Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТУВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ БЕЗПІЛОТНИМИ АПАРАТАМИ

Методичні вказівки до практичних занять
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами»
галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації
спеціальності 174 Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2025

УДК 621.396
НГ40

До друку
Голова вченої ради факультету комп'ютерних та інформаційних технологій_______________ І. С. Кондіус

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ
Директор бібліотеки _____________Н. П. Поліщук

Затверджено вченою радою факультету комп'ютерних та інформаційних технологій ЛНТУ, протокол № __ від «__» ________ 2025 року.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ, протокол № _ від «__» ______ 2025 року.
Завідувач кафедри АКІТ_______________ О. Ю. Повстяной

Укладач: __________ Л. О. Гуменюк, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ.

Рецензент: ______________ Р. Г. Редько, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри прикладної механіки та мехароніки ЛНТУ.

Відповідальний за випуск: _____________ О. Ю. Повстяной, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій ЛНТУ.

40 **Надійність та діагностування систем керування безпілотними апаратами**: Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами» галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка денної та заочної форм навчання / уклад. Л. О. Гуменюк. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 54 с.

Видання містить варіанти завдань для виконання практичних занять, методичні рекомендації до їх виконання та приклади виконання.

Методичні вказівки укладено в результаті опрацювання опублікованих джерел [1-5].

ЗМІСТ

Практична робота № 1

ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ БЕЗВІДМОВНОЇ РОБОТИ СИСТЕМИ

Завдання. Визначити основні показники безвідмовності: ймовірність безвідмовної роботи $p(t)$ на протязі часу t; ймовірність виникнення відмов $q(t)$. Побудувати графіки залежності $p(t)$ і $q(t)$.

Таблиця 1.1 – Варіанти завдань

t	Δn_k																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
0-1000	30	10	15	20	10	15	20	20	15	30	25	15	20	20	30	30	15	20	30	25
1000-2000	20	10	15	30	15	15	15	25	20	25	20	17	15	30	25	20	20	25	30	30
2000-3000	25	20	20	30	15	25	30	20	25	20	20	22	30	30	20	25	25	30	35	30
3000-4000	35	25	20	40	20	30	15	25	28	25	25	28	15	40	25	35	25	30	30	40
4000-5000	30	28	25	45	25	35	25	30	30	30	30	30	25	45	30	30	30	35	35	45
5000-6000	30	30	25	40	25	30	30	30	40	35	25	30	30	40	35	30	35	35	45	40
6000-7000	35	30	30	45	30	35	40	35	45	35	40	33	40	45	35	35	30	40	35	45
7000-8000	40	35	30	45	35	40	25	35	30	30	35	30	25	45	30	40	35	40	35	45
8000-9000	45	35	35	50	30	40	25	40	35	40	35	30	25	50	40	45	30	35	40	50
9000-10000	40	30	40	45	35	45	30	40	30	40	40	40	30	45	40	40	40	35	40	45
10000-11000	50	40	45	40	30	45	45	35	35	45	45	45	45	40	45	50	40	40	35	40
11000-12000	55	45	50	40	40	55	35	35	45	50	45	30	35	40	50	55	50	45	38	40
12000-13000	55	40	50	35	40	50	45	40	35	50	50	40	45	35	50	55	55	40	35	35
13000-14000	45	45	40	45	50	55	30	45	35	40	50	45	30	45	40	45	55	45	30	45
14000-15000	40	50	40	35	55	50	30	40	40	50	45	40	30	35	50	40	50	35	35	35
15000-16000	35	48	30	40	55	45	28	45	40	40	40	35	28	40	40	35	40	35	30	40
16000-17000	35	46	35	40	50	40	20	35	35	50	40	40	20	40	50	35	40	40	30	40
17000-18000	25	40	30	30	40	40	25	35	38	30	35	35	25	30	30	25	35	30	25	30
18000-19000	40	40	35	30	40	35	22	40	35	35	35	30	22	30	35	40	35	30	20	30
19000-20000	25	35	30	25	35	35	20	30	30	30	30	30	20	25	30	25	40	40	30	45
20000-21000	30	38	25	20	35	40	20	30	35	35	40	25	20	20	35	30	30	30	30	30
21000-22000	25	35	20	25	40	30	15	40	30	20	30	25	15	25	20	25	30	25	25	25
22000-23000	25	30	20	20	30	30	15	30	30	25	35	20	15	20	25	25	25	25	25	25
23000-24000	20	30	25	30	30	25	20	25	25	25	30	20	20	30	25	20	25	20	20	30
24000-25000	20	25	15	20	25	25	20	25	20	20	20	25	20	20	20	20	20	20	20	25
25000-26000	15	20	10	20	20	20	10	20	14	20	20	20	10	20	20	15	15	15	10	20

Теоретичні відомості

Під ***ймовірністю події*** розуміють числову міру об'єктивної можливості випадкової події. Наприклад, якщо на підставі досвіду встановлено, що з 1000 виробів, що випускаються, в середньому 3 вироби мають дефекти, то при отриманні одного виробу ймовірність, що він виявиться дефектним, буде складати 3/1000. Таким чином, у загальному випадку ймовірність події A, встановлювана з багаторазових випробувань, буде

$$P(A)=n/m, \tag{1.1}$$

де n - кількість подій A,

m - кількість виконаних дослідів.

Величина n/m - по суті є частотою події A. Так як завжди $n \leq m$, а нижня межа $n=0$, то

$$0<P(A)<1, \tag{1.2}$$

тобто ймовірність події може змінюватися в межах від 0 до 1.

Подія, ймовірність якої дорівнює нулю, називається ***неможливою***; подія, ймовірність якої дорівнює одиниці, називається ***достовірною***.

Якщо немає події A, але обов'язково настає подія B, то події A і B називаються ***протилежними***. У приведеному прикладі ймовірність отримання дефектного виробу (подія A) і виробу без дефекту (подія B) будуть подіями протилежними.

Якщо події A завжди супроводжує подія B, а події B подія A, то такі події називаються ***тотожними***.

Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці.

$$P(A)+P(B) = 1. \tag{1.3}$$

Так, у нашому прикладі

$P(A)=3/1000$

$P(B) =997/1000$

$P(A)+P(B) =3/1000+997/1000=1$

Часто подію, протилежну події A, позначають $\overline{A}$.

Події вважаються ***незалежними***, якщо поява однієї не впливає на появу іншої.

Події A і B називаються ***несумісними***, якщо одночасна поява їх неможлива, і ***сумісними***, якщо одночасне їх поява можлива.

Якщо події A і B сумісні, то ймовірність одночасної появи цих подій

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B). \tag{1.4}$$

Це положення надзвичайно істотне для подальших розрахунків надійності.

Якщо ймовірність події X є $P(X)$, то функція $F(x)$, рівна ймовірності того, що значення X менше деякої поточної змінної x, називається ***функцією розподілу***

$$F(x) = P(X<x).$$

Функцію розподілу $F(x)$ називають також інтегральною функцією розподілу, або інтегральним законом розподілу.

Уявімо собі, що з випробування великої кількості якихось виробів (опорів, електронних ламп, напівпроводників приладів і т. п.) на тривалість безвідмовної роботи треба судити про ймовірність виходу з ладу одного такого виробу. Включивши в роботу одночасно всю партію з N_o виробів, будемо відзначати вихід з ладу кожного виробу і фіксувати час цього виходу від початку випробування. Нехай в момент часу t вийшло з ладу $n(t)$ елементів. Тоді, побудувавши залежність $n(t)/N_o=\varphi(t)$, отримаємо криву, показану на рисунку 1.1, а. Ця крива буде характеризувати ймовірність того, що до поточного моменту t_1 з ладу вийде частка $n_1(t)/N_o$ всіх елементів партії. Ця ж крива буде функцією розподілу величини $t=x$ (тривалості безвідмовної роботи).

Для характеристики функції розподілу вводять поняття ***щільності ймовірності***, під якою можна розуміти $f(x)=F'(x)$, де $F'(x)$ - похідна від $F(x)$. При цьому мається на увазі, що залежність $F(x)$ неперервна і диференційовна функція. У попередньому прикладі по суті можна мати тільки дискретні точки залежності $n(t)/N_o=\varphi(t)$, але при великій кількості виробів N_0 кількість точок виходить більшою і через них можна провести неперервну плавну криву. Якщо за даними кривої рисунка 1.1, а побудувати $f(x)$ [у нашому випадку $f(t)$], то вона буде мати вигляд, показаний на рисунку 1.1, б. Графічне зображення $f(x)$ називається ***кривою розподілу***.

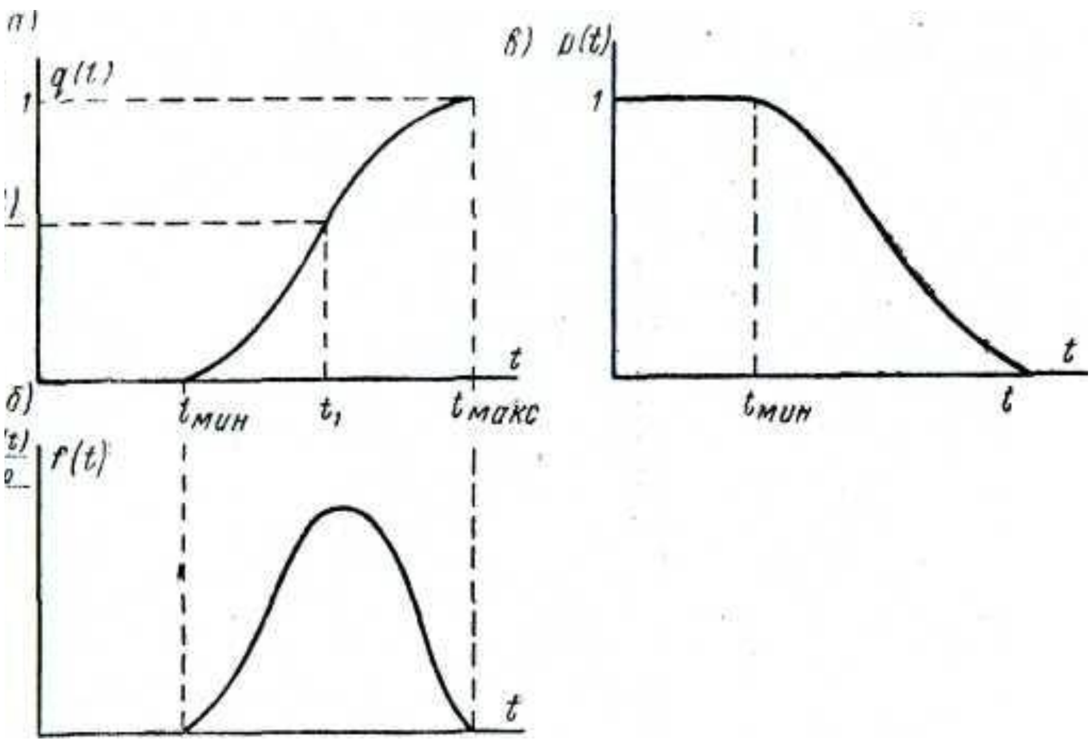


Рисунок 1.1 – Графічне зображення результатів випробування партії елементів: а) залежність $Q(t)=n(t)/N_o$, б) залежність $dq(t)/dt$, в) залежність надійності $P(t)$ (ймовірність безвідмовної роботи).

З визначення щільності ймовірності *f(x)* випливає, що

$$\int_{-\infty}^{x} \cdot f(x)\,dx = F(x).$$

Якщо взяти цей інтеграл в межах від -∝ до +∝, то, оскільки *F(+∝)=1*, отримаємо

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

Для встановлення ймовірності будь-якої події часто вдаються до ергодичної гіпотези. Суть її полягає у припущенні, що, наприклад, по випробуванню ряду зразків можна судити про ймовірність тих чи інших властивостей окремого зразка того ж типу. Так, у прикладі про безвідмовність роботи (рис. 1.1, а) величину $n_1(t)/N_0$ можна розглядати як ймовірність того, що невипробуваний зразок даного виробу вийде з ладу через час $< t_1$.

Для характеристики випадкової величини існує понятя ***математичне очікування*** (інакше ***середня величина***), яке для перервної випадкової величини визначається за формулою.

$$M[X] = x_1p_1 + x_2p_2 + \ . \ . \ . \ x_np_n = \sum_1 x_ip_i \tag{1.5}$$

де x_i - значення випадкової величини,

p_i - ймовірність випадкової величини x_i.

Для неперервної випадкової величини математичне очікування визначається в інтегральній формі

$$M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)$$

або

$$M[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$

оскільки, виходячи з визначення *f(x)*,

$$f(x)\,dx = dF(x)$$

Якщо існує неперервна функція *φ(x)* випадкової величини *X* з щільністю ймовірностей *f(x)*, то математичне очікування *φ(x)* визначається виразом

$$M[\varphi(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) f(x)\,dx \tag{1.6}$$

В системі автоматизованого управління можуть виникати відмови (виходи з ладу) елементів, з яких вона складається, або всієї системи.

Відмовою (виходом з ладу) елемента (або системи) називається повна або часткова втрата ним працездатності.

Надійністю елемента (або системи) $P(t)$ називають ймовірність його безвідмовної роботи за певний проміжок часу або за виконання певної операції.

Нехай для суждення про ймовірність безвідмовної роботи елемента неперервної дії (опору, лампи, напівпровідників і т. п.) випробовують на надійність групу таких елементів у кількості N_0. Фіксуючи час виходу з ладу кожного елемента та зображуючи графічно залежність відношення кількості $n(t)$ елементів, що вийшли з ладу, до N_o, $n(t)/N_o=\varphi(t)$, (рис. 1.1,а), можно встановити, що елементи почали виходити з ладу з моменту $t_{мін}$, а останній елемент відмовив у момент $t_{макс}$, (обидва моменти відлічуються від початку роботи $t = 0$). Тоді, виходячи з ергодичної гіпотези, ймовірність відмови $Q\ (t)$ будь-якого нового елемента того ж типу, що працює в тих же умовах, що і випробувана група, буде зображуватися тієї ж кривою (рис. 1.1,а). Отже,

$$Q(t) = n(t) / N_o \ . \qquad (1.7)$$

Безвідмовна робота і відмова в роботі є подіями протилежними, отже, сума їх ймовірностей буде дорівнювати одиниці

$$P(t) + Q\ (t) = 1. \qquad (1.8)$$

Звідси

$$P\ (t) = 1 - Q\ (t). \qquad (1.9)$$

Отже, крива надійності буде зображуватися тієї ж кривою рисунку 1.1,а, якщо відлік ординат вести від пунктирної лінії, що йде паралельно осі часу на відстані, що дорівнює одиниці. На рисунку 1.1, в показана крива надійності того ж елемента, зображена як завжди - з відліком надійності вгору від осі абсцис.

Очевидно, чим більша кількість N_0, тим більша кількість точок буде на кривій надійності і тим більш плавною буде ця крива.

Приклад виконання завдання

Завдання. Результати випробувань на надійність партії N_0= 1000 електронних ламп наведені в таблиці 1.2. В графі 1 вказано інтервал часу, на протязі якого вийшло з ладу Δn_k ламп (графа 2). За результатами випробувань розрахувати і побудувати залежності $Q\ (t)$ і $P\ (t)$ для ламп такого ж типу. За даними таблиці 1.1 знайти значення середнього напрацювання на відмову $T_{ср}$.

Таблиця 1.2 – Результати випробувань партії електронних ламп

t	Δn_k	$n_k(t)$	$Q\ (t)$	$P\ (t)$
1	2	3	4	5
0-1000	20	20	0,02	0,98
1000-2000	25	45	0,045	0,955
2000-3000	35	80	0,08	0,92
3000-4000	50	130	0,13	0,87
4000-5000	30	160	0,16	0,84
5000-6000	50	210	0,21	0,79
6000-7000	40	250	0,25	0,75
7000-8000	40	290	0,29	0,71
8000-9000	50	340	0,34	0,66
9000-10000	30	370	0,37	0,63
10000-11000	40	410	0,41	0,59
11000-12000	40	450	0,45	0,55
12000-13000	50	500	0,50	0,50
13000-14000	40	540	0,54	0,46
14000-15000	50	590	0,59	0,41
15000-16000	40	630	0,63	0,37
16000-17000	50	680	0,68	0,32
17000-18000	40	720	0,72	0,28
18000-19000	50	770	0,77	0,23
19000-20000	35	805	0,805	0,195
20000-21000	35	840	0,84	0,16
21000-22000	50	890	0,89	0,11
22000-23000	35	925	0,925	0,075
23000-24000	25	950	0,95	0,05
24000-25000	30	980	0,98	0,02
25000-26000	20	1000	1,00	0

Рішення. В графі 3 знаходимо значення сумарної кількості відмов від початку випробувань $n_k(t) = \Sigma\Delta n_k$. Оскільки $Q\ (t) = n_k(t)/N_0$, а $N_0 = 1000$, то дані графи 3, помножені на 10^{-3} дадуть значення $Q\ (t)$ (графа 4). Залежність $P\ (t)$, отримана відніманням від одиниці значення $Q\ (t)$,наведена у графі 5.

