = \frac{L_1}{r_1}, \quad T_2 = \frac{L_2}{R + r_2}, \quad \tau_1 = \frac{M_1}{r_1}, \quad T_3 = \sqrt{\frac{M_2}{r_1(R + r_2)}}, \quad k = \frac{R}{R + r_2}.$$

Так як коефіцієнт зв'язку $M / \sqrt{L_1 L_2}$ в трансформаторі зі стальним сердечником близький до 1, то $M \approx \sqrt{L_1 L_2}$, а $L_1 L_2 - M^2 \approx 0$ або $T_1 T_2 - T_3^2 \approx 0$. Тоді рівняння трансформатора (1.9) спроститься до вигляду:

$$\left\{ (T_1 + T_2) p + 1 \right\} u_2(t) = -k \tau_1 p u_1(t). \quad (2.10)$$

Для режиму холостого ходу ($R = \infty, T_2 = 0, k = 1$), маємо:

$$(T_1 p + 1) u_2(t) = -\tau_1 p u_1(t).$$

На основі диференціального рівняння (1.10) можна записати передавальну функцію трансформатора по напрузі:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = -\frac{k \tau_1 p}{(T_1 + T_2) p + 1}. \quad (2.11)$$

Знак мінус в диференціальних рівняннях трансформатора означає, що фаза вихідної напруги змінюється на 180° відносно вхідної.

Приклад 4. Знайти диференціальне рівняння і передавальну функцію відносно напруг U_1 та U_2 електричного кола RC у вигляді діодного моста (рисунок 2.4).

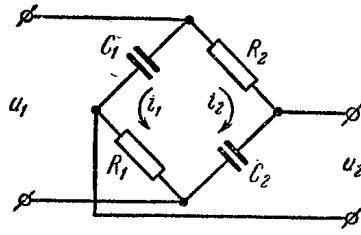


Рисунок 2.4 - Мостова схема

Розв'язок

Струми плеч моста:

$$i_1 = \frac{u_1 C_1 p}{T_1 p + 1}, \quad i_2 = \frac{u_2 C_2 p}{T_2 p + 1}, \quad (2.12)$$

де $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$.

Тоді:

$$u_2(t) = \frac{1}{C_2 p} i_2(t) - R_1 i_1(t) = \frac{1 - T_1 T_2 p^2}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} u_1(t). \quad (2.13)$$

Звідси шукане диференціальне рівняння має вигляд:

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) u_2(t) = (1 - \tau_1^2 p^2) u_1(t). \quad (2.14)$$

Передавальна функція рівна:

$$W(p) = \frac{1 - \tau_1^2 p^2}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} = \frac{1 - T_1 T_2 p^2}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (2.15)$$

де $\tau_1^2 = T_1 T_2$.

Приклад 5. Скласти диференціальне рівняння руху і передавальну функцію двигуна з незалежним збудженням (рисунок 2.5, а) відносно кутової швидкості Ω при моменті навантаження $M_H=0$.

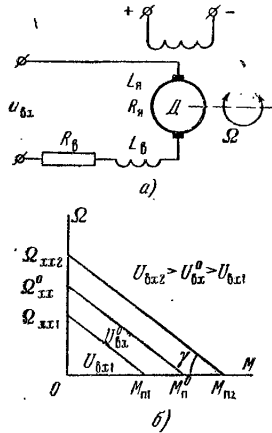


Рисунок 2.5 - Електрична схема і механічні характеристики ДПС з незалежним збудженням

Розв'язок

Диференціальне рівняння руху ДПС:

$$(T_{\alpha} T_{\alpha} p^2 + T_{\alpha} p + 1)\Omega(t) = k u_{bx}(t), \quad (2.16)$$

де $T_{\alpha} = \frac{L_{\alpha} + L_{\beta}}{R_{\alpha} + R_{\beta}}$ - електромагнітна постійна часу кола якоря, с; L_{α}, R_{α}

- індуктивність та активний опір обмотки якоря; L_{β}, R_{β} - індуктивність та активний опір обмотки збудження;

$$T_{\alpha} = J \frac{R_{\alpha}}{c_m + c_e} = J \frac{\Omega_{x.x}}{M_n} = J \cdot \beta - \text{електромеханічна постійна часу}$$

двигуна, с; J - приведений до валу двигуна момент інерції, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

M_n – пусковий момент двигуна, Н·м; $\Omega_{x.x}$ – кутова швидкість двигуна в режимі холостого ходу при моменті $M=0$; $\beta = \left| \frac{d\Omega}{dM} \right| = \frac{\Omega_{x.x}}{M_n}$ – коефіцієнт нахилу механічних характеристик двигуна; $k = \frac{\Omega_{x.x}}{u_{ex}} = \frac{1}{c_e}$ – коефіцієнт передачі. Для ДПС з незалежним збудженням $\beta = const$ при $u_{ex} = var$.

З рівняння (1.16) визначимо передавальну функцію двигуна:

$$W(p) = \frac{k}{T_{я}T_{м}p^2 + T_{м}p + 1} \quad (2.17)$$

Приклад 6. Знайти передавальну функцію та скласти диференціальне рівняння електричного кола (рисунок 2.6) відносно напруг U_1 та U_2 .

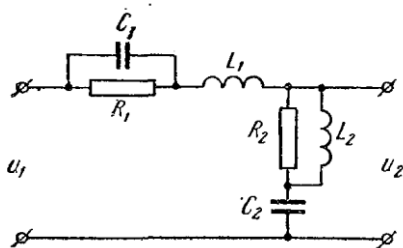


Рисунок 2.6 - Схема електричного кола

Розв'язок

Для знаходження передавальних функцій електричних кіл зручно користуватися операторною формою запису опорів: індуктивного- pL , ємнісного - $\frac{1}{pC}$, активного – R .

Перетворимо електричну схему (рисунок 1.6) в еквівалентну їй (рисунок 1.7), де визначимо відповідні опори.

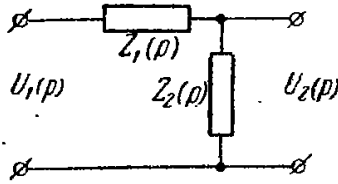


Рисунок 2.7 - Еквівалентна схема

$$Z_1(p) = \frac{\frac{1}{pC_1} \cdot R_1}{\frac{1}{pC_1} + R_1} + pL_1 = \frac{R_1}{\frac{1 + R_1 p C_1}{p C_1}} + pL_1 = \quad (2.18)$$

$$\frac{R_1}{1 + R_1 p C_1} + pL_1 = \frac{R_1 + pL_1 + R_1 p^2 C_1 L_1}{1 + R_1 p C_1},$$

$$Z_2(p) = \frac{R_2 L_2 p}{R_2 + L_2 p} + \frac{1}{C_2 p} = \quad (2.19)$$

$$= \frac{R_2 L_2 p^2 C_2 + R_2 L_2 p}{(R_2 + L_2 p) p C_2} = \frac{R_2 p L_2 (C_2 p + 1)}{(R_2 + L_2 p) p C_2}.$$

Так як падіння напруги на послідовно з'єднаних опорах пропорційна величині опорів, то передавальна функція еквівалентної схеми знаходиться як відношення:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{вих}(p)}{Z_{вх}(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}. \quad (2.20)$$

2.2 Практичне завдання

Для електричних систем, представлених в табл.2.1

1. Скласти диференційні рівняння, що описують їх роботу.
2. Представити викладачеві і захистити звіт про виконання практичного завдання.

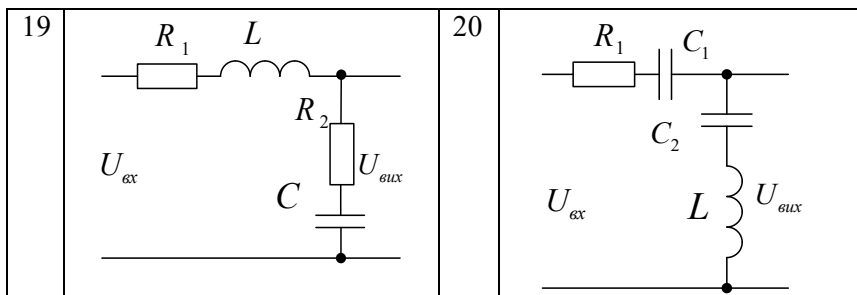
Примітка: Номер варіанта завдання збігається з номером студента у списку групи.

Таблиця 2.1

Варіанти

№	Принципова схема	№	Принципова схема
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	

9		10	
11		12	
13		14	
15		16	
17		18	



Практичне заняття №3

Тема: математична будова моделі лінійної САК. Визначення загального рівняння руху системи автоматичного керування

Мета: вивчення методів перетворення структурно-алгоритмічних схем автоматизації. Отримання практичних навичок визначення передаточних функцій САК в розімкненому та замкнутому стані.

