

**Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет**



ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка» галузі знань G

Інженерія, виробництво та будівництво
спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації,
приладобудування та радіотехніка
денної та заочної форм навчання

Луцьк 2026

УДК 621.3 (075.8)

Е-50

Рекомендовано до видання вченою радою факультету РАІ ЛНТУ,
протокол № _____ від «__» _____ 20__26 року.

Голова вченої ради факультету РАІ _____ Анатолій ТКАЧУК

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій ЛНТУ

Директор бібліотеки _____ Наталія ПОЛІЩУК

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри електроніки, фізики та СМАРТ-систем
ЛНТУ, протокол № _____ 2 від « 19 » червня _____ 20__26 року.

Завідувач кафедри ЕФСС _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ

Укладач: _____ Йосип СЕЛЕПИНА, кандидат технічних наук,
доцент кафедри електроніки, фізики та СМАРТ-систем ЛНТУ

Рецензент: _____ Микола ЄВСЮК, кандидат технічних наук, доцент
кафедри електроніки фізики, та СМАРТ-систем ЛНТУ

Відповідальний за випуск: _____ Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ, кандидат
технічних наук, завідувач кафедри електроніки, фізики та СМАРТ-систем ЛНТУ

Е-50

Електротехніка: методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка» галузі знань G Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка денної та заочної форм навчання / уклад. Й. Р. Селепина. Луцьк: ЛНТУ, 2026. 68 с.

Методичні вказівки до практичних занять з освітньої компоненти «Електротехніка»: складені відповідно до діючої робочої програми курсу.

Призначені для здобувачів вищої освіти спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка освітньої програми «Автомобільна електроніка».

© Й. Р. Селепина 2026

ЗМІСТ

Практичне заняття 1	6
Практичне заняття 2	14
Практичне заняття 3	20
Практичне заняття 4	27
Практичне заняття 5	31
Практичне заняття 6	36
Практичне заняття 7	40
Практичне заняття 8	48
Практичне заняття 9	53
Практичне заняття 10	55
Практичне заняття 11	57
Практичне заняття 12	60
Практичне заняття 13	62
Практичне заняття 14	63
Практичне заняття 15	67

Практичне заняття 1

Тема – Розрахунок лінійних електричних кіл методами контурних струмів та вузлових потенціалів.

Мета – навчитися розраховувати електричні кола постійного струму з одним та багатьма джерелами енергії методами контурних струмів та вузлових потенціалів.

Приклади розв’язування типових задач

Приклад 1.1. В електричному колі, схема якого наведена на рис. 1.1, а, визначити струм I джерела живлення, якщо: $E = 40\text{ В}$, $R_1 = R_2 = 6\text{ Ом}$,

$R_3 = R_4 = 4\text{ Ом}$, $R_5 = 2\text{ Ом}$, $R_6 = 3\text{ Ом}$.

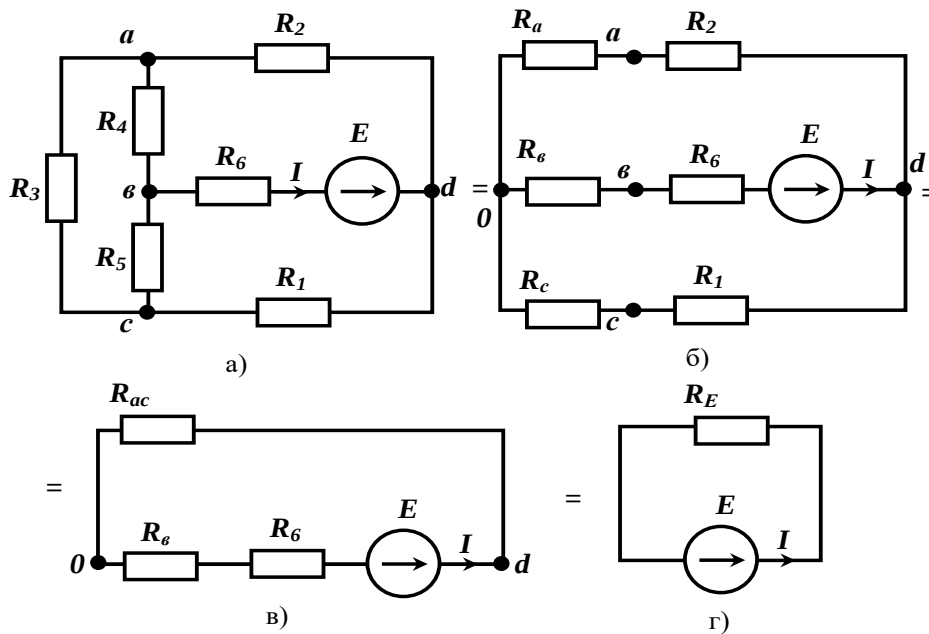


Рис. 1.1. Схема електричного кола (а) та схеми його послідовного перетворення (б, в, г,)

Розв’язування. Оскільки в електричному колі одне джерело живлення, то задачу розв’язуватимемо методом перетворення (рис. 1.22). Для визначення еквівалентного опору відносно затискачів джерела замінимо трикутник опорів R_3, R_4, R_5 еквівалентною зіркою з опорами R_a, R_b, R_c :

$$R_a = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8\text{ Ом}; \quad R_b = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{4 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 1,6\text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8\text{ Ом}.$$

Визначимо опір R_{ac} двох паралельних віток a і c (рис. 1.22, в)

$$R_{ac} = \frac{(R_a + R_2)(R_c + R_1)}{R_a + R_2 + R_c + R_1} = \frac{(0,8 + 6)(0,8 + 6)}{0,8 + 6 + 0,8 + 6} = 3,4\text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір R_E (рис. 1.22, г) електричного кола відносно затискачів джерела живлення дорівнює

$$R_E = R_b + R_{ac} = 3 + 1,6 + 3,4 = 8\text{ Ом}.$$

Величину струму I визначимо за формулою

$$I = \frac{E}{R_E} = \frac{40}{8} = 5\text{ А}.$$

Приклад 1.2. На рис. 1.2 наведена схема електричного кола з мішаним з’єднанням

резисторів, величини опорів яких дорівнюють: $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = R_4 = R_5 = 5 \text{ Ом}$, $R_6 = 10 \text{ Ом}$.

Визначити ЕРС E джерела, якщо воно віддає в електричне коло струм $I = 2,78 \text{ А}$.

Розв'язування. Визначимо еквівалентний опір R_E кола відносно затискачів джерела. Для цього перетворимо ділянки кола, що з'єднані зіркою (опори R_4, R_5, R_6), в еквівалентний трикутник з опорами R_{ad}, R_{dc}, R_{ca} :

$$R_{ad} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = 5 + 10 + \frac{5 \cdot 10}{5} = 25 \text{ Ом}; \quad R_{dc} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4} = 5 + 10 + \frac{5 \cdot 10}{5} = 25 \text{ Ом};$$

$$R_{ca} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = 5 + 5 + \frac{5 \cdot 5}{10} = 12,5 \text{ Ом}.$$

Далі послідовним перетворенням схему, зображену на рис. 1.23,б, замінимо нерозгалуженим електричним колом з одним еквівалентним опором R_E і джерелом E

$$R_{1ad} = \frac{R_1 \cdot R_{ad}}{R_1 + R_{ad}} = \frac{25 \cdot 25}{25 + 25} = 12,5 \text{ Ом}; \quad R_{2dc} = \frac{R_2 \cdot R_{dc}}{R_2 + R_{dc}} = \frac{15 \cdot 25}{15 + 25} = 9,375 \text{ Ом};$$

$$R_E = R_3 + \frac{R_{ca}(R_{1ad} + R_{2dc})}{R_{ca} + R_{1ad} + R_{2dc}} = \frac{12,5(12,5 + 9,375)}{12,5 + 12,5 + 9,375} = 12,955 \text{ Ом}.$$