Графіки залежності $P\ (t)$ і $Q\ (t)$ побудовані на рисунку 1.2.

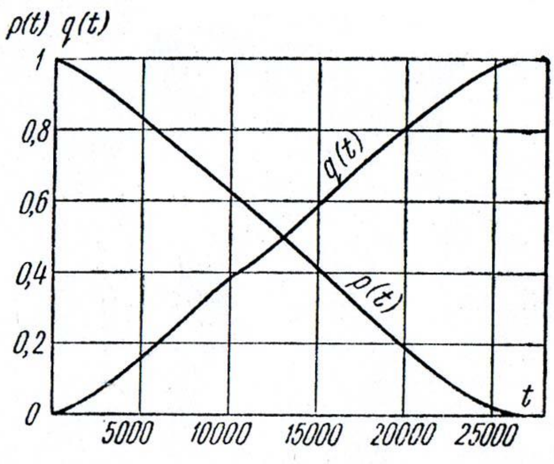


Рисунок 1.2 – Графіки залежності $P\ (t)$ і $Q\ (t)$.

Практична робота № 2

ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ТА ЧАСТОТИ ВІДМОВ

Завдання. За даними роботи № 1 знайти значення середнього напрацювання на відмову T_{cp}. Визначити інтенсивність відмов $\lambda(t)$ та частоту відмов $a(t)$. Побудувати графіки залежності $\lambda(t)$ та $a(t)$.

Теоретичні відомості

На практиці важко неперервно спостерігати за станом і параметрами кожного елемента у великій групі досліджуваних елементів. Тому спостереження проводять через певні інтервали Δt і визначають $Q(t)$ і $P(t)$ для кожного часу t за формулами

$$q(t) \approx \frac{\Sigma \Delta n_k}{N_0} \tag{2.1}$$

$$p(t) \approx \frac{N_0 - \Sigma \Delta n_k}{N_0}, \tag{2.2}$$

де $\Sigma \Delta n_k$ – кількість елементів, що вийшли з ладу за час $t_{cp.k}$ (час від початку аипробувань до середини відрізку Δt_k).

Ймовірна тривалість роботи елемента визначається ***середнім часом несправної роботи*** (інакше - напрацюванням на відмову), який може бути визначений за формулою

$$T_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N_0} \tag{2.3}$$

де - t_i - час справної роботи i-го елемента.

При спостереженнях через певні проміжки часу слід користуватися наближеною формулою

$$T_{cp} \approx \frac{\sum_{k=1}^{k=m} \Delta n_k t_{cp.k}}{N_0} \tag{2.4}$$

де Δn_k – кількість елементів, що вийшли з ладу за час в інтервалі Δt,

$$t_{cp.k} = \frac{t_{k-1} + t_k}{2},$$

t_{k-1} - час на початку k-го інтервалу,

t_k - час в кінці k -го інтервалу,

$m = t_{макс} / \Delta t$ - кількість інтервалів;

Δt - тривалість інтервалів, через які спостерігається стан елементів,

$t_{макс}$ - найбільша тривалість роботи елемента (рис.1.1а).

Однією з істотних характеристик надійності є ***інтенсивність відмов***

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{N(t)\,\Delta t} \tag{2.5}$$

де $\Delta n(t)$ - кількість елементів, які відмовили за проміжок часу Δt,

$N(t) = (N_{k-1} + N_k) / 2$ - середня кількісь елементів, які працювали справно в інтервалі часу Δt,

N_{k-1} - кількість елементів, що справно працювали на початку інтервалу Δt,

N_k - кількість елементів, що справно працювали в кінці інтервалу Δt.

Якщо розглядати криву відмов як неперервну криву (при $N_0 \to \propto$), то інтенсивність відмов може бути зображена в диференціальній формі у вигляді

$$\lambda(t) = \frac{dn(t)}{N(t)\,dt} \tag{2.6}$$

Частотою відмов називають величину

$$a(t) = \frac{\Delta n(t)}{N_0\,\Delta t} \tag{2.7}$$

(позначення ті ж, що і в попередніх формулах). Або в диференціальній формі

$$a(t) = \frac{dn(t)}{N_0 dt} \tag{2.8}$$

Наведені основні поняття розглядалися стосовно елементів неперервної дії системи автоматизації. Але будь-який елемент - лампа, транзистор - складається з ряду інших, менших елементів (наприклад, лампа складається з балона, нитки напруження, сітки, ніжок тощо), тому кожен елемент може бути розкладений на деяку кількість простіших елементів. У свою чергу система автоматизації або її блок складаються з ряду елементів. Тому наведені характеристики надійності можуть відноситись і до елементів, і до блоків, і до цілих систем.

Приклад виконання завдання

Завдання. В графі 4 таблиці 2.1 підраховуємо добуток $\Delta n_k \cdot t_{cp.k}$. Величину $t_{cp.k}$ беремо як среднеє між двома вказаними значеннями на кожному рядку. Так, наприклад, для другого рядка $t_{cp.k}$ = (1000+2000) / 2 = 1500 год.

Підсумок графи 4 дає значення $\Delta n_k \cdot t_{cp.k}$. Звідси $T_{cp.} = 12797{,}5 \cdot 10^3 / 1000 = 1{,}28 \cdot 10^3$ год.

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ обчислюється за формулою (14), а частота відмов $a(t)$ – за формулою (16).

Розрахунок зроблено в таблиці 2.1. У графі 5 зазначено кількість елементів N_k, що залишились в роботі до кінця k-го відрізку часу; у графі 6 - середня кількість елементів за k-й відрізок часу

$$N(t) = (N_{k-1} + N_k) / 2$$

У графі 7 наведено значення $\lambda(t)$, а в графі 8 - $a(t)$.

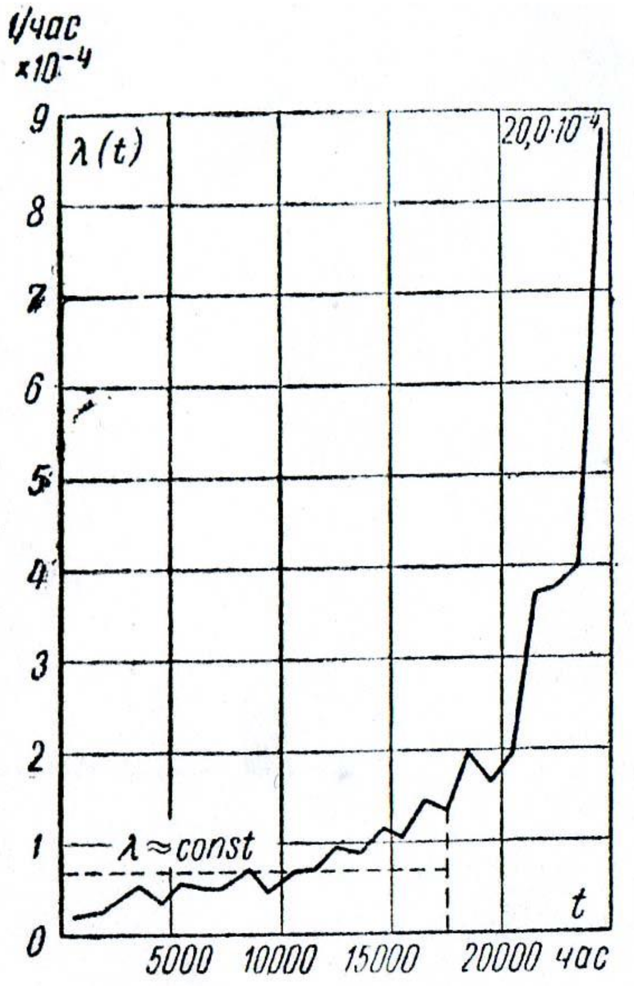
Криві $\lambda(t)$ і $a(t)$ зображені на рисунку 2.1.

Таблиця 2.1 – Результати обчислень

t	Δn_k	$n_k(t)$	$\Delta n_k \cdot t_{cp.k}$	N_k	$N(t)$	$\lambda(t) \cdot 10^{-4}$	$a(t) \cdot 10^{-4}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0-1000	20	20	10000	980	990	0,202	0,20
1000-2000	25	45	37500	955	968	0,259	0,25
2000-3000	35	80	87500	920	938	0,375	0,35
3000-4000	50	130	175000	870	895	0,560	0,50
4000-5000	30	160	135000	840	855	0,350	0,30
5000-6000	50	210	275000	790	815	0,613	0,50
6000-7000	40	250	260000	750	770	0,520	0,40
7000-8000	40	290	300000	710	730	0,535	0,40
8000-9000	50	340	425000	660	685	0,730	0,50
9000-10000	30	370	285000	630	645	0,467	0,30
10000-11000	40	410	420000	590	610	0,655	0,40
11000-12000	40	450	460000	550	570	0,705	0,40
12000-13000	50	500	625000	500	525	0,950	0,50
13000-14000	40	540	540000	460	480	0,835	0,40
14000-15000	50	590	725000	410	435	1,15	0,50
15000-16000	40	630	620000	370	390	1,02	0,40
16000-17000	50	680	825000	320	345	1,45	0,50
17000-18000	40	720	700000	280	300	1,33	0,40
18000-19000	50	770	925000	230	255	1,95	0,50
19000-20000	35	805	682500	195	213	1,65	0,35
20000-21000	35	840	717500	160	178	1,98	0,35
21000-22000	50	890	1075000	110	135	3,7	0,50
22000-23000	35	925	787500	75	93	3,78	0,35
23000-24000	25	950	587500	50	63	4,0	0,25
24000-25000	30	980	735000	20	35	8,80	0,30
25000-26000	20	1000	510000	0	10	20,0	0,20

$$\Sigma \Delta n_k \cdot t_{cp.k} = 12925000$$

а)



б)

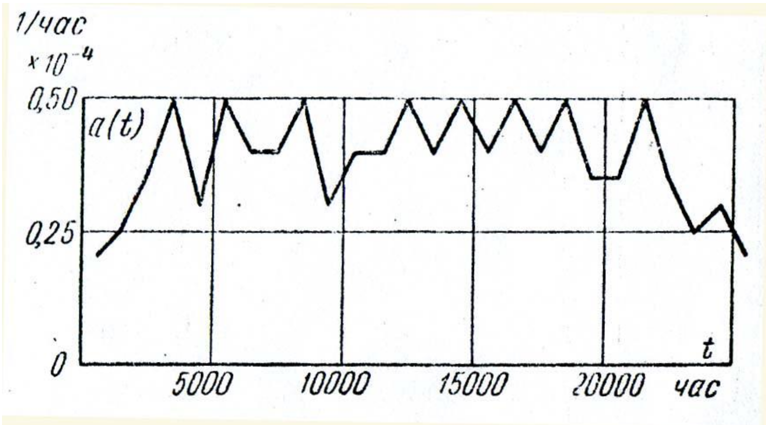


Рисунок 2.1 – Графіки залежності $\lambda(t)$ (а) та $a(t)$ (б).

Практична робота № 3

ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПОКАЗНИКІВ БЕЗВІДМОВНОСТІ СИСТЕМИ

Завдання. За даними роботи № 2 визначити середнє значення інтенсивності відмов λ та визначити значення середньої частоти відмов h_{cp}.

Теоретичні відомості

Для елементів і систем неперервної дії найбільшого поширення набула експоненціальна формула надійності. Для її виведення скористаємося наведеними раніше виразами (1.8), (2.6) і (2.8).

Оскільки $q(t) = \dfrac{n(t)}{N_0}$, то, взявши похідну, отримаємо

$$q'(t) = \frac{dn(t)}{N_0\,dt}. \tag{3.1}$$

Порівнюючи цей вираз з (2.8), бачимо, що *a (t) = q' (t)*. Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{dn(t)}{N(t)\,dt} \tag{3.2}$$

Кількість елементів, що працюють в момент *t*, очевидно, має дорівнювати різниці між загальною кількістю елементів *No* в групі і кількістю елементів, що вийшли з ладу, *n (t)*. Тоді

$N(t) = N_0 - n(t)$ і $\lambda(t) = \dfrac{dn(t)}{[N_0 - n(t)]\,dt}$.

Помноживши і розділивши на *No* праву частину останнього рівняння, одержимо

$$\lambda(t) = \frac{dn(t)}{N_0 dt} \cdot \frac{N_0}{N_0 - n(t)} = a(t) \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{n(t)}{N_0}} \tag{3.3}$$

Оскільки $\dfrac{n(t)}{N_0} = q(t)$, то $1 - \dfrac{n(t)}{N_0} = 1 - q(t) = p(t).$

Взявши від останнього виразу похідну, отримаємо *–q'(t)=p'(t).*
Тоді вираз (3.2) можна представити у вигляді

$$\lambda(t) = -\frac{p'(t)}{p(t)}. \tag{3.4}$$

Взявши інтервал від *0* до *t*, отримаємо $\int_0^t \lambda(t)\,dt = -\ln p(t).$ Після потенціювання

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)\,dt}. \tag{3.5}$$

Якщо вважати на підставі дослідних характеристик, що $\lambda(t)=const$, то (3.5) набуде вигляду

$$p(t) = e^{-\lambda t}. \tag{3.6}$$

Формула (3.6) може бути названа **основною експоненційною формулою надійності.**

Ця формула по суті відображає ймовірність безвідмовної роботи для наступних випадків:

1) для відрізку часу t, не більшого ділянки характеристики $\lambda(t)$ з постійними значеннями λ (на ділянці t_1 – t_2, рисунка 3.1) за умови попереднього припрацювання елемента протягом часу t_1.
2) у необмежений час при використанні також припрацьованих елементів, що неперервно замінюються після перебігу часу, який відповідає постійності λ. Такі умови роботи відповідають багатьом спеціальним об'єктам.

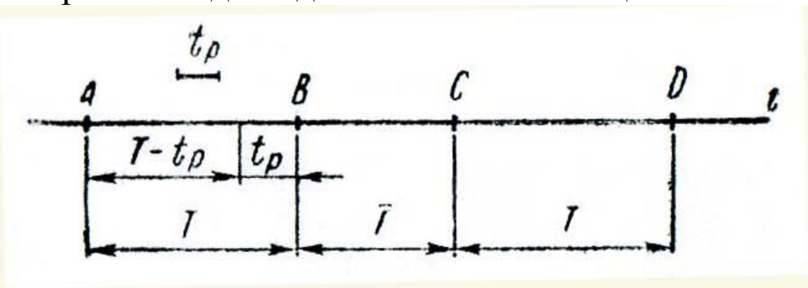


Рисунок 3.1 – Точки відмов на осі часу

Середня частота відмов h_{cp} може бути розрахована за формулою (спостереження через інтервали часу Δt)

$$h_{cp} = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} h_k \Delta n_k}{N_0} \tag{3.7}$$

де Δn_k - кількість елементів, що вийшли з ладу за час в інтервалі Δt;

$h_k = 1/ t_{cp.k}$; $t_{cp.k}$ – час справної роботи k-ї групи елементів, що дорівнює $t_{cp.k} = \frac{t_{k-1} + t_k}{2}$, t_{k-1} і t_k – час на початку і в кінці інтервалу Δt.

Приклад виконання завдання

Завдання. Для визначення λ треба знайти ділянку кривої, де ця величина не змінюється. Як видно з рисунка 3.1, такою ділянкою можна наближено вважати ділянку від $t_1 = 0$ до $t_2 = 17500$. На цій ділянці $\lambda \approx 0{,}7 \cdot 10^{-4}$.