Теоретичні відомості

Структурною схемою системи управління називають графічне представлення її математичної моделі у вигляді з'єднань ланок, зображених у вигляді прямокутників або кола (для суматора), із зазначенням вхідних і вихідних змінних. Зазвичай всередині прямокутника вказується умовне позначення оператора зображуваної його ланки, а сам оператор у вигляді передавальної функції або диференціального рівняння задається поза структурною схемою. Передаточні функції, тобто бути динамічно еквівалентними. На всіх етапах еквівалентних перетворень передаточна функція системи в цілому не зміниться і не залежить від того, на скільки і на які елементарні ланки розбита система, і які структурні зв'язки існують між її ланками. Структурно - алгоритмічну схему будь - якої складності можна привести до еквівалентної одноконтурної схеми шляхом послідовних перетворень із збереженням динамічних характеристик системи, використовуючи відомі правила. В теорії автоматичного керування існують три основні схеми включення елементарних ланок – послідовне (рис. 3.1, а), паралельне (рис. 3.1, б) і зустрічно-паралельне (рис. 3.1, в).

$$W_E(s) = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s) \cdot W_{33}(s)} \quad (3.3)$$

в знаменнику знак "+" відноситься до від'ємного зворотного зв'язку, коли $X_{BX1} = X_{BX} - X_{33}$;

в знаменнику знак "-" відноситься до позитивного зворотного зв'язку, коли $X_{BX1} = X_{BX} + X_{33}$.

Зовнішній вплив f , що прикладений до виходу ланки (рис. 3.2, а) з передаточною функцією $W1(s)$, можна перенести на її вхід (рис. 3.2, б), якщо розташувати між впливом і входом ланки додаткову ланку з передаточною функцією $W3(s)=1/W1(s)$.

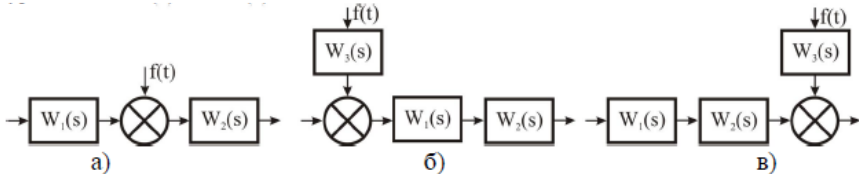


Рисунок 3.2 Перенос суматора проти напрямку основного сигналу

Зовнішній вплив "f", що прикладений до входу ланки (рис. 3.2, а) з передаточною функцією $W2(s)$, можна перенести на її вихід (рис. 3.2, в), якщо розташувати між впливом і виходом ланки додаткову ланку з тією ж передаточною функцією $W3(s)=W2(s)$.

Перенесення суматора. При перенесенні суматора по ходу сигналу додається ланка з передавальною функцією, рівною передавальній функції ланки, через яку переноситься суматор (рис. 3.3, а). При перенесенні суматора проти ходу сигналу додається ланка з передавальною функцією, рівною зворотній передавальній функції ланки, через яку переноситься суматор (рис. 3.3, б).

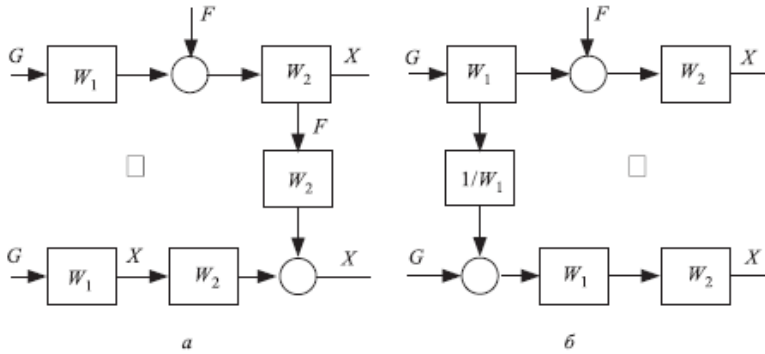


Рисунок 3.3 Перенесення суматора

Перенесення вузла. При перенесенні вузла по ходу сигналу додається ланка з передавальною функцією, рівною зворотній передавальній функції ланки, через яку переноситься вузол (рис. 3.4, а). При перенесенні вузла проти ходу сигналу додається ланка з передавальною функцією, рівною передавальній функції ланки, через яку переноситься вузол (рис. 3.4, б).

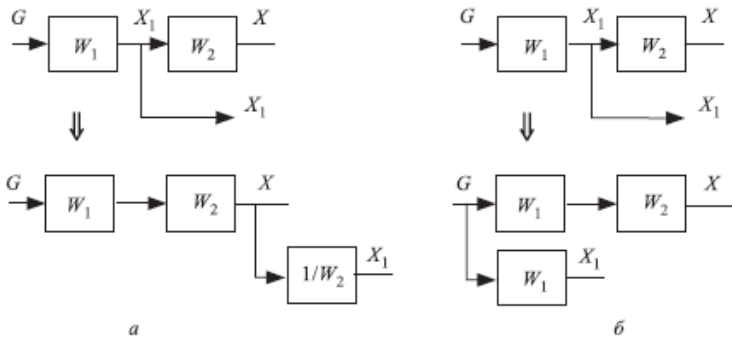


Рисунок 3.4 Перенесення вузла

Перестановка суматорів. Суматори можна переставляти місцями і об'єднувати. Перестановка двох суматорів відповідає перенесенню одного суматора через інший і підпорядковується правилу перенесення суматора через ланку.

Суматор 1 (рис. 3.5) переноситься через суматор 2 у напрямку поширення сигналу, а суматор 2 через суматор 1 проти напрямку поширення сигналу.

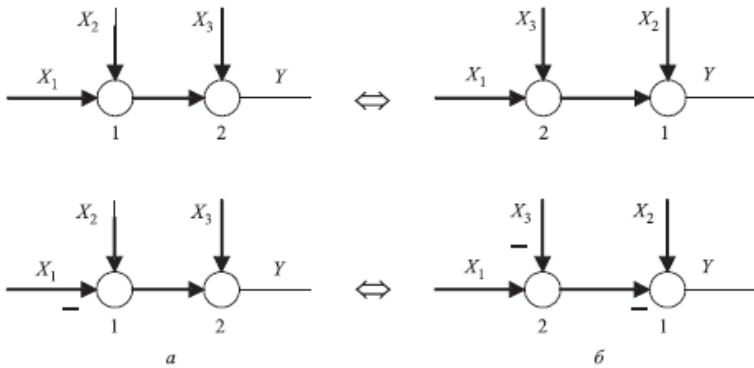


Рисунок 3.5 Перестановка суматора

Але оскільки передавальна функція суматора по кожному входу дорівнює 1 або -1 , то і передавальна функція ланки, яка додається при перенесенні суматора, незалежно від напрямку перенесення дорівнює 1 або -1 . Тому якщо суматор переноситься через інший суматор уздовж входу зі знаком плюс, додається ланка з передавальною функцією 1, тобто насправді нічого не додається (рис. 3.5, а); якщо суматор переноситься вздовж входу зі знаком мінус, то додається ланка з передавальною функцією -1 , тобто знак на вході, куди має бути додана ланка, змінюється на зворотний (рис. 3.5, б).

Перестановка вузлів. Вузли можна переставляти місцями та об'єднувати.

При проведенні еквівалентних перетворювань схем САК, потрібно позбуватися перехресних зв'язків. Для цього необхідно:

1. Кожне типове з'єднання ланок (послідовне, паралельне, зустрічно - паралельне) замінити еквівалентною ланкою за визначеними правилами, тобто таким чином, щоб одна схема замінювалася іншою із збереженням динамічних характеристик системи автоматичного керування.

2. Виконати перенос вузлів або точок розгалуження або суматорів. При цьому рекомендується використовувати визначені правила і прагнути до перестановки вузла через вузол, суматора через суматор для запобігання появи додаткових зв'язків.

3.1 Приклади завдань

а. Вихідна структурно - алгоритмічна схема автоматизації, представлена на рисунку 3.6, складається з 8 динамічних ланок, 2 суматорів S1-S2, 2-х негативних кіл зворотного зв'язку, 3 вузлів і ліній зв'язку. Визначити загальне рівняння руху САК шляхом еквівалентних перетворень структурно - алгоритмічної схеми.