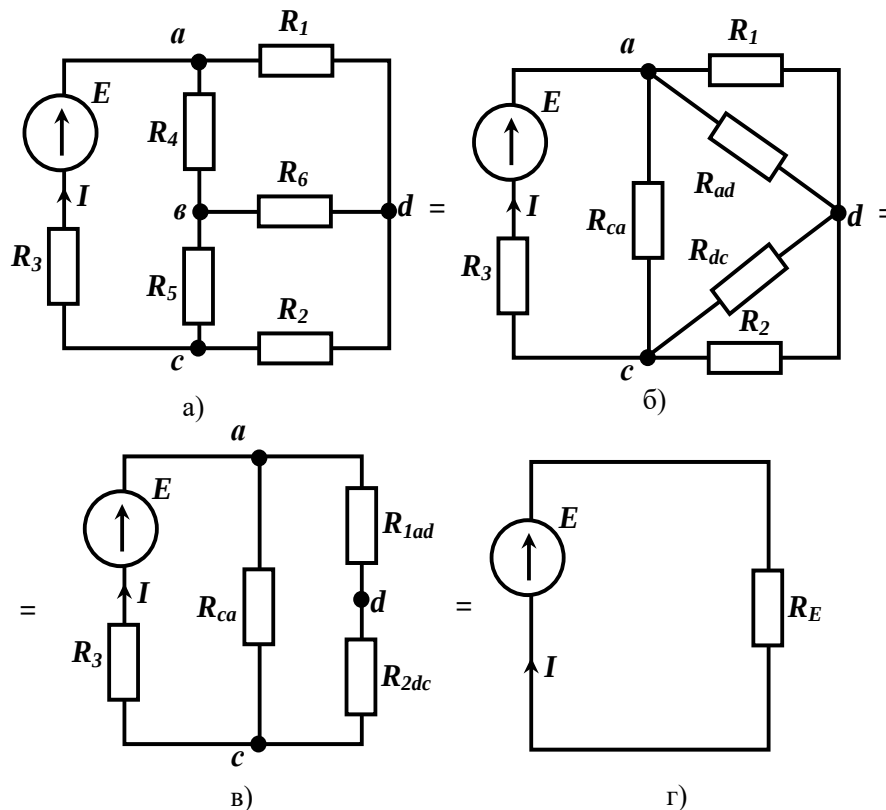


Рис. 1.2. Схема електричного кола (а) та схеми його послідовного перетворення (б, в, г)

ЕРС E джерела визначимо за формулою

$$E = R_E \cdot I = 12,955 \cdot 2,78 = 36 \text{ В}.$$

Приклад 1.3. В електричному колі, схема якого зображена на рис. 1.3 відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати трьома методами: методом законів Кірхгофа, методом вузлової напруги та методом контурних струмів. Параметри електричного кола: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 400 \text{ В}$, $E_3 = 120$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$.

Розв'язування. Метод законів Кірхгофа

Задаємося довільним напрямом струмів у вітках так, як зображено на рис. 1.24. Записуємо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла b

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

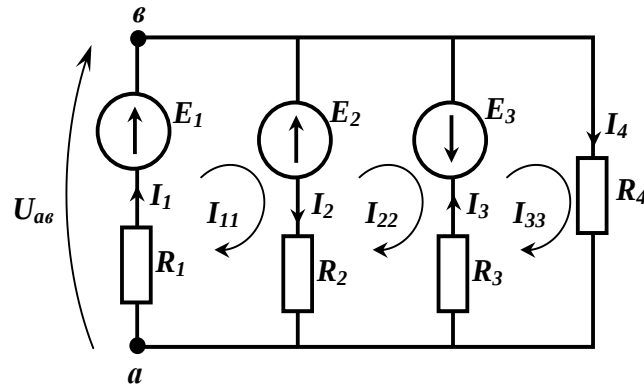


Рис. 1.3. До прикладу 1.3

Число рівнянь за першим законом Кірхгофа дорівнює на одиницю менше від числа вузлів ($2-1=1$). Тому решту рівнянь запишемо на основі другого закону Кірхгофа:

$$-I_1 R_1 + E_1 - E_2 - I_2 R_2 = 0;$$

$$I_2 R_2 + E_2 + E_3 + I_3 R_3 = 0;$$

$$-I_3 R_3 - E_3 - I_4 R_4 = 0.$$

Розв'язуємо спільно системи рівнянь відносно невідомих струмів. Для зменшення кількості рівнянь системи з рівняння визначимо струм $I_1 = I_2 - I_3 + I_4$:

$$-(I_2 - I_3 + I_4)R_1 + E_1 - E_2 - I_2 R_2 = 0;$$

$$I_2 R_2 + E_2 + E_3 + I_3 R_3 = 0;$$

$$-I_3 R_3 - E_3 - I_4 R_4 = 0.$$

Підставимо числові значення у систему рівнянь зведемо її до вигляду, зручного для розв'язування

$$-6I_2 + 2I_3 - 2I_4 = 200;$$

$$4I_2 + 5I_3 = -500;$$

$$-5I_3 - I_4 = 120.$$

Рівняння для довільного струму I_k буде мати вигляд

$$I_k = \frac{\Delta_k}{\Delta},$$

де Δ – визначник системи. Визначник Δ_k отримують із визначника Δ внаслідок заміни опорів k -го стовпця на стовпець правих частин:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -6 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 78; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 200 & 2 & -2 \\ -520 & 5 & 0 \\ 120 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -6040;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -6 & 200 & -2 \\ 4 & -520 & 0 \\ 0 & 120 & -1 \end{vmatrix} = -3280; \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} -6 & 2 & 200 \\ 4 & 5 & -520 \\ 0 & -5 & 120 \end{vmatrix} = 7040;$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-6040}{78} = -77,43 \text{ A}; \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-3280}{78} = -42,05 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{7040}{78} = 90,25 \text{ A};$$

$$I_1 = I_2 - I_3 + I_4 = -77,43 + 42,05 + 90,25 = 54,87 \text{ A}.$$

Метод вузлової напруги

Задаємося напрямками струмів і міжвузлової напруги U_{ae} так, як зображено на рис. 1.3.

Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контурів так, щоб у кожне рівняння входила напруга U_{ae} і одна вітка електричного кола:

$$U_{ae} - E_1 + I_1 R_1 = 0; \quad U_{ae} - E_2 + I_2 R_2 = 0; \quad U_{ae} + E_3 + I_3 R_3 = 0; \quad U_{ae} - I_4 R_4 = 0.$$

Із кожного рівняння створеної системи визначимо струм:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{-U_{ae} + E_1}{R_1} = -g_1 U_{ae} + g_1 E_1, \text{ де } g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Ом}^{-1}; \\ I_2 &= \frac{U_{ae} - E_2}{R_2} = g_2 U_{ae} - g_2 E_2, \text{ де } g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Ом}^{-1}; \\ I_3 &= \frac{-U_{ae} - E_3}{R_3} = -g_3 U_{ae} - g_3 E_3, \text{ де } g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Ом}^{-1}; \\ I_4 &= \frac{U_{ae}}{R_4} = g_4 U_{ae}, \text{ де } g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{1} = 1 \text{ Ом}^{-1}. \end{aligned}$$