Для визначення значення h_{cp} для електронних ламп прикладу 2 розрахунок проводимо у таблиці 3.1. У графі 3 визначено значення h для кожного інтервалу часу як $h_k = 1/t_{cp.k}$. У графі 4 знайдемо добуток $h_k \cdot \Delta n_k$. Підсумок графи 4 дає $\sum_{k=1}^{k=m} h_k \Delta n_k$. Отже, виходячи з формули (3.7),

$$h_{cp} = \frac{1601{,}8}{1000} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-4}.$$

(год$^{-1}$)

Таблиця 3.1 – Розрахунок частоти відмов

t	Δn_k	$h_k \cdot 10^{-4}$	$h_k \cdot \Delta n_k \cdot 10^{-4}$
1	*2*	*3*	*4*
0-1000	20	20	400
1000-2000	25	6,6	165
2000-3000	35	4,0	140
3000-4000	50	2,96	148
4000-5000	30	2,22	66,6
5000-6000	50	1,82	91,0
6000-7000	40	1,54	61,0
7000-8000	40	1,33	52,3
8000-9000	50	1,17	58,5
9000-10000	30	1,05	31,5
10000-11000	40	0,95	38,0
11000-12000	40	0,87	34,8
12000-13000	50	0,80	40,0
13000-14000	40	0,74	29,5
14000-15000	50	0,69	34,5
15000-16000	40	0,645	25,8
16000-17000	50	0,605	30,2
17000-18000	40	0,572	22,8
18000-19000	50	0,542	27,1
19000-20000	35	0,513	18,0
20000-21000	35	0,490	17,2
21000-22000	50	0,465	23,2
22000-23000	35	0,445	15,5
23000-24000	25	0,425	10,6
24000-25000	30	0,408	12,3
25000-26000	20	0,390	7,8

$\Sigma\, h_k \cdot \Delta n_k = 1601{,}8$

Практична робота № 4

ПОБУДОВА ГІСТОГРАМИ І ПОЛІГОНУ РОЗПОДІЛУ

Мета: навчитись виконувати статистичну оцінку даних, здійснювати чисельне та графічне її представлення.

Теоретичні відомості

Статистичні дані являють собою дані, отримані в результаті дослідження великого числа об'єктів або явищ; це означає, що математична статистика має справу з масовими явищами.

Первинні дані записуються або в алфавітному порядку, або по номеру їх отримання в масив даних.

Перший стан представлення даних - це звичайне впорядкування оцінок від max до min. Таке представлення називають ***незгрупованим рядом***. Такий список можна скоротити, класифікуючи певну ознаку по розподілу частот (підрахувавши скільки разів така ознака зустрічається у списку).

Наприклад, у виборці {156,156,156,156,158,158,158,158,158,159,160, 160,160,161,162,162,162,163,164,164,164,164,164,164,164,164,164,164,164,165, 166,
167,167,167,168,168,168,168,170,170,170,170,170,172,172,172,174,174,175, 180,187}

156 зустрічається 4 рази,	163 – 1	170 – 5
158 – 5 разів,	164 – 11	172 – 3
159 – 1 раз,	165 – 1	174 – 2
160 – 3 рази,	166 – 1	175 – 1
161 – 1 раз,	167 – 3	180 – 1
162 – 3 рази,	168 – 4	187 – 1

При великій кількості даних (від 50 і т. д.) дані групують по розрядах. Звичайно кількість розрядів приймаються від 12 до 15.

Для цього визначають розмах:

Максимальне число виборки– 187

Мінімальне число – 156

розмах = різниця + 1 =187 – 156 + 1 = 31 + 1 = 32.

Вибирають інтервал розрядів:

32/12 =2,67

32/15 =2,13

Так як використовувати не цілий інтервал складно і незручно, то заокруглюємо обидва інтервали до 3.

На наступному етапі необхідно створити достатню кількість розрядів, які включають максимальне і мінімальне число: для цього до найменшого значення (у нашому випадку – 156) додають інтервал (у прикладі – 3) і отримують верхню межу розряду (159). Це значення в свою чергу стає нижньою межею наступного розряду: 159+3=162 і т.д.:

156-159
159-162
162-165
165-168
168-171
171-174
174-177
177-180
180-183
183-186
186-189

Далі обчислюють кількість даних з виборки, які потрапили у кожен розряд, при цьому величину нижньої межі розряду враховують, а верхньої - не враховують.

Наприклад, у розряд 156 – 159 попадає 9 значень з виборки,
у розряд 159 – 162 - 5 значень
162 – 165 – 15
165 –168 – 5
168 –171 – 9
171 – 174 – 3
174 – 177 – 3
177 – 180 – 0
180 – 183 – 1
183 – 186 – 0
186 – 189 – 1

Таким чином отримується числове представлення розподілу частот. Але воно не дає нам зовсім ясної картини. Існує 3 загальних методи графічного представлення розподілу оцінок:

- ***гістограма (стовпчикова діаграма) ;***
- ***полігон розподілу ;***
- ***згладжена крива ;***

Гістограма **-** послідовність стовпчиків, кожен з яких опирається на один розрядний інтервал, а висота його відображає число випадків (частоту) у цьому інтервалі (рис.4.1). Для більшої ясності шкалу прийнято розповсюджувати на один інтервал вправо і вліво від повного діапазону. Для того, щоб фігура не отрималась сильно приплюснутою або витягнутою, вибирають шкали так, щоб відношення висоти до ширини шкал було біля 3:5.

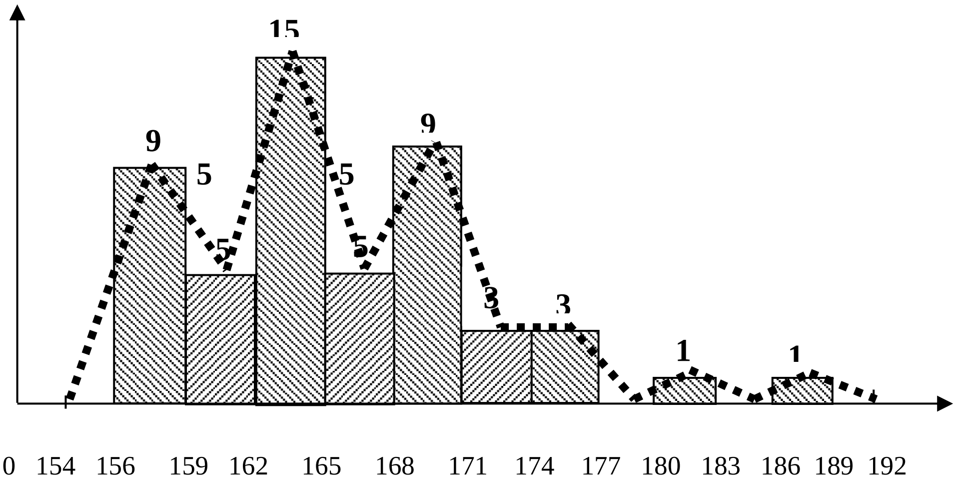


Рисунок 4.1 – Гістограма розподілу та полігон розподілу.

Полігон розподілу отримується, коли в діаграмі середини кожного стовпчика з’єднати відрізками. Так як на розрядах справа і зліва від діапазону розмірів частота має нульове значення, то кратні точки полігону з’єднують з координатною віссю на серединах цих розрядів (див. пунктир на рис.4.1).

Інколи замість гістограми або полігону розподілу будують ***згладжену криву***. Різниця між полігоном розподілу і згладженою кривою в тому, що згладжена лінія проводиться по точках настільки близько, наскільки це можливо.

Дуже широко при представленні оцінок використовується крива процентілей (рис. 4.2).

ЗАДАНА ОЦІНКА	ЧАСТОТА	НАКОПЛЕНА ЧАСТОТА	НАКОПЛЕНИЙ %	ШКАЛА ВІДСОТКІВ 10 20 30 40 50 60 70 80 90
186 - 189	1	51	100	
183 – 186	0	50	98	
180 – 183	1	50	98	
177 – 180	0	49	96	
174 – 177	3	49	96	
171 – 174	3	46	90	
168 – 171	9	43	84	
165 – 168	5	34	67	
162 –165	15	29	57	
159 – 162	5	14	28	
156 - 159	9	9	18	

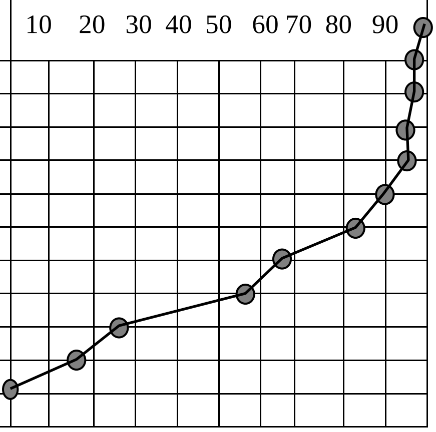


Рисунок 4.2 – Крива процентілей

Загальні правила при побудові графіків

1. Загальна структура графіка повинна передбачати читання зліва направо.
2. Вертикальну шкалу для кривої незалежно від її призначення необхідно вибирати так, щоб на малюнку існувала нульова точка.
3. Нульові лінії шкал необхідно різко відділяти від інших координатних ліній.
4. Коли шкали відносяться до дат, а період, що представляється, неповний, краще не відділяти останні ординати, так як діаграма не відмічає початок та кінець часу.
5. Криві лінії діаграми повинні чітко відрізнятись від прямих.
6. Для групи кривих, які характеризують групу спостережень, необхідно приймати однакові позначення.
7. Горизонтальну шкалу необхідно читати зліва направо, а вертикальну – знизу вверх.
8. Цифри на шкалах необхідно проставляти зліва і знизу або вздовж відповідних осей.
9. Часто бажано винести на криву цифрові дані або формулу.
10. Якщо цифрові дані не попали в графік, їх бажано подати в таблиці, що супроводжує графік.

Хід роботи

1. Створити незгрупований ряд даних.
2. Визначити розмах і розбити виборку на розряди - створити згрупований ряд даних.
3. Отримати числове представлення розподілу частот.
4. По отриманих даних побудувати гістограму розподілу.
5. Побудувати полігон розподілу.
6. Побудувати згладжену криву.
7. Зробити висновки.

Практична робота № 5

СТАТИСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ЧИСЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Мета: навчитись визначати міри центральної тенденції та міри мінливості.

Теоретичні відомості

До мір центральної тенденції відносять моду, медіану та середню.

Найпростішою мірою центральної тенденції є мода**.** ***Мода*** – це таке значення у множині спостережень, що зустрічається найчастіше. Але не будь-яка сукупність значень має моду у точному значенні цього визначення, тому робоче визначення моди включає певні особливості та угоди.

У сукупності значень {2,6,6,8,9,9,9,10} модою є число 9, тому, що це значення зустрічається частіше, ніж інші. При цьому модою є саме значення числа (9), а не частота появи цього значення (3).

Угоди про використання моди

1. У випадку, коли всі значення в групі зустрічаються однаково часто, прийнято вважати, що група оцінок не має моди. Наприклад, {0.5,0.5,1.6,1.6,3.9,3.9}
2. Якщо два сусідніх значення мають однакову частоту, більшу за частоту інших значень, то модою є їх середнє значення. Модою групи значень {0,1,1,2,2,2,3,3,3,4} є 2.5.
3. Якщо два несусідні значення в групі мають однакову частоту, більшу за частоту інших значень, то існує 2 моди. В такому випадку говорять, що група бімодальна. У групі значень {10,11,11,11,12,13,14,14,14,17} модами є 11 і 14.

Медіана представляє значення, яке ділить впорядковану множину даних на половини так, що одна половина значень виявляється більшою від медіани, а друга – меншою.

Обчислення медіани

1. Якщо виборка містить непарну кількість значень, то медіаною є середнє значення для випадку, коли дані впорядковані у порядку зростання. Наприклад, для виборки {11,13,18,19,20} медіаною є 18.
2. Якщо виборка містить парну кількість значень, то медіаною є точка, що лежить посередині двох центральних значень, коли вони впорядковані. Наприклад, для виборки {4,9,13,14} медіана дорівнює Md=(9+13)/2=11.
3. Якщо у виборці є об'єднані класи даних, особливо в околі медіани, можливим буде табулювання частот. Нехай, наприклад, дано 51 значення, впорядковане і розбите на інтервали:

Задана оцінка	*Частота*	
186 - 189	1	
183 – 186	0	
180 – 183	1	
177 – 180	0	
174 – 177	3	
171 – 174	3	
168 – 171	9	
165 – 168	5	
162 –165	15	- інтервал медіани
159 – 162	5	накопичена частота до інтервалу
156 - 159	9	медіани дорівнює 14

Оскільки всіх значень 51, то медіаною повинне бути 26-е. Але 26-е значення знаходиться в інтервалі 162-165. Існує формула, що дозволяє знайти медіану для будь-якого як згрупованого, так і незгрупованого розподілу частот.

$$Md = \left(\begin{array}{c}\textit{Фактична}\\ \textit{нижня границя}\\ \textit{інтервалу медіани}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\textit{ширина}\\ \textit{інтервалу}\\ \textit{медіани}\end{array}\right) \cdot \left(\frac{(n/2) - \left(\begin{array}{c}\textit{частота, накопичена до}\\ \textit{інтервалу медіани}\end{array}\right)}{\textit{частота в інтервалі медіани}}\right) \qquad (5.1)$$

За цією формулою медіана зазначеної виборки дорівнює

$$Md = 162 + 3 \cdot \left(\frac{51/2 - 14}{15}\right) = 164{,}30$$

.

Розрахункове значення Md=164,30, табличне – 164. Похибка становить

164,0 – 100 %
0,30 - х % $\qquad$ х=(0,30·100)/164,0=0,18 %

Якщо дана виборка з *n* об’єктів, у яких вимірюється деяка характеристика і отримуються значення $X_1, X_2, \ldots, X_n$, то у цій виборці можна знайти таку міру центральної тенденції, як вибіркова середня, або просто середня.

Середня сукупності *n* значень позначається через $\overline{X}$ і визначається як

$$\overline{X} = \frac{(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)}{n} \quad \text{або} \quad \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (5.2)$$

Міри центральної тенденції свідчать про концентрацію групи значень на числовій шкалі. При такому поданні нехтують відмінностями, що існують між окремими значеннями.

Для вимірювання варіацій оцінок, всередині групи необхідно застосовувати характеристики, відмінні від мір центральної тенденції, а саме такі, що слугують *мірою мінливості* групи значень. До них відносять неоднорідність, розмах та дисперсію.

Розмах – це різниця між мінімальним і максимальним значеннями у групі спостережень. Наприклад, розмах групи {0,2,3,5,8} становить 8-0=8, а групи {-0.2,0.4,0.8,1.6} – становить 1.6-(-0.2)=1.8. Розмах є досить грубою мірою мінливості, тому використовується для попередньої оцінки варіації.

Значення відхилень, а це ($X_i - \overline{X}$), несуть інформацію про варіацію сукупності значень. Така міра мінливості називається ***дисперсією*** і має вигляд:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1} \qquad (5.3)$$

S_x^2 називається незміщеною оцінкою генеральної дисперсії σ^2.

Мірою мінливості, тісно пов'язаною з дисперсією, є стандартне відхилення. ***Стандартне відхилення***, яке позначається S_x, визначається, як позитивне значення кореня квадратного з дисперсії:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}} \qquad (5.4)$$

Хід роботи

1. Створити незгрупований ряд даних.
2. Визначити розмах і розбити виборку на розряди - створити згрупований ряд даних.
3. Отримати числове представлення розподілу частот.
4. Визначити моду
5. Користуючись формулою /5.1/, визначити медіану.
6. Користуючись формулою /5.2/, визначити середню.
7. Зробити висновок.
8. Визначити розмах виборки.
9. Користуючись формулою /5.3/, визначити дисперсію.
10. Користуючись формулою /5.4/, визначити стандартне відхилення.
11. Зробити висновок.

