

Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет
Факультет робототехніки та штучного інтелекту
Кафедра штучного інтелекту та математичного моделювання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА ЗА СТУПЕНЕМ ВИЩОЇ ОСВІТИ «БАКАЛАВР»

**ПОРІВНЯННЯ АЛГОРИТМІЧНИХ СТРАТЕГІЙ ТОРГІВЛІ
НА ОСНОВІ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЧАСОВИХ РЯДІВ**

**COMPARISON OF ALGORITHMIC TRADING STRATEGIES BASED ON
STOCHASTIC TIME-SERIES MODELS**

Спеціальність 113 Прикладна математика
(шифр і назва спеціальності)

освітня програма «Штучний інтелект та аналіз масивів даних»
(назва освітньої програми)

Виконав: здобувач вищої освіти
Групи ПРМ-41
Скиданюк Ян Вікторович

(підпис)

Керівник:
Керівник: PhD, доцент
Самоненко Інга Вікторівна

(підпис)

Кваліфікаційну роботу
допущено до захисту
«__» _____ 20__ р.
к.т.н., доцент
Гарант освітньої програми:
Приходько Олексій Сергійович

(підпис)

Луцьк – 2026 року

ЛУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет *архітектури, будівництва та дизайну*

Кафедра *прикладної математики та механіки*

Ступінь вищої освіти: *бакалавр*

Галузь знань: *11 Математика і статистика*

Спеціальність *113 Прикладна математика*

Освітня програма *Штучний інтелект та аналіз масивів даних*

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Мікуліч О.А.

« ___ » _____ 2026 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Скиданюк Ян Вікторович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема кваліфікаційної роботи

Порівняння алгоритмічних стратегій торгівлі на основі стохастичних моделей часових рядів Comparison of algorithmic trading strategies based on stochastic time series models

Керівник роботи: *Самоненко Інга Вікторівна*

затверджені наказом закладу вищої освіти від «31» грудня 2025 р. № 557/01-02

2. Строк подання здобувачем вищої освіти кваліфікаційної роботи 04.06.2026 р.

3. Вихідні дані до роботи *профільні публікації з прикладної економетрики та фінансового математичного моделювання в межах досліджуваної проблематики; релевантні та актуальні набори даних; математичні моделі цільових процесів; технічна документація R-бібліотек та методичні вказівки до виконання кваліфікаційної роботи бакалавра*

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що потрібно розробити):

Аналіз предметної області

Постановка задачі та вибір методів

Практична реалізація

Отримання та аналіз результатів

5. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу:

Презентація роботи (слайди): Обґрунтування тематики роботи; Тестова вибірка; Стратегія 1: Трендова модель (SMA); Стратегія 2: Контртрендова модель (RSI); Стратегія 3: Статистичний арбітраж; Програмна екосистема та інструментарій R; Результати продуктивності стратегій на активах компанії Microsoft; Результати продуктивності стратегій на активах компанії Sony; Висновки; Перспективи: Гібридні системи; Інші методи та підходи

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис	
		завдання видав	завдання прийняв
<i>1 розділ</i>	<i>Самоненко І. В., доцент кафедри</i>		
<i>2 розділ</i>	<i>Самоненко І. В., доцент кафедри</i>		
<i>3 розділ</i>	<i>Самоненко І. В., доцент кафедри</i>		
<i>4 розділ</i>	<i>Самоненко І. В., доцент кафедри</i>		
<i>Висновки</i>	<i>Самоненко І. В., доцент кафедри</i>		

7. Дата видачі завдання « ___ » _____ 202__ р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи бакалавра	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	<i>Огляд літератури із досліджуваної проблеми</i>	<i>до 01.03.2026</i>	
2.	<i>Перший розділ</i>	<i>до 5.03.2026</i>	
3.	<i>Другий розділ</i>	<i>до 01.04.2026</i>	
4.	<i>Третій розділ</i>	<i>до 10.04.2026</i>	
5.	<i>Четвертий розділ</i>	<i>до 20.04.2026</i>	
6.	<i>Висновки</i>	<i>до 28.04.2026</i>	
7.	<i>Формування списку використаних джерел</i>	<i>до 05.05.2026</i>	
8.	<i>Оформлення ілюстративного матеріалу</i>	<i>до 09.05.2026</i>	
9.	<i>Нормоконтроль</i>	<i>до 20.05.2026</i>	
10.	<i>Інструментальна перевірка на академічний плагіат</i>	<i>до 02.06.2026</i>	<i>Показник запозичень тексту _____%</i>
11.	<i>Представлення кваліфікаційної роботи бакалавра до захисту</i>	<i>до 04.06.2026</i>	

Здобувач вищої освіти _____

(підпис)

(Скиданюк Я. В.)

(прізвище, ініціали)

Керівник кваліфікаційної роботи _____

(підпис)

(Самоненко І. В.)

(прізвище, ініціали)

АНОТАЦІЯ

Скиданюк Я. В. Порівняння алгоритмічних стратегій торгівлі на основі стохастичних моделей часових рядів. Рукопис.

Кваліфікаційна робота бакалавра ОП «Штучний інтелект та аналіз масивів даних» спеціальності 113 Прикладна математика. Луцький національний технічний університет. Луцьк, 2026.

Кваліфікаційну роботу присвячено дослідженню алгоритмічних стратегій торгівлі та динаміки часових рядів ринкових котирувань. Метою роботи є порівняльний комп'ютерний аналіз ефективності торгових алгоритмів, побудованих на основі різних стохастичних моделей у мінливих ринкових режимах. У процесі дослідження використано методики теорії стохастичних процесів, імітаційного моделювання, статистичного аналізу та обчислювальні методи оцінки показника Хьорста, а тестування алгоритмів виконано подійно-орієнтованим методом на історичних даних у середовищі R.

Головним результатом роботи є програмна реалізація та компаративний аналіз трьох типів стратегій: трендової, контртрендової та адаптивного статистичного арбітражу на основі Z -коефіцієнта. На історичних даних акцій за 2018–2026 роки доведено неспроможність лінійних трендових моделей без ризик-менеджменту та обґрунтовано математичну стійкість моделі статистичного арбітражу. Практична спрямованість результатів полягає у можливості прямої інтеграції створеного програмного комплексу на мові R в автоматизовані системи управління інвестиційним капіталом для оптимізації ризиків на фондовому ринку.

Ключові слова: *алгоритмічна торгівля, стохастичні процеси, фінансові часові ряди, імітаційне моделювання, статистичний арбітраж, ризик-менеджмент, коефіцієнт Шарпа, програмне середовище R.*

ABSTRACT

Skydaniuk Y. V. Comparison of Algorithmic Trading Strategies Based on Stochastic Models of Time Series. Manuscript.

Bachelor's qualification work in EP "Artificial Intelligence and BigData analysis", specialty 113 Applied Mathematics. Lutsk National Technical University. Lutsk, 2026.

The qualification work is devoted to the study of algorithmic trading strategies and the dynamics of market quotation time series. The purpose of the work is to perform a comparative computer analysis of the effectiveness of trading algorithms built on different stochastic models under changing market regimes. During the research, the methodologies of stochastic processes theory, simulation modeling, statistical analysis, and computational methods for estimating the Hurst exponent were used, while the algorithms were tested using the event-driven method on historical data in the R environment.

The main result of the work is the software implementation and comparative analysis of three strategy types: trend-following, counter-trend, and adaptive statistical arbitrage based on the Z-score. Based on historical stock data for 2018–2026, the failure of linear trend-following models without risk management was proved, and the mathematical stability of the statistical arbitrage model was substantiated. The practical orientation of the results lies in the possibility of directly integrating the created R software complex into automated investment capital management systems to optimize risks in the stock market.

Keywords: *algorithmic trading, stochastic processes, financial time series, simulation modeling, statistical arbitrage, risk management, Sharpe ratio, R programming environment.*

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1. МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ФІНАНСОВИХ ДАНИХ ТА ЧАСОВИХ РЯДІВ	10
РОЗДІЛ 2. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ФІНАНСОВОЇ ТОРГІВЛІ НА МОВІ R	21
РОЗДІЛ 3. АНАЛІТИКА ТА ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ СТРАТЕГІЙ НА ІСТОРИЧНИХ РИНКОВИХ ДАНИХ	31
ВИСНОВКИ.....	42
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	44

ВСТУП

Актуальність теми. В сучасному світі фінансової торгівлі великим ризиком є прогнозування тенденцій руху капіталу. Через притаманну цим процесам логіку стохастичних процесів, проблематично побудувати аналітичні правила, по яким вибудовується ціна та їхня динаміка. Малоімовірнісні події(так звані «чорні лебеді») здатні повністю перерозподілити блага на ринку, стаючи справжніми шоками для інвесторів та підприємців. Тому ручні методи управління капіталом виявляються ризикованими та неефективними в сучасному світі фінансових ринків. Прості роботи, які закривають угоди, як тільки значення досягають певних критичних порогів, виявляють спрощений погляд на притаманну ринкам логіку функціонування фінансових часових рядів.

Саме тому, щоб уникнути фінансових просядок в часи високої волатильності використовують методи алгоритмічної торгівлі та прогнозування. Математичне моделювання відкриває принципово нові перспективи для можливостей розуміння природи поведінки людей, розподілу благ та здатності забезпечити та примножити власний капітал. Важливим моментом є дослідження того, чи в часовому ряді є приховані властивості. Можна дослідити часовий ряд на наявність тренду (персистентність), можливо зробити декомпозицію часового ряду та визначити такі його властивості, як, наприклад, сезонність.

Актуальність даного дослідження зумовлюється необхідністю відмови від суб'єктивних критеріїв оцінки, та переходу процесу фінансової торгівлі до раціонального та зрозумілого, доступного математичного апарату. Використання показника Херста (H) для розуміння того чи є у часовому ряді тренд, а також геометричного броунівського руху (GBM), через визначення довірчих інтервалів (Z -score), дозволяє створювати адаптивні математичні моделі, придатні для роботи в нестійких умовах.

Моделювання виходу ціни за межі довірчих інтервалів допомагає створювати алгоритми, здатні забезпечувати капітал в періоди високих ризиків. Ключовим елементом таких підходів є порівняння дисперсій відносно ціни так званих

безризикових активів, що відображаються безризиковою ставкою(R_f). У класичній теорії цей показник є суцільно константою, але для більш ефективного аналізу не варто забувати про вторинний ринок, де перепродаж трейдерів навіть з премією слугує ефективним захистом від просадок та методом захисту власного капіталу.

Тому, розробка, реалізація та компаративний аналіз моделей випадковостей, що притаманна часовим рядам на фінансових ринках є актуальною задачею, що лежить на стику аналізу масивів даних, фінансової математики та розробки штучного інтелекту.