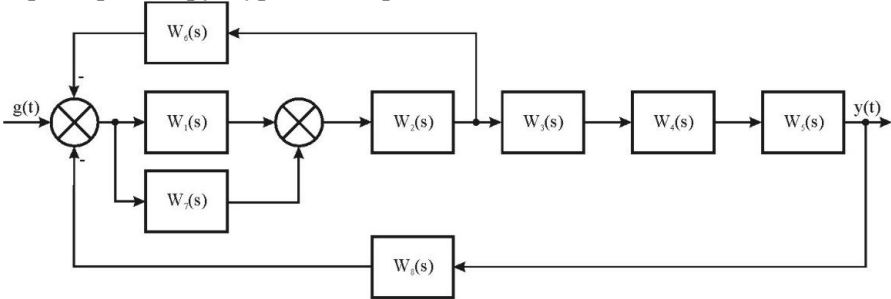


Рисунок 3.6 Структурно – алгоритмічна схема автоматизації технологічного процесу

Подальші перетворювання зручніше проводити по етапам:

1-ий етап. Ланки $W_3(s)$, $W_4(s)$ і $W_5(s)$ включені послідовно, тому їх можна замінити однією ланкою $W_9(s)$. Ланки $W_1(s)$ і $W_7(s)$ включені паралельно, тому їх можна замінити однією ланкою $W_{10}(s)$:

$$W_9(s) = W_3(s) \cdot W_4(s) \cdot W_5(s)$$

$$W_{10}(s) = W_1(s) + W_7(s)$$

Структурно - алгоритмічна схема автоматизації прийме вигляд, що показаний на рис. 3.7.

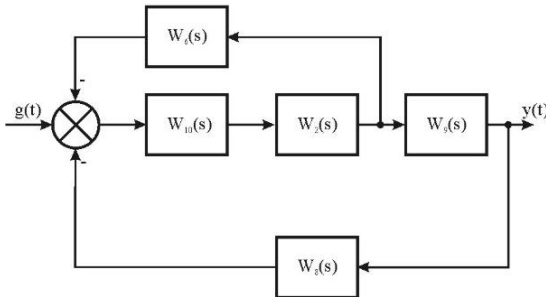


Рисунок 3.7 Спрощена структурно – алгоритмічна схема автоматизації технологічного процесу після першого етапу

2-й-етап. Ланки $W_{10}(s)$ і $W_2(s)$ включені послідовно, тому їх можна замінити однією ланкою $W_{11}(s)$:

$$W_{11}(s) = W_{10}(s) \cdot W_2(s)$$

Структурно - алгоритмічна схема автоматизації прийме вигляд, що показаний на рис. 3.8.

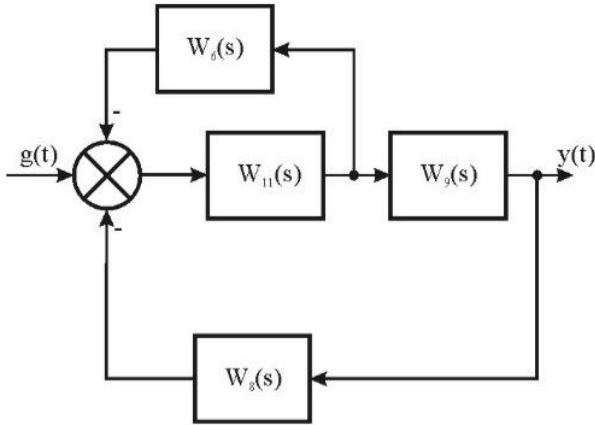


Рисунок 3.8 Спрощена структурно – алгоритмічна схема автоматизації технологічного процесу після другого етапу

3-й-етап. Ланки $W_{11}(s)$ і $W_6(s)$ включені зустрічно-паралельно, тому їх можна замінити однією ланкою $W_{12}(s)$:

$$W_{12}(s) = \frac{W_{11}(s)}{1 + W_{11}(s) \cdot W_6(s)}$$

Структурно - алгоритмічна схема автоматизації прийме вигляд, що показаний на рис. 3.9.

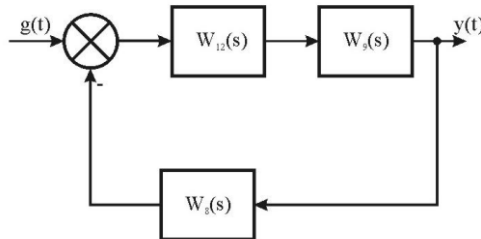


Рисунок 3.9 Спрощена структурно – алгоритмічна схема автоматизації технологічного процесу після третього етапу

4-й-етап. Ланки $W_{12}(s)$ і $W_9(s)$ включені послідовно, тому їх можна замінити однією ланкою $W_{13}(s)$. Розрахункова структурно – алгоритмічна схема автоматизації прийме вигляд, що показаний на рис. 3.10.

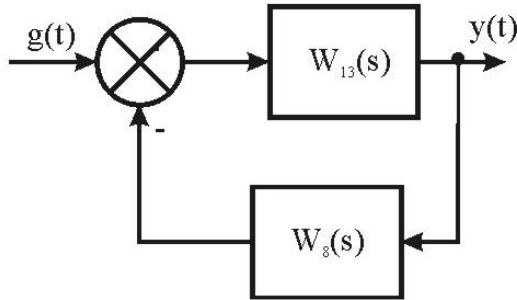


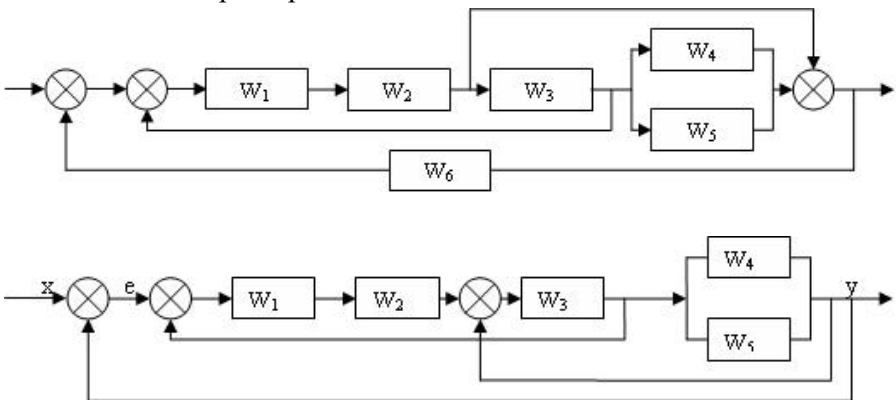
Рисунок 3.10 – Спрощена структурно – алгоритмічна схема автоматизації технологічного процесу після четвертого етапу

Практичне завдання

1. Ознайомитись з теоретичними відомостями.
2. Виконати завдання до практичного заняття
3. Відповісти на контрольні запитання.

ЗАВДАННЯ 1

За отриманим варіантом структурно – алгоритмічної схеми автоматизації технологічного процесу визначити загальне рівняння руху САК (передаточну функцію) використовуючи метод еквівалентних перетворень.



КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які існують загальні правила згортання структурно – алгоритмічних схем автоматизації?
2. Що означає термін "еквівалентне" перетворення в схемах автоматизації?
3. Який вигляд має передаточна функція еквівалентної ланки, якщо елементарні ланки з'єднанні послідовно?
4. Який вигляд має передаточна функція еквівалентної ланки, якщо елементарні ланки з'єднанні паралельно?
5. Який вигляд має передаточна функція еквівалентної ланки, якщо елементарні ланки з'єднанні зустрічно-паралельно?
6. Як впливає вид зворотного зв'язку (позитивний / негативний) на вигляд еквівалентної ланки при зустрічно-паралельному з'єднанні?
7. Яким чином еквівалентно перенести вузол через елементарну ланку по напрямку та проти дії основного сигналу?
8. Яким чином еквівалентно перенести суматор через елементарну ланку по напрямку та проти дії основного сигналу?
9. Які з'єднання елементів є паралельними, послідовними і зустрічно - паралельними?
- 10.Що таке передаточна функція САК?

Практичне заняття №4

Тема: дослідження стійкості САК за допомогою алгебраїчних та частотних критеріїв стійкості.

Мета: отримання практичних навичок оцінки стійкості систем керування з використанням алгебраїчних та частотних критеріїв.

4.1 Приклади завдань

Приклад 1. Дослідити стійкість системи з характеристичним поліномом $A(p) = p^3 + 9p^2 + 26p + 24$ за допомогою критерію Гурвіца.