Практична робота № 6

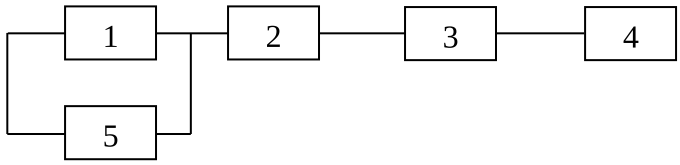
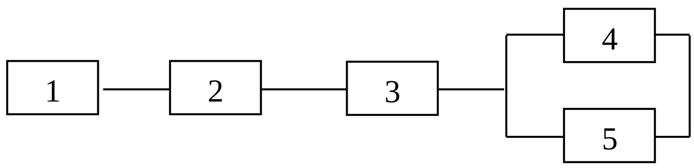
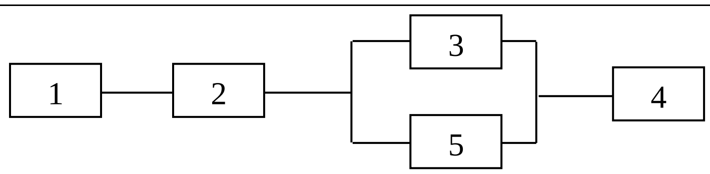
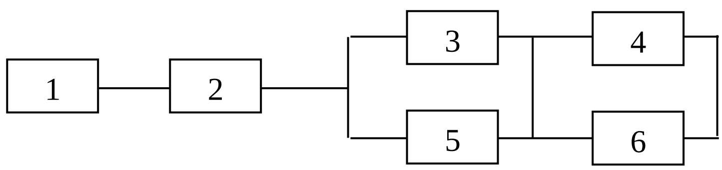
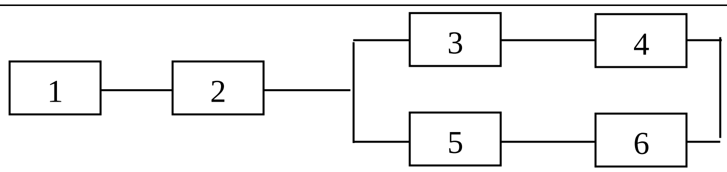
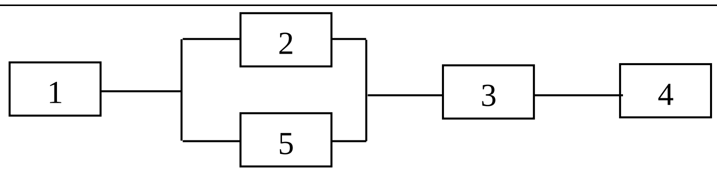
ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ПОСЛІДОВНО – ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ АСУ

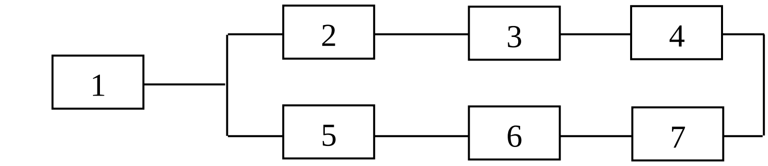
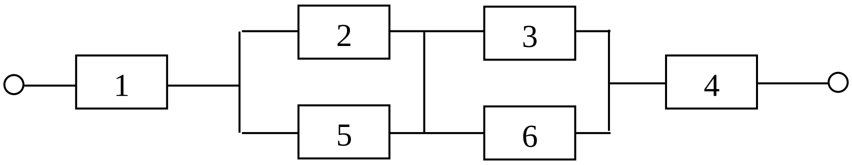
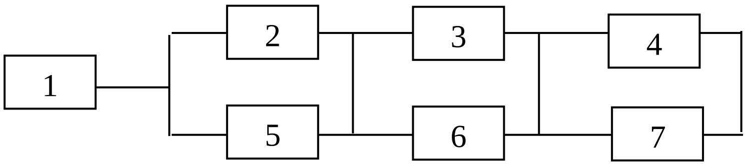
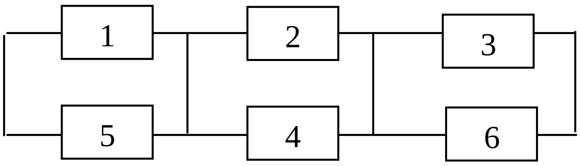
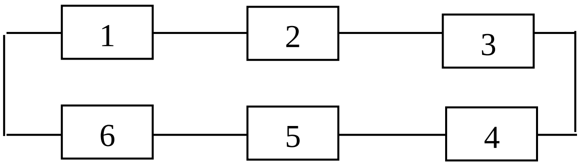
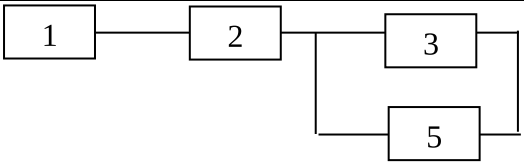
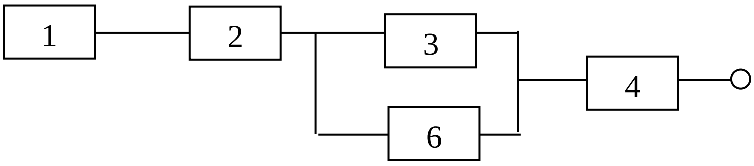
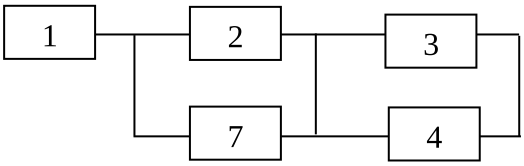
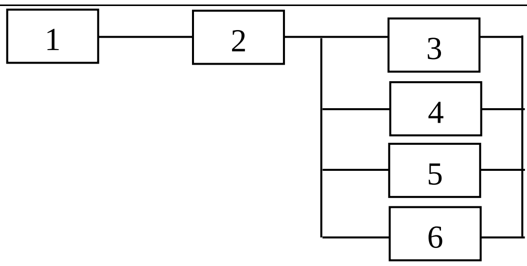
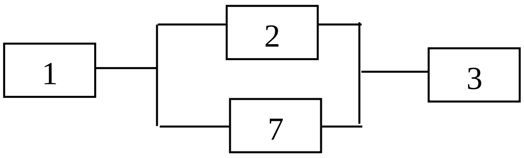
Завдання. Визначити показники інтенсивності виникнення відмови системи Λ_c, ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, ймовірність відмов $Q_c(t)$ невідновлюваної системи послідовно – паралельної структури, що містить n типів засобів, якщо відомі інтенсивності виникнення відмов кожного засобу АСУ λ_i:

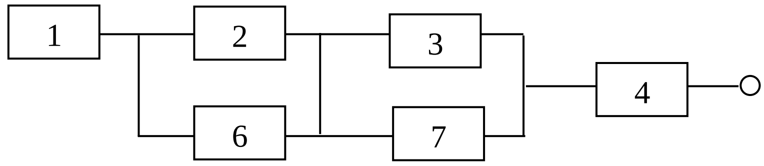
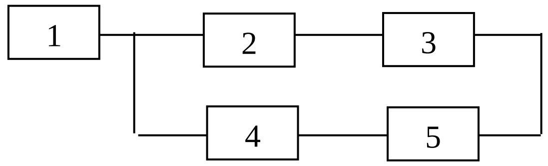
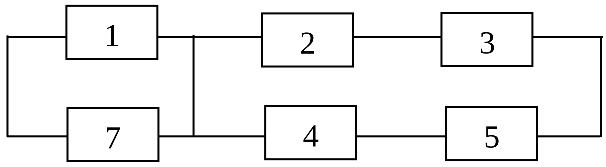
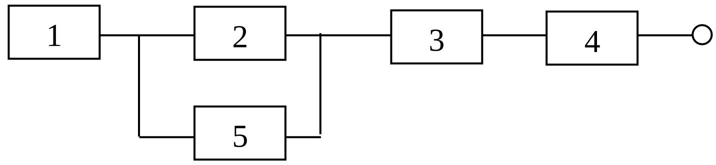
$\lambda_1 = 7{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 12{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 52{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_4 = 3{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$;
$\lambda_5 = 81{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_6 = 15{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_7 = 10^{-7}$ год$^{-1}$;
$t_p = 1000000$ год.

В таблиці 6.1 приведені варіанти послідовно – паралельних структур.

Таблиця 6.1 – Варіанти послідовно – паралельних структур.

№ варіанту	Послідовно – паралельні структури
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	
16.	

17.	
18.	
19.	
20.	

Теоретичні відомості

Системою з послідовним з'єднанням елементів називається система, в якій відмова будь-якого елемента приводить до відмови всієї системи (рисунок 6.1). Таке поєднання елементів в техніці зустрічається найбільш часто, тому його називають основним з'єднанням.

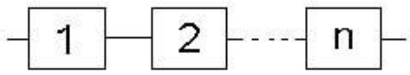


Рисунок 6.1 – Послідовне з'єднання елементів

Імовірність безвідмовної роботи системи з послідовним з'єднанням елементів при незалежності їх відмов *P (t)* дорівнює добутку ймовірностей безвідмовної роботи елементів:

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)...p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) = \prod_{i=1}^{n}(1 - q_i(t)) \qquad (6.1)$$

де p_i - ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента; n - кількість послідовно з'єднаних елементів, t - час роботи.

Відповідно, ймовірність відмови такої ТС

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - q_i). \qquad (6.2)$$

Якщо система складається з рівнонадійних елементів ($p_i = p$), то

$$P = p_i^n, \quad Q = 1 - (1 - q)^n. \qquad (6.3)$$

При λ (t)=const потік відмов називається *найпростішим* і саме він реалізується для більшості САР протягом періоду нормальної експлуатації від закінчення припрацювання до початку старіння та зносу.

Якщо всі елементи системи працюють у періоді нормальної експлуатації і має місце найпростіший потік відмов, напрацювання елементів і системи підкоряються експоненціальному розподілу (3.6).

Інтенсивність відмов системи при послідовному з'єднанні елементів і найпростішому потоці відмов дорівнює сумі інтенсивностей відмов елементів.

$$\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = const \qquad (6.4)$$

Для системи з n рівнонадійних елементів ($\lambda_i = \lambda$)

$$\Lambda = n\lambda \qquad (6.5)$$

Напрацювання до відмови T системи з n рівнонадійних елементів обчислюється як

$$T = \int_0^\infty e^{-n\lambda t} = \frac{1}{n\lambda}. \qquad (6.6)$$

Розрахунок структурної надійності системи з послідовнеим з’єднанням елементів можна вести двома способами:

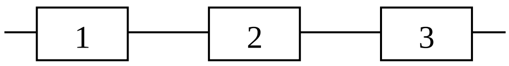
1-й спосіб: використовуючи формулу (6.4)

2-й спосіб: визначаючи ймовірність безвідмовної роботи кожного елемента і використовуючи формулу (6.1).

Приклад.

Визначити інтенсивність відмов системи з послідовним з’єднанням елементів, ймовірність безвідмовної роботи і ймовірність відмов системи, якщо відомі інтенсивності відмов кожного з елементів на момент часу t = 10^5 годин.

$\lambda_1 = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 23 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 5 \cdot 10^{-56}$ год$^{-1}$;



1-й спосіб:

Для визначення інтенсивності відмов використовуємо формулу 6.4:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 0.2 \cdot 10^{-6} + 23 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6} = 28.2 \cdot 10^{-6} \quad \text{год}^{-1}.$$

Імовірність безвідмовної роботи при експоненційному законs розподілу показників надійності

$$\mathrm{P_c}(100000) = e^{-28 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5} = e^{-2.82} = 0.0596$$

Ймовірність відмови

$$Q_c(100000) = 1 - P_c(100000) = 1 - 0.0596 = 0{,}9404$$

2-й спосіб:

Визначимо ймовірність безвідмовної роботи кожного елемента при експоненційному розподілі (3.6).

$$P_1(100000) = e^{-0.2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5} = 0.9802$$

$$P_2(100000) = e^{-23\cdot 10^{-6}\cdot 10^5} = 0.1003$$
$$P_3(100000) = e^{-5\cdot 10^{-6}\cdot 10^5} = 0.6065$$

Використовуючи формулу (6.1) для послідовного з’єднання елементів, визначаємо ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(100000) = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = 0,9802 \cdot 0,1003 \cdot 0,6065 = 0,0596$$

Висновки, які можна зробити із рішення задачі:

1. Чим більше елементів, що складають систему з послідовним з’єднанням елементів, тим вища інтенсивність відмов і, отже, нижча надійність системи.

2. Підсумкова ймовірність безвідмовної роботи системи з послідовним з’єднанням нижча від ймовірності безвідмовної роботи найнадійнішого елемента.

Системою з паралельним з'єднанням елементів називається система, відмова якої відбувається тільки у разі відмови усіх її елементів (рисунок 6.2).

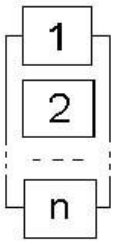


Рисунок 6.2 – Паралельне з'єднання елементів

Такі схеми надійності характерні для ТС, в яких елементи дублюються або резервуються, тобто паралельне з'єднання використовується як метод підвищення надійності. Однак такі системи зустрічаються і самостійно (наприклад, системи двигунів чотиримоторного літака або паралельне увімкнення діодів у потужних випрямлячах).

Для відмови системи з паралельним з'єднанням елементів протягом напрацювання t необхідно і достатньо, щоб всі її елементи відмовили протягом цього напрацювання. Ймовірність виникнення відмови:

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (6.7)$$

Відповідно, ймовірність безвідмовної роботи

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (6.8)$$

Для систем з рівнонадійних елементів ($p_i = p$)

$$Q = q^n \quad , \quad P = 1 - (1 - p)^n, \qquad (6.9)$$

При експоненційному розподілі напрацювання (3.6) вираз (6.9) прийме вигляд

$$P = 1 - [1 - \exp(- \lambda\, t)]^n, \qquad (6.10)$$

звідки після перетворень середнє напрацювання системи визначається

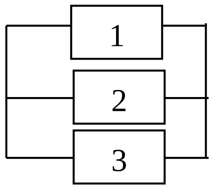
$$T_0 = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = T_{0i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\,, \tag{6.11}$$

де $T_{0i} = 1/\lambda_i$ - середнє напрацювання елемента.

Приклад.

Визначити ймовірність безвідмовної роботи і ймовірність виникнення відмов системи з паралельним з’єднанням елементів, якщо відомі інтенсивності відмов кожного з елементів на момент часу $t = 10^5$ годин.

$\lambda_1 = 0{,}2\cdot10^{-6}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 23\cdot10^{-6}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 5\cdot10^{-56}$ год$^{-1}$;



Визначимо ймовірність безвідмовної роботи кожного елемента при експоненційному розподілі (3.6).

$$P_1(100000) = e^{-0.2\cdot10^{-6}\cdot10^5} = 0.9802$$
$$P_2(100000) = e^{-23\cdot10^{-6}\cdot10^5} = 0.1003$$
$$P_3(100000) = e^{-5\cdot10^{-6}\cdot10^5} = 0.6065$$

Визначимо ймовірність виникнення відмов елементів:

$$Q_1(100000) = 1 - P_1 = 1 - 0{,}9802 = 0{,}0198$$
$$Q_2(100000) = 1 - P_2 = 1 - 0{,}1003 = 0{,}8997$$
$$Q_3(100000) = 1 - P_3 = 1 - 0{,}6065 = 0{,}3935$$

Використовуючи формулу (6.7) визначимо ймовірність відмови системи з паралельним з’єднанням елементів:

$$Q_c(100000) = Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 = 0{,}0198 \cdot 0{,}8997 \cdot 0{,}3935 = 0{,}007$$

Ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(100000) = 1 - Q_c(100000) = 1 - 0{,}007 = 0{,}993$$

Визначимо інтенсивність відмов системи з паралельно з’єднаних елементів. Якщо $P_c = e^{-\Lambda\cdot t}$, то

$$\ln(P_c) = \ln(e^{-\Lambda\cdot t})$$
$$\ln(P_c) = -\Lambda\cdot t$$
$$\Lambda = -\frac{\ln(P_c)}{t}$$

$$\Lambda = -\frac{\ln(0.993)}{100000} = 0.07025\cdot10^{-6}, \quad \text{год}^{-1}$$

Висновки, які можна зробити із рішення задачі:

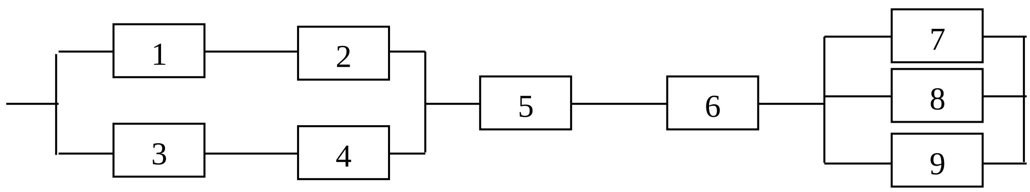
1. Чим більше елементів, що складають систему з паралельним з'єднанням елементів, тим нижча інтенсивність відмов і, отже, вища надійність системи.

2. Підсумкова ймовірність безвідмовної роботи системи вище від ймовірності безвідмовної роботи найнадійнішого елемента.

При розрахунку показників невідновлюваної системи необхідно послідовно – паралельну структуру системи перетворити в послідовну.

Приклад виконання завдання

Завдання. Визначити ймовірність безвідмовної роботи послідовно – паралельної системи P_c та інтенсивність відмов Λ_c при заданих показниках ймовірності безвідмовної роботи елементів, що входять в систему:
$P_1 =0{,}9$; $P_2 =0{,}95$; $P_3 =0{,}8$; $P_4 =0{,}85$; $P_5 =0{,}7$; $P_6 =0{,}75$; $P_7 =0{,}8$; $P_8 =0{,}8$; $P_9 =0{,}8$.



Рішення.

Необхідно звести складну структуру змішаного з'єднання до схеми, яка буде містити тільки послідовне з'єднання елементів. Для цього:

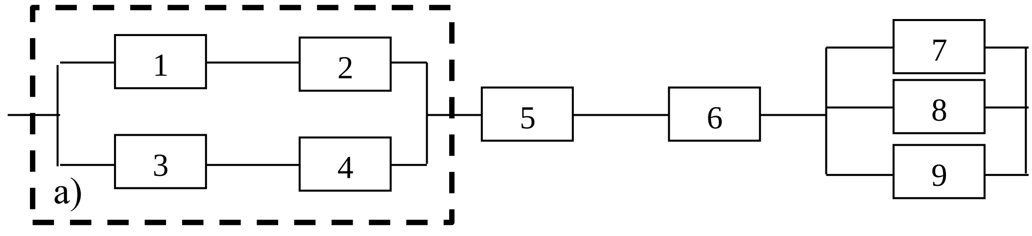
1. Визначаємо ймовірність безвідмовної роботи послідовного з'єднання елементів 1 і 2:

$$P_{12} = P_1 \cdot P_2 =0{,}9 \cdot 0{,}95 = 0{,}855$$

2. Визначаємо ймовірність безвідмовної роботи послідовного з'єднання елементів 3 і 4:

$$P_{34} = P_3 \cdot P_4 =0{,}8 \cdot 0{,}85 = 0{,}68$$

3. Ділянка схеми а) представляє собою паралельне з'єднання елементів 1, 2 і 3,4.