За першим законом Кірхгофа запишемо рівняння для вузла a

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

і підставимо в нього значення струмів

$$-g_1 U_{ae} + g_1 E_1 - g_2 U_{ae} + g_2 E_2 - g_3 U_{ae} - g_3 E_3 - g_4 U_{ae} = 0.$$

З останнього рівняння визначимо напругу U_{ae}

$$U_{ae} = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2 - g_3 E_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = \frac{0,5 \cdot 200 + 0,25 \cdot 400 - 0,2 \cdot 120}{0,5 + 0,25 + 0,2 + 1} = 90,26 \text{ В}.$$

За відомою напругою U_{ae} визначаємо струми у вітках:

$$\begin{aligned} I_1 &= -g_1 U_{ae} + g_1 E_1 = -0,5 \cdot 90,26 + 0,5 \cdot 200 = 54,87 \text{ А}; \\ I_2 &= g_2 U_{ae} - g_2 E_2 = 0,25 \cdot 90,26 - 0,25 \cdot 400 = -77,43 \text{ А}; \\ I_3 &= -g_3 U_{ae} - g_3 E_3 = -0,2 \cdot 90,26 - 0,2 \cdot 120 = -42,05 \text{ А}; \\ I_4 &= g_4 U_{ae} = 1 \cdot 90,26 = 90,26 \text{ А}. \end{aligned}$$

Метод контурних струмів

Задаємося напрямками струмів у вітках і контурних струмів так, як на рис. 1.4.

На основі загальної форми запису рівнянь методом контурних струмів запишемо систему рівнянь контурних струмів для схеми (рис. 1.24), що має три незалежні контури:

$$\begin{aligned} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + R_{13} I_{33} &= E_{11}; \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + R_{23} I_{33} &= E_{22}; \\ R_{31} I_{11} + R_{32} I_{22} + R_{33} I_{33} &= E_{33}, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_1 - E_2 = 200 - 400 = -200; & R_{33} &= R_3 + R_4 = 5 + 1 = 6; \\ E_{22} &= E_2 + E_3 = 400 + 120 = 520; & R_{12} &= R_{21} = -R_2 = -4; \\ E_{33} &= -E_3 = -120; & R_{23} &= R_{32} = -R_3 = -5; \\ R_{11} &= R_1 + R_2 = 2 + 4 = 6; & R_{13} &= R_{31} = 0; \\ R_{22} &= R_2 + R_3 = 4 + 5 = 9; \end{aligned}$$

Підставимо числові значення в систему:

$$\begin{aligned} 6I_{11} - 4I_{22} &= -200; \\ -4I_{11} + 9I_{22} - 5I_{33} &= 520; \\ -5I_{11} &+ 6I_{33} = -120. \end{aligned}$$

Розв'яжемо систему (1.80) відносно невідомих контурних струмів:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 9 & -5 \\ 0 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 78; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -200 & -4 & 0 \\ -520 & 9 & -5 \\ 120 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 4280;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & -200 & 0 \\ -4 & 520 & -5 \\ 0 & -120 & 6 \end{vmatrix} = 10320; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -200 \\ -4 & 9 & 520 \\ 0 & -5 & -120 \end{vmatrix} = 7040;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4280}{78} = 54,87 \text{ A}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{7040}{78} = 90,26 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{10320}{78} = 132,3 \text{ A}.$$

Визначаємо дійсні струми у вітках за відомими контурними струмами:

$$I_1 = I_{11} = 54,87 \text{ A}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = 54,8 - 132,3 = -77,43 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{22} = 90,26 - 132,3 = -42,05 \text{ A}; \quad I_4 = I_{33} = 90,26 \text{ A}.$$

У результаті розрахунків бачимо, що дійсні напрями струмів у вітках співпадають з напрямками відповідних ЕРС. Отже, всі джерела ЕРС працюють у режимі віддачі енергії (генераторний режим, а для акумуляторів – режим розрядки).

Рівняння балансу потужності має вигляд

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2;$$

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 200 \cdot 54,87 + 400 \cdot 77,43 + 120 \cdot 42,05 = 47046 \text{ Вт};$$

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 = 2 \cdot 54,87^2 + 4 \cdot 77,43^2 + 5 \cdot 42,05^2 + 1 \cdot 90,26^2 = 46989,13 \text{ Вт}.$$

Підставивши числові значення, переконуємося, що рівняння балансу потужностей підтверджується

$$47046 \approx 46989,13.$$

Похибка обчислень становить 0,12%.

Приклад 1.4. Шість гальванічних елементів, у яких: $E = 1,2 \text{ В}$; внутрішній опір $R_0 = 2 \text{ Ом}$; необхідно з'єднати в батарею так, щоб був найбільший струм, якщо опір зовнішнього кола $R = 3 \text{ Ом}$.

Розв'язування.

1. При послідовному з'єднанні елементів струм дорівнює

$$I_1 = \frac{6E}{6R_0 + R} = \frac{6 \cdot 1,2}{6 \cdot 2 + 3} = 0,48 \text{ А}.$$

2. При паралельному з'єднанні елементів

$$I_2 = \frac{E}{\frac{R_0}{6} + R} = \frac{1,2}{\frac{2}{6} + 3} = 0,36 \text{ А}.$$

3. При трьох паралельних групах по два елементи в кожній групі

$$I_3 = \frac{2E}{\frac{2 \cdot R_0}{3} + R} = \frac{2 \cdot 1,2}{\frac{2 \cdot 2}{3} + 3} = 0,554 \text{ А}.$$

4. При двох паралельних групах по три елементи в кожній

$$I_4 = \frac{3E}{\frac{3 \cdot R_0}{2} + R} = \frac{3 \cdot 1,2}{\frac{3 \cdot 2}{2} + 3} = 0,6 \text{ А}.$$

Приклад 1.5. Визначити методом накладання струми у вітках електричного кола, схема якого наведена на рис. 1.4, якщо: $E_1 = 80 \text{ В}$, $E_2 = 170 \text{ В}$, $R_{01} = R_{02} = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$.

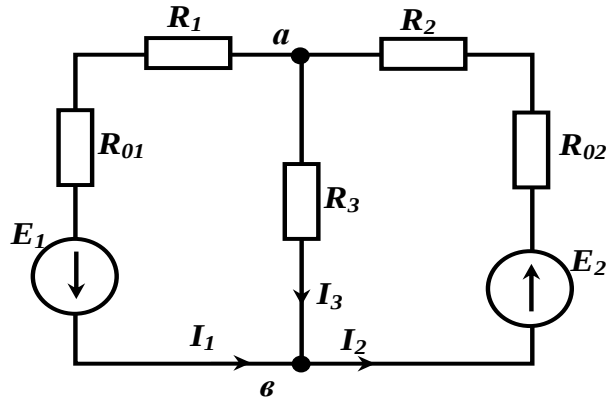


Рис. 1.4. Схема електричного кола до прикладу 1.5

Розв'язування. Дійсні струми у вітках будемо визначати, як алгебраїчну суму струмів від кожного із джерел. Тому електричне коло (рис. 1.5) замінимо двома колами, що зображені на рис. 1.5, у кожному з яких діє лише одне джерело ЕРС

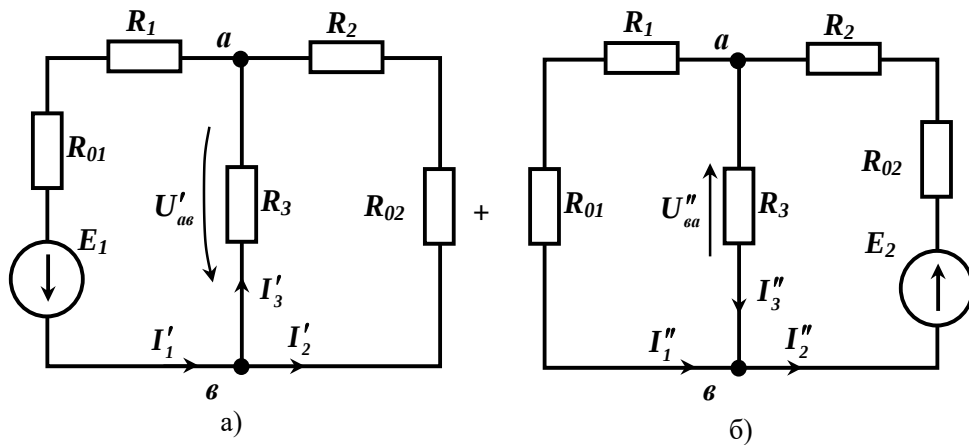


Рис. 1.5. До прикладу 1.5

Струм від кожного джерела ЕРС визначаємо методом перетворення, який вже розглядали в перших двох задачах. Тому розв'язок наведемо без детальних пояснень.