Розв'язок

Для оцінки стійкості за критерієм Гурвіца необхідно з коефіцієнтів характеристичного рівняння скласти визначник за такими правилами:

- По головній діагоналі виписуються всі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_1 до a_n в порядку зростання індексів;
- Стовпці визначника заповнюються коефіцієнтами від головної діагоналі вниз по спадним, а вгору – по зростаючим індексам (індекси повинні спадати зверху вниз);
- Місця коефіцієнтів, індекси яких більше n або менше нуля, заповнюються нулями.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Для характеристичного полінома $A(p) = a \cdot p^3 + b \cdot p^2 + c \cdot p + d$ складемо визначник Гурвіца в загальному вигляді:

$$\Delta = \begin{vmatrix} b & d & 0 \\ a & c & 0 \\ 0 & b & d \end{vmatrix}.$$

Для того, щоб всі корені характеристичного рівняння мали негативні реальні частини і система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб всі діагональні визначники визначника Гурвіца були строго більше нуля. Якщо хоча б один з визначників менше нуля, то система нестійка.

Таким чином, необхідно, щоб

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= b > 0; \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} b & d \\ a & c \end{vmatrix} > 0; \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} b & d & 0 \\ a & c & 0 \\ 0 & b & d \end{vmatrix} > 0. \end{aligned}$$

Оцінимо стійкість заданої системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & 24 & 0 \\ 1 & 26 & 0 \\ 0 & 9 & 24 \end{vmatrix}.$$

$$\Delta_1 = 9 > 0,$$

$$\Delta_2 = 9 \cdot 26 - 1 \cdot 24 = 210 > 0,$$

$$\Delta_3 = 9 \cdot 26 \cdot 24 - 24 \cdot 1 \cdot 24 = 5040 > 0.$$

Таким чином, всі діагональні визначники визначника Гурвіца, більше нуля, отже, система з характеристичним поліномом $A(p) = p^3 + 9p^2 + 26p + 24$ стійка.

Приклад 2. Дослідити стійкість системи з характеристичним поліномом $A(p) = p^3 + 2p^2 + 9p + 3$ за критерієм Михайлова.

Розв'язок

Підставляємо $p = j\omega$ і знаходимо дійсну і уявну функції Михайлова:

$$A(j\omega) = (j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 9j\omega + 3 = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 9j\omega + 3 = (3 - 2\omega^2) + j(9\omega - \omega^3),$$

звідки отримуємо вирази для дійсної та уявної частин:

$$P(\omega) = 3 - 2\omega^2, \quad Q(\omega) = 9\omega - \omega^3. \quad (4.1)$$

Побудуємо годограф Михайлова. Для цього визначимо значення базових точок годографа.

ω	0	1	2	∞
$P(\omega)$	3	1	-5	$-\infty$
$Q(\omega)$	0	8	10	$-\infty$

Годограф наведений на рисунку 4.1.

Як видно годограф обходить три квадранта проти годинникової стрілки, починаючись на дійсній позитивній півосі, отже, система стійка.

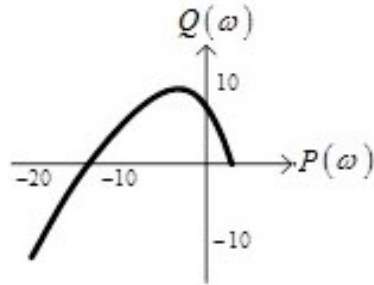


Рисунок 4.1 - Годограф Михайлова

Приклад 3. Дослідити стійкість системи з передавальною функцією $W(p) = \frac{4}{p^3 + 2p^2 + 9p + 3}$ за критерієм Найквіста (характеристичний поліном узятий з попереднього завдання).

Розв'язок

Зробимо заміну $p = j\omega$ і виділимо дійсну та уявну частини комплексного коефіцієнта передачі:

$$\begin{aligned}
 W(j\omega) &= \frac{4}{(3-2\omega^2)+j(9\omega-\omega^3)} = \frac{4 \cdot ((3-2\omega^2)-j(9\omega-\omega^3))}{((3-2\omega^2)+j(9\omega-\omega^3))((3-2\omega^2)-j(9\omega-\omega^3))} = \\
 &= \frac{(12-8\omega^2)-j(36\omega-4\omega^3)}{(3-2\omega^2)^2+(9\omega-\omega^3)^2} = \frac{(12-8\omega^2)}{(3-2\omega^2)^2+(9\omega-\omega^3)^2} - \frac{j(36\omega-4\omega^3)}{(3-2\omega^2)^2+(9\omega-\omega^3)^2}, \\
 P(\omega) &= \frac{(12-8\omega^2)}{(3-2\omega^2)^2+(9\omega-\omega^3)^2}, \\
 Q(\omega) &= -\frac{(36\omega-4\omega^3)}{(3-2\omega^2)^2+(9\omega-\omega^3)^2}.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Побудуємо частотний годограф (годограф Найквіста). Значення базових точок наведено нижче:

$$\begin{aligned}
 P(0) &= \frac{4}{3}, \quad P(1) = 0,061, \quad P(10) = -9 \cdot 10^{-4}, \quad P(\infty) = 0, \\
 Q(0) &= 0, \quad Q(1) = 0,49, \quad Q(10) = -4,2 \cdot 10^{-3}, \quad Q(\infty) = 0.
 \end{aligned}$$

Побудований за цим точкам годограф наведено на рисунку 4.2. Так як розімкнена система стійка і частотний годограф не охоплює точку з координатами $(-1, j0)$, отже, замкнута система теж стійка.

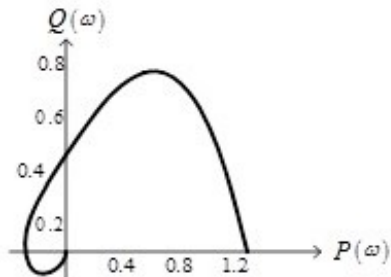


Рисунок 4.2 - Годограф системи.

4.2 Практичне завдання

1. Дослідити стійкість системи з передавальною функцією $W_p(p) = \frac{d}{ap^3 + bp^2 + cp + d}$ за критеріями Михайлова і Найквіста.

Примітка: Номер варіанта завдання збігається з номером студента у списку групи.

Варіант	Значення коефіцієнтів				Варіант	Значення коефіцієнтів			
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1	1	2	3	4	10	4	2	2	1
2	2	3	4	5	12	5	1	1	3
3	3	2	5	1	13	7	6	3	1
4	4	2	1	3	14	3	3	2	3
5	6	1	2	2	15	6	2	1	4
6	2	5	4	5	16	7	8	3	3
7	2	6	7	8	17	8	4	2	1
8	3	3	6	4	18	9	2	4	2
9	6	1	1	4	19	5	1	2	1
10	3	7	2	2	20	8	3	3	3

2. Дослідити стійкість системи з характеристичним рівнянням $A(p) = ap^3 + bp^2 + cp + d$ за критерієм Гурвіца.

Примітка: Номер варіанта завдання збігається з номером студента у списку групи.

Варіант	Значення коефіцієнтів				Варіант	Значення коефіцієнтів			
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1	6	4	3	5	10	10	2	8	1
2	2	3	4	5	12	1	2	1	3
3	1	2	3	1	13	8	4	3	2
4	4	2	1	3	14	3	9	2	6
5	2	1	3	4	15	8	2	1	4
6	2	5	4	5	16	7	9	1	6

7	7	6	1	8	17	8	4	2	1
8	3	3	6	4	18	8	3	5	2
9	5	1	2	4	19	5	3	2	7
10	3	8	1	2	20	8	6	2	3

Практичне заняття №5

Тема: технічні пристрої в САК. Математичний опис технічних пристроїв.

Мета: отримання практичних навичок визначення передавальних функцій технічних пристроїв.

5.1 Приклади завдань

Приклад 1. Розрахувати передавальну функцію пасивного чотирьохполюсника, схема якого показана на рисунку 3.1.

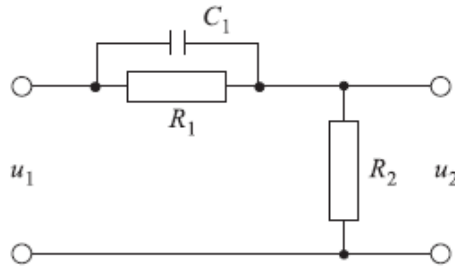


Рисунок 5.1 – Схема чотирьохполюсника

Розв'язок

Перетворимо електричну схему (рисунок 3.1) в еквівалентну їй (рисунок 3.2), де визначимо відповідні опори.