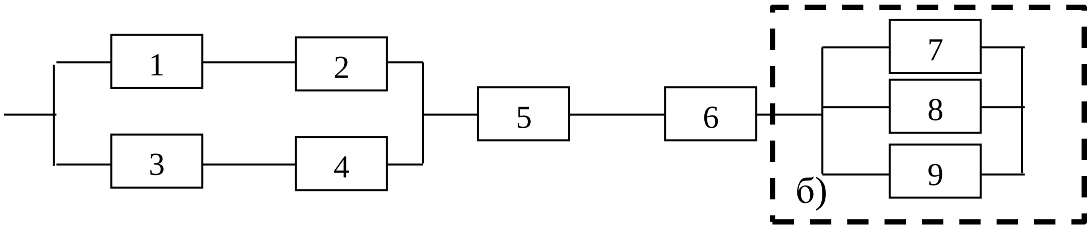
Звідси ймовірність безвідмовної роботи ділянки схеми:

$$P_a = 1 – (1 – P_{12}) \cdot 1 – (1 – P_{34}) = 1 – (1\text{-}0{,}855) \cdot (1\text{-}0{,}68) = 1\text{-}0{,}145 \cdot 0{,}32 = 0{,}953$$

4. Елементи 5 і 6 з’єднані послідовно, отже:

$$P_{56} = P_5 \cdot P_6 = 0{,}7 \cdot 0{,}75 = 0{,}525$$

5. Структура ділянки схеми б) представляє собою паралельне з’єднання елементів 7, 8 і 9.



Зважаючи на те, що елементи мають однакову надійність, застосуємо формулу (6.9):

$$P_б = 1 – (1 – P_7) \cdot (1 – P_8) \cdot (1 – P_9) = 1 – (1 – 0{,}8)^3 =$$
$$= 1 – (1-0{,}2)^3 = 1 – 0{,}008 = 0{,}992$$

Визначаємо ймовірність безвідмовної роботи системи, тобто з’єднання послідовних елементів:

$P_c = P_a \cdot P_{56} \cdot P_б = 0{,}953 \cdot 0{,}525 \cdot 0{,}992 = 0{,}497$

Інтенсивність відмов системи

$$\Lambda = -\frac{\ln(0.497)}{100000} = 7 \cdot 10^{-6}$$

Практична робота № 7

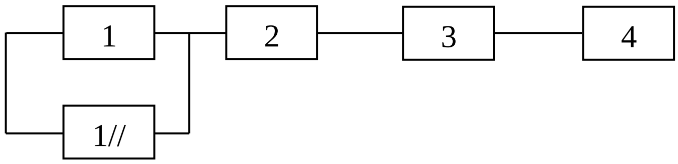
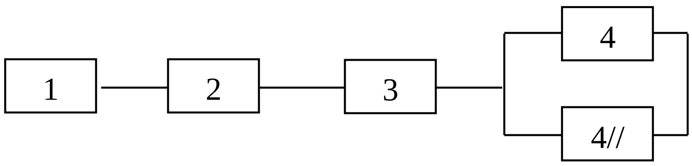
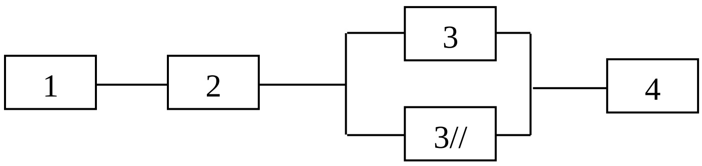
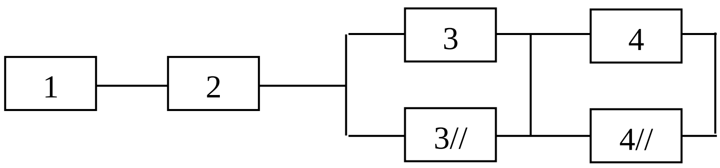
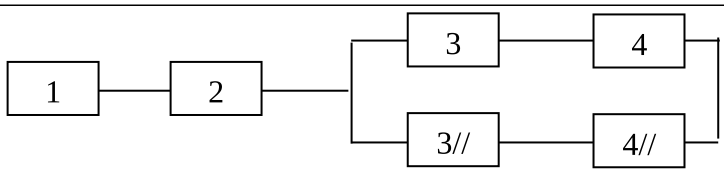
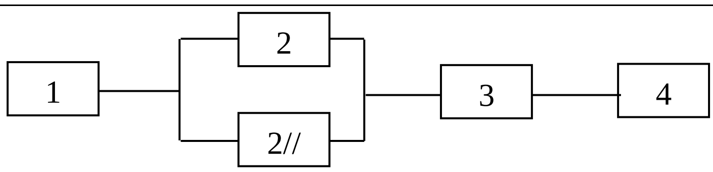
ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ПОСЛІДОВНО – ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ АСУ ВІДНОВЛЮВАНОЇ СИСТЕМИ

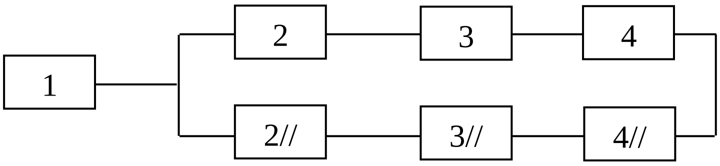
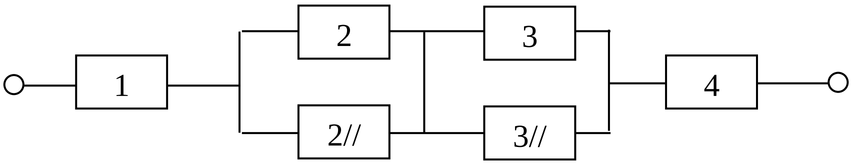
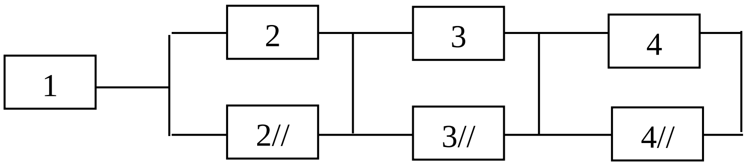
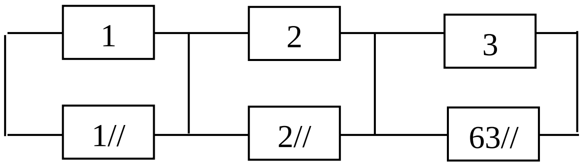
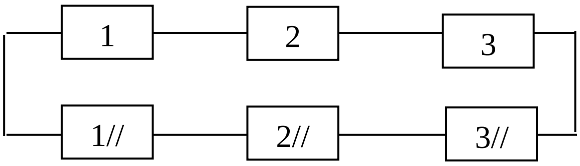
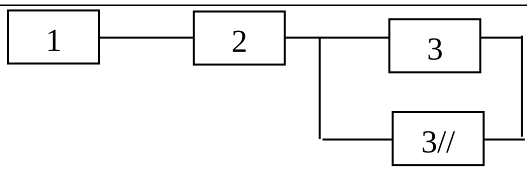
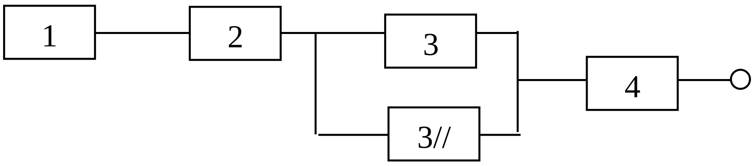
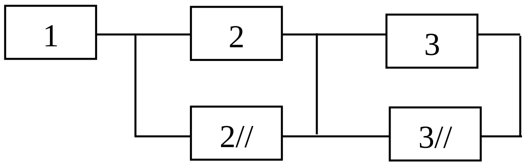
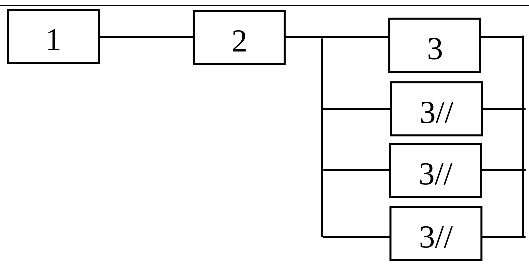
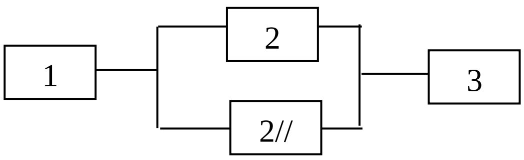
Завдання. Визначити показники інтенсивності виникнення відмови системи Λ_c, ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, ймовірність відмов $Q_c(t)$, напрацювання на відмову T_0 і коефіцієнт готовності $K_г$ відновлюваної системи послідовно – паралельної структури, що містить *n* типів засобів при навантаженому і ненавантаженому резерві, якщо відомі інтенсивності виникнення відмов кожного засобу АСУ λ_i та інтенсивність усунення відмов μ_i :

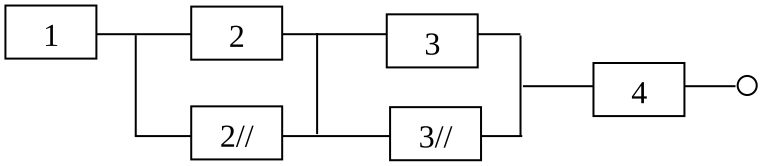
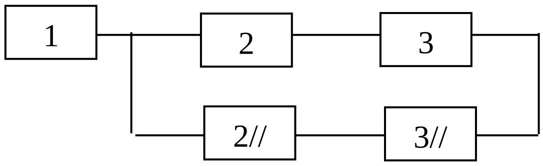
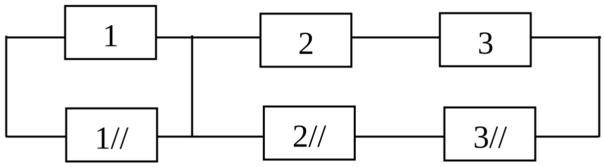
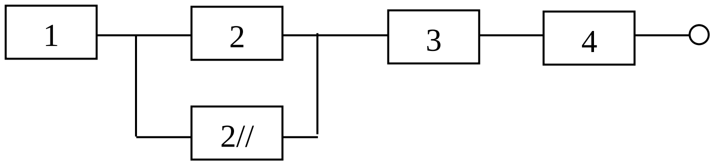
$\lambda_1 = \lambda^{//}_1 = 7 \cdot 10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = \lambda^{//}_{2=}$ $12 \cdot 10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = \lambda^{//}_3$ $52 \cdot 10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_4 = \lambda^{//}_4$ $3 \cdot 10^{-7}$ год$^{-1}$;
$\mu_1 = 10^{-4}$ год; $\mu_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ год; $\mu_3 = 3 \cdot 10^{-4}$ год; $\mu_4 = 7 \cdot 10^{-4}$ год;
$t_р = 10000$ год.

В таблиці 7.1 приведені варіанти послідовно – паралельних структур.

Таблиця 7.1 – Варіанти послідовно – паралельних структур.

№ варіанту	Послідовно – паралельні структури
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	
16.	

17.	
18.	
19.	
20.	

Теоретичні відомості

Необхідно перетворити послідовно – паралельну структуру системи в послідовну. При цьому, залежно від виду навантаження резервного (паралельного) елемента, необхідно використовувати наступні співвідношення для обчислення середнього напрацювання на відмову вузла:

а) при навантаженому резерві

$$T_{\text{вуз}} = \frac{3\lambda+\mu}{2\lambda^2} \tag{7.1}$$

а) при ненавантаженому резерві

$$T_{\text{вуз}} = \frac{2\lambda+\mu}{\lambda^2} \tag{7.2}$$

де λ, μ – відповідно інтенсивність виникнення відмов елементів та їх усунення.

Інтенсивність виникнення відмов вузла в обох випадках:

$$\Lambda_{\text{вуз}} = \frac{1}{T_{\text{вуз}}} \tag{7.3}$$

Потім необхідно розрахувати інтенсивність виникнення відмов структури системи:

$$\Lambda_{\text{с}} = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i + \sum_{j=1}^{k} \Lambda_{\text{вуз}\,j} \tag{7.4}$$

де m, k – відповідно кількість незарезервованих і зарезервованих елементів структури системи.

Обчисливши Λ_c, можна визначити ймовірність безвідмовної роботи системи:

$$P_{\text{с}}(t) = e^{-\Lambda_{\text{с}}\cdot t} \tag{7.5}$$

та ймовірність відмови $Q_c = 1 – P_c\,(t)$ (7.6)

Коефіцієнт готовності системи:

$$K_{\text{гс}} = \frac{\mu_{\text{с}}}{\mu_{\text{с}} + \Lambda_{\text{с}}} \tag{7.7}$$

де $\mu_{\text{с}} = \frac{1}{T_{\text{ВС}}}$

$$T_{\text{ВС}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\Lambda_c \cdot \mu_i} \tag{7.8}$$

$T_{ВС}$ – час відновлення системи.

При використанні співвідношень (7.7) і (7.8) необхідно пам'ятати, що інтенсивність усунення відмов резервованого вузла, що містить k елементів

$$\mu_{\text{вуз}} = k \cdot \mu_j \tag{7.9}$$

Наприклад, якщо структура системи містить два пристрої з параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$, причому другий пристрій має однократний навантажений резерв з $\lambda'_2 = \lambda_2$ *і* $\mu'_2 = \mu_2$, то, враховуючи вищесказане, матимемо

$$\Lambda_{в2} = \frac{2\lambda_2^2}{3\lambda_2 + \mu_2}; \qquad \Lambda_c = \lambda_1 + \frac{2\lambda_2^2}{3\lambda_2 + \mu_2};$$

$$\mu_{в2} = 2\mu_2; \qquad \mu_c = \frac{1}{T_{BC}};$$

$$T_{BC} = \frac{\lambda_1}{\Lambda_c \cdot \mu_1} + \frac{\Lambda_{в2}}{\Lambda_c \cdot \mu_{в2}}.$$

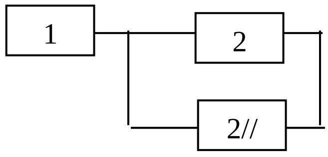
Після цього не важко обчислити $P_c(t)$ і $K_{гс}$, використовуючи співвідношення (7.5) і (7.8).

Приклад виконання завдання

Завдання. Визначити показники інтенсивності виникнення відмови системи Λ_c, ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, ймовірність відмов $Q_c(t)$, напрацювання на відмову T_0 і коефіцієнт готовності $K_г$ відновлюваної системи протягом часу t = 10000 год, яка складається з двох пристроїв при заданих показниках:

$\lambda_1 = 10^{-5}$ год$^{-1}$, $\mu_1 = 7 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$,
$\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, $\mu_2 = 3 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$,
$\lambda_{2рез} = 5 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, $\mu_{2рез} = 3 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$.

Система містить однократне резервування останнього пристрою, резерв навантажений.