Стан вивченості проблеми. На теперішній момент проблема аналізу фінансових ринків за допомогою математичного моделювання є добре вивченою. Від робіт Луї Башельє де використовувались моделі випадкового блукання, до сучасних робіт в області прикладного фінансового моделювання та математичної економіки, проблема аналізу поведінкових процесів з позиції аналізу тенденцій обміну економічними благами є достатньо розробленою. У сучасному трейдингу алгоритми ковзних середніх (SMA) та класичні осцилятори на кшталт RSI представлені дуже детально та описані у тисячах посібників з кількісного аналізу.

Метою даної роботи є огляд математичного обґрунтування популярних алгоритмів фінансової торгівлі та управління ризиками, порівняння їх ефективності та дослідження особливостей що впливають на кінцевий результат функціональності алгоритмів, а також розробка програмного коду де дані підходи реалізовані.

Робота передбачає виконання наступних поставлених завдань:

- Опис логіки та математичного обґрунтування трьох торгових моделей;
- Реалізація коду на мові R, де застосовані підходи для управління ризиками;
- Проведення низки бектестів для оцінки ефективності алгоритмів відносно ринків з різною логікою поведінки;
- Порівняння ефективності метриками прибутковості, просадки, коефіцієнту Шарпа.

- Обґрунтування ефективності математичних моделей відносно гуманітарного ціннісного поведінкового аналізу.

Об'єктом дослідження є процес формування ціни в фінансових часових рядах та перерозподіл капіталу на світовому ринку акцій.

Предметом практики є математичні моделі, метрики, та алгоритми автоматизованої торгівлі.

Для досягнення поставленої мети були використані наступні **методики дослідження**:

- Стохастичний аналіз та теорія випадкових процесів;
- Математична статистика;
- Імітаційне комп'ютерне моделювання;
- Компаративний, порівняльний аналіз.

Джерелами інформаційної бази виступають:

- Щоденні котирування акцій.
- Наукові праці у галузі фінансової математики.
- Офіційні статистичні дані щодо макроекономічних показників.
- Документація бібліотек програмної мови R.

РОЗДІЛ 1

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ФІНАНСОВИХ ДАНИХ ТА ЧАСОВИХ РЯДІВ

Методи аналізу економіки за допомогою математичного апарату зародились досить давно. Початок математичної економіки як науки, відокремленої від філософських та метафізичних пояснень того як розвивається суспільство можна пов'язати з Огюстом Курно, який почав використовувати диференціальне числення для обрахунку попиту, пропозиції та максимізації прибутку.

Для опису процесу руху капіталу на фінансових ринках, почали використовуватись диференціальні рівняння. Початком цього можна вважати роботу Луї Башельє «Теорія спекуляції» [1] опубліковану в 1900 році. Там він вперше висунув думку, що рух капіталу на ринку схожий на рух молекул газу у просторі. Математичне сподівання прибутку чи збитку спекулянта при цьому завжди дорівнює нулю.

Луї Башельє фактично заклав основи концепції випадкового блукання, описаного Альбертом Ейнштейном лише через п'ять років [2]. Цим самим було закладено підґрунтя для описання броунівського руху.

У другій половині ХХ століття, що можна охарактеризувати як перехід до сучасного етапу розвитку математичної економіки як науки, цю ідею розвинув лауреат Нобелівської премії Поль Самуельсон [3]. Саме він припустив, що коливаються не абсолютні ціни товарів чи активів, а їх зміни, виражені через логарифмічні дохідності. Саме метод логарифмічних дохідностей дозволяє нормалізувати відносну величину дохідностей до стабільного показника росту чи падіння.

Це важлива складова стабілізації фінансових даних, так як обчислення часто відбувається у відносних величинах. Головний недолік простих відсотків полягає в тому, що вони не є адитивними у часі через зміну бази. Наприклад, якщо початкова ціна якогось блага становить 100 одиниць, то падіння на 10% (до 90 одиниць) і наступного зростання на 10% дасть в результаті 99 одиниць. В результаті такі

прості обчислення призводять до необраховуваних збитків. Щоб уникнути цього ефекту в фінансовому моделюванні використовується наступна формула:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

де r_t – це логарифмічна доходність активу за період t , P_t – ціна активу в момент часу, а P_{t-1} – ціна активу в попередній момент часу.

Внесок Поля Самуельсона був фундаментальним, бо він припустив, що саме цей показник розподілений нормально, логарифми ціни в часі підпорядковуються гаусівському розподілу. Саме це дозволило уникнути парадоксу від'ємних цін.

Подальший розвиток стохастичного аналізу, виражений в роботах Фішера Блека та Майрона Шоулза, призвів до закріплення моделей Геометричного броунівського руху [4] як концепції того, поточна ціна активу описується наступним стохастичним диференціальним рівнянням:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

де S_t – поточна вартість фінансового активу в момент часу t , dS_t – абсолютна зміна ціни активу за нескінченно малий проміжок часу, μ – параметр дрейфу, що відображає очікувану середню доходність, dt – диференціал часу, σ – коефіцієнт волатильності, який характеризує середньоквадратичне відхилення доходності та відображає рівень ризику та dW_t – диференціал стандартного вінерівського процесу (білого шуму), що моделює випадкові та непередбачувані коливання ціни під впливом непередбачуваних факторів.

Фінансові часові ряди є нестационарними, і їхні статистичні характеристики постійно змінюються, саме тому практичне застосування «чистої» моделі GBM в алгоритмічній торгівлі стикається із серйозними обмеженнями.

Щоб обійти ці обмеження чистого ймовірнісного блукання були винайдені формули прикладного технічного аналізу для алгоритмічної торгівлі. Метод ковзного середнього (Moving Average) колись був чистим апаратом в математичній статистиці для обробки брудних даних, і лише через десятиліття його стали використовувати на біржі.

Спочатку використання середнього для обробки та математичного згладжування даних описав англійський статистик Реджинальд Хоторн Хукер в 1901 році [5]. Але засновником терміну Moving Average вважають іншого британського статистика Джорджа Удна Юла [6].

Джордж Юл активно вивчав соціологію, демографію і застосовував метод ковзного середнього для дослідження хибних кореляцій. Спочатку цей метод використовувався для дослідження бідності та міграції населення, або для аналізу врожайності та кліматичних циклів. Це дозволило відфільтрувати шум в даних, сезонні стрибки та знайти реальну довгострокову тенденцію.

Проте на біржу даний метод потрапив лише в 1950-х – на початку 1960-х років завдяки бізнесмену та трейдеру Річарду Дончіану [7]. Він керувався простою логікою, якщо середнє за короткий період пробиває середнє за довгий період, це означає що тренд змінився, і потрібно продавати або купувати.

Просте ковзне середнє це інструмент який реалізує ідею детермінованого дрейфу в динаміці. Воно згладжує цінові коливання, допомагаючи математично виділити тренд. Сама формула має вигляд:

$$SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} P_{t-i}$$

де SMA_t – значення ковзного середнього в момент часу t , n – період згладжування, кількість днів або свічок, яка береться для розрахунку, а P_{t-i} ціна закриття активу i періодів тому.

Якщо поточна ціна S_t знаходиться суттєво вище лінії SMA, модель сповіщає про наявність стійкого висхідного тренду.

Протилежну логіку використовує Індекс відносної сили (RSI). Цей метод винайшов Джон Веллс Вайлдер-молодший. За освітою він був інженером-механіком, але в якийсь момент у 1970-х роках занурився в математику біржової торгівлі [8]. Він вирішував проблему того, що стрибки в ціні в минулому раптово зникали з розрахунків. Більшість трейдерів того часу користувалися простими індикаторами моментуму (швидкості зміни ціни).

Джон Веллс Вайлдер-молодший хотів створити інструмент, який плавно усереднював рух ціни, мав чіткі математичні межі від 0 до 100 та не залежав від викидів даних.

Методика Вайлдера полягає в тому що порівнюється середня величина зміни ціни як позитивна так і негативна за певний проміжок часу [9]. Розрахунок індексу зводиться до формули:

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + RS}$$

де RSI – значення індексу відносної сили, а RS – коефіцієнт відносної сили (Relative Strength), який розраховується за формулою

$$RS = \frac{\text{Середній прибуток}}{\text{Середні втрати}}$$

де Середній прибуток – середнє значення приросту ціни за дні, коли ринок закривався в плюс, протягом обраного періоду (класичний період – 14 днів), а Середні втрати – середнє значення падіння ціни за дні, коли ринок закривався в мінус, протягом обраного періоду.

Джон Веллс Вайлдер також придумав власну формулу експоненційного згладжування, щоб не рахувати середнє арифметичне заново. Для подальших кроків він брав:

$$\text{Середній прибуток} = \frac{\text{Минулий середній прибуток} * 13 + \text{Нинішній прибуток}}{14}$$

Це дозволило враховувати всю історію часового ряду, але з кожним днем вага старих даних експоненційно зменшувалася. Він встановив декілька критичних порогів для роботи з фінансовими активами. Якщо значення RSI більше 70, це означає що ряд сильно відхилився від свого нормального стану. Ажіотаж здається надмірним, і збільшується вірогідність того, що ціна піде донизу. Якщо ж значення менше 30, то ситуація аналогічна. Актив вважається недооціненим і можна очікувати повернення до середнього вгору.

Класичні методи аналізу фінансових даних спираються на думку, що зміни ціни є незалежними, а фінансові ринки є раціональними та ефективними. Проте під час аналізу часового ряду, можна помітити що у ринків є так званий ефект пам'яті

або персистентність. Математичний апарат для дослідження цього феномену був запозичений з гідрології і стосується імені англійського вченого, гідролога, фізика Гарольда Едвіна Херста.

Гарольд Херст, працюючи над проектуванням дамб на річці Ніл, в середині ХХ століття розробив метод оцінки довгострокової пам'яті процесів, відомий як метод нормованого розмаху (R/S аналіз) [10]. Він припустив, що якщо рік був повноводним, то й наступний рік так само буде повноводним. Це переслідувало суцільно утилітарні цілі. Він задавався питанням як спроектувати водосховище так, щоб в посушливі роки людям вистачало води, а в дощові дамбу не проривало.

Перехід показника Херста у площину фінансової математики став можливим завдяки працям батька фрактальної геометрії Бенуа Мандельброта у 1960-х роках [11]. Досліджуючи масиви цінних котирувань у дослідницькому центрі ІВМ, Мандельброт довів, що класична модель геометричного броунівського руху нездатна описати зміни ринку через наявність ефекту "важких хвостів" та пам'яті рядів. Історичні дані свідчили, що ринкові кризи та стрибки ціни відбувалися в тисячі разів частіше ніж казала теорія. Дані не мали нормального розподілу.