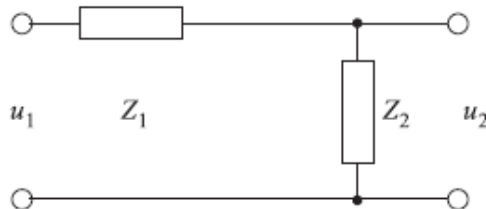


Рисунок 5.2 – Еквівалентна схема

Визначимо необхідні опори:

$$\begin{aligned}
 Z_1(p) &= \frac{\frac{1}{pC_1} \cdot R_1}{\frac{1}{pC_1} + R_1} = \frac{\frac{R_1}{pC_1}}{\frac{1 + R_1 p C_1}{pC_1}} = \\
 &= \frac{R_1}{pC_1} \cdot \frac{pC_1}{1 + R_1 p C_1} = \frac{R_1}{1 + R_1 p C_1},
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

$$Z_2(p) = R_2. \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{ex}(p) &= Z_1(p) + Z_2(p) = \frac{R_1}{1 + R_1 p C_1} + R_2 = \\
 &= \frac{R_1 + R_2 + R_1 \cdot R_2 p C_1}{1 + R_1 p C_1},
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

$$Z_{вux}(p) = Z_2(p) = R_2. \tag{5.4}$$

Тоді передавальна функція чотириполюсника буде рівна:

$$\begin{aligned}
 W(p) &= \frac{Z_{вux}(p)}{Z_{ex}(p)} = \frac{R_2}{\frac{R_1 + R_2 + R_1 \cdot R_2 p C_1}{1 + R_1 p C_1}} = \\
 &= \frac{R_2 \cdot (1 + R_1 p C_1)}{R_1 + R_2 + R_1 \cdot R_2 p C_1}.
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Приклад 2. Розрахувати передавальну функцію активного чотириполюсника, схема якого показана на рисунку 5.2.

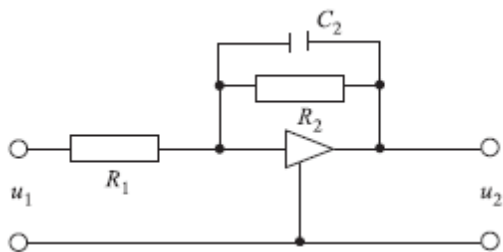


Рисунок 5.2 – Схема чотириполюсника

Розв'язок

Визначимо опори Z_1 і Z_2 :

$$Z_1(p) = R_1. \quad (5.6)$$

$$Z_2(p) = \frac{\frac{1}{pC_2} \cdot R_2}{\frac{1}{pC_2} + R_2} = \frac{\frac{R_2}{pC_2}}{\frac{1 + R_2 pC_2}{pC_2}} = \frac{R_2}{pC_2} \cdot \frac{pC_2}{1 + R_2 pC_2} = \frac{R_2}{1 + R_2 pC_2}. \quad (5.7)$$

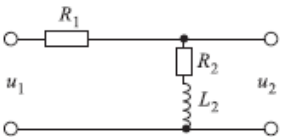
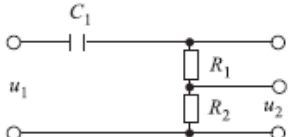
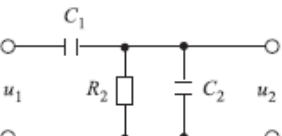
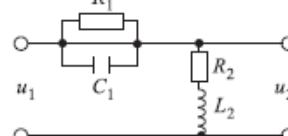
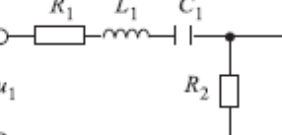
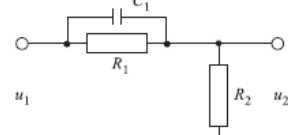
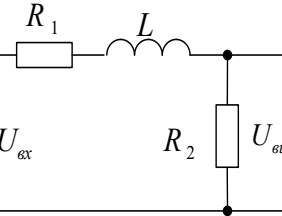
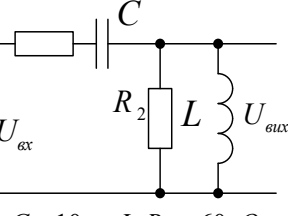
Передавальна функція чотириполюсника:

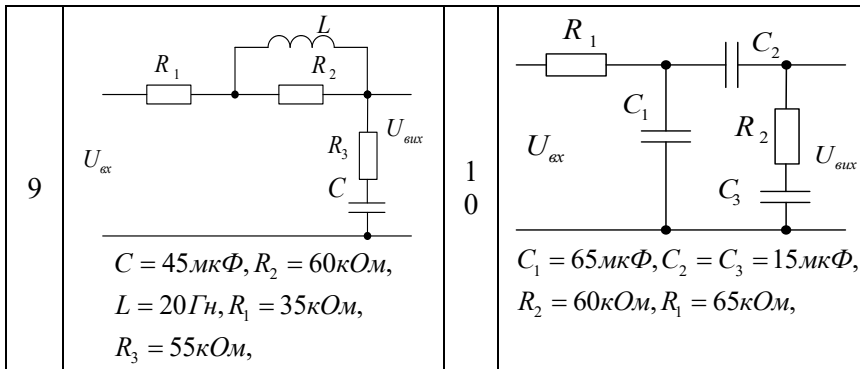
$$W(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 pC_2}}{R_1} = \frac{R_2}{1 + R_2 pC_2} \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{R_2}{R_1(1 + R_2 pC_2)}. \quad (5.8)$$

5.2 Практичне завдання

1. Скласти передавальні функції для пасивних чотириполюсників, показаних на рисунках. Вихідні дані наведені в таблиці 5.1.

Таблица 5.1

№	Принципова схема	№	Принципова схема
1	 <p>$R_1 = 15\text{кОм}, R_2 = 5\text{кОм},$ $L_2 = 20\text{Гн}$</p>	2	 <p>$C_1 = 5\text{мкФ}, R_1 = 30\text{кОм},$ $R_2 = 8\text{кОм}$</p>
3	 <p>$C_1 = 4\text{мкФ}, R_2 = 50\text{кОм},$ $C_2 = 6\text{мкФ}$</p>	4	 <p>$C_1 = 20\text{мкФ}, R_2 = 10\text{кОм},$ $L_2 = 120\text{Гн}, R_1 = 15\text{кОм}$</p>
5	 <p>$C_1 = 20\text{мкФ}, R_2 = 12\text{кОм},$ $L_1 = 80\text{Гн}, R_1 = 35\text{кОм}$</p>	6	 <p>$C_1 = 40\text{мкФ}, R_2 = 50\text{кОм},$ $R_1 = 25\text{кОм}$</p>
7	 <p>$R_2 = 100\text{кОм}, R_1 = 50\text{кОм}$</p>	8	 <p>$C = 10\text{мкФ}, R_2 = 60\text{кОм},$ $L = 70\text{Гн}, R_1 = 35\text{кОм}$</p>



Двигуни постійного струму. Двигун постійного струму з незалежним збудженням може бути представлений структурною схемою, наведеною на рис. 5.3, де $W_u(s)$ - передавальна функція щодо керуючого впливу U_y , $W_M(s)$ - передавальна функція щодо збурення-моменту навантаження $M_{\text{ном}}$.

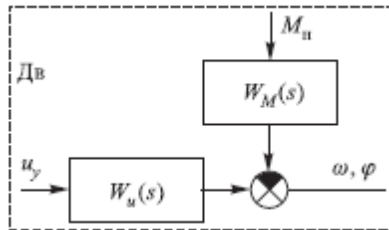


Рисунок 5.3. Структурна схема ДПС

Коли виходом є кутова швидкість, передавальна функція двигуна за керуючим впливом U_y :

$$W_u(s) = W_{\omega\omega}(s) = \frac{\Omega(s)}{U_y(s)} = \frac{k_{\text{д1}}}{(T_y T_M s^2 + T_M s + 1)} \quad (5.9)$$

і за збудженням $M_{\text{ном}}$:

$$W_M(s) = W_{M\omega}(s) = \frac{\Omega(s)}{M_{\text{ном}}(s)} = \frac{k_{\text{д2}}}{(T_y T_M s^2 + T_M s + 1)} \quad (5.10)$$

Тут $k_{д1}(s) = \frac{1}{C_E} = \frac{\omega_{xx}}{u_{уном}}$ - передавальний коефіцієнт двигуна по управлінню, C_E - постійна, що залежить від конструкції двигуна та потоку збудження; $\omega_{xx} = 1,5\omega_{ном}$ - швидкість холостого ходу, $\omega_{ном}$ - номінальна кутова швидкість, $T_я = L_я/R_я$ - електрична постійна часу якоря, $T_M = JR_я/c_E c_M$ - електромеханічна постійна часу, J - приведений до валу двигуна сумарний момент інерції обертових частин; $k_{д2}(s) = \frac{R_я}{c_E c_M} = \frac{M_{пуск} R_я}{u_{ном}}$ - передавальний коефіцієнт двигуна по збудженню.