Рішення. Перетворимо паралельну частину структури системи, використовуючи формули (7.1), (7.3), (7.9).

$$T_{\text{вуз2}} = \frac{3\lambda_2+\mu_2}{2\lambda_2^2} = \frac{3\cdot5\cdot10^{-5}+3\cdot10^{-4}}{2\cdot(5\cdot10^{-5})^2} = 630000 \text{ год}$$

$$\Lambda_{\text{вуз2}} = \frac{1}{T_{\text{вуз2}}} = \frac{1}{630000} = 1{,}6\cdot10^{-6} \quad \text{год}^{-1}$$

$$\mu_{\text{вуз2}} = 2\cdot\mu_2 = 2\cdot3\cdot10^{-4} = 6\cdot10^{-4} \text{ год}^{-1}$$

Представимо тепер вихідну структуру у вигляді двох послідовно з'єднаних елементів з параметрами

$$\begin{cases}\lambda_1 = 10^{-5} \ \text{год}^{-1}\\ \mu_1 = 7\cdot10^{-4} \text{ год}^{-1}\end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases}\Lambda_{\text{вуз2}} = 1{,}6\cdot10^{-6} \ \text{год}^{-1}\\ \mu_{\text{вуз2}} = 6\cdot10^{-4} \text{ год}^{-1}\end{cases}$$

Обчислимо інтенсивність відмов системи:

$$\Lambda_{\text{с}} = \sum_{i=1}^{1}\boldsymbol{\lambda_i} + \sum_{j=1}^{2}\boldsymbol{\Lambda}_{\text{вуз}\boldsymbol{j}} = 10^{-5} + 1{,}6\cdot10^{-6} = 1{,}2\cdot10^{-5} \text{ год}^{-1}$$

Середнє напрацювання на відмову системи дорівнює:

$$T_{\text{с}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{с}}} = \frac{1}{1{,}2\cdot10^{-5}} = 83333 \ \text{ год}$$

Середній час відновлення та інтенсивність усунення відмов цієї системи визначаємо зі співвідношень (7.8):

$$T_{\text{ВС}} = \frac{\lambda_1}{\Lambda_{\text{с}}\cdot\mu_1} + \frac{\Lambda_{\text{вуз2}}}{\Lambda_{\text{с}}\cdot\mu_{\text{вуз2}}} = \frac{10^{-5}}{1{,}2\cdot10^{-5}\cdot7\cdot10^{-4}} + \frac{1{,}6\cdot10^{-6}}{1{,}2\cdot10^{-5}\cdot6\cdot10^{-4}} =$$

= 1413 год

$$\mu_{\text{с}} = \frac{1}{T_{\text{ВС}}} = \frac{1}{1413} = 7\cdot10^{-4} \quad \text{год}^{-1}$$

Коефіцієнт готовності системи за формулою (7.7) визначається:

$$K_{\text{гс}} = \frac{\mu_{\text{с}}}{\mu_{\text{с}}+\Lambda_{\text{с}}} = \frac{7\cdot10^{-4}}{7\cdot10^{-4}+1{,}2\cdot10^{-5}} = 0{,}98$$

Ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P_{\text{с}}(t) = e^{-\Lambda_{\text{с}}\cdot t} = e^{-1{,}2\cdot10^{-5}\cdot10^{4}} = 0.89$$

Таким чином, в результаті виконання завдання отримані наступні показники надійності:

$K_{гс}$ = 0,98; $P_с(t)$ = 0,89; $T_с$= 83333 год.

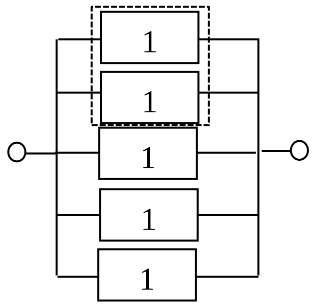
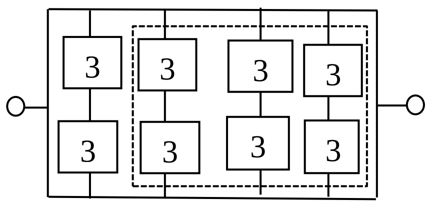
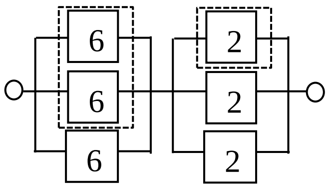
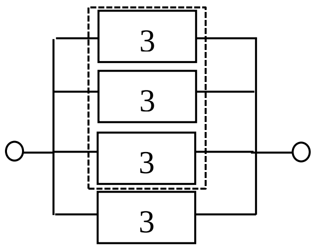
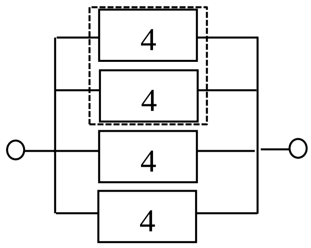
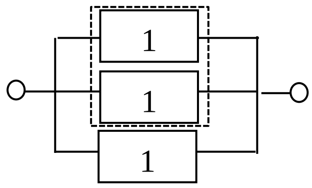
Практична робота № 8
ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ СТРУКТУРИ ТИПУ «*m* з *n*»

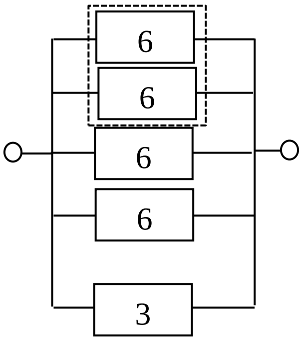
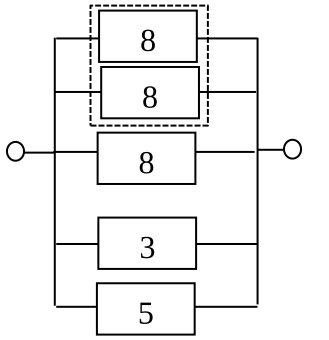
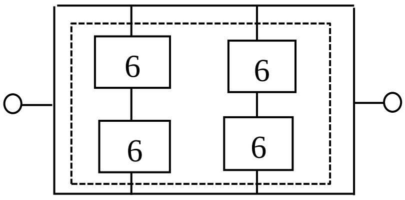
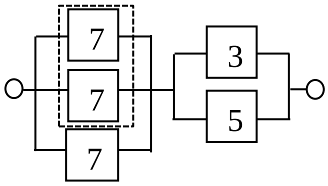
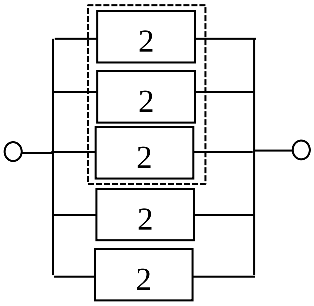
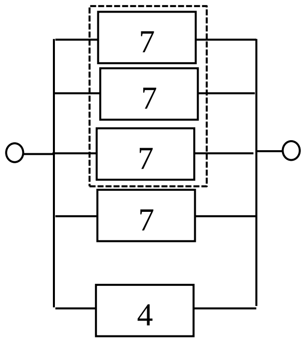
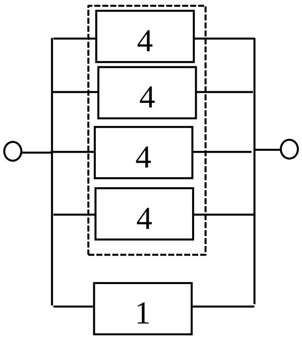
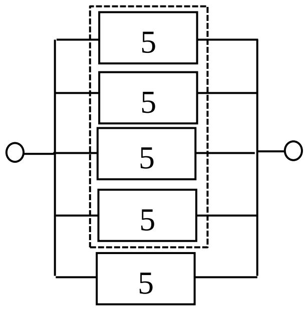
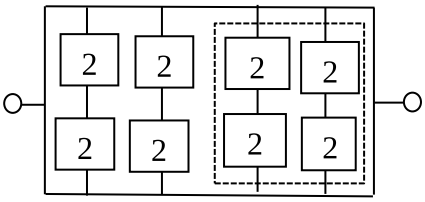
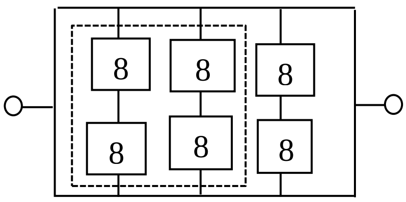
Завдання. Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ та ймовірність виникнення відмов $Q_c(t)$ системи типу «*m* з *n*», якщо відомі ймовірності безвідмовної роботи елементів якщо відомі інтенсивності виникнення відмов кожного засобу АСУ λ_i за час t = 100 год. Виконати розрахунок $P_c(t)$ і $Q_c(t)$ цієї ж системи при умові, що елементи з'єднані паралельно. Порівняти розрахунки, зробити висновок.

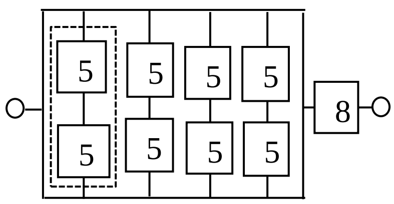
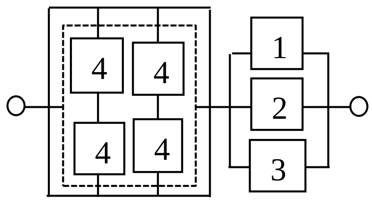
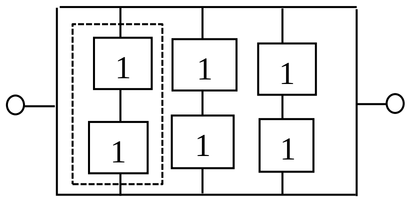
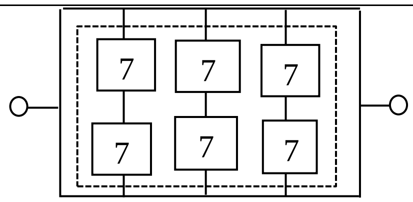
$\lambda_1 = 10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 10^{-5}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 5{\cdot}10^{-5}$ год$^{-1}$; $\lambda_4 = 3{\cdot}10^{-6}$ год$^{-1}$;
$\lambda_5 = 2{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_6 = 6{\cdot}10^{-7}$ год$^{-1}$; $\lambda_7 = 2{\cdot}10^{-5}$ год$^{-1}$; $\lambda_8 = 6{\cdot}10^{-6}$ год$^{-1}$

Варіанти структур, що містять вузли типу «*m* з *n*», приведені в таблиці 8.1.

Таблиця 8. 1 – Варіанти структур, що містять вузли типу «*m* з *n*».

№ варіанту	Структури системи типу «*m* з *n*»	№ варіанту	Структури системи типу «*m* з *n*»
1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	

7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	
15.		16.	

17.		18.	
19.		20.	

Теоретичні відомості

Систему типу «*m* з *n*» можна розглядати як варіант системи з паралельним з'єднанням елементів, відмова якої відбудеться, якщо з *n* елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менше, ніж *m* елементів ($m < n$).

На рис. 8.1 представлена система «2 з 5», яка працездатна, якщо з п'яти її елементів працюють будь-які два, три, чотири або всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів 1 і 2 виконано умовно, насправді всі п'ять елементів однозначні). Системи типу «*m* з *n*» найчастіше зустрічаються в електричних і зв'язкових системах (при цьому елементами виступають зв'язкові канали), технологічних лініях, а також при структурному резервуванні.

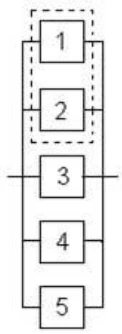


Рисунок 8.1 – Система «2 з 5»

Для розрахунку надійності систем типу «*m* з *n*» при порівняно невеликій кількості елементів можна скористатися методом прямого перебору. Він полягає у визначенні працездатності кожного з можливих станів системи, які визначаються різними сполученнями працездатних і непрацездатних станів елементів.

Всі стани системи «2 з 5» занесені в табл. 8.2. (В таблиці працездатні стани елементів і системи відмічені знаком «+», непрацездатні – знаком «-«). Для даної системи працездатність визначається лише кількістю працездатних елементів. За теоремою множення ймовірностей, ймовірність будь-якого стану визначається як добуток ймовірностей станів, у яких знаходяться елементи. Наприклад, у рядку 9 описано стан системи, в якій відмовили елементи 2 і 5, а інші працездатні. При цьому умова «2 з 5» виконується, так що система в цілому працездатна. Ймовірність такого стану

$$P_9 = p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 = p^3 q^2 .$$

(Передбачається, що всі елементи рівнонадійні).

З урахуванням усіх можливих станів ймовірність безвідмовної роботи системи може бути знайдена по теоремі складання ймовірностей усіх працездатних поєднань. Оскільки в таблиці 8.2 кількостей непрацездатних станів менше, ніж працездатних (відповідно 6 і 26), простіше обчислити вірогідність відмови системи. Для цього підсумовуються ймовірності непрацездатних станів (де не виконується умова «2 з 5».

$$\begin{aligned} Q &= P_{32} + P_{27} + P_{28} + P_{29} + P_{30} + P_{31} = q^5 + 5pq^4 = \\ &= (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5. \end{aligned} \tag{8.1}$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P = 1 - q = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \tag{8.2}$$

Розрахунок надійності системи «*m* з *n*» може відбуватися комбінаторним методом, в основі якого лежить формула біноміального розподілу. Біноміальному розподілу підпорядковується дискретна випадкова величина *k* – кількість появ деякої події в серії з *n* дослідів, якщо в окремому досліді ймовірність появи події складає *p*. При цьому ймовірність появи події рівно *k* разів визначається

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \tag{8.3}$$

де C_n^k - біноміальний коефіцієнт, що називається «кількість сполучень по *k* з *n*» (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію «*k* з *n*»):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \tag{8.4}$$

Таблиця 8.2 – Таблиця станів системи «2з 5»

N стану	Стан елементів 1	2	3	4	5	Стан системи	Ймовірність стану системи
1	+	+	+	+	+	+	p^5
2	+	+	+	+	-	+	$p^4q^1 = p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+	+	
4	+	+	-	+	+	+	
5	+	-	+	+	+	+	
6	-	+	+	+	+	+	
7	+	+	+	-	-	+	$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-	+	
9	+	-	+	+	-	+	
10	-	+	+	+	-	+	
11	+	+	-	-	+	+	
12	+	-	+	-	+	+	
13	-	+	+	-	+	+	
14	+	-	-	+	+	+	
15	-	+	-	+	+	+	
16	-	-	+	+	+	+	
17	+	+	-	-	-	+	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
18	+	-	+	-	-	+	
19	-	+	+	-	-	+	
20	+	-	-	-	+	+	
21	-	+	-	-	+	+	
22	-	-	-	+	+	+	
23	+	-	-	+	-	+	
24	-	+	-	+	-	+	
25	-	-	+	-	+	+	
26	-	-	+	+	-	+	
27	+	-	-	-	-	-	$p^1q^4 = p^1(1-p)^4$
28	-	+	-	-	-	-	
29	-	-	+	-	-	-	
30	-	-	-	+	-	-	
31	-	-	-	-	+	-	
32	-	-	-	-	-	-	$q^5 = (1-p)^5$

Оскільки для відмови системи «m з n» достатньо, щоб кількість справних елементів була менша m, ймовірність відмови може бути знайдена по теоремі складання ймовірностей для $k = 0, 1, \dots (m\text{-}1)$:

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} . \qquad (8.5)$$

Аналогічним чином можна знайти ймовірність безвідмовної роботи як суму (8.3) для $k=m, m+1, \dots , n$:

$$P = \sum_{k=m}^{n} P_k = \sum_{k=m}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} . \tag{8.6}$$

Очевидно, що $Q + P = 1$, тому в розрахунках слід вибирати ту з формул (8.5), (8.6), яка в даному конкретному випадку містить меншу кількість доданків.

Для системи «2 з 5» (рис. 7.1) за формулою (7.6) отримаємо:

$$\begin{aligned} P &= C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + C_5^5 p^5 = 10p^2(1-p)^3 + \\ &+ 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5 = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \end{aligned} \tag{8.7}$$

Ймовірність відмови тієї ж системи за (7.5):

$$\begin{aligned} Q &= C_5^0 (1-p)^5 + C_5^1 p(1-p)^4 = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = \\ &= 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5, \end{aligned} \tag{8.8}$$

що, як видно, дає той же результат для ймовірності безвідмовної роботи.

У табл. 8.3 наведені формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу «m з n» при $m <= n <= 5$. Очевидно, при $m = 1$ система перетворюється на звичайну систему з паралельним з'єднанням елементів, а при $m = n$ - з послідовним з'єднанням.