Мандельброт переніс R/S аналіз на аналіз часових рядів, показавши, що активи володіють властивістю фрактальності та самоподібності. Це дозволило створювати адаптивні алгоритми, які базувалися на двох ринкових режимах: персистентні, такі що слідують тренду, та антиперсистентні як ті, що повертаються до середнього.

Математичний сенс даного підходу полягає у дослідженні того, як змінюється розмах накопичених відхилень ряду залежно від збільшення часового інтервалу. Зв'язок між розмахом та довжиною вибірки описується за формулою Херста:

$$(R/S)_n = C \times n^H$$

де $(R/S)_n$ – нормований розмах часового інтервалу довжиною n , R – розмах накопиченого відхилення, S – середньоквадратичне відхилення логарифмічних дохідностей за цей же період, n – кількість спостережень, C – довільна константа, а H – коефіцієнт Херста.

Для обчислення показника H рівняння логарифмують, переводячи його у лінійну регресію, де коефіцієнт нахилу прямої є шуканим значенням. При цьому значення коефіцієнта Херста лежить в інтервалі від 0 до 1.

Залежно від отриманого коефіцієнту часові ряди класифікують на три різні типи. Якщо показник більше 0.5 це означає, що такий часовий ряд є трендовим, персистентним. В такого ряду є позитивна кореляція між минулим та майбутнім, тому для успішної торгівлі слід використовувати трендовий алгоритм, зокрема метод простого ковзного середнього (SMA). З високою ймовірністю такий часовий ряд продовжить зростати й далі в силу його особливих властивостей. Показник менше 0.5 при цьому свідчить, що такий часовий ряд фінансового активу має властивість повертатись до середнього. Якщо ціна росте в одному визначеному періоді, то з великою ймовірністю вона буде падати в іншому повертаючись до всередненого значення. Ряд при цьому постійно коливається навколо власного математичного сподівання. Математичні осцилятори на зразок індексу відносної сили (RSI), або стратегії на основі статистичного відхилення Z -score показують ефективні при прогнозуванні та торгівлі в таких часових рядах.

Окремим випадком є момент, коли коефіцієнт Херста дорівнює 0.5 або знаходиться близько до нього. Це свідчить про те, такий часовий ряд має властивості ізотропного випадкового блукання. Такий ряд не містить жодної пам'яті а минулі ціни ніяк не впливають на майбутні. Лог-дохідності розподілені незалежно, і мають форму класичного білого шуму.

Для запуску алгоритму на реальних торгових майданчиках цей показник є критично важливим. Перш ніж запустити алгоритм в дію важливо проаналізувати динаміку часового ряду, його властивості, щоб оцінити яку стратегію варто примініти для конкретного активу.

Практична реалізація R/S аналізу для фінансового часового ряду логарифмічних доходностей (де $t = 1, 2, \dots, n$) передбачає послідовне виконання певних обчислювальних кроків.

Для початку це передбачає визначення середнього арифметичного значення доходності за обраний період n :

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i$$

Далі розраховуємо вибіркове стандартне відхилення S (оцінка теоретичного параметра волатильності σ для даного локального вікна):

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_n)^2}$$

Далі проводиться розрахунок накопиченого (кумулятивного) відхилення X_k для кожного моменту часу k всередині інтервалу, що дозволяє центрувати ряд відносно його середнього значення:

$$X_k = \sum_{i=1}^k (r_i - \bar{r}_n)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

І в кінці обчислення розмаху накопиченого відхилення R як різниці між максимальним та мінімальним значенням отриманого масиву кумулятивних сум:

$$R = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) - \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Після знаходження значень R та S обчислюється їхнє відношення – нормований розмах $(R/S)_n$. Повторення цієї процедури для різних значень довжини вікна n дозволяє побудувати систему точок у логарифмічних координатах $\ln(R/S)$ від $\ln(n)$. Тангенс кута нахилу лінії лінійної регресії, проведеної через ці точки за методом найменших квадратів, визначає підсумковий коефіцієнт Херста H .

Щодо класичних фінансових теорій, зокрема гіпотези ефективного ринку (ЕМН), вони розглядають безризикову ставку як раціональне прагнення інвестора максимізувати прибуток. При цьому гіпотеза ефективного ринку стверджує, що фінансові ринки поведуть себе як «випадкове блукання» (Random Walk), минулі графіки ніяк не допомагають передбачити майбутні тенденції, незважаючи на історичні дані. При цьому стверджується, що неможливо системно обігравати ринок. Так як зміни носять випадковий характер та внутрішніх станів, на відміну

від підходу Мандельброта немає, то вірогідності закономірності зрештою призводять до того, що серія успіхів зрештою має рано чи пізно скінчитись.

У періоди ринкових шоків, нестаціонарності даних, логіка великих інституційних гравців як фонди, інвестиційні банки кардинально змінюється. Ці інституції вимушені більше звертати уваги на диверсифікацію активів, переходити від аналізу прибутковості, порівняння відсотків прибутків до жорсткого хеджування, пов'язаного з ризик менеджментом. Важливим елементом цього підходу є порівняння вибірових дисперсій активів. Дисперсія в цьому випадку виступає в ролі показника міри хаосу, ризику та нестабільності часового ряду. Для реалізації підходу використовують наступну формулу:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2$$

де S^2 – вибірова дисперсія логарифмічних доходностей активу, n – кількість спостережень у розрахунковому часовому вікні, r_i – логарифмічна доходність активу за i -тий період, а \bar{r} – вибірове середнє значення доходності за даний період.

Коли локальна дисперсія акцій або кластеру акцій стрімко зростає, відбувається перетік капіталу до безпечних активів з низькою волатильністю. В такі моменти виникає ризик капітального збитку, або зменшення тіла депозиту. Найбільш надійним інструментом для збереження капіталу в такі часи вважається ринок державних облігацій казначейства США (Treasuries).

Але в такі часи навіть ринок облігацій стає доволі спекулятивним середовищем. На вторинному ринку власники капіталу готові купувати облігації з премією, ігноруючи маржинальність, допускаючи менші прибутки від перекупу ніж це передбачено номіналом. В часи криз інвестори допускають навіть від'ємні дохідності з урахуванням інфляції, збереження капіталу через ці інструменти, якщо альтернативні активи показують більшу збитковість.

З огляду класичних економічних теорій купівля активів з нижчою дохідністю в часи, коли ринок демонструє вищі показники прибутковості виявляється неефективною. Проте з огляду статистичного аналізу, порівняння дисперсій такі підходи можуть бути виправданими та раціональними. Інвестор свідомо

погоджується отримати мінімальний фіксований прибуток в часи коли вибіркова дисперсія (ризик) стає досить високою, а дисперсія по облігаціям прагне до нуля.

Важливим маркером орієнтування на ризикованість активів є коефіцієнт Шарпа. Все почалося з того, що Гарі Марковіц, лауреат нобелівської премії по економіці висунув думку, що інвестор повинен дивитись не тільки на прибутки від активів, але й на дисперсію [12]. Марковіц створив «сучасну портфельну теорію», де запропонував порівнювати ризики та доходності активів через коваріацію. Він показав, що за допомогою диверсифікації можна зібрати портфель, який має максимальний дохід при мінімальному ризику. Проте такий метод був доволі складним для тогочасних комп'ютерів. Для розрахунку ризиків в портфелі з великою кількістю акцій, число яких могло доходити до сотні, обрахунки коваріацій доводилось проводити вручну.

Тоді учень Марковіца, Вільям Шарп, у 1966 році в роботі «Ефективність взаємних фондів» [13] поставив запитання про те, як порівняти два фонди, якщо один з них заробив більшу суму на шалених коливаннях, а інший отримав менше, генеруючи стабільні прибутки. Він запропонував показник, який назвав «відношенням винагороди до мінливості» (reward-to-variability ratio).

Логіка була простою. Потрібно взяти доходність активу, відняти від неї винагороду яку можна отримати без ризику. Цей надприбуток потрібно розділити на міру коливань ряду – середньоквадратичне відхилення. Формула мала вигляд:

$$R = \frac{A_i - p}{V_i}$$

де R – коефіцієнт відношення винагороди до мінливості, A_i – середня доходність досліджуваного взаємного фонду чи портфеля i за досліджуваний історичний період (Average Return), p – чиста безризикова ставка (Pure Interest Rate), а V_i – мінливість або волатильність фонду (Variability).

В 1994 році відбулася ревізія методу, де Вільям Шарп зазначив дві проблеми [14]. По-перше безризикова ставка не є константою, і має властивість змінюватись під впливом ринкових потрясінь, а по-друге часто в ті часи безризиковість вимірювалась не відносно реальних активів, а відносно показників, як наприклад

індекси S&P 500 – показник росту економіки заснований на п’ятиста найбільших публічних компаніях США.

Тоді офіційно математична модель набула наступного вигляду:

$$SR = \frac{\bar{R}_p - R_f}{S_{annual}}$$

де SR – коефіцієнт Шарпа, \bar{R}_p – середня ануалізована логарифмічна доходність торгової стратегії, R_f – поточна доходність безризикових інструментів (державних казначейських облігацій), а S_{annual} – ануалізований ризик.

Для обчислення ануалізованого ризику показник середньоквадратичного відхилення за рік потрібно перемножити на корінь із кількості торгових днів у році:

$$S_{annual} = S \times \sqrt{252}$$

де S – денне стандартне відхилення лог-доходностей.

Величина коефіцієнту Шарпа дозволяє оцінити якість алгоритму, і саме цей підхід використовується як основна метрика при аналізі продуктивності підходів. Якщо коефіцієнт Шарпа вищий 1.0, то стратегія показує продуктивність, генерується надлишковий прибуток. Якщо ж коефіцієнт Шарпа – від’ємний, це говорить про те, що консервативне утримання капіталу в таких інструментах як облігації виявляється більш раціональною та ефективною стратегією ніж наявні в портфелі активи.

Діапазон значень від 1.0 до 2.0 вважається гарним результатом, та стандартом для алгоритмів в торгових компаніях. За кожен відсоток ризику алгоритм приносить більше відсотку прибутку. Діапазон від 2.0 до 3.0 вважається чудовим результатом. Ризик контрольований, а крива капіталу має чітку висхідну тенденцію. Коефіцієнт Шарпа вище 3.0 у довгостроковій перспективі свідчить про екстраординарну доходність при мінімальних ризиках. Це може свідчити про помилки створення вибірки, аналіз історичних прецедентів росту компаній, які ми знаємо що виростуть в ціні лише на сьогоднішній день.

Перераховані вище методи дають інструментар для побудови та оцінки ефективності торгових алгоритмів за допомогою математичного моделювання

стохастичних процесів. Комбіновані, гібридні алгоритми здатні досягати вищих показників ефективності, проте задача цієї роботи порівняти ефективність окремо взятих математичних моделей.