Для більшості двигунів виконується нерівність $T_я \ll$. Тому при розрахунку динаміки САК часто вважають $T_я = 0$. При цьому передавальні функції двигуна по керуючому впливу $W_{\omega}(s)$ і по збудженню $W_{M\omega}(s)$ відповідно приймають вигляд:

$$W_{U\omega}(s) = \frac{\Omega(s)}{U_y(s)} = \frac{k_{\omega 1}}{I + sT_M}; \quad (5.11)$$

$$W_{M\omega}(s) = \frac{\Omega(s)}{M_{ном}(s)} = \frac{k_{\omega 2}}{I + sT_M}. \quad (5.12)$$

Якщо за вихідну величину двигуна прийняти кут повороту валу φ , то передавальні функції двигуна по керуючому впливу $W_{U\varphi}(s)$ і по збудженню $W_{M\varphi}(s)$ мають вигляд:

$$W_{U\varphi}(s) = \frac{\varphi(s)}{U_y(s)} = \frac{k_{\varphi 1}}{s(I + sT_M)}; \quad (5.13)$$

$$W_{M\varphi}(s) = \frac{\varphi(s)}{M_{ном}(s)} = \frac{k_{\varphi 2}}{s(I + sT_M)}. \quad (5.14)$$

Приклад 3. Визначити передавальні функції двигуна постійного струму типу ДПМ-20Н1/Н2-01 з параметрами: $T_{\text{я}} = 0,0007 \text{ с}$, $T_{\text{М}} = 0,35 \text{ с}$, $U_{\text{уном}} = 29 \text{ В}$, $n_{\text{ном}} = 9000 \text{ об/хв}$, $M_{\text{пуск}} = 0,0059 \text{ Нм}$, $R_{\text{я}} = 218 \text{ Ом}$

Розв'язок

Визначимо швидкість холостого ходу двигуна $\omega_{\text{хх}} = 1,5\omega_{\text{ном}} = 1,5 \cdot 942 = 1413 \text{ рад/с}$, де

$$\omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30} = \frac{\pi \cdot 9000}{30} = 942 \text{ рад/с}.$$

Розрахуємо передавальні коефіцієнти двигуна по управлінню і по збуренню:

$$k_{\text{д1}} = \frac{\omega_{\text{хх}}}{u_{\text{уном}}} = \frac{1413}{29} = 48,7 \frac{\text{рад}}{\text{Вс}},$$

$$k_{\text{д2}} = \frac{M_{\text{пуск}} R_{\text{я}}}{u_{\text{уном}}} = \frac{0,0059 \cdot 218}{29} = 0,044 \frac{(\text{Нм})\text{Ом}}{\text{В}}.$$

Тоді отримаємо передавальні функції двигуна:

$$W_{\omega}(s) = \frac{k_{\text{д1}}}{1+sT_{\text{М}}} = \frac{48,7}{1+0,35s}, \quad W_{\text{уф}}(s) = \frac{48,7}{s(1+0,35s)}$$

$$W_{\text{Мо}}(s) = \frac{0,044}{1+0,35s}, \quad W_{\text{Мф}}(s) = \frac{0,044}{s(1+0,35s)}.$$

Асинхронні двигуни. У динамічному відношенні асинхронний двигун розглядається відносно кутової швидкості як аперіодична ланка і за керуючим впливом $W_{\omega}(s)$ і за збуренням $W_{\text{Мо}}(s)$ (формули аналогічні як для ДПС), де параметри АД визначають за формулами:

$$k_{\text{д1}} = \frac{\omega_{\text{хх}}}{u_{\text{уном}}}, \quad \omega_{\text{хх}} = 1,5\omega_{\text{ном}}, \quad k_{\text{д2}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{i_{\text{рп}}}, \quad T_{\text{М}} = J_{\text{р}} \frac{\omega_{\text{хх}}}{M_{\text{пуск}}},$$

де $i_{\text{рп}}$ – пусковий струм ротора, $J_{\text{р}}$ – момент інерції ротора.

Приклад 4. Визначити передавальні функції асинхронного двигуна типу АД-32Бз параметрами:
 $T_M = 0,01\text{с}$, $U_{\text{уном}} = 40\text{В}$, $n_{\text{xx}} = 7000\text{об/хв}$, $M_{\text{пуск}} = 75 \cdot 10^{-4}\text{Нм}$, $i_{\text{рп}} = 3\text{А}$

Розв'язок

Визначимо швидкість холостого ходу двигуна

$$\omega_{\text{xx}} = \frac{\pi n_{\text{xx}}}{30} = \frac{\pi \cdot 7000}{30} = 733 \text{ рад/с}.$$

Розрахуємо передавальні коефіцієнти двигуна:

$$k_{\text{д1}} = \frac{\omega_{\text{xx}}}{u_{\text{уном}}} = \frac{733}{40} = 18,3 \frac{\text{рад}}{\text{Вс}},$$

$$k_{\text{д2}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{i_{\text{рп}}} = \frac{75 \cdot 10^{-4}}{3} = 25 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Нм}}{\text{А}}.$$

Тоді отримаємо передавальні функції двигуна:

$$W_{\omega\omega}(s) = \frac{k_{\text{д1}}}{1+sT_M} = \frac{18,3}{1+0,01s}, \quad W_{\text{уп}}(s) = \frac{18,3}{s(1+0,01s)}$$

$$W_{M\omega}(s) = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{1+0,01s}, \quad W_{M\varphi}(s) = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{s(1+0,01s)}.$$

5.3 Практичне завдання

1. Визначити передавальні функції двигуна постійного струму. Вихідні дані наведені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2

Варіант	Тип двигуна	k
1	П11 (n=1000 об/хв)	0,6
2	П12 (n=1000 об/хв)	0,7
3	П21 (n=1000 об/хв)	0,8
4	П22 (n=1000 об/хв)	0,9
5	П31 (n=1000 об/хв)	1,0
6	П32 (n=1500 об/хв)	1,1
7	П41 (n=1500 об/хв)	1,2
8	П42 (n=1500 об/хв)	1,3

9	П51 (n=1500 об/хв)	1,4
10	П52 (n=1500 об/хв)	1,5
11	П61 (n=750 об/хв)	1,4
12	П62 (n=750 об/хв)	1,3
13	П71 (n=750 об/хв)	1,2
14	П72 (n=750 об/хв)	1,1
15	П81 (n=750 об/хв)	1,0
16	П82 (n=1500 об/хв)	0,9
17	П91 (n=600 об/хв)	0,8
18	П92 (n=600 об/хв)	0,7
19	П101 (n=600 об/хв)	0,6
20	П102 (n=600 об/хв)	0,55
21	П111 (n=1000 об/хв)	1,1
22	П112 (n=750 об/хв)	1,3

Технічні дані електродвигунів постійного струму серії П 220В, 2р=4, 2а=2, загальнопромислового застосування

Тип	Р _н	п _н	І _н	Р _{яд}	Ј _д
	кВт	об/хв	А	Ом	кг*м2
П11	0.13	1000	1.00	2.1	0.0041
	0.30	1500	2.10	22.6	
	0.70	3000	4.30	5.3	
П12	0.20	1000	1.40	26.8	0.0037
	0.45	1500	2.90	11.76	
	1,00	3000	6.0	3.29	
П21	0.20	750	1.35	26.6	0.0105
	0.30	1000	2.00	16.6	
	0.70	1500	4.30	6.75	
	1.50	3000	9.00	1.996	
П22	0.30	750	1.95	14.300	0.0130
	0.45	1000	2.75	9.6500	
	1.00	1500	5.90	4.1700	
	2.20	3000	12.50	1.030	
П31	0.45	750	2.90	9.4800	0.0225
	0.70	1000	4.25	5.4500	
	1.50	1500	8.70	2.4550	
	3.20	3000	17.50	0.6420	
П32	0.70	750	4.20	4.9800	0.0290
	1.00	1000	5.70	3.1700	
	2.20	1500	12.00	1.2050	
	4.50	3000	24.30	0.3520	