Таблиця 8.3 – Формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу «m з n» при $m <= n <= 5$

	Загальна кількість елементів , n				
m	1	2	3	4	5
1	p	$2p - p^2$	$3p - 3p^2 + p^3$	$4p - 6p^2 + 4p^3 - p^4$	$5p - 10p^2 + 10p^3 - 5p^4 + p^5$
2	-	p^2	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4 - 4p^5$
5	-	-	-	-	p^5

Практична робота № 9

ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ БЕЗВІДМОВНОСТІ СТРУКТУРИ АСУ, ЩО МІСТИТЬ ВУЗЛИ ТИПУ «ТРИКУТНИК»

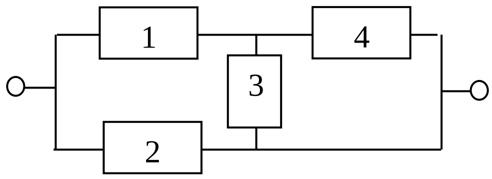
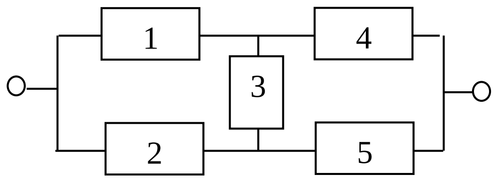
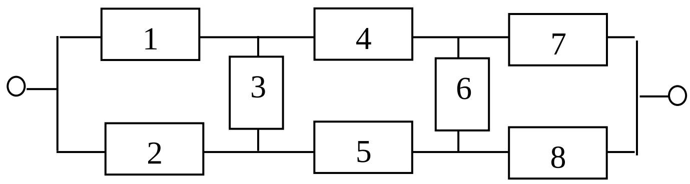
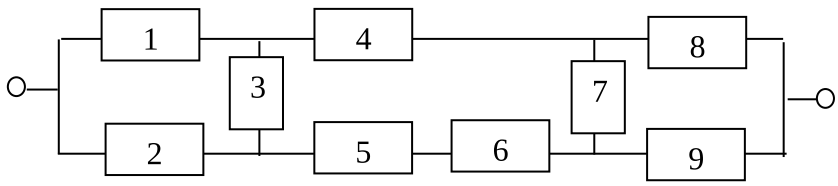
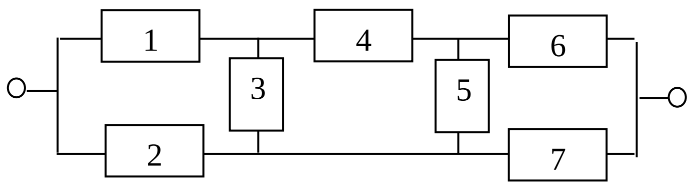
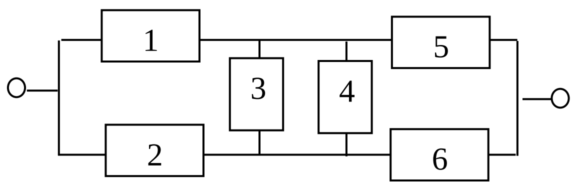
Завдання. Визначити показники інтенсивності відмов Λ_c і середнє напрацювання на відмову T_c, якщо відомі ймовірності безвідмовної роботи елементів за час t = 1000 год:

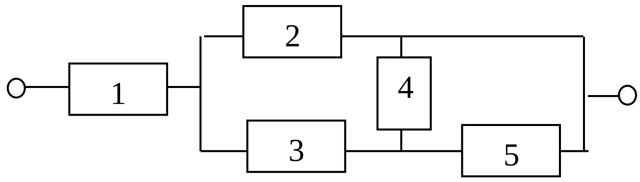
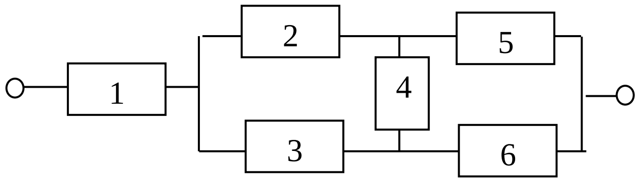
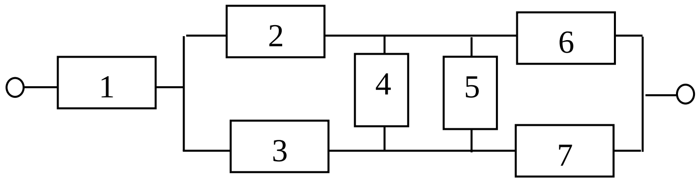
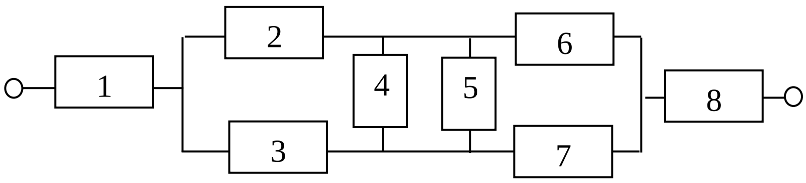
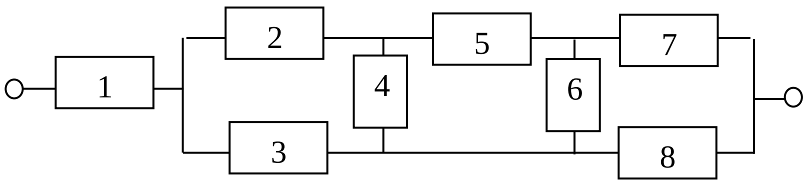
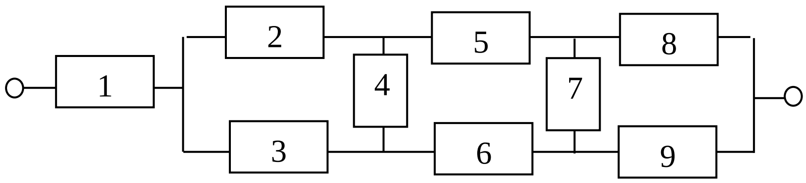
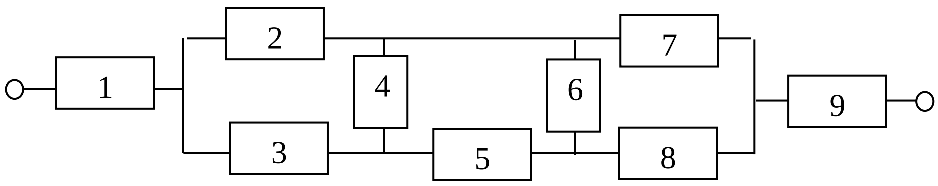
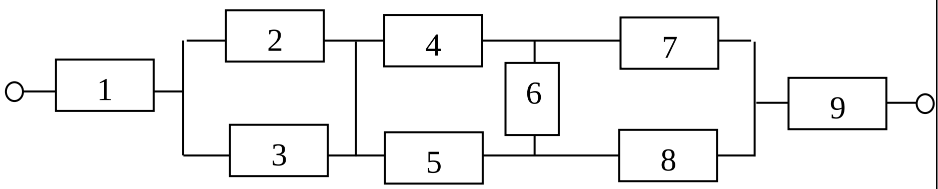
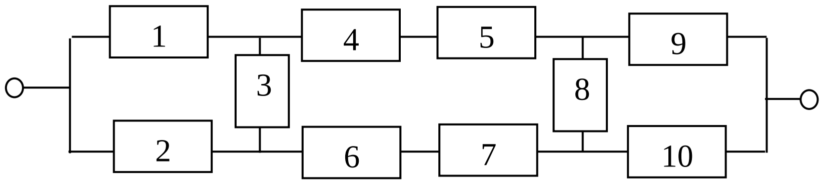
P_1 = 0,5; P_2 = 0,6; P_3 = 0,7; P_4 = 0,8; P_5 = 0,85;

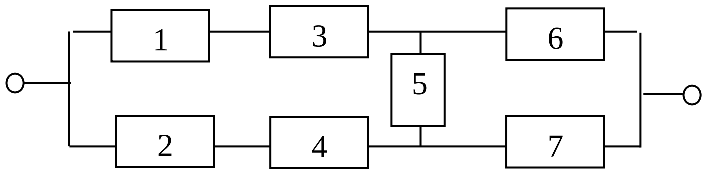
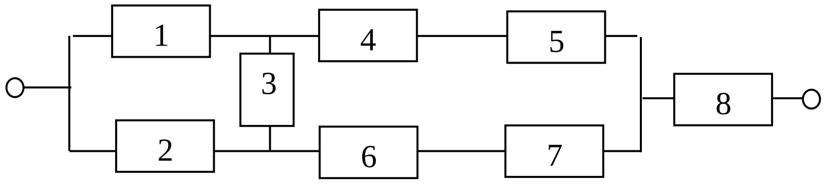
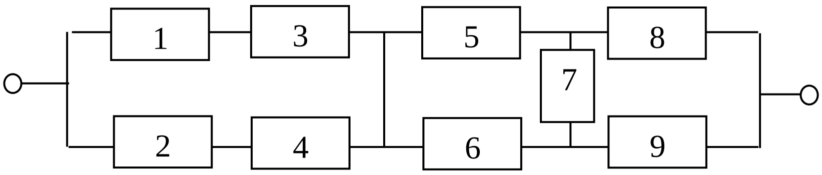
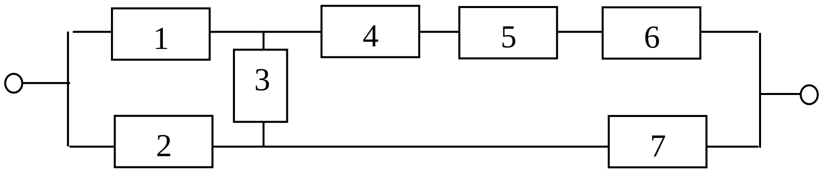
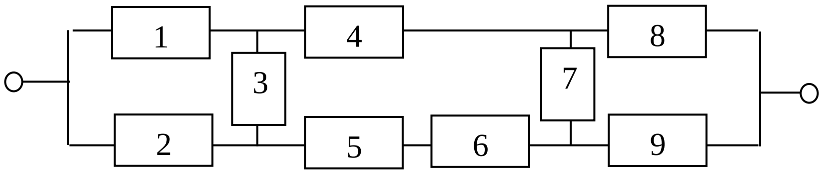
P_6 = 0,9; P_7 = 0,92; P_8 = 0,94; P_9 = 0,96; P_{10} = 0,97.

Варіанти структур, що містять вузли типу «трикутник», приведені в таблиці 9.1.

Таблиця 9.1 – Варіанти структур

№ варіанта	Структури, що містять вузли типу «трикутник»
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	

16.	
17.	
18.	
19.	
20.	

Теоретичні відомості

Необхідно перетворити задану структуру в структуру з послідовним з’єднанням елементів, використовуючи співвідношення перетворення структури «трикутник» в структуру «зірка»:

$$q_x = q_a \cdot q_b\ ;$$
$$q_y = q_c \cdot q_a\ ; \qquad /9.1/$$
$$q_z = q_b \cdot q_c\ ,$$

де q_a, q_b, q_c – ймовірності відмов елементів перетворюваної структури «трикутник»;

q_x, q_y, q_z – ймовірності відмов елементів отримуваної структури «зірка».

Крім того, необхідно пам’ятати, що ймовірності відмови паралельної частини структури $Q_{пр.ч} = \prod_{i=1}^{m} q_i$, а послідовної $Q_{пс.ч} = 1 - P_{пс.ч} = 1 - \prod_{j=1}^{k} \left(1 - q_j\right)$.

Після отримання послідовної структури системи обчислюють її ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ і відмови $Q_c(t)$:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i, \qquad Q_c(t) = 1 - P_c(t), \qquad /9.2/$$

а також $$\Lambda_C = -\frac{\ln P_C(t)}{t_з}; \qquad T_{OC} = \frac{1}{\Lambda_C}, \qquad /9.3/$$

де $t_з$ – заданий час роботи системи.

Приклад виконання завдання

Завдання. Визначити інтенсивність відмов Λ_c та середнє напрацювання на відмову T_0, якщо відома ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ елементів протягом часу t = 10 год.:

$P_1 = 0{,}5$; $P_2 = 0{,}6$; $P_3 = 0{,}7$; $P_4 = 0{,}8$;
$P_5 = 0{,}85$; $P_6 = 0{,}9$; $P_7 = 0{,}92$; $P_8 = 0{,}94$.

Структурна схема системи приведена на рисунку 9.1.

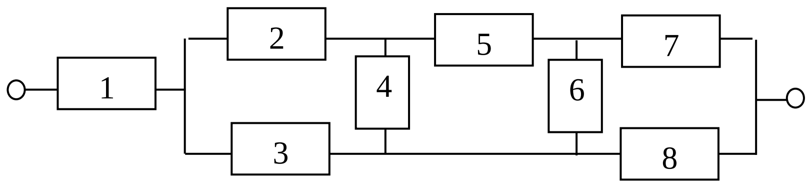


Рисунок 9.1 – Структурна схема системи.

Рішення. Перетворимо схему (рис. 9.2).

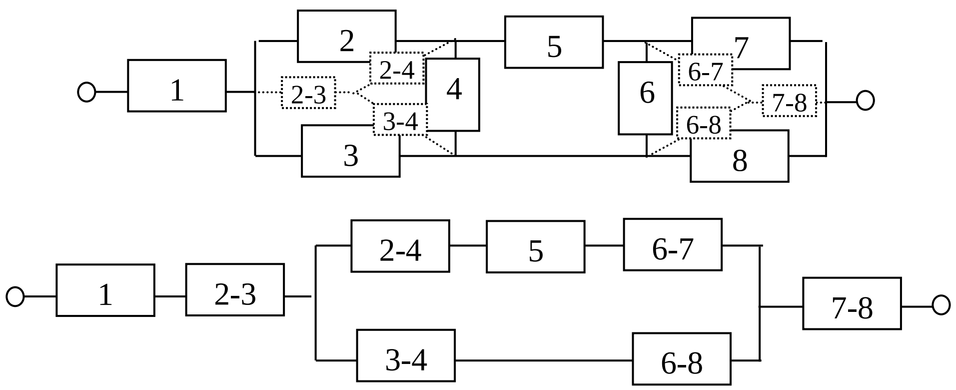


Рисунок 9.2 – Перший етап: перетворення «трикутника» в «зірку».

Обчислимо ймовірності відмови елементів “зірки” всієї структури:

$q_{2,3} = q_2 q_3 = (1\text{-}P_2)(1\text{-}P_3) = (1\text{-}0{,}6)(1\text{-}0{,}7) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12;$

$P_{2,3} = 1\text{-}\ q_{2,3} = 1\text{-}0{,}12 = 0{,}88;$

$q_{2,4} = q_2 q_4 = (1\text{-}P_2)(1\text{-}P_4) = (1\text{-}0{,}6)(1\text{-}0{,}8) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08;$

$P_{2,4} = 1\text{-}\ q_{2,4} = 1\text{-}0{,}08 = 0{,}92;$

$q_{3,4} = q_3 q_4 = (1\text{-}P_3)(1\text{-}P_4) = (1\text{-}0{,}7)(1\text{-}0{,}8) = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06;$

$P_{3,4} = 1\text{-}\ q_{3,4} = 1\text{-}0{,}06 = 0{,}94;$

$q_{6,7} = q_6 q_7 = (1\text{-}P_6)(1\text{-}P_7) = (1\text{-}0{,}9)(1\text{-}0{,}92) = 0{,}1 \cdot 0{,}08 = 0{,}008;$

$P_{6,7} = 1\text{-}\ q_{6,7} = 1\text{-}0{,}008 = 0{,}992;$

$q_{7,8} = q_7 \, q_8 = (1\text{-}P_7)(1\text{-}P_8) = (1\text{-}0{,}92)(1\text{-}0{,}94) = 0{,}08 \cdot 0{,}06 = 0{,}048;$
$P_{7,8} = 1\text{-}\ q_{7,8} = 1\text{-}0{,}0048 = 0{,}9952.$

Отже, отримано $P_{2,3}$ = 0,88; $P_{2,4}$ = 0,92; $P_{3,4}$ = 0,94; $P_{6,7}$ = 0,992; $P_{7,8}$ =0,9952.

Тепер знайдемо ймовірність безвідмовної роботи і відмов ланок послідовної та паралельної частин:
$P_{2\text{-}4,5,6\text{-}7} = P_{2\text{-}4} \cdot P_5 \cdot P_{6\text{-}7} = 0{,}92 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}992 = 0{,}775744;$
$q_{2\text{-}4,5,6\text{-}7} = 1\text{-}\ P_{2\text{-}4,5,6\text{-}7} = 1\text{-}0{,}775744 = 0{,}224256;$
$P_{3\text{-}4,6\text{-}8} = P_{3\text{-}4} \cdot P_{6\text{-}8} = 0{,}94 \cdot 0{,}994 = 0{,}93436;$
$q_{3\text{-}4,6\text{-}8} = 1\text{-}\ P_{3\text{-}4,6\text{-}8} = 1\text{-}0{,}93436 = 0{,}6564;$
$q_{2\text{-}4,5,6\text{-}7;3\text{-}4,6\text{-}8} = (1\text{-}\ P_{2\text{-}4,5,6\text{-}7})(1\text{-}\ P_{3\text{-}4,6\text{-}8}) = 0{,}01472;$
$P_{2\text{-}4,5,6\text{-}7;3\text{-}4,6\text{-}8} = 1\text{-}\ q_{2\text{-}4,5,6\text{-}7;3\text{-}4,6\text{-}8} = 0{,}985.$

Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи всієї системи:
$P_c(t) = P_1 \cdot P_{2\text{-}3} \cdot P_{2\text{-}4,5,6\text{-}7;3\text{-}4,6\text{-}8} \cdot P_{7\text{-}8} = 0{,}5 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}9852798 \cdot 0{,}9952 = 0{,}4314422.$
Зі співвідношення $P_c(t) = e^{-\Lambda_c t}$ знаходимо $\Lambda_c = -\dfrac{\ln P_c(t)}{t}$. Оскільки t = 10 год, то

$$\Lambda_c = -\frac{\ln 0{,}4314422}{10} = -\frac{-0{,}8406218}{10} = 0{,}0841\,год^{-1};$$

$$T_{oc} = \frac{1}{\Lambda_c} = \frac{1}{0{,}0841} = 11{,}896\,год.$$

Отже, в результаті виконання завдання були отримані наступні значення показників надійності:

$\Lambda_c = 0{,}0841\ год^{-1};$
$T_{oc} = 11{,}896\ год;$
$P_c(t = 10\ год) = 0{,}431.$

Практична робота № 10

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАДАНИХ ВИМОГ ДО ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ АСУ ВКАЗАНОЇ СТРУКТУРИ

Завдання. Застосовуючи різні види резервування (структурне, часове та ін.), для приведеної в завданні 7 структури забезпечити наступні значення показників надійності системи при мінімальній її вартості: $T_c \geq 2000$ год; $K_{гc} \geq 0{,}99$; $P_c(t) \geq 0{,}95$ при $t=100$ *год*., якщо відома вартість засобів, що входять у систему (в умовних одиницях): $C_1 =1000$, $C_2 =500$, $C_3 =100$, $C_4 =50$. Вартість 1 години резерву часу вважати рівною 100 у.о.