РОЗДІЛ 2

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ФІНАНСОВОЇ ТОРГІВЛІ НА MOBI R

Для практичної реалізації даного дослідження було обрано мову R. У сучасній фінансовій інженерії та кількісному фінансовому аналізі ця мова є стандартом для проведення досліджень, бектестів та побудови торгових стратегій.

У сучасній фінансовій інженерії ведеться дискусія щодо переваг мов програмування між сторонниками мови Python та R. Проте остання має низку переваг, що робить її ефективною для вирішення поставлених завдань дослідження.

На відміну від мов загального призначення, мова R створювалась для проведення статистичних досліджень та статистичного аналізу [15]. Такі структури як xts (Extensible Time Series) та zoo інтегровані в мову нативно, що дозволяє працювати з часовими рядами та дозволяє коректно обробляти фінансові котирування з урахуванням специфіки календарних днів біржі без додаткових надбудов у коді [16].

На відміну від мови Python, в R є суворі вимоги щодо стандартизації пакетів, що сприяє відтворюваності досліджень. На відміну від Python, де завжди існує проблема зворотної залежності та оновлюваності пакетів, мережа сервісів CRAN, яка представляє собою архів бібліотек для мови R вимагає суворого дотримання сумісності між бібліотеками, та версіями [17]. Це робить цю мову стандартом для проведення досліджень в області академічних досліджень пов'язаних зі статистикою.

Платформи для бектестів реалізовані в R, такі як blotter та quantstrat набагато ближчі до реальних торгових платформ, оскільки вимагають жорсткої ініціалізації валют, специфікацій інструментів та портфельного обліку [18].

Вибір інтегрованого середовища RStudio обґрунтований його високою адаптивністю до задач математичного моделювання фінансових процесів. Чотирипанельна архітектура IDE забезпечує паралельний контроль за станом глобальних змінних, матричних об'єктів часових рядів та оперативною

візуалізацією графіків [19]. Наявність інтегрованих інструментів інтерактивного дебагінгу та профайлінгу обчислювальних алгоритмів дозволяє ефективно оптимізувати складні нелінійні процедури в кількісному аналізі, суттєво скорочуючи час на верифікацію математичних моделей.

Найбільш складним і вагомим пакетом в нашому дослідженні є бібліотека `quantstrat`. Вона дозволяє розділити логіку стратегії на чотири незалежні рівні: індикатори (`add.indicator`), сигнали (`add.signal`), правила виконання ордерів (`add.rule`) та фінальний аналіз угод через функцію `tradeStats()`. Ця бібліотека відсутня в репозиторії CRAN через часті оновлення, але ця бібліотека є стандартом для побудови реальних торгових стратегій.

Бібліотека `quantstrat` існує в зв'язці з бібліотекою `blotter`. Вона допомагає вести транзакційний журнал, проводити розрахунок поточної вартості позиції, вести облік балансу рахунку та маржинальних вимог та генерувати фінальну статистику. В дослідженні ця бібліотека веде математичну роботу з обліку капіталу.

Бібліотека `quantmod` – основа фінансового аналізу на мові R. Пакет використовується для автоматизованого імпорту щоденних історичних котирувань безпосередньо з серверів Yahoo Finance через функцію `getSymbols()` [20]. Окрім імпорту, `quantmod` забезпечує швидке очищення даних та виділення специфічних фінансових колонок (зокрема, ціни закриття акцій – Close Price через функцію `Cl()`). Це дозволяє уникнути ручного завантаження CSV-файлів та помилок людського фактору.

Пакет `TTR` містить математичні алгоритми для розрахунків індикаторів аналізу [21]. За допомогою `TTR` реалізовано розрахунок простого ковзного середнього `SMA()`, а також індексу відносної сили `RSI()`.

Бібліотека `pracma` використовується для прикладного чисельного аналізу [22]. Ця бібліотека виступає важливим економетричним базисом для розрахунку складних нелінійних параметрів, зокрема фрактального показника Херста та проведення R/S-аналізу.

Бібліотека `PerformanceAnalytics` використовується для аудиту та оцінки результатів симуляції [23]. Математичний апарат цієї бібліотеки дозволяє

розрахувати ануалізований коефіцієнт Шарпа *Ann.Sharpe*. Цей показник виступає головною метрикою оцінки ефективності для ризик-менеджмента. За допомогою функції `charts.PerformanceSummary()` було побудовано комплексні трикомпонентні графіки, які візуалізують кумулятивний прибуток, розподіл денних дохідностей та процес занурення капіталу в просадки.

Для реалізації однієї зі стратегій було створено функцію `calc_stats`. Її призначенням – перетворення вхідного одновимірного нелінійного часового ряду абсолютних цін активу у двовимірну матрицю нормованих статистичних показників у межах ковзного часового вікна `n`.

Лістинг 2.1 Реалізація функції `calc_stats`

```
calc_stats <- function(x, n) {
  # Рахуємо лог-дохідності та закриваємо NA на старті ряду
  log_ret <- na.fill(diff(log(x)), 0)
  m_avg <- runMean(x, n = n)
  m_sd <- runSD(x, n = n)
  z_score <- (x - m_avg) / m_sd
  # Ануалізована доходність за вікно n
  ann_return <- runSum(log_ret, n = n) * (252 / n)
  res <- cbind(z_score, ann_return)
  colnames(res) <- c("zscore", "ann_ret")
  return(res)
}
```

кінець лістингу 2.1

Дана функція приймає два аргументи: вектор цін `x` та параметр `n` – довжину локального часового вікна. Для дослідження використовувалось часове вікно довжиною 20 одиниць.

Для усунення ефекту масштабу та лінійного тренду здійснюємо перехід від абсолютних цін до неперервно нараховуваних дохідностей `log_ret`:

$$\ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = \ln(x_t) - \ln(x_{t-1})$$

де x_t – ціна закриття інструменту в момент часу t .

Оскільки довжина ряду зменшується на 1, було застосовано функцію `na.fill(..., 0)`. Це важливо для збереження цілісності матриць у середовищі `quantstrat`.

Для кожного моменту часу використовується рухоме середнє арифметичне `m_avg`, виражене в формулі:

$$\mu_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i}$$

Також для розрахунків потрібно рухоме стандартне відхилення `m_sd`, що можна виразити формулою:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} (x_{t-i} - \mu_t)^2}$$

На основі оцінок μ_t та σ_t відбувається стандартизація x_t . Метрика `z_score` має на меті визначити на скільки стандартних відхилень поточна ціна відхилилась від свого математичного сподівання. Це визначається за наступною формулою:

$$Z_t = \frac{x_t - \mu_t}{\sigma_t}$$

За допомогою цього показника ми перетворюємо локальне розподілення ціни у центрований ряд. Тому це дозволяє використовувати критичні межі як статистично обґрунтовані тригери для ідентифікації зон екстремальної перепроданості активу.

Далі показником `ann_return`, ми розраховуємо кумулятивну лог-доходність за останні n днів та масштабуємо до річного виміру:

$$R_{annual,t} = \left(\sum_{i=0}^{n-1} \log_ret_{t-i} \right) \times \frac{252}{n}$$

Цей показник виступає фільтром ризику. Система порівнює $R_{annual,t}$ з сумою безризикової ставки та премії за ризик. Якщо швидкість генерації прибутку за вікно

n перевищує бар'єр, алгоритм приймає рішення про фіксацію результату та вихід з угоди.

Наступним кроком є формування таблиці через функцію `sbind()` та повертає об'єкт класу `xts`. Показник `zscore` – це динамічний індикатор ринкового дисбалансу, а `ann_ret` – критерій закриття позиції за рівнем премії за ризик.

Для реалізації порівняльного аналізу для початку необхідно реалізувати стратегії відповідно до синтаксису середовища `quantstrat`. Для початку ми реалізували стратегію на основі простого ковзного середнього (SMA). З погляду теорії керування, дана стратегія є лінійною динамічною системою з двома дискретними станами (поза ринком / у лонг-позиції), перемикання між якими визначається предикатами нерівності.

Лістинг 2.2 Реалізація стратегії SMA

```

strat_trend <- "Trend_SMA"
strategy(strat_trend, store = TRUE)
add.indicator(strat_trend, name = "SMA", arguments = list(x =
quote(Cl(mktdata)), n = 50), label = "sma50")
add.signal(strat_trend, name = "sigComparison", arguments =
list(columns = c("Close", "sma50"), relationship = "gt"), label =
"enter")
add.signal(strat_trend, name = "sigComparison", arguments =
list(columns = c("Close", "sma50"), relationship = "lt"), label =
"exit")
add.rule(strat_trend, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"enter", sigval = TRUE, orderqty = 100, ordertype = "market", orderside
= "long"), type = "enter")
add.rule(strat_trend, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"exit", sigval = TRUE, orderqty = "all", ordertype = "market",
orderside = "long"), type = "exit")

```

кінець лістингу 2.2

Функція `strategy()` створює в сховищі R новий об'єкт-контейнер з назвою «Trend_SMA». При цьому параметр `store = TRUE` дає команду середовищу закешувати цю структуру в системному енвайронменті `.strategy`. Об'єкт поки що

порожній, але він виступає реєстраційною картою, де ми далі будемо лінкувати математичні правила.

При створенні індикатора за допомогою функції `add.indicator()`, параметр `name` = «SMA» вказує, що `quantstrat` має викликати функцію `SMA()` з компільованої бібліотеки `TTR`. При цьому використовується `quote(C1(mktdata))` для того, щоб система обчислювала саме ціну закриття на досліджуваній день, а не тягнула усі фінансові дані. При запуску бектесту, бібліотека виконує розрахунок один раз для часового ряду і додає до матриці `mktdata` новий стовпчик, назвавши його відповідно до нашого параметра `label` – «sma50». Довжина досліджуваного вікна при цьому 50 одиниць.

Функція `add.signal()` пакету `quantstrat` використовується для створення логічних правил для торгової стратегії. Параметр `relationship` = «gt» (greater than) порівнює чи значення колонки «Close» більше ніж в колонці «sma50». При позитивному результаті повертає `TRUE`. Зворотню операцію робить `relationship` = «lt» (lower than).

Функція `add.rule()` прописує правила для внутрішнього циклу, який запускається пізніше командою `applyStrategy()`. Коли цей цикл ітерує по днях історії. Транзакції здійснюються за допомогою взаємодії з пакетом `blotter`.

Правило `type` = «enter» моніторить стовпчик `sigcol` = «enter». Як тільки значення стає `signal` = `TRUE`, ядро `quantstrat` перериває пасивне спостереження і викликає функцію виконання ордерів `ruleSignal`, відправляючи запит у пакет `blotter` на модифікацію портфеля: купується лот `orderqty` = 100 акцій за поточною ринковою ціною закриття (`ordertype` = «market»). Зворотнім є правило `type` = «exit», яке перевіряє наявність активів на поточному балансі і змушує закрити позицію при наявності значення `TRUE` в колонці «exit». При цьому `orderqty` = «all» змушує систему продати всі наявні активи.