П41	1.00	750	6.80	5.3500	0.0388
	1.50	1000	9.30	2.6000	
	3.20	1500	18.40	1.0320	
	6.00	3000	33.00	0.3600	
П42	1.50	750	9.75	2.9200	0.0450
	2.20	1000	13.30	1.7500	
	4.50	1500	25.40	0.7800	
	7.40	3000	39.80	0.2050	
П51	2.20	750	13.60	1.9100	0.0875
	3.20	1000	18.30	1.0510	
	6.0	1500	33.20	0.4720	
	11.0	3000	58.50	0.1400	
П52	3.20	750	19.00	1.0730	0.1000
	4.50	1000	25.20	0.6320	
	8.00	1500	43.50	0.2690	
	14.0	3000	74.00	0.0271	
П61	4.50	750	26.00	0.7600	0.1400
	6.00	1000	32.60	0.4940	
	11.0	1500	59.50	0.1870	
	19.0	3000	100.40	0.0573	
П62	6.00	750	33.50	0.5310	0.1620
	8.00	1000	43.00	0.3280	
	14.0	1500	73.00	0.1275	
	25.0	3000	128.00	0.0464	
П71	7.00	750	42.00	0.5460	0.3500
	11.0	1000	63.00	0.3000	
	19.0	1500	103.00	0.1235	
	32.0	3000	168.00	0.0462	
П72	10.0	750	58.00	0.3570	0.4000
	12.5	1000	78.00	0.2370	
	25.0	1500	132.00	0.0828	
	42.0	3000	216.00	0.0322	
П81	14.0	750	79.00	0.2440	0.6750
	19.0	1000	105.0	0.1440	
	32.0	1500	166.0	0.0750	
П82	19.0	750	93.00	0.1430	0.7780
	25.0	1000	133.0	0.0810	
	42.0	1500	218.0	0.0462	

П91	19.0	600	106.0	0.1980	1.4750
	25.0	750	136.0	0.1020	
	32.0	1000	171.0	0.0666	
	55.0	1500	287.0	0.0257	
П92	25.0	600	136.00	0.1110	1.750
	32.0	750	169.00	0.0040	
	42.0	1000	219.00	0.0547	
	75.0	1500	381.00	0.0138	
П101	32.0	600	172.00	0.0749	2.5750
	42.0	750	222.00	0.0490	
	55.0	1000	286.00	0.0292	
	100	1500	508.00	0.0131	
П102	42.0	600	223.00	0.0225	3.0000
	55.0	750	286.00	0.0311	
	75.0	1000	385.00	0.0199	
	125	1500	632.00	0.0790	
П111	55.0	600	287.00	0.0362	5.1000
	75.0	750	387.00	0.0236	
	100	1000	511.00	0.0153	
	160	1500	809.00	0.0638	
П112	70.0	600	361.00	0.0262	5.7500
	85.0	750	436.00	0.0192	
	125	1000	632.00	0.0102	
	200	1500	1000.00	0.0495	

Примітка: значення електромеханічної постійної часу T_M приймати: $T_M = 0,0K_1$, де K_1 – номер варіанту. Пусковий момент двигуна визначати згідно виразу: $M_{пуск} = k \cdot M_{ном}$, де k – коефіцієнт згідно таблиці 5.2;

$$M_{ном} = c \cdot I_{ном}, c = \frac{U_{ном} - I_{я} R_{я}}{\omega_{ном}}$$

б. Визначити передавальні функції для асинхронного двигуна.
Вихідні дані наведені в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3

Варіант	Тип двигуна
1	4AA50A2
2	4AA50B2
3	4AA56A2
4	4AA56B2
5	4AA63A2
6	4AA63B2
7	4A71A2
8	4A71B2
9	4A80A2
10	4A80B2
11	4A90L2
12	4A100S2
13	4A100L2
14	4A112M2
15	4A132M2
16	4A160S2
17	4A160M2
18	4A180S2
19	4A180M2
20	4A200M2
21	4A200L2
22	4A225M2

Основні технічні дані асинхронних короткозамкнених двигунів серії 4А; $U_n = 380\text{ В}$;

Типорозмір двигуна	P_n	n_n	I_n	ККД _n	cosφ _n	I_n/I_n	M_n/M_n	M_n/M_n	r_1	x_1	r'_2	x'_2	J_d
	кВт	об/хв	А	%	-	-	-	-	Ом	Ом	Ом	Ом	
синхронна швидкість обертання 3000 об/хв													
4AA50A2	0.09	2742	0.32	60.0	0.70	3.5	2.0	2.2	103.100	63.300	96.300	110.00	0.00003
4AA50B2	0.12	2709	0.41	63.0	0.70	3.5	2.0	2.2	59.0000	40.800	64.400	75.100	0.00003
4AA56A2	0.18	2760	0.54	66.0	0.76	4.0	2.0	2.2	69.3000	21.200	38.300	27.300	0.00042
4AA56B2	0.25	2775	0.72	68.0	0.77	4.0	2.0	2.2	48.9000	16.200	33.600	24.100	0.00047
4AA63A2	0.37	2751	0.93	70.0	0.86	4.5	2.0	2.2	33.1000	12.300	22.700	18.900	0.00076
4AA63B2	0.56	2745	1.35	73.0	0.86	4.5	2.0	2.2	21.2000	7.9900	15.600	13.530	0.00090
4A71A2	0.75	2823	1.70	77.0	0.87	5.5	2.0	2.2	15.5000	6.7000	8.3000	10.000	0.00097
4A71B2	1.10	2811	2.50	77.5	0.87	5.5	2.0	2.2	11.4000	4.7000	6.1000	7.4000	0.00110
4A80A2	1.60	2874	3.30	81.0	0.85	6.5	2.1	2.6	5.6000	3.4000	3.3000	5.4000	0.00180
4A80B2	2.20	2871	4.70	83.0	0.87	6.5	2.1	2.6	3.6000	2.3000	2.2000	4.1000	0.00210
4A90L2	3.00	2871	6.10	84.5	0.88	6.5	2.1	2.5	2.6000	2.0500	1.7000	3.6000	0.00350
4A100S2	4.00	2901	7.80	86.5	0.89	7.5	2.0	2.5	1.5000	1.5500	1.0000	2.7000	0.00590
4A100L2	5.50	2898	10.50	87.5	0.91	7.5	2.0	2.5	1.0000	1.1000	0.7500	2.3000	0.00750
4A112M2	7.50	2925	14.80	87.5	0.88	7.5	2.0	2.8	0.6800	0.8500	0.4100	2.1000	0.01000
4A132M2	11.0	2931	21.20	88.0	0.90	7.5	1.7	2.8	0.4100	0.6300	0.2600	1.2400	0.02300
4A160S2	15.0	2937	28.50	88.0	0.91	7.0	1.4	2.2	0.4000	0.7000	0.1700	0.9300	0.04800
4A160M2	18.0	2937	34.50	88.5	0.92	7.0	1.4	2.2	0.3100	0.8900	0.1400	0.7400	0.05300
4A180S2	22.0	2943	41.60	88.5	0.91	7.5	1.4	2.5	0.2100	0.4800	0.1200	0.5800	0.07000
4A180M2	30.0	2946	56.00	90.5	0.90	7.5	1.4	2.5	0.1170	0.2870	0.0710	0.4320	0.08500
4A200M2	37.0	2943	70.00	90.0	0.89	7.5	1.4	2.5	0.0900	0.3000	0.0700	0.3800	0.15000
4A200L2	45.0	2946	83.80	91.0	0.90	7.5	1.4	2.5	0.0700	0.2300	0.0520	0.3400	0.17000
4A225M2	55.0	2946	100.0	91.0	0.92	7.5	1.4	2.5	0.0570	0.2000	0.0420	0.2700	0.25000
4A250S2	75.00	2958	140.0	91.0	0.89	7.5	1.2	2.5	0.0260	0.1000	0.0210	0.1700	0.52000
4A250M2	90.00	2958	165.0	92.0	0.90	7.5	1.2	2.5	0.0180	0.1000	0.0140	0.1100	1.10000
4A280S2	110.0	2940	206.0	91.0	0.89	7.0	1.2	2.5	0.0150	0.0850	0.0110	0.0900	1.20000
4A280M2	132.0	2940	247.0	91.5	0.89	7.0	1.0	2.5	0.0110	0.0700	0.0090	0.0900	1.40000
4A315S2	160.0	2943	294.0	92.0	0.90	6.5	1.0	1.9	0.0070	0.0500	0.0070	0.0800	1.60000
4A315M2	200.0	2943	365.0	92.5	0.90	7.0	1.0	1.9	0.0060	0.0400	0.0050	0.0600	2.90000
4A355S2	250.0	2943	459.0	92.5	0.90	7.0	1.0	1.9	0.0050	0.0350	0.0040	0.0400	3.20000
4A355M2	315.0	2940	564.0	93.0	0.91	7.0	1.0	1.9	0.0330	0.1300	0.0024	0.2100	0.4700

Примітка: значення електромеханічної постійної часу T_M приймати: $T_M = 0,0K_1$, де K_1 – номер варіанту.

Практичне заняття №6

Тема: стійкість дискретних систем автоматичного керування.