Завдання 10 ґрунтується на використовуваних у завданні 7 вихідних структурах системи, тому містить 20 варіантів (див. табл. 7.1).

Теоретичні відомості

В якості початкових даних для виконання завдання слід використовувати результати розрахунку показників надійності Λ_c, T_c, $P_c(t)$, T_{BC}, $K_{гc}$ для структури системи, приведеної в завданні 7.

Для виконання цього завдання необхідно виконати наступні операції:

1. Порівняти значення отриманих у завданні 7 показників надійності T_c, $P_c(t)$ і $K_{гc}$ з приведеними в завданні 10 до них вимогами T_c, $P_c(t)$ і $K_{гc}$.
2. Якщо є відмінність хоча б по одному з показників, необхідно використовувати структурне резервування самого ненадійного елемента (вузла) у структурі системи або застосувати часове резервування, вибравши відповідне значення часової надлишковості t_*.
3. При виборі методу резервування необхідно порівняти затрати на додаткове включення у структуру системи резервного елемента C_{pi} та вартість використовуваної системою часової надлишковості $C_0(t_*)$. Оскільки функція затрат C_c на систему адитивна, доцільно застосувати той метод резервування, який забезпечить мінімальне значення C_c.
4. Якщо перевага надається структурному резервуванню, то необхідно повторити обчислення по завданню 7 з врахуванням додатково резервованого елемента системи і порівняти отримані результати з необхідними.
5. Якщо перевага надається часовому резервуванню з параметром t_*, то для розрахунків показників надійності використовують наступні співвідношення:

$$T_0(t_*) = \frac{\frac{1}{\Lambda_c} + \frac{1}{\mu_c}(1-R)}{R}; \qquad /10.1/$$

$$P_c(t_з) = e^{-t_з / T_0(t_*)}; \qquad /10.2/$$

$$T_B(t_*) = \frac{R}{\mu_c}; \qquad K_{гc}(t_*) = \frac{T_0(t_*)}{T_0(t_*) + T_B(t_*)}; \qquad /10.3/$$

$$R = e^{-\mu_c t_*} \cdot \left(1 + \mu_c t_*\right). \qquad /10.4/$$

де Λ_c, μ_c – відповідно інтенсивність відмов і відновлень, отримана в завданні 7 або після відповідної ітерації з резервуванням структури системи.

Методика використання співвідношень /10.1-10.4/ для вказаних розрахунків полягає у наступному.

Спочатку зі співвідношення /10.2/ для потрібної ймовірності безвідмовної роботи обчислюють $T_0(t_*)$ або $\Lambda_c(t_*)$:

$$\Lambda_c = \left(t_*\right) = \frac{1}{T_0\left(t_*\right)} = -\frac{\ln P_c\left(t_з\right)}{t_з}. \qquad /10.5/$$

Потім отримане з /10.5/ значення показника $T_0^{(4)}\left(t_*\right)$ необхідно підставити у /10.1/ і знайти параметр

$$R = \frac{\dfrac{1}{\Lambda_c} + \dfrac{1}{\mu_c}}{T_0^{(4)}\left(t_*\right) + \dfrac{1}{\mu_c}}. \qquad /10.6/$$

Підставляючи отримане значення параметра R у співвідношення /10.4/, методом дихотомії знаходимо параметр t_*, при якому виконується тотожність лівої та правої частин. Це значення часової надлишковості і забезпечує необхідні значення показників надійності T_c, $P_c(t)$ та $K_{гс}$.

Вказані операції слід виконувати лише у тому випадку, коли задані вимоги до ймовірності безвідмовної роботи системи за час t. Якщо їх не виконувати, може виявитись так, що при задоволенні вимог до T_c та $K_{гс}$ вимога $P_c(t)$ може бути не задоволена.

Якщо вимоги до ймовірності $P_c(t)$ не задані, то для знаходження оптимального значення часової надлишковості t_*, що задовольняє вимоги до показників T_c та $K_{гс}$, слід підставити у вираз /10.6/ не $T_0^{(4)}\left(t_*\right)$, а T_c, Λ_c, μ_c і визначити параметр R, значення якого потім підставити у співвідношення /10.4/ і методом дихотомії знайти оптимальне значення часової надлишковості.

Для цього випадку у таблиці 10.1 наведені результати розрахунку оптимальної часової надлишковості при різних вимогах до T_0 та різних вихідних значеннях інтенсивностей відмов Λ_c та інтенсивностей відновлень μ_c системи.

Таблиця 10.1 – Результати розрахунку оптимальної часової надлишковості

№ п/п	T_0 задане	Λ_c, год$^{-1}$	t_*, год, при μ_c, год$^{-1}$			
			1	4	7	10
1	500	0,01	2,9834	0,748504	0,427551	0,299377
2		0,005	2,01788	0,00532	0,288849	0,202179
3		0,003	1,18689	0,297089	0,16983	0,118866
4		0,0025	0,823364	0,20598	0,117722	0,082436
5	1000	0,015	4,375	1,09741	0,627197	0,439148
6		0,0025	2,02002	5,50537	0,288849	0,202179
7		0,002	1,67651	0,419464	0,239716	0,167847
8		0,0015	1,18774	0,297089	0,16983	0,118866
9	1500	0,005	3,5188	0,880737	0,53235	0,352478
10		0,002	2,28748	0,572205	0,326996	0,228882
11		0,0013	1,63678	0,409393	0,233917	0,163765
12		0,001	1,18817	0,297165	0,16983	0,118866
13	2000	0,005	3,88452	0,97229	0,55542	0,388794
14		0,0025	2,99158	0,748291	0,427704	0,299377
15		0,002	2,6908	0,672913	0,384674	0,269241
16		0,001	1,67737	0,419464	0,239716	0,167847
17		0,0007	1,05786	0,264587	0,151215	0,10582
18		0,0006	0,73059	0,1828	0,104446	0,0730896

Аналізуючи таблицю 10.1, можна зробити висновок про те, що застосування часової надлишковості доцільно (тобто t_* має мале значення – біля 1 год) у тому випадку, якщо $\frac{1}{T_{оз}} \le \Lambda_c$, а $\mu_c \rangle\rangle 1$.

Приклад виконання завдання

Завдання. Застосовуючи різні види резервування, забезпечити наступні значення показників надійності при мінімальній вартості, проектованої АСУ заданого складу пристроїв (рис.10.1): *$T_0 \geq 2000$ год, $P(t_з) \geq 0{,}95$, $K_г \geq 0{,}99$, $t_з$ = 100 год*.

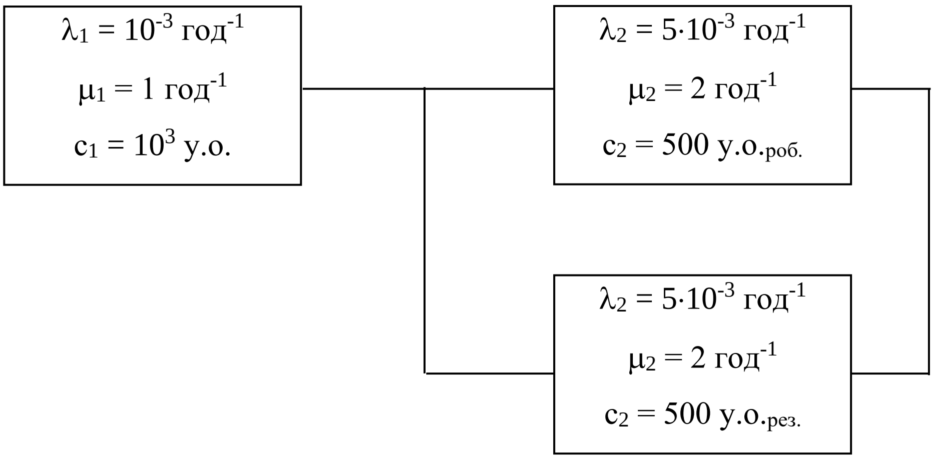


Рисунок 10.1. – Структура схеми АСУ

Рішення. Скористаємось структурною схемою (див. завдання 6), для якої вже обчислені показники: $T_c = 975{,}6$ *год;* $K_{гс} = 0{,}999$; $P_c(t=100\ год) = 0{,}99$.

Порівнюючи їх з необхідними, бачимо, що показники забезпечені, крім середнього напрацювання на відмову T_c. Оскільки вартість резерву часу менша від вартості ненадійного елемента, застосуємо часове резервування. Для цього скористаємось співвідношеннями /10.1/ і /10.4/:

$$T_0(t_*) = \frac{\frac{1}{\Lambda_c} + \frac{1}{\mu_c}(1-R)}{R};$$

$$R = e^{-\mu_c t_*} \cdot (1+\mu_c t_*).$$

Приймемо $T_0(t_*) = T_0^{(3)} = 2000$ год.

Підставляючи $T_0(t_*) = T_0^{(3)}$ у перше співвідношення, знаходимо

$$R = \frac{\frac{1}{\Lambda_c} + \frac{1}{\mu_c}}{T_0^{(3)} + \frac{1}{\mu_c}} = \frac{\frac{1}{1{,}02481 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1{,}018}}{2000 + \frac{1}{1{,}018}} = \frac{975{,}8 + 0{,}9823}{2000{,}9823} = 4{,}88151394 \cdot 10^{-1} = 0{,}488.$$

Знайдене значення R підставимо у друге співвідношення та методом підбору визначимо t_*. Маємо

$$0{,}488 = e^{-1{,}018 t_*} \cdot (1+1{,}018 t_*);$$

$$0{,}488 = e^{-1{,}018 t_*} + 1{,}018 t_* \cdot e^{-1{,}018 t_*}.$$

Виконаємо наступні ітерації:

$t_* = 1 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}7291;$
$t_* = 2 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}3963;$
$t_* = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}5488;$
$t_* = 1{,}6 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}5157;$
$t_* = 1{,}7 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4838;$
$t_* = 1{,}65 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4996;$
$t_* = 1{,}66 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4964;$
$t_* = 169 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4869;$
$t_* = 1{,}68 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4901;$
$t_* = 1{,}685 \quad \Rightarrow \quad 0{,}488 \neq 0{,}4885;$
$t_* = 1{,}686 \quad \Rightarrow \quad 0{,}48815 = 0{,}48818.$

Часова надлишковість системи $t_* = 1{,}686$ год.

Тепер знайдемо основні показники:

$$T_B(t_*) = \frac{R}{\mu_c}; \qquad K_г(t_*) = \frac{T_0(t_*)}{T_0(t_*) + T_B(t_*)};$$

$$\mu = 1{,}018\ год^{-1;} \qquad \Lambda_c = 1{,}025 \cdot 10^{-3}\ год^{-1}.$$

Виконаємо перевірку:

$R = e^{-1{,}0018\cdot 1{,}686} \cdot (1 + 1{,}018 \cdot 1{,}686) = 0{,}4881856;$

$T_0(t_* = 1{,}686\,\textit{год}) = \dfrac{\dfrac{1000}{1{,}02481} + \dfrac{1 - 0{,}4881856}{1{,}018}}{0{,}4881856} = 1999{,}997 = 2000\,\textit{год};$

$T_B(t_* = 1{,}686\,\textit{год}) = \dfrac{R}{\mu_c} = \dfrac{0{,}4881856}{1{,}018} = 0{,}479554\,\textit{год};$

$K\textit{гг}(t_* = 1{,}686\,\textit{год}) = \dfrac{2000}{2000 + 0{,}479554} = 0{,}999;$

$P_c(t = 100\,\textit{год}) = e^{-1{,}02481\cdot 10^{-3}\cdot 100} = 0{,}9875.$

Отже, пред’явлені до системи вимоги задовольняються за рахунок:

- апаратурного резервування другого елемента;
- часового резервування з $t_* = 1{,}686$ *год*;
- затрат на систему $C_{0c} = C_{01} + 2C_{02} + C_{0t_*} = 10^3\,\textit{у.о.} + 10^3\,\textit{у.о.} + 168\,\textit{у.о.}$

Необхідно зазначити, що обрані засоби забезпечення вимог, пред’явлених до показників надійності системи, є найраціональнішими, оскільки затрати на створення системи мінімальні. Якщо замість часового резервування застосувати у вихідній структурі ще й резервування менш надійного елемента (тобто першого з $C_{01} = 10^3$ у.о.), то такий вибір засобів буде неоптимальним, так як суттєво зростуть затрати на систему, тобто $C_{02} = 2C_{01} + 2C_{02} = 2 \cdot 10^3 + 10^3 = 3 \cdot 10^3\,\textit{у.о.}$ Застосування часового резервування забезпечує вимоги до надійності системи з $C_0 = 2168$ у.о.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

Базові

1. Вишнівський В. В. Основи надійності та діагностики телекомунікаційних і радіотехнічних систем. URL: https://duikt.edu.ua/uploads/l_1092_31009342.pdf (Дата звернення 19.06.2024).
2. Навчально-методичний посібник з дисципліни «Діагностика та випробування приладів і машин» для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр» галузі знань 15 Автоматизація та приладобудування / упор. Т. Ю. Кісіль, В. М. Заїка, В. В. Туз. URL: https://er.chdtu.edu.ua/bitstream/ChSTU/812/1/%d0%94%d1%82%d0%b0%d0%92%d0%9f%d0%9c%20%d0%bf%d0%be%d1%81_%d0%b1%d0%bd%d0%b8%d0%ba%202019%20%d0%9a%d1%96%d1%81%d1%96%d0%bb%d1%8c%20.pdf (Дата звернення 19.06.2024).
3. Методичні вказівки до курсу лекцій з дисципліни «Надійність і діагностика електрообладнання» (для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та е лектромеханіка) / укладач Н. М. Філімоненко. Київ: Вид-во СНУ ім. В. Даля. 2023. 98 с.
4. Васілевський О. М., Ігнатенко О. Г. Нормування показників надійності технічних засобів. URL: https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/321060/mod_resource/content/1/%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B0%202%20%D0%9E%D0%A2%D0%9D.pdf (Дата звернення 19.06.2024).
5. Павлюк О. М. та інші. Основи теорії надійності технічних систем. Львів: Вид-во «Львівська політехніка», 2021. 208 с.

Інформаційні ресурси

1. ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. [Чинний від 1996—01—01]. Київ, 1994. (Інформація та документація).
2. ДСТУ 2861-94. Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні положення. [Чинний від 01.01.97]. Київ, 1994. (Інформація та документація).
3. ДСТУ 2862-94. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги [Чинний від 01.01.97]. Київ, 1994. (Інформація та документація).
4. ДСТУ 2864-94 Надійність техніки. Експериментальне оцінювання та контроль надійності. Основні положення. [Чинний від 01.01.97]. Київ, 1994. (Інформація та документація).
5. ДСТУ 3004-95. Надійність техніки. Методи оцінки показників надійності за експериментальними даними. [Чинний від 01.01.96]. Київ, 1995. (Інформація та документація).

Надійність та діагностування систем керування безпілотними апаратами: Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Системи керування безпілотними апаратами» галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації спеціальності 174 Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка денної та заочної форм навчання / уклад. Л. О. Гуменюк. Луцьк: ЛНТУ, 2025. 54 с.

Комп’ютерний набір Л. О. Гуменюк

Редактор Л. О. Гуменюк

Підп. до друку «__» 2025 р. Папір офс.
Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 3,6. Обл.-вид. арк. 4,1.
Тираж 30 прим.

Відділ іміджу та промоції
Луцького національного технічного університету
43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ВІП ЛНТУ