Для схеми, зображеної на рис. 1.5, а:

$$R'_{ae} = \frac{(R_{02} + R_2) \cdot R_3}{R_{02} + R_2 + R_3} = \frac{(2 + 10) \cdot 10}{2 + 10 + 10} = 5,4 \text{ Ом};$$

$$R'_E = R_{01} + R_1 + R'_{ae} = 2 + 8 + 5,45 = 15,45 \text{ Ом};$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R'_E} = \frac{80}{15,45} = 5,18 \text{ А}; \quad U'_{ae} = I'_1 \cdot R'_{ae} = 5,18 \cdot 5,45 = 28,23 \text{ В};$$

$$I'_2 = \frac{U'_{ae}}{R_{02} + R_2} = \frac{28,23}{2 + 10} = 2,35 \text{ А}; \quad I'_3 = \frac{U'_{ae}}{R_3} = \frac{28,23}{10} = 2,823 \text{ А}.$$

Для схеми, що наведена на рис. 1.5, б, маємо:

$$R''_{ae} = \frac{(R_{01} + R_1) \cdot R_3}{R_{01} + R_1 + R_3} = \frac{(2 + 8) \cdot 10}{2 + 8 + 10} = 5 \text{ Ом}; \quad R''_E = R_{02} + R_2 + R''_{ae} = 2 + 10 + 5 = 17 \text{ Ом};$$

$$I''_2 = \frac{E_2}{R''_E} = \frac{170}{17} = 10 \text{ А}; \quad U''_{ae} = I''_2 \cdot R''_{ae} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ В};$$

$$I''_1 = \frac{U''_{ae}}{R_{01} + R_1} = \frac{50}{2 + 8} = 5 \text{ А}; \quad I''_3 = \frac{U''_{ae}}{R_3} = \frac{50}{10} = 5 \text{ А}.$$

Визначаємо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 5,18 + 5 = 10,18 \text{ А}; \quad I_2 = I'_2 + I''_2 = 2,35 + 10 = 12,35 \text{ А};$$

$$I_3 = I''_3 - I'_3 = 5 - 2,823 = 2,177 \text{ А}.$$

Приклад 1.6. Методом еквівалентного генератора визначити струм, що протікає через резистор R_5 (рис. 1.6, а), при таких параметрах електричного кола: $E_1 = 80\text{ В}$, $E_2 = 40\text{ В}$, $R_1 = R_3 = 10\text{ Ом}$, $R_2 = R_4 = 15\text{ Ом}$, $R_5 = 12\text{ Ом}$.

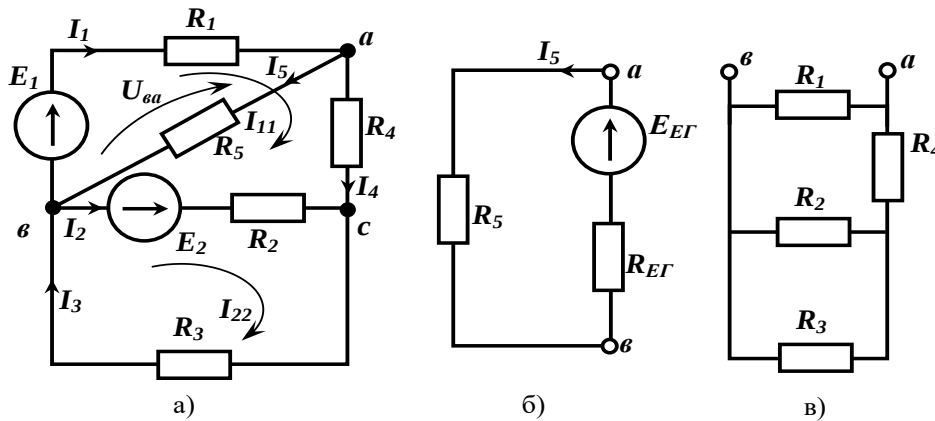


Рис. 1.6. Схеми електричного кола (а), еквівалентного генератора (б) та пасивного кола (в) відносно вузлів a і b

Розв'язування. Основне електричне коло (рис. 1.6, а) замінимо еквівалентним генератором, до затискачів a і b якого під'єднаний опір R_5 (рис. 1.6, б). Еквівалентний генератор характеризується ЕРС $E_{EГ}$ і еквівалентним опором $R_{EГ}$.

Напрямами струмів задаємося довільно. На дійсний напрям струмів буде вказувати їх знак у кінці розрахунку (при додатному струмі напрям вибраний правильно, при від'ємному – дійсний напрям буде протилежний вибраному).

Невідомий струм I_5 визначимо за формулою

$$I_5 = \frac{E_{EГ}}{R_{EГ} + R_5}.$$

Для визначення $E_{EГ}$ розрахуємо струми основного кола методом контурних струмів (можна вузлових напруг). Запишемо рівняння для контурних струмів I_{11} і I_{22} , напрям яких показано на рис. 1.27, а.

$$\begin{aligned} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} &= E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} &= E_{22}, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_1 - E_2 = 80 - 40 = 40\text{ В}; \quad E_{22} = E_2 = 40\text{ В}; \\ R_{11} &= R_1 + R_2 + R_4 = 10 + 15 + 15 = 40\text{ Ом}; \\ R_{22} &= R_2 + R_3 = 15 + 10 = 25\text{ Ом}; \\ R_{12} &= R_{21} = -R_2 = -15\text{ Ом}. \end{aligned}$$

Підставивши числові дані, отримаємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} 40I_{11} - 15I_{22} &= 40; \\ -15I_{11} + 25I_{22} &= 40. \end{aligned}$$

Визначимо струми:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 40 & -15 \\ -15 & 25 \end{vmatrix} = 775; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 40 & -15 \\ 40 & 25 \end{vmatrix} = 1600; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 40 & 40 \\ -15 & 40 \end{vmatrix} = 2200.$$

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1600}{775} = 2,06\text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2200}{775} = 2,84\text{ А}; \\ I_1 &= I_{11} = 2,06\text{ А}; \quad I_2 = I_{22} - I_{11} = 2,84 - 2,06 = 0,78\text{ А}; \quad I_3 = I_{22} = 2,84\text{ А}. \end{aligned}$$

Із рівняння, записаного за другим законом Кірхгофа для контура (рис.1.27, а), створеного ЕРС E_1 , опором R_1 і невідомою напругою $U_{aa} = E_{EF}$, визначимо E_{EF}

$$E_{EF} = E_1 - R_1 I_1 = 80 - 2,06 \cdot 10 = 59,4 \text{ В.}$$

Еквівалентний опір R_{EF} визначаємо відносно затискачів a і b пасивного кола, яке отримується із кола, зображеного на рис. 1.27, а, якщо в ньому всі ЕРС взяти рівними нулю (рис. 1.27, в):

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} = 6 \text{ Ом}; \quad R_{234} = R_{23} + R_4 = 6 + 15 = 21 \text{ Ом};$$

$$R_{EF} = \frac{R_1 \cdot R_{234}}{R_1 + R_{234}} = \frac{10 \cdot 21}{10 + 21} = 6,77 \text{ Ом.}$$

Шуканий струм I_5 дорівнює

$$I_5 = \frac{E_{EF}}{R_{EF} + R_5} = \frac{59,4}{6,77 + 12} = 3,16 \text{ А.}$$

Задачі для самостійного розв'язування

1.1. Враховуючи величину поверхні охолодження (за рівних інших умов), який із провідників можна навантажити більше: круглий перерізом 50 мм^2 чи прямокутний розміром $5 \times 10 \text{ мм}$?