Наступною стратегією реалізованою в ході дослідження є алгоритм повернення до середнього (RSI). На програмному рівні він має дві принципові відмінності від трендового алгоритма. По-перше, замість функції порівняння двох рядів тут використовується пороговий фільтр (`threshold`). По-друге – реалізовано

тригер перетину меж (cross). Це критично змінює навантаження на оперативну пам'яті під час генерації сигналів.

Лістинг 2.3 Реалізація стратегії RSI

```

strat_rsi <- "MR_RSI"
strategy(strat_rsi, store = TRUE)
add.indicator(strat_rsi, name = "RSI", arguments = list(price =
quote(Cl(mktdata)), n = 14), label = "rsi14")
add.signal(strat_rsi, name = "sigThreshold", arguments = list(column
= "rsi14", threshold = 30, relationship = "lt", cross = TRUE), label
= "enter")
add.signal(strat_rsi, name = "sigThreshold", arguments = list(column
= "rsi14", threshold = 50, relationship = "gt", cross = TRUE), label
= "exit")
add.rule(strat_rsi, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"enter", sigval = TRUE, orderqty = 100, ordertype = "market", orderside
= "long"), type = "enter")
add.rule(strat_rsi, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"exit", sigval = TRUE, orderqty = "all", ordertype = "market",
orderside = "long"), type = "exit")

```

кінець лістингу 2.3

В стратегії «MR_RSI» функція sigThreshold порівнює динамічний вектор «rsi14» зі скалярною константою 30 та 50, визначену в параметрі threshold. Параметр cross = TRUE змінює логіку порівняння. Система починає порівнювати не поточний стан а відношення до попереднього в сусідніх кроках $t-1$ та t . Матриця сигналів при цьому залишається розрідженою, бо значення TRUE передається в колонки лише один раз на відміну від реалізованого алгоритму SMA.

При реалізації RSI логіка входу та виходу реалізується як асиметрична. Вхід зав'язаний на одну ізольовану зону, коли $RSI < 30$, а вихід – на іншу, при значенні $RSI > 50$. З точки зору архітектури це означає, що дві сигнальні функції працюють як незалежні паралельні потоки обчислень.

Наступним реалізованим алгоритмом був підхід статистичного арбітражу. В цьому підході ми припустили, що сильне відхилення від математичного очікування

описаного геометричним броунівським рухом – є аномалією. Для цього ми реалізували вище функцію яка обраховує довірчий інтервал відносно ковзного середнього. Якщо ціна падає нижче двох середньоквадратичних відхилень, алгоритм сприймає це як точку до входу. Вихід при цьому здійснюється, якщо очікувана річна дохідність активу значно перевищує безризикову ставку. В коді для цього взято цільову відсоткову ставку ФРС по держоблігаціям США, 3.5.

Лістинг 2.4 Реалізація стратегії статистичного арбітражу

```
strat_stat <- "MR_Stat"
strategy(strat_stat, store = TRUE)
add.indicator(strat_stat, name = "calc_stats", arguments = list(x =
quote(Cl(mktdata)), n = 20), label = "stats")
add.signal(strat_stat, name = "sigThreshold", arguments = list(column
= "zscore.stats", threshold = -2, relationship = "lt", cross = TRUE),
label = "enter")
# Вихід якщо доходність > (3.5% RF + 2% Premium)
add.signal(strat_stat, name = "sigThreshold", arguments = list(column
= "ann_ret.stats", threshold = 0.055, relationship = "gt", cross =
TRUE), label = "exit")
add.rule(strat_stat, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"enter", sigval = TRUE, orderqty = 100, ordertype = "market", orderside
= "long"), type = "enter")
add.rule(strat_stat, name = "ruleSignal", arguments = list(sigcol =
"exit", sigval = TRUE, orderqty = "all", ordertype = "market",
orderside = "long"), type = "exit")
```

кінець лістингу 2.4

В цьому алгоритмі при створенні індикатора викликається створена раніше функція `calc_stats`. Фреймворк `quantstrat` приймає двовимірний масив і додає його до загального датафрейму `mktdata`. При цьому стовпчики автоматично перейменовуються за принципом `[назва_вектора].[label]`. В результаті в пам'яті утворюються два доступні індикатори: «`zscore.stats`» та «`ann_ret.stats`».

Сигнал входу порівнює поріг `-2`, як в алгоритмі `RSI` з колонкою `zscore.stats`. Ці обидва алгоритми використовують порогові значення. В цьому випадку

показник -2 визначає нижню межу довірчого інтервалу. Поріг при сигналі закриття позиції $\text{threshold} = 0.055$, виступає як бар'єр безризикової ставки. Він складається з базової цільової відсоткової ставки ФРС США за суверенними облігаціями на рівні 3.5% та доданої до неї мінімальної премії за ризик у розмірі 2.0%. Завдяки прапорцю `cross = TRUE`, алгоритм викликає модуль `blotter` лише коли перетинається поріг.

Наступним елементом є ініціалізація обчислювального середовища. Для проведення порівняльного аналізу було реалізовано функцію `run_backtest()`. Вона ініціалізує системні компоненти, запускає подійно-орієнтований двигун симуляції та виконує фінальну консолідацію фінансових метрик.

Лістинг 2.5 Реалізація функції «run_backtest»

```
run_backtest <- function(strat_name, port_name) {
  initPortf(port_name, symbols = symbols, initDate = initDate)
  initAcct(port_name, portfolios = port_name, initDate = initDate,
initEq = initEq)
  initOrders(port_name, initDate = initDate)
  applyStrategy(strategy = strat_name, portfolios = port_name)
  updatePortf(port_name)
  updateAcct(port_name)
  updateEndEq(port_name)
}
```

кінець лістингу 2.5

Для запуску будь-якої стратегії потрібно попередньо створити інфраструктуру обліку капіталу. Для цього потрібно звернутись до пакету `blotter` та ініціалізувати три інструкції. Перша функція `initPortf()`, зв'язує портфель зі списком активів, та задає початкову дату, раніше якої угоди проводяться не можуть. Друга функція `initAcct()`, створює віртуальний банківський рахунок прив'язаний до портфеля. Сюди ж завантажується наш початковий віртуальний капітал. В нашому дослідженні $\text{initEq} = 100000 \text{ USD}$. Третя функція `initOrders()`, створює порожню

книгу ордерів у системному середовищі `.orders`. Це таблиця, куди під час симуляції будуть записуватися всі згенеровані, але ще не виконані біржові заявки.

Функція `applyStrategy()` піднімає архітектуру моделі та завантажує історичні котирування обраних для аналізу символів, покроково приміняючи алгоритм на історичних даних. Це цикл, який заповнює віртуальну книгу ордерів, розраховує індикатори, перевіряє логічні предикати імітуючи роботу фінансового робота на біржі.

Після завершення симуляції потрібно перерахувати баланс, підвести бухгалтерські підсумки закриття угод. Функція `updatePortf()` піднімає журнал транзакцій, зіставляє його з фінальними цінами активів на кінець дослідження і розраховує реалізовані та нереалізовані прибутки та втрати для кожної позиції. Функція `updateAcct()` переносить розраховані фінансові результати з портфеля на баланс банківського рахунку, враховуючи рух грошових коштів. І функція `updateEndEq()` здійснює фінальний розрахунок чистої вартості активів відповідно до останньої дати бектесту. Ця інструкція фіксує кінцеву точку кривої капіталу, яка потім використовується для розрахунку коефіцієнта Шарпа та максимальної просадки.

Реалізувавши логіку можна переходити до оцінки продуктивності моделей, експериментів та створення вибірки символів, тобто компаній на історичних котируваннях яких можна проводити тестування розроблених алгоритмів. Такі функції як `tradeStats()` з пакету `quantstrat` допомагають автоматизованому збору статистики. І такі показники як коефіцієнт Шарпа для оцінки виправданості взятих ризиків не потрібно вираховувати вручну. Функція `charts.PerformanceSummary()` з пакету `PerformanceAnalytics` дозволяє побудувати графіки по часовим рядам, щоб оцінити поведінку наших стратегій.

Це дає простір для аналітики продуктивності моделей, відносно різних ринків, де на результат можуть впливати такі фактори як сектор економіки до якого належать активи, що торгуються, географія компанії, країна її походження, та імідж в колах інвесторів.

РОЗДІЛ 3

АНАЛІТИКА ТА ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ СТРАТЕГІЙ НА ІСТОРИЧНИХ РИНКОВИХ ДАНИХ

В ході дослідження були проведені бектести на ринкових котируваннях акцій Microsoft та Sony. Дані були отримані за допомогою бібліотеки `quantmod` яка напряду підключається через API до сервісів Yahoo Finance. Функція `getSymbols()` дозволяє отримувати актуальну інформацію щодо історичних даних компаній доступних на серверах Yahoo Finance, а також підключатись до даних актуальних Федеральної резервної системи США через базу даних FRED.

Компанії Microsoft та Sony були обрані для порівняння не просто так. Технологічний сектор США за останні роки демонструє стрімкий щорічний ріст. Більшість портфельів пов'язаних з інвестиціями в економіку США базуються на великій частці активів пов'язаних з великою п'ятіркою техногігантів: Microsoft Corporation, Apple Inc., NVIDIA Corporation, Alphabet Inc. та Amazon.com Inc.

Економіка США характеризується високим рівнем конкуренції, керованою інфляцією, високими темпами росту відносно розвинених країн та наявністю спекулятивних викривлень економіки [24], викликаними так званими економічними бульбашками. Для підтвердження останньої тези можна згадати кризу доткомів на початку 2000-х, або кризу нерухомості в 2008 році. Аналітики ринків попереджають про інші можливі майбутні кризи пов'язані з спекулятивно завищеною ціною на освіту в США, або ж можливою кризою пов'язаною з розробкою штучного інтелекту.

На протипагу економіці США, технологічний сектор Японії не демонструє таких стійких темпів росту. Економіка Японії десятки років є заручником дефляційної пастки, спричиненою азійською фінансовою кризою 1997 року та колапсом внутрішнього ринку нерухомості й акцій на початку 1990-х [25]. Технологічний сектор цієї країни в значній мірі постраждав після кризи доткомів, і на травень 2026 року так і не зміг досягти пікових показників 2000 року. Тому

акціям компанії Sony притаманні циклічні коливання, довгі періоди консолідації та глибокі імпульсні корекції.