Мета: навчитись досліджувати стійкість дискретних САК за допомогою алгебраїчних критеріїв

6.1 Характеристичне рівняння та основна умова стійкості

Характеристичне рівняння має вигляд:

$$Q^*(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad (6.1)$$

Основна умова стійкості: щоб лінійна дискретна система управління була стійка, необхідно і достатньо, щоб усі корені її характеристичного рівняння були по модулю менше одиниці або, що те ж саме, знаходилися всередині одиничного кола на z -площині коріння.

6.2 Алгебраїчні критерії стійкості

Необхідна умова стійкості: щоб всі нулі (корені) характеристичного полінома $Q^*(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$ були по модулю менше 1 ($|z_i| < 1, i = 1, 2, \dots, n$), необхідно, щоб при $a_0 > 0$ виконувались нерівності:

$$Q^*(1) > 0, \quad (-1)^n Q^*(-1) > 0 \quad (6.2)$$

6.3 Приклади завдань

Приклад 1. Характеристичне рівняння дискретної системи має вигляд: $Q^*(z) = z^3 + 2,3z^2 + 0,5z - 0,2$. Необхідно визначити стійкість системи.

Рішення. Перевіримо необхідну умов стійкості. В даному

$$Q^*(1) = 1 + 2,3 + 0,5 - 0,2 = 3,6 > 0,$$

випадку $a_0 = 1 > 0$ і

$$(-1)^3 Q^*(-1) = -(-1 + 2,3 - 0,5 - 0,2) = -0,6 < 0$$

Необхідна умова стійкості не виконується. Відповідно, система нестійка.

Приклад 2. Характеристичне рівняння дискретної системи має вигляд: $Q^*(z) = z^4 - 0,7z^3 - 0,4z^2 + 0,05z + 0,1$. Необхідно визначити стійкість системи.

Рішення. Перевіримо необхідну умов стійкості:
 $Q^*(1) = 1 - 0,7 - 0,4 + 0,05 + 0,1 = 0,05 > 0,$

$$(-1)^4 Q^*(-1) = 1 + 0,7 - 0,4 - 0,05 + 0,1 = 1,35 > 0.$$

Необхідна умова стійкості виконується. Система є стійкою.

6.4 Практичне завдання

Дослідити стійкість дискретних систем керування, у яких характеристичні рівняння мають такий вигляд:

1. $z^4 + 1,6z^3 + 0,9z^2 + 0,2z + 0,0125 = 0$

2. $z^4 - 0,4z^3 + 0,45z^2 + 0,55z + 0,055 = 0$

3. $z^4 + 1,6z^3 + 1,65z^2 + 0,65z + 0,05 = 0$

4. $z^4 + 3,6z^3 + 3,85z^2 + 1,35z + 0,1 = 0$

5. $z^4 - 0,4z^3 - 2,55z^2 - 1,25z - 0,1 = 0$

6. $z^4 - 1,4z^3 + 0,85z^2 + 1,1z + 0,1 = 0$

7. $z^4 + 2,6z^3 + 3,25z^2 + 1,3z + 0,1 = 0$

8. $z^3 + 0,25z^2 + 0,75z + 0,25 = 0$

9. $z^4 + 2z^3 + 2,25z^2 + 1,25z + 0,25 = 0$

10. $z^4 + 1,9z^3 + 1,35z^2 + 0,425z + 0,05 = 0$

11. $z^4 + 1,5z^3 + 0,79z^2 + 0,165z + 0,01 = 0$

12. $z^4 + 4z^3 + 5,25z^2 + 2,75z + 0,5 = 0$

13. $z^3 + 0,55z^2 + 1,75z + 0,85 = 0$

14. $z^3 - 1,25z^2 + 0,55z + 0,65 = 0$

15. $z^3 - 1,5z^2 - 1,25z + 0,75 = 0$

16. $z^3 + 2,35z^2 + 1,5z + 0,15 = 0$

17. $z^4 + 2,6z^3 + 1,5z^2 + 1,25z + 0,4 = 0$

18. $z^4 + 1,4z^3 + 0,7z^2 + 0,35z + 0,01 = 0$

19. $z^4 - 0,2z^3 + 0,35z^2 + 0,45z + 0,05 = 0$

20. $z^4 + 1,2z^3 + 3,25z^2 + 1,2z + 0,25 = 0$

ОСНОВНІ СТЕПЕНІ УЯВНОЇ ОДИНИЦІ

$$j^0 = 1$$

$$j^1 = j$$

$$j^2 = -1$$

$$j^3 = j^2 \cdot j = -1 \cdot j = -j$$

$$j^4 = j^2 \cdot j^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

Таблиця 1 - Функції і відповідні їм зображення по Лапласа

№	Назва	Зображення $F(p)$	Оригінал $f(z)$
1	Дельта-функція	1	$\delta(t)$
2		$\frac{1}{p^2}$	t
3	Ступінчата одинична функція	$\frac{1}{p}$	$1(t)$
4	Степенева функція	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$t^n 1(t)$
5	Експонента спадаюча	$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
6	Експонента підвищуюча	$\frac{1}{p-a}$	e^{at}
7		$\frac{1}{(p-a)^2}$	te^{at}
8		$\frac{1}{(p-a)^3}$	$\frac{1}{2}t^2 e^{at}$
9		$\frac{p}{(p-a)}$	
10		$\frac{p}{(p-a)^2}$	$(1+at)e^{at}$

11		$\frac{p}{(p-a)^3}$	$\left(t + \frac{1}{2}at^2\right)e^{at}$
12		$\frac{p}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{ae^{at} - be^{bt}}{a-b}$
13		$\frac{p}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{e^{at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{bt}}{(a-b)(c-b)} + \frac{e^{ct}}{(a-c)(b-c)}$
14		$\frac{1}{p(p-a)}$	$\frac{1}{a}(e^{at} - 1)$
15		$\frac{1}{p^2(p-a)}$	$\frac{1}{a^2}(e^{at} - 1 - at)$
16		$\frac{1}{p^2 + ap + b}$ $\Delta = b - \frac{a^2}{4} > 0$ $\Delta = b - \frac{a^2}{4} = 0$ $\Delta = b - \frac{a^2}{4} < 0$	$\frac{1}{\sqrt{\Delta}} e^{-\frac{at}{2}} \sin \sqrt{\Delta} t$ $te^{-\frac{at}{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} e^{-\frac{at}{2}} \operatorname{sh} \sqrt{-\Delta} t$
17		$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$
18		$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$
19		$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$
20		$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$

21		$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$t \sin \omega t$
22		$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$t \cos \omega t$

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Теоретичні основи автоматики. Практикум: навчальне видання / О. І. Лобода, О. М. Тодоріко, С. В. Дубініна Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2020. 158 с.
2. Аблесімов О. К. Теорія автоматичного керування: навчальний посібник. Київ: «Освіта України», 2019. 270 с.
3. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: підручник. 2-ге вид. перероб. і доп. Київ: Либідь, 2007. 656 с.
4. Лістровий С. В., Мірошник М. А., Клименко Л. А. Теорія автоматичного керування, штучний інтелект і автоматизація процесу прийняття рішення: навчальний посібник. Харків: УкрДУЗТ, 2019. 120 с.
5. Ладанюк А.П., Архангельська К.С., Власенко Л.О. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами: навчальний посібник. К.: НУХТ, 2014. 274 с.
6. Теорія керування: навчальний посібник / В.Є. Бахрушин, Т.Ю. Огаренко. Запоріжжя: КПУ, 2014. 224 с.
7. Теорія автоматичного управління: курс лекцій /Т.М. Боровська. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
Практичне заняття №1. Основні принципи керування (регулювання) систем автоматичного керування.....	4
Практичне заняття №2. Математичний опис систем та ланок за допомогою диференційних рівнянь. Передавальні функції ланок та систем.	16
Практичне заняття №3. Математична будова моделі лінійної САК. Визначення загального рівняння руху системи автоматичного керування.....	26
Практичне заняття №4. Дослідження стійкості САК за допомогою алгебраїчних та частотних критеріїв стійкості	35
Практичне заняття №5. Технічні пристрої в САК. Математичний опис технічних пристроїв.....	40
Практичне заняття №6. Стійкість дискретних систем автоматичного керування.	53
ДОДАТКИ.....	55
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ	58

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Т 33 **Теорія автоматичного керування:** методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня освітньої програми «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка денної та заочної форм навчання /уклад. Ю.І. Вашчелюк, Луцьк: ЛНТУ, 2026. 60 с.

Комп'ютерний набір: Ю.І. Вашчелюк

Видається в авторській редакції

Підп. до друку _____ Формат 60x80/16. Папір офс. Гарн. Таймс.
Ум. друк. арк. Обл. вид. арк. Тираж прим. Зам.

Відділ іміджу та промоції
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ЛНТУ