1.2. При струмі 2 А напруга між затискачами акумулятора дорівнювала $2,1 \text{ В}$, а при струмі 4 А – 2 В . Визначити ЕРС джерела E , внутрішній опір R_0 і струм короткого замикання I_k за умови, що ЕРС і внутрішній опір джерела не залежать від навантаження.

1.3. Визначити діаметр d і довжину l ніхромового провідника для нагрівального елемента електричного чайника ($220 \text{ В}, 2,5 \text{ А}$) при густині струму $j = 7,5 \text{ А/мм}^2$ та питомому опорі ніхрому $\rho = 1,25 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м}$ у нагрітій стані.

1.4. Декоративні електричні лампи потужністю $P = 2 \text{ Вт}$ і напругою $U = 6 \text{ В}$ використовують для ялинкової гірлянди. Яку мінімальну кількість n ламп необхідно взяти, якщо гірлянду під'єднують до напруги 220 В , і який струм I буде протікати через гірлянду?

1.5. Щоб переконатися, що напруга мережі дорівнює 220 В , потрібно послідовно ввімкнути два вольтметри з номінальною напругою 150 В і внутрішніми опорами $R_1 = 30 \text{ кОм}$, $R_2 = 14 \text{ кОм}$. Визначити покази кожного вольтметра.

1.6. Електрична лампа та вольтметр мають однакові номінальні напруги і опори. У якому випадку лампа буде світити яскравіше: при послідовному чи паралельному їх увімкненні в мережу?

1.7. Електромонтери іноді говорять: «Гаряча пайка завжди холодна, а холодна пайка завжди гаряча». Що вони хочуть цим сказати?

1.8. Вісім конденсаторів однакової ємності розділені на дві однакові групи. У кожній групі конденсатори з'єднані паралельно, а групи між собою – послідовно. Ємність такої батареї становить $1,2 \text{ мкФ}$. Визначити ємність одного конденсатора.

1.9. Необхідно зібрати батарею конденсаторів ємністю $0,25 \text{ мкФ}$, що може працювати при постійній напрузі 6000 В , із конденсаторів ємністю $0,5 \text{ мкФ}$ і напругою 250 В . Визначити скільки для цього потрібно конденсаторів та як їх з'єднати.

1.10. Чому електричні лампи «перегоряють» у момент їх вмикання?

Практичне заняття 2

Тема – Розрахунок електричних кіл синусоїдного струму.

Мета – навчитися розраховувати електричні кола змінного синусоїдного струму з змішаним з'єднанням елементів класичним та комплексним методами

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 2.1. У коло синусоїдного струму частотою $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 2.1) ввімкнено послідовно дві котушки індуктивності та конденсатор. Визначити струм, напругу на елементах кола, резонансну частоту. Скласти баланс активних і реактивних потужностей, якщо прикладена напруга $U = 70 \text{ В}$, а параметри елементів дорівнюють: $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $L_2 = L_1 = 0,032 \text{ Гн}$; $C = 320 \text{ мкФ}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$. Побудувати топографічну векторну діаграму напруг. Задачу розв'язати комплексним методом.

Розв'язування. Визначаємо реактивні опори елементів:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad X_{L1} = \omega L_1 = 314 \cdot 0,032 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 0,032 = 10 \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 320 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом}.$$

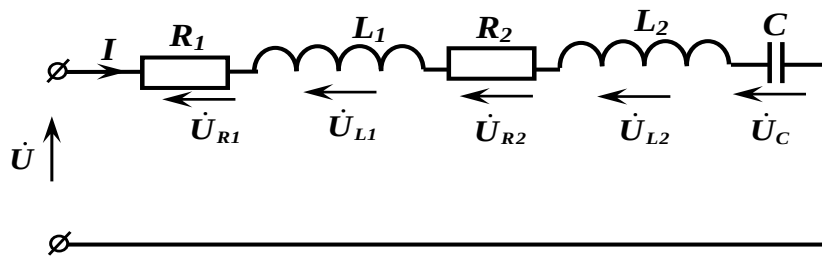


Рис.2.1. До прикладу 2.1

Повний опір електричного кола дорівнює

$$\underline{Z} = (R_1 + R_2) + j(X_{L1} + X_{L2} - X_C) = (4 + 6) + j(10 + 10 - 10) = 14,14e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

Визначаємо струм

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{70}{14,14e^{j45^\circ}} = 4,95e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Спади напруг на елементах електричного кола визначимо за формулами:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I} \cdot R_1 = 4,95e^{-j45^\circ} \cdot 4 = 19,8e^{-j45^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I} \cdot jX_{L1} = 4,95e^{-j45^\circ} \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10 = 49,5e^{j45^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I} \cdot R_2 = 4,95e^{-j45^\circ} \cdot 6 = 29,7e^{-j45^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I} \cdot jX_{L2} = 4,95e^{-j45^\circ} \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10 = 49,5e^{j45^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot (-j) \cdot X_C = 4,95e^{-j45^\circ} \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 10 = 49,5e^{-j135^\circ} \text{ В}.$$

За даними розрахунків будемо топографічну векторну діаграму (рис. 2.2). Для побудови векторної діаграми вибираємо масштаби $m_U = 10 \text{ В/см}$, $m_I = 1 \text{ А/см}$.

Комплексна потужність джерела

$$S_d = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 70 \cdot 4,95e^{j45^\circ} = 346,5e^{j45^\circ} = (244,98 + j244,98) \text{ ВА}.$$

Отже, активна потужність джерела P_d і реактивна - Q_d дорівнюють: $P_d = 244,98 \text{ Вт}$;

$$Q_d = 244,98 \text{ ВАр}.$$

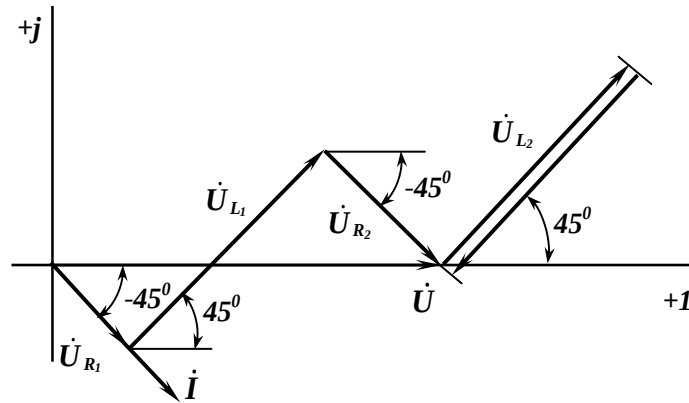


Рис.2.2. Векторна діаграма схеми, зображеної на рис. 2.1

Визначаємо активну P_c і реактивну Q_c потужності споживача:

$$P_c = I^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 4,95^2 (4 + 6) = 245 \text{ Вт}$$

$$Q_c = I^2 X_{L1} + I_2^2 X_{L2} - I^2 X_C = 4,95^2 (10 + 10 - 10) = 245 \text{ ВАр};$$