Додатковим чинником, що є присутнім в специфіці мікроструктури часового ряду компанії Sony, є історична присутність феномену «Japan Discount». Тривалий час японські активи торгувалися з дисконтом через консервативну політику розподілу капіталу. Проте регуляторні реформи Токійської фондової біржі, спрямовані на ліквідацію цього дисконту шляхом стимулювання байбеків та підвищення прозорості, призвели до трансформації динаміки часового ряду Sony, збільшивши його волатильність та схильність до сильних імпульсних рухів.

Тому для дослідження і бектестів було обрано ці дві компанії, які відображають спільний сектор економіки, але мають різний характер росту та різну поведінку часового ряду через географічну, політичну та культурну специфіку обох країн. Для стабільного порівняння ефективності математичних алгоритмів щодо різних типів активів варто сформувані широкую вибірку відносно секторів економіки, країн їхнього походження, у вибірці мають бути присутні компанії з різною динамікою на ринку, щоб уникнути зміщення вибірки через корельованість певної групи успішних представників.

Але для даного дослідження було обрано дві компанії, так як кількість факторів які можуть впливати на результативність тестів виростає пропорційно різноманіттю вибірки. Результати перестають бути пояснювальними і починають зводитись до статистичних метрик ефективності роботи на великих масивах даних, що відображатиме низький рівень аналітики та поверхневе, без врахування специфіки прийняття рішень.

Цей підхід дає змогу детально декомпонувати кожну транзакцію фінансового робота, співставити точки входу і виходу з активів з конкретними фазами нестационарних процесів та економетрично обґрунтувати, чому саме та чи інша фінансова стратегія виявляється неспроможною в умовах певного ринкового режиму.

Для проведення порівняльного аналізу алгоритм спочатку запускався на даних компанії Microsoft. В ході експерименту був отриманий ряд ключових

показників, який свідчить про ефективність використаних стратегій примінених до даної компанії та відображеної в таблиці 3.1

Таблиця 3.1. – Порівняльні метрики ефективності торгових стратегій для часового ряду MSFT

Код стратегії у системі	Стратегічний підхід	Фінальний кумулятивний результат без урахування ліквідації	Максимальна просадка (Max Drawdown), USD	Профiт-фактор (Profit Factor)	Ануалізований коефіцієнт Шарпа (Ann. Sharpe)
Trend.MSFT	Трендова модель (SMA-50)	+717,408.76	-451,693.04	2.49	2.00
RSI_MR.MSFT	Контртрендовий осцилятор (RSI)	+12,312.99	-12,209.00	—	22.04
Stat_MR.MSFT	Адаптивний статистичний арбітраж	+35,047.01	-25,681.00	3.92	6.18

Так як початковий капітал для кожного експерименту становив 100,000 USD, той факт, що трендова модель показала агресивне зростання в +717,408.76 USD при найменшому ризику – робить її найбільш привабливою в очах інвестора. Проте просадка в -451,693.04 USD потребує більш детального розгляду та аналізу. Це робить стратегію непридатною для ефективного використання в ризик-менеджменті, і детально оцінити її ефективність можна зобразивши графічно.

Стратегія повернення до середнього показала вкрай слабку абсолютну прибутковість. Значення профiт-фактору при цьому залишається невизначеним, що свідчить про мізерну ефективність стратегії на рівні зі статистичною похибкою. Більш ефективною стратегією виявляється інвестування в активи з безризиковою ставкою. Вкрай підозрілим є й екстремально високий коефіцієнт Шарпа. Це може свідчити про те, що алгоритм вирішив майже не інвестувати в активи компанії Microsoft з високими гарантіями ефективності.

Авторська стратегія виходу за межі довірчих інтервалів при цьому показала найбільшу ефективність щодо росту ціни активів компанії. Адаптивний статистичний арбітраж показує високий профiт-фактор в 3.92 одиниці, та

екстремально великий коефіцієнт Шарпа в 6.18 одиниць. Слід зауважити, що такий високий коефіцієнт Шарпа може бути зумовлений відсутністю брокерських комісій при укладанні угод. При врахуванні супутніх витрат, які супроводжують фінансові операції варто враховувати що коефіцієнт може знижуватись до більш прийняттого.

Головний успіх останньої стратегії полягає в тому, що максимальною просадкою було -25,681.00 USD, що майже в 18 разів менше трендової стратегії. Алгоритм миттєво фіксував прибуток, як тільки швидкість капіталізації позиції досягала цільового бар'єра в 5.5%, мінімізуючи час перебування капіталу в ризиковій зоні. Проте більш детальний аналіз був проведений графічно та зображений на рисунку 3.1.

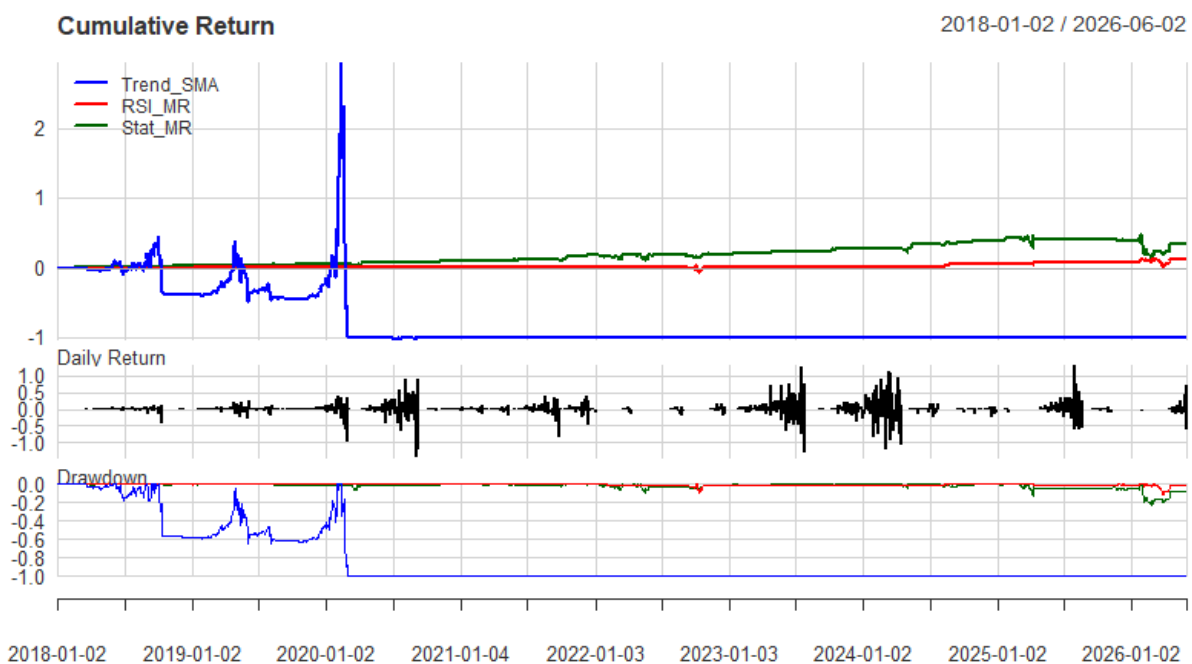


Рисунок 3.1. – Порівняння ефективності стратегій при торгівлі активами компанії Microsoft

Як можна побачити з наведеного графіка, трендова стратегія виявилась абсолютно збитковою. В 2020 році вона досягла свого піку, але через обмеження

спричинені епідемією SARS-CoV-2, акції компанії суттєво впали в ціні і стратегія збанкрутувала, не маючи можливості відкривати нові угоди.

Слід зазначити, що табличне значення чистого результату стратегії трендової стратегії в +717,408.76 USD є математичним артефактом накопиченого паперового прибутку у базі даних пакета blotter за утримуваною лонг-позицією. Проте через відсутність динамічного контролю ризиків, просадка системи всередині періоду досягла критичних -100% від капіталу, як зображено на нижній панелі «Drawdown». Це призвело до примусової ліквідації рахунку задовго до того, як актив досяг своєї фінальної цільової капіталізації у 2026 році. Таким чином, кінцевий табличний прибуток є фіктивним, що підтверджує повну операційну непридатність чистих трендових моделей без інтегрованих систем адаптивного ризик-менеджменту.

В той же час осцилятор RSI наочно ілюструє концепцію упущеної вигоди на трендових ринках. Протягом восьмирічного досліджувального інтервалу стратегія показувала лише невелику кількість угод, при цьому лінія накопичення капіталу практично зливається з віссю x. Це підтверджує гіпотезу про те, накопичений капітал при утриманні в інструментах з безризиковою ставкою перевищує переваги, які надає ця стратегія. З поправкою на інфляцію стратегія показала збитковість, але в меншій мірі ніж трендова стратегія.

Остання стратегія статистичного арбітражу, досліджувана на активах компанії Microsoft показала свою ефективність. Вона фіксувала незначний але прибуток. За вирахуванням рівня інфляції та брокерських комісій ця стратегія могла б показувати результативність в якості інструменту збереження капіталу.

Варто зазначити що досліджувальний період характеризується високою ринковою нестабільністю, до факторів якої можна віднести пандемічні обмеження, перехід роботи на дистанційний формат, що впливає на затребуваність цифрових послуг, воєнні конфлікти, торгові війни та бум штучного інтелекту. Це все викликає ефекти стрибків на ринку технологій, тому прості стратегії можуть виявлятися недостатніми навіть в якості інструментів збереження капіталу.

Детально розглянувши інші ринкові умови, можливо сподіватись на інші результати. Статистика ефективності стратегій відносно активів компанії Sony, наведена в таблиці 3.2, демонструє схожі тенденції але не настільки екстримальні.

Таблиця 3.2. – Порівняльні метрики ефективності торгових стратегій для часового ряду SONY

Код стратегії у системі	Стратегічний підхід	Фінальний кумулятивний результат без урахування ліквідації	Максимальна просадка (Max Drawdown), USD	Профiт-фактор (Profit Factor)	Ануалізований коефіцієнт Шарпа (Ann. Sharpe)
Trend.SONY	Трендова модель (SMA-50)	-27,641.38	-55,977.79	0.45	-2.73
RSI_MR.SONY	Контртрендовий осцилятор (RSI)	+844.60 \$	-784.00	2.58	5.16
Stat_MR.SONY	Адаптивний статистичний арбітраж	+2,584.80	-1,267.00	3.01	6.02

Як можна побачити з наведеної статистики трендова стратегія демонструє абсолютну збитковість. Коефіцієнт Шарпа при цьому є від'ємним, що знову ж свідчить про непридатність даної стратегії для ризик-менеджменту. Баланс на момент закінчення тестування є від'ємним, а профiт-фактор сигналізує про зменшення стартового капіталу на 55%.