Складаємо баланс активних і реактивних потужностей:

$$P_d = P_c; \quad 244,98 \approx 245. \text{ Похибка обчислень становить } 0,008\%.$$

$$Q_d = Q_c; \quad 244,98 \approx 245. \text{ Похибка обчислень становить } 0,008\%.$$

Визначаємо резонансну частоту

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{(0,032 + 0,032) \cdot 320 \cdot 10^{-6}}} = 35,15 \text{ Гц}.$$

Приклад 2.2. Дві паралельні вітки (рис.2.3) під'єднані до джерела синусоїдної напруги $U = 40 \text{ В}$, частотою 50 Гц . Визначити струми у вітках і нерозгалуженій частині кола, якщо параметри елементів кола дорівнюють: $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $L = 0,0127 \text{ Гн}$; $C = 400 \text{ мкФ}$. Побудувати векторну діаграму струмів. Визначити резонансну частоту. Скласти баланс потужностей.

Розв'язування провести комплексним методом.

Розв'язування. Визначаємо реактивні опори елементів:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad X_L = \omega L = 314 \cdot 0,0127 = 4 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом}.$$

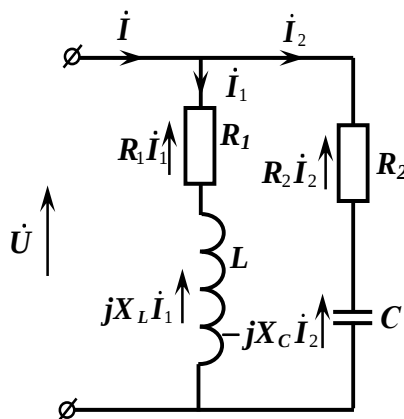


Рис. 2.3. Схема електричного кола до прикладу 2.2

Повні опори віток:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 6 + j4 = 7,2e^{j33,25^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 8 - j8 = 11,3e^{-j45^\circ} \text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір електричного кола

$$\underline{Z}_E = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{7,2e^{j33,25^\circ} 11,3e^{-j45^\circ}}{6 + j4 + 8 - j8} = \frac{81,36e^{-j11,75^\circ}}{14,56e^{-j16^\circ}} = 5,59e^{j4,25^\circ} \text{ Ом}.$$

Визначаємо струми у вітках:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E} = \frac{40}{5,59e^{j4,25^\circ}} = 7,16e^{-j4,25^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{40}{7,2e^{j33,25^\circ}} = 5,56e^{-j33,25^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{40}{11,3e^{-j45^\circ}} = 3,54e^{j45^\circ} \text{ А}.$$

Для побудови векторної діаграми вибираємо масштаби $m_U = 10 \text{ В/см}$; $m_I = 1 \text{ А/см}$.

Векторна діаграма наведена на рис.2.4.

Комплексна потужність джерела

$$S_d = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 40 \cdot 7,16e^{j4,25^\circ} = 286,4e^{j4,25^\circ} = (285,4 + j23,2) \text{ ВА}.$$

Активна потужність джерела дорівнює $P_d = 285,4 \text{ Вт}$, а реактивна - $Q_d = 23,2 \text{ ВАр}$.

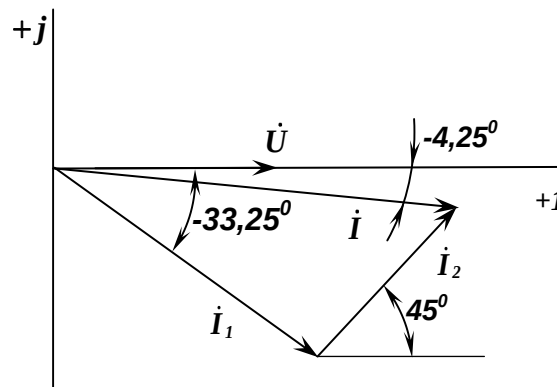


Рис.2.4. Векторна діаграма схеми, зображеної на рис. 2.3

Визначаємо активну P_c і реактивну Q_c потужності споживача:

$$P_c = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 5,56^2 \cdot 6 + 3,54^2 \cdot 8 = 285,73 \text{ Вт};$$

$$Q_c = I_1^2 X_L - I_2^2 X_C = 5,56^2 \cdot 4 - 3,54^2 \cdot 8 = 23,4 \text{ ВАр}.$$

Складаємо баланс активних і реактивних потужностей:

$$P_d = P_c; \quad 285,4 \approx 285,73. \text{ Похибка обчислень становить } 0,12\%.$$

$$Q_d = Q_c; \quad 23,2 \approx 23,4. \text{ Похибка обчислень становить } 0,86\%.$$

Визначаємо резонансну частоту

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{0,0127 \cdot 400 \cdot 10^{-6}}} \sqrt{\frac{0,0127}{400 \cdot 10^{-6}} - 6^2} = 25,7 \text{ Гц}.$$

Приклад 2.3. Заступна схема електричного кола зображена на рис. 2.5 з такими параметрами: $U = 160 \text{ В}$; $f = 400 \text{ Гц}$; $R_1 = 3,2 \text{ Ом}$; $L_1 = 0,00223 \text{ Гн}$; $C_3 = 20 \text{ мкФ}$; $R_2 = 17,7 \text{ Ом}$; $L_2 = 0,0215 \text{ Гн}$; $C_2 = 30 \text{ мкФ}$. Необхідно визначити струми у всіх вітках, напруги $U_{ав}$ і U_1 . Побудувати векторну діаграму напруг і струмів. Визначити активну та реактивну потужності джерела і споживачів. Перевірити розв'язок, склавши баланс потужностей.

Розв'язування. Визначаємо реактивні опори елементів:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 400 = 2512 \text{ рад/с}; \quad X_{L1} = \omega L_1 = 2512 \cdot 0,00223 = 5,6 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2512 \cdot 0,0215 = 54 \text{ Ом}; \quad X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2512 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 13,3 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{2512 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 20 \text{ Ом}.$$

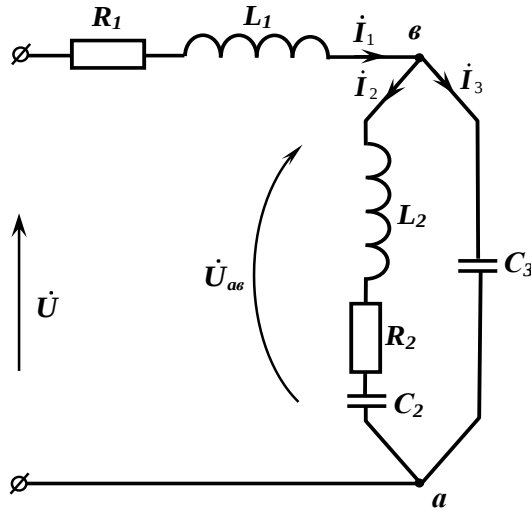


Рис. 2.5. Схема електричного кола до прикладу 2.3

Визначимо комплексні опори віток:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = 3,2 + j5,6 = 6,45e^{j60,3^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 17,7 + j40,7 = 44,4e^{j66,5^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_{C3} = -j20 = 20e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір $\underline{Z}_{23}$ паралельно з'єднаних віток дорівнює

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{20e^{-j90^\circ} \cdot 44,4e^{j66,5^\circ}}{-j20 + 17,7 + j40,7} = 32,6e^{-j73^\circ} = (9,5 - j31,2) \text{ Ом}.$$

Визначимо комплексний еквівалентний опір $\underline{Z}_E$ електричного кола

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 3,2 + j5,6 + 9,5 - j31,2 = 12,7 - j25,6 = 28,6e^{-j63,6^\circ} \text{ Ом}.$$

Струми у вітках визначимо за формулами:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E} = \frac{160}{28,6e^{-j63,6^\circ}} = 5,59e^{j63,6^\circ} = (2,49 + j5,01) \text{ А};$$

$$\underline{U}_{ae} = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{12} = 5,59e^{j63,6^\circ} \cdot 32,6e^{-j73^\circ} = 182,2e^{-j9,4^\circ} = (179,8 - j29,8) \text{ В};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ae}}{\underline{Z}_2} = \frac{182,2e^{-j9,4^\circ}}{44,4e^{j66,5^\circ}} = 4,1e^{-j75,9^\circ} = (1 - j3,98) \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{ae}}{\underline{Z}_3} = \frac{182,2e^{-j9,4^\circ}}{20e^{-j90^\circ}} = 9,11e^{j80,6^\circ} = (1,49 + j8,99) \text{ А};$$

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 5,59e^{j63,6^\circ} \cdot 6,45e^{j60,3^\circ} = 36e^{j123,9^\circ} = (-20 + j29,9) \text{ В}.$$

Розв'язок можна перевірити: за першим законом Кірхгофа

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 1,49 + j8,99 + 1 - j3,98 = (2,49 + j5,01) \text{ А},$$

що відповідає раніше визначеному значенню $\underline{I}_1$; за другим законом Кірхгофа

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_{ae} = 179,8 - j29,8 - 20 + j29,9 = (159,8 + j0,18) \text{ В},$$

що практично дорівнює заданій напрузі $\underline{U}$.

Для побудови векторної діаграми використовуємо масштаби $m_U = 20 \text{ В/см}$, $m_I = 1 \text{ А/см}$.

Топографічна векторна діаграма наведена на рис.2.6.

Діючі значення напруг і струмів дорівнюють модулям комплексних чисел, що зображають ці величини. Зокрема, $U_{ae}=182,2\text{ В}$; $U_1=36\text{ В}$; $I_1=5,59\text{ А}$; $I_2=4,14\text{ А}$; $I_3=9,11\text{ А}$.

Початкові фази напруг дорівнюють аргументам комплексних чисел:

$$\psi_{U_{ae}} = -9,4^\circ; \psi_{U_1} = 123,9^\circ; \psi_{I_1} = 63,6^\circ; \psi_{I_2} = -75,9^\circ; \psi_{I_3} = 80,6^\circ.$$

Комплексні потужності джерела та віток електричного кола визначимо за формулами:

$$S_d = U \cdot I_1^* = 160 \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 894,4 e^{-j63,6^\circ} = (397,7 - j801) \text{ ВА};$$

$$S_1 = U_1 \cdot I_1^* = 36 e^{j123,9^\circ} \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 201,2 e^{j60,3^\circ} = (99,7 + j174,8) \text{ ВА};$$

$$S_2 = U_{ae} \cdot I_2^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 4,1 e^{-j75,9^\circ} = 747 e^{j66,5^\circ} = (297,9 + j685) \text{ ВА};$$

$$S_3 = U_{ae} \cdot I_3^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 9,11 e^{-j80,6^\circ} = 1659,8 e^{-j90^\circ} = -j1659,8 \text{ ВА}.$$

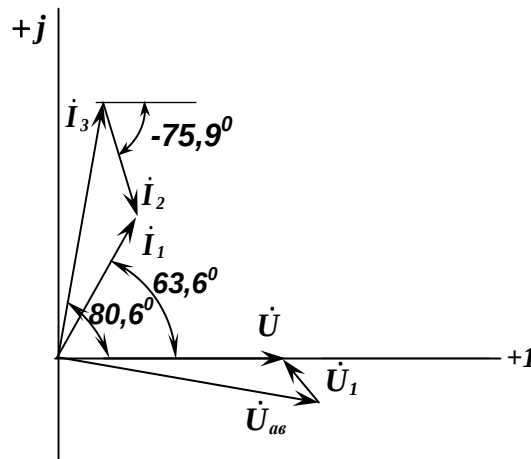


Рис. 2.6. Векторна діаграма електричного кола, схема якого зображена на рис. 2.5

Складаємо баланс потужностей:

$$P_d = P_1 + P_2 + P_3; \quad 397,7 \approx 99,7 + 297,9 + 0 \approx 397,6;$$

$$Q_d = Q_1 + Q_2 + Q_3; \quad -801 \approx 174,8 + 685 - 1659,8 \approx -800.$$

Приклад 2.4. До змінної напруги $U=30\text{ В}$ і частотою $f=50\text{ Гц}$ під'єднане електричне коло (рис. 2.7), опори елементів якого дорівнюють: $X_C=8\text{ Ом}$; $R=6\text{ Ом}$; $X_L=8\text{ Ом}$. Визначити покази приладів, що ввімкнені в електричне коло.

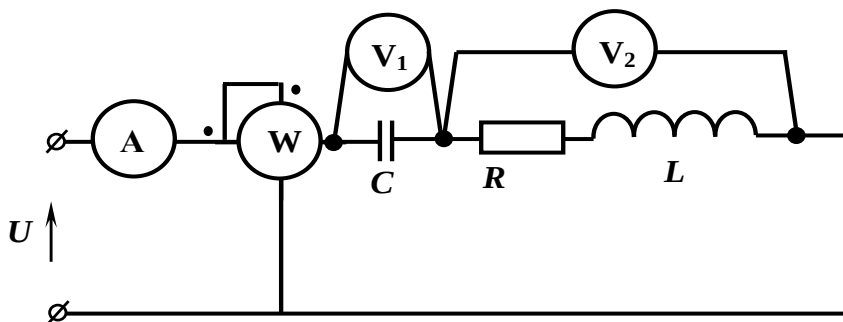


Рис. 2.7. Схема електричного кола до приладу 2.4

Розв'язування. Струм I , що протікає в електричному колі, дорівнює

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{30}{\sqrt{6^2 + (8-8)^2}} = 5\text{ А}.$$

Отже, амперметр покаже величину струму $I_A = I = 5\text{ А}$.

Вольтметр V_1 покаже напругу U_{V1} , що дорівнює

$$U_{v1} = IX_C = 5 \cdot 8 = 40B.$$

Покази вольтметра V_2 визначимо за формулою

$$U_{v2} = IZ_1 = I\sqrt{R^2 + X_L^2} = 5\sqrt{6^2 + 8^2} = 50B.$$

Ватметр покаже величину активної потужності P_v , яку визначають за формулою

$$P_v = I^2 R = 5^2 \cdot 6 = 150Bm.$$

Задачі для самостійного розв'язування

2.1. Потужність електричної лампи, що ввімкнена в мережу змінної напруги $U = 220B$, дорівнює $75Bm$. Визначити струм лампи, опір і енергію, що споживається нею за 2 години роботи.

2.2. Визначити ємність C конденсатора для отримання реактивної ємнісної потужності $Q_C = 110BAr$ при напрузі $U = 220B$ та частоті $f = 50Гц$.

2.3. При вмиканні котушки індуктивності в мережу постійної напруги $U_+ = 12B$ по ній протікає струм $I_+ = 0,5A$. Якщо ввімкнути цю котушку в мережу змінної напруги $U_0 = 100B$, $f = 50Гц$ через неї протікає струм $I_0 = 2A$. Визначити параметри котушки, активну та повну потужності.

2.4. Визначити параметри котушки індуктивності (активний опір R та індуктивність L) ввімкненої у мережу змінної напруги частотою $f = 50Гц$, якщо вольтметр показує напругу $U = 120B$, амперметр – струм $I = 4A$, ватметр – потужність $P = 81Bm$.

2.5. На якій гармоніці можливий резонанс напруг в електричному колі з послідовно з'єднаними R, L, C - елементами ввімкненому на несинусоїдну напругу, якщо для першої гармоніки $R = 10Om$, $X_L = 5Om$, $X_C = 20Om$?

2.6. Електричну лампу потужністю $P_{л} = 75Bm$ і напругою $U_{л} = 150B$ необхідно під'єднати до мережі напругою $U = 220B$ та частотою $f = 50Гц$. Для компенсації частини напруги послідовно з лампою можна ввімкнути конденсатор ємністю C або реостат з опором R_p . Визначити величини ємності C і опору R_p та вказати який спосіб компенсації напруги є кращим.

2.7. Чому контактор, котушка якого розрахована на напругу $U = 220B$, може практично нормально працювати при напрузі $127B$, якщо послідовно з котушкою ввімкнути конденсатор відповідної ємності?

2.8. Визначити активну P , реактивну Q та повну S потужності споживача, що під'єднаний до напруги $u = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$, якщо споживаний струм $i = 10 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t$.

2.9. Визначити активну P , реактивну Q та повну S потужності споживача, що під'єднаний до напруги $u = 311 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$, якщо споживаний струм $i = 14,14 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$.

2.10. Величини опорів послідовно з'єднаних R, L, C – елементів дорівнюють: $R = 6Om$, $X_L = 12Om$, $X_C = 20Om$. Визначити струм I в електричному колі та напругу живлення U , коли відомо, що спад напруги на конденсаторі $U_C = 100B$.

Практичне заняття 3

Тема – Розрахунок трифазних кіл.

Мета – навчитися розраховувати електричні кола трифазного струму при з'єднанні трикутником та зіркою симетричних та несиметричних режимів.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 3.1. До трифазної мережі з лінійною напругою 220В увімкнені два симетричні трифазні споживачі (рис. 3.1) з параметрами кожної фази: $R_{\phi} = 20 \text{ Ом}$; $X_{\phi} = 15 \text{ Ом}$. Визначити фазні і лінійні струми, а також споживану потужність у випадку з'єднання фаз навантаження зіркою та трикутником. Для обох випадків побудувати векторні діаграми струмів і напруг.

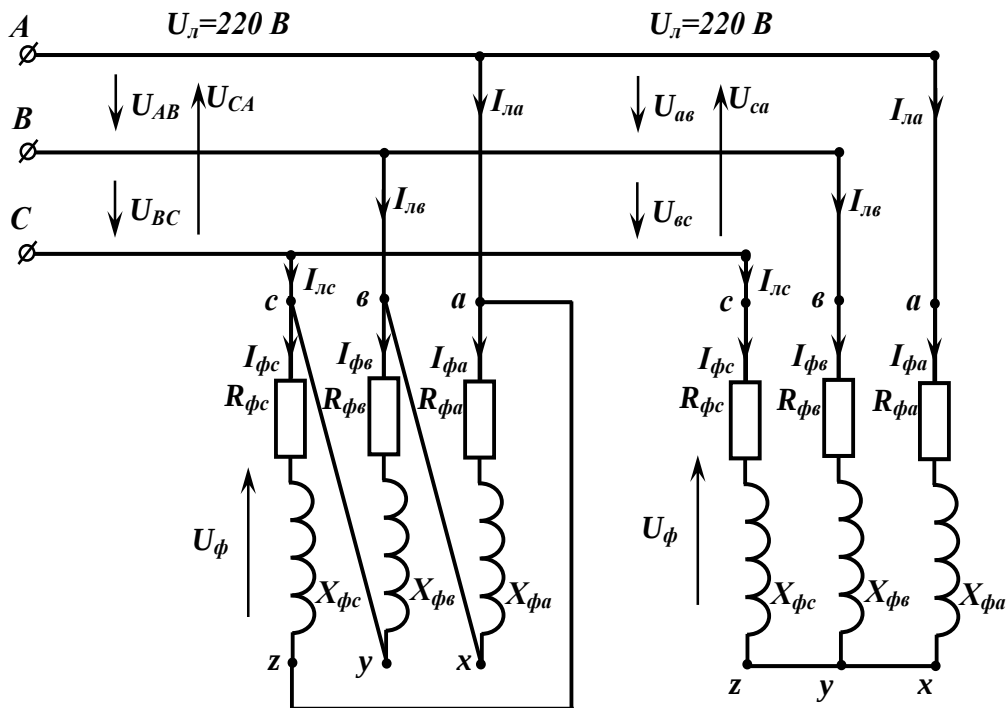


Рис. 3.1. Заступна схема електричного кола до прикладу 3.1

Розв'язування. При з'єднанні фаз зіркою до фази споживача прикладені напруги, діючі значення яких дорівнюють

$$U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = U_L / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Повний опір фази

$$Z_{\phi a} = Z_{\phi b} = Z_{\phi c} = Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + X_{\phi}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом.}$$

Діючі значення фазних струмів, які дорівнюють і лінійним

$$I_a = I_b = I_c = I_{\phi} = I_L = U_{\phi} / Z_{\phi} = 127 / 25 = 5,08 \text{ А.}$$

Кут зсуву фаз між фазними струмом і напругою

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{15}{20} = 36,8^{\circ}.$$

Оскільки навантаження трифазного споживача симетричне, то нейтральний провідник у даному випадку не потрібний.

Активна, реактивна та повна потужності фаз споживача визначаються за формулами:

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 127 \cdot 5,08 \cdot \cos 36,8^{\circ} = 516,13 \text{ Вт};$$

$$Q_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = 127 \cdot 5,08 \cdot \sin 36,8^{\circ} = 387,1 \text{ ВАр};$$

$$S_{\phi} = \sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2} = \sqrt{U_{\phi} I_{\phi}} = 127 \cdot 5,08 = 645,16 \text{ ВА.}$$

Активна, реактивна та повна потужності трифазного споживача дорівнюють:

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi} = 3 P_{\phi} = 3 \cdot 516,13 = 1548,39 \text{ Вт};$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\phi} = 3 Q_{\phi} = 3 \cdot 387,1 = 1161,3 \text{ ВАр};$$

$$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 S_{\phi} = 3 \cdot 645,16 = 1935,48 \text{ ВА.}$$

Для побудови векторної діаграми споживача за умови з'єднання зіркою вибираємо масштаби: $m_U = 50 \text{ В/см}$, $m_I = 2 \text{ А/см}$. Векторна діаграма наведена на рис. 3.12, а.

При з'єднанні фаз трикутником до фази споживача прикладена напруга

$$U_a = U_e = U_c = U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

За умовою задачі повний опір фази та кут зсуву фаз між фазним струмом і фазною напругою такі ж, як при з'єднанні зіркою:

$$Z_{\phi a} = Z_{\phi e} = Z_{\phi c} = Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + X_{\phi}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом};$$

$$\varphi_a = \varphi_e = \varphi_c = \varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{15}{20} = 36,8^{\circ}.$$

Діючі значення фазних струмів

$$I_{\phi a} = I_{\phi e} = I_{\phi c} = I_{\phi} = U_{\phi} / Z_{\phi} = \frac{220}{25} = 8,8 \text{ А.