Осцилятор RSI показує прибуток у 844.60 USD за вісім років. При наявному стартовому капіталі в 100 000 USD – отримані суми далеко не покривають рівень інфляції. Проте з математичної точки зору отриманий коефіцієнт Шарпа в 5.16 одиниць свідчить про те, що стратегія більш рiшуче йшла на угоди в рамках роботи з активами даної компанії. При цьому максимальна просадка в -784.00 USD фактично нівелює ефективність стратегії в порівнянні з отриманими прибутками на останній період. Це робить математичне сподівання ефективності даної стратегії хоч і додатнім, але близьким до нуля.

Набагато краще у відносних величинах себе показала стратегія статистичного арбітражу, де прибуток на кінець дослідження перевищує

максимальну просадку більш ніж в два рази. Коефіцієнт Шарпа отриманий при роботі з активами компанії Sony залишається близько 6 одиниць, при цьому перевищуючи даний показник в стратегії RSI.

Ця стратегія показує ефективність при роботі з активами компаній, демонструючи відносно невисокі ризики, невеликі просадки, та більший очікуваний дохід. Проте варто врахувати брокерські комісії та рівень інфляції. По відношенню до активів компанії Microsoft, де стратегія показувала свою придатність, застосування даної стратегії на активах компанії Sony може відображати повільне зменшення капіталу, внаслідок втрати купівельної спроможності вкладених коштів. Так як стратегія покликана враховувати радикальні відхилення від норми, цей алгоритм показує знижену ефективність на флетових активах. Якщо провести аналіз концепції упущеної вигоди то розрахунок показує, що розміщення стартових 100,000 USD у безризикові державні облігації США під середню за період ставку $\sim 3.5\%$ річних принесло б інвестору близько +31,680 USD гарантованого прибутку без ризику просадки капіталу.

Якщо звернутись до таблиці 3.1, то можна побачити, що прибуток від інвестування в активи компанії Microsoft перевищує суму гарантованого прибутку від інвестицій в облігації. Проте для компанії Sony дана стратегія може бути контрпродуктивною та збитковою.

Якщо ми візьмемо стандартну комісію брокера: приблизно \$0.005 за акцію або фіксовано \$1 за ордер, то низька частота транзакцій стратегій RSI та статистичного арбітражу все ж страхує капітал від надлишкових комісій. Торгові роботи, що чутливі до денних мікроколивань повинні враховувати потенційний прибуток та розраховувати комісії з якими відбуваються транзакції, бо саме це віднімає значну частку інвестованого капіталу.

Таким чином ці стратегії в своєму чистому вигляді є неефективними для середньострокового трейдингу на активах з низькою волатильністю. В даному випадку вони можуть виступати не стільки механізмами входу в угоди, скільки зберігання капіталів та алгоритмами безпечного виходу із ризикових угод для ризикових компаній.

Детально розглянемо поведінку стратегії зображену на рисунку 3.2.

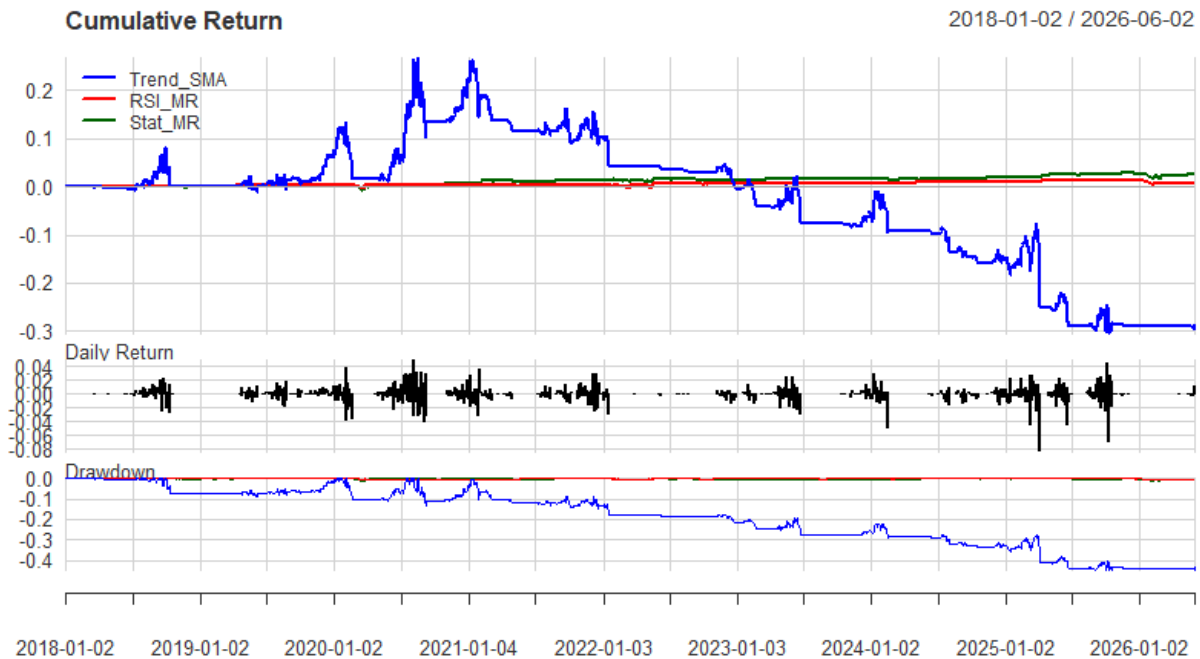


Рисунок 3.2. – Порівняння ефективності стратегій при торгівлі активами компанії Sony

При аналізі графіку видно, що стратегія тренду зрештою збанкрутувала так як і при роботі з акціями Microsoft. Тим не менш відбулося це повільно. Не таким різким падінням як це можна помітити на рисунку 3.1. Стратегія на короткому горизонті продовжувала стабільно зростати, виходячи на пік в 2021 році. При цьому широка амплітуда коливань показує високу короточасну ефективність на певному проміжку часу. Вона показує себе радикально ефективнішою ніж осцилятор RSI чи статистичний арбітраж. Проте ця її властивість робить її одночасно нестабільною та неефективною при збігові умов.

Решта стратегій, які орієнтуються на радикальні зміни в ціні при застосуванні відносно активів компанії Sony демонструють низьку частоту угод та низький прибуток. Як зазначалось вище для входу в угоду геометрія часового ряду в моменті прийняття рішень повинна демонструвати певні математичні події. Для цього повинен бути сигнал достатньо сильний, щоб подолав визначений поріг.

Зменшення чи збільшення вікон осцилятора, або ж зменшення кількості середньоквадратичних відхилень в дробових межах від 1 до 2 в стратегії статистичного арбітражу може призвести до підвищення частоти прийняття рішень. Таким чином ми зменшуємо поріг входу в угоду, але при цьому беремо на себе ризики хибнопозитивних результатів.

Для подальших досліджень в даній області можна реалізувати алгоритм схожий до пошуку оптимальних гіперпараметрів, методу традиційному для машинного навчання. Критерієм оптимізації може виступати як максимальна просадка так і критерій Шарпа. Проте варто пам'ятати, що при низькій частоті угод такий коефіцієнт може показувати екстремальні нереалістичні значення.

В підсумку можна зазначити, що три стратегії показують спільний характер поведінки при тестуванні на активах обох компаній. Обґрунтування вибору стратегії для конкретного випадку зумовлено глибоким рівнем експертизи в досліджуваних питаннях.

При розумінні обставин за яких можна використовувати чисті стратегії, всі вони показують ефективність. Це підводить до необхідності створення складних гібридних алгоритмів, які вмикаються при певних фазах ринку. Для цього може підійти описаний в першому розділі коефіцієнт Херста. Це є базою для формування складних алгоритмів, які орієнтуються не тільки на пороги часового ряду, а й на фази ринку.

Крім аналізу фаз ринку, пошуку внутрішніх закономірностей, певної фрактальності часових рядів, можуть розглядатися також підходи пов'язані з нейромережами. Але й в них є ті самі ризики, що пов'язані з перенавчанням та проблемою концептуального зсуву. Те, що фаза ринку змінилась для нейронної мережі може здатися неочевидним, внутрішньо кластеризувавши певні активи з певним рівнем шуму, сезонності та тренду, такий підхід може зіткнутися з проблемами, коли починається глобальний переділ ринку [26].

Щодо характеру поведінки часового ряду, то наглядно можна продемонструвати специфіку поведінки зіставивши їх між собою в абсолютній

вартості на момент закриття в продовж досліджуваного нами періода, як ми це зробили на рисунку.3.3.

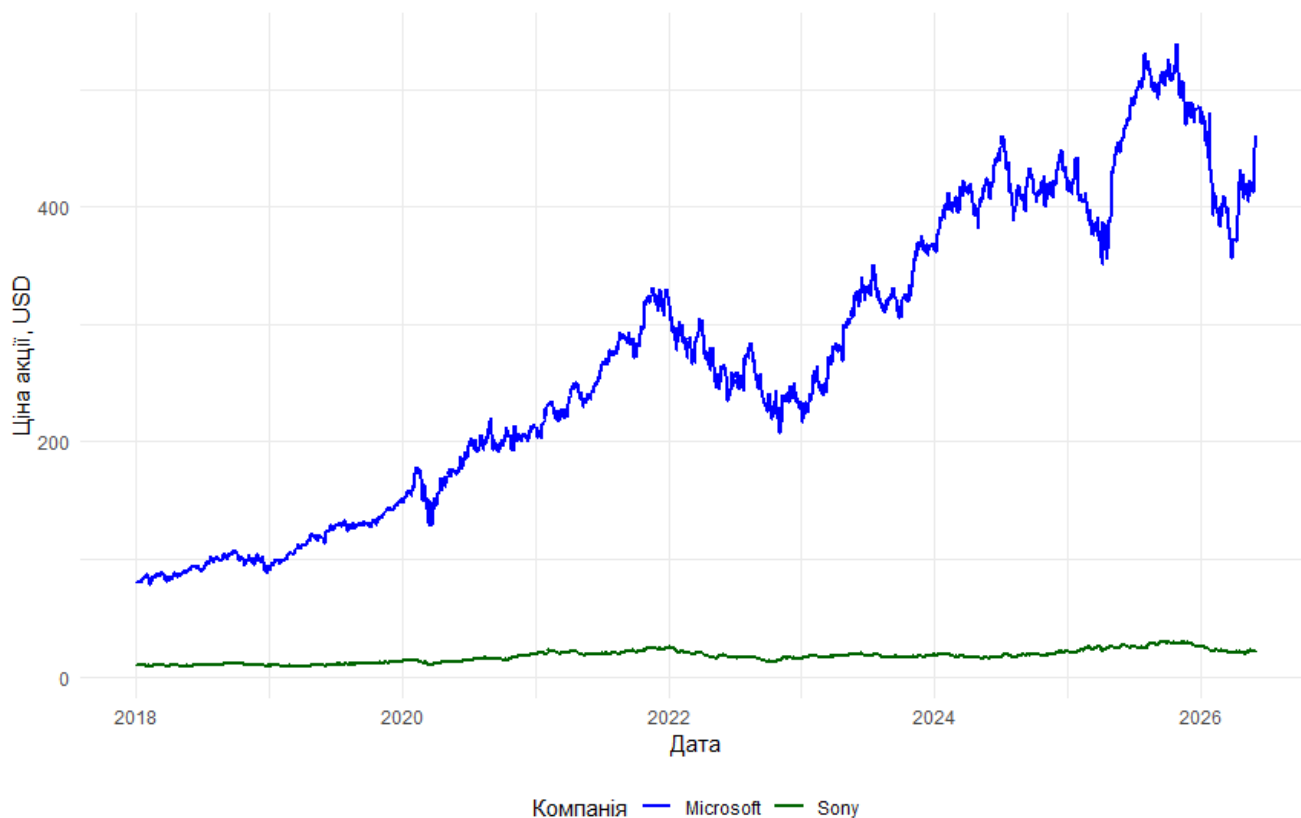


Рисунок 3.3. – Порівняння динаміки росту активів Microsoft та Sony

Незважаючи на чітку висхідну тенденцію до росту активів компанії Microsoft та відносну цінову стабільність активів компанії Sony, в обох випадках можна побачити що ефективним методом виявляється довгострокове інвестування. Проте графіки досить сильно корельовані з собою, бо об'єднані спільним сектором економіки, що робить такий підхід ненадійним з точки зору ризик-менеджменту.

Спільне падіння ринку в 2020 та 2022 роках можна прослідкувати на обох часових рядах. Відсутність чіткої висхідної тенденції у Sony не страхує від втрати капіталу в часи ринкових потрясінь. В той же час акції компанії Microsoft демонструють високу волатильність, де чергуються фази росту та падінь.

Варто зазначити, що на рисунку 3.3. відбувається ефект ілюзії масштабу, де ріст активів компанії Sony, який досягнув свого піку в 2025 році губиться під

стрімким ростом акцій компанії Microsoft. Але для дослідження було цінним прослідкувати поведінку алгоритмів на часових рядах, що мають різний характер поведінки, об'єднані спільним сектором, але таким що мають різні тенденції до росту.

Для осцилятора RSI ріст компанії Microsoft виявився надто ризиковим, таким що є надто ненадійним для того, щоб увійти в угоду. При цьому на активах компанії Sony він демонстрував більшу ефективність навіть при жорстких порогах входу в угоду.

Таким чином застосування математичних моделей вимагає не тільки розуміння математичних моделей, що автоматизують процеси прийняття рішень, а й розуміння контекстів за яких та чи інша стратегія може вважатись ефективною чи безпечною відповідно до фази ринку, сектору економіки, географії компанії тощо.

ВИСНОВКИ

В даній роботі був реалізований ряд алгоритмів автоматизації торгівлі активами. Для цього був визначений і описаний математичний апарат, що використовується в процесі автоматизованого прийняття рішень. Також проведений ряд бектестів для оцінки продуктивності даних моделей. В ході роботи було визначено контрольну групу на якій проводилось тестування та були пояснені фактори, які впливають на динаміку часового ряду з точки зору специфіки ринків. Також були отримані метрики ефективності стратегій та застосовано компаративний метод для вторинної оцінки продуктивності.

У висновках варто зазначити, що стратегії, що примінялись в роботі мають відносну продуктивність на різних ділянках часових рядів. Вони залежать від контексту та ситуації в якій вони можуть примінятись.

Для підвищення продуктивності вираженого в KPI продуктивності моделі важливо розглядати більш просунуті алгоритми, які автоматизують аналітику станів ринку, пошуку оптимальних порогів відносно самих активів тощо. Згадані в роботі методи як коефіцієнт Херста та нейромережеві моделі можуть повпливати на продуктивність, виводячи алгоритми з простих у гібридні. При коефіцієнті Херста суттєво більше 0.5 можливо вмикати алгоритм трендової торгівлі SMA, яка має великі амплітуди, але працює прибутково коли ринок знаходиться в стані стабільного росту. В часи невизначеності коли коефіцієнт суттєво нижче 0.5 краще застосовувати безпечний алгоритм повернення до середнього.

Крім використання, перспективними рішеннями для побудови адаптивних систем є впровадження економетричних тестів на коінтеграцію для переходу від торгівлі одиничними активами до торгівлі парними спредами. Також потенціал мають марковські моделі перемикання режимів та моделі сімейства GARCH, які дозволяють алгоритму не просто констатувати зміну волатильності по факту, але розраховувати ймовірність зміни ринкового режиму всередині періоду. Інтеграція таких інструментів разом із динамічним керуванням розміром позиції дозволяє

трансформувати жорсткі ізольовані стратегії у гібридні комплекси, здатні зберігати капітал в умовах нестаціонарного ринку.

Розробки в даній галузі користуються шаленим попитом не тільки в силу свого прикладного характеру, а й з точки зору свого фундаментально-наукового характеру. Пояснення того які математичні моделі лежать в основі прийняття рішень та процесу обміну благами між людьми носить великий інтерес з точки зору гуманітарних наук та наук про суспільство.

Ефективний розподіл, який вивчає економіка, цінності, які вивчає філософія та поведінка мас людей, яку вивчають соціологи мають приховані математичні закономірності, і через такі речі як динаміка ринків, прогнозування та прийняття оптимальних рішень ми можемо більше дізнатися про культуру, специфіку окремих соціальних груп, тощо.

На великих даних дані закономірності викривають низки факторів, які здаються неочевидними. Й аналітика допомагає знайти пояснення впливу змінної на кінцевий результат. Також це дає змогу кількісно оцінювати ефекти подій, що мають вплив на суспільство та порівнювати їх між собою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Louis Bachelier's Theory of Speculation: The Origins of Modern Finance / ed. by P. A. S. (Foreword), M. D. (Translator), A. E. (Translator). Princeton University Press, 2006. 192 p.
2. A Random Walk with Louis Bachelier | Jim Holt. *The New York Review of Books*. URL: <https://www.nybooks.com/articles/2013/10/24/random-walk-louis-bachelier/> (date of access: 03.05.2026).
3. Lo A. W., MacKinlay A. C. Non-Random Walk down Wall Street. Princeton University Press, 2011. 448 p.
4. Shreve S. Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models. Springer, 2010. 572 p.
5. The most commonly used tool for technical analysis. *Purple Trading: FOREX Broker | Online Forex Trading*. URL: <https://www.purple-trading.com/moving-average-the-most-commonly-used-tool-for-technical-analysis/> (date of access: 03.05.2026).
6. Nerlove M., Diebold F. X. Autoregressive and Moving-average Time-series Processes. *SpringerLink*. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-349-20865-4_3 (date of access: 09.05.2026).
7. Richard Donchian: Valuable Lessons from a Legend of Trend Following Trading. *Trend Following Trading Systems from Michael Covel*. URL: https://www.trendfollowing.com/richard_donchian/ (date of access: 03.05.2026).
8. Welles Wilder Interview - Traders Log. *Traders Log*. URL: <https://www.traderslog.com/welles-wilder-interview> (date of access: 03.05.2026).
9. RSI calculation - macroption. *Options and Quant Finance since 2012 - Macroption*. URL: <https://www.macroption.com/rsi-calculation/> (date of access: 09.05.2026).
10. Harold edwin hurst: the Nile and Egypt, past and future / J. Sutcliffe et al. *Hydrological sciences journal*. 2016. Vol. 61, no. 9. P. 1557–1570. URL: <https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1019508> (date of access: 09.05.2026).

11. Bouchaud J.-P. Mandelbrot, financial markets and the origins of “econophysics”. *OEconomia*. 2026. Vol. 16-1. P. 109–123. URL: <https://doi.org/10.4000/169qv> (date of access: 09.05.2026).
12. Rubinstein M. Markowitz's “Portfolio Selection”: A Fifty-Year Retrospective. *The Journal of Finance*. 2002. Vol. 57, no. 3. P. 1041–1045. URL: <https://doi.org/10.1111/1540-6261.00453> (date of access: 09.05.2026).
13. Lo A. W., In pursuit of the perfect portfolio: the stories, voices, and key insights of the pioneers who shaped the way we invest. Princeton University Press, 2021.
14. Bailey D., López de Prado M. The Sharpe ratio efficient frontier. *The journal of risk*. 2012. Vol. 15, no. 2. P. 3–44. URL: <https://doi.org/10.21314/jor.2012.255> (date of access: 09.05.2026).
15. R: What is R?. *R: The R Project for Statistical Computing*. URL: <https://www.r-project.org/about.html> (date of access: 04.05.2026).
16. Ryan, J. A., & Ulrich, J. M. (2008). *xts: Extensible Time Series*. R Vignette. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/xts/vignettes/xts.pdf> (date of access: 04.05.2026).
17. CRAN Repository Policy. *The Comprehensive R Archive Network*. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/policies.html> (date of access: 04.05.2026).
18. quantstrat package - RDocumentation. *Home - RDocumentation*. URL: <https://www.rdocumentation.org/packages/quantstrat/versions/0.16.7> (date of access: 04.05.2026).
19. Pane Layout RStudio User Guide. *RStudio User Guide*. URL: <https://docs.posit.co/ide/user/ide/guide/ui/ui-panes.html> (date of access: 04.05.2026).
20. Ryan, J. A., & Ulrich, J. M. (2026). quantmod: Quantitative Financial Modelling Framework. R Package Reference Manual. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/quantmod/quantmod.pdf> (date of access: 04.05.2026).
21. README. *The Comprehensive R Archive Network*. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/TTR/readme/README.html> (date of access: 04.05.2026).

22. Borchers, H. W. (2026). *pracma: Practical Numerical Math Functions*. R Package Reference Manual. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/pracma/pracma.pdf> (date of access: 04.05.2026).
23. README. *The Comprehensive R Archive Network*. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/PerformanceAnalytics/readme/README.html> (date of access: 04.05.2026).
24. G R. C. *Speculative growth: Hints from the US economy*. Cambridge, MA : National Bureau of Economic Research, 2004.
25. Fukunaga, I., Hogen, Y., & Ueno, Y. (2024). *Japan's Economy and Prices over the Past 25 Years: Past Discussions and Recent Issues*. Bank of Japan Working Paper Series, No.24-E-14. URL: https://www.boj.or.jp/en/research/wps_rev/wps_2024/data/wp24e14.pdf (date of access: 04.05.2026).
26. Prado M. L. d. *Advances in Financial Machine Learning*. Gildan Media, 2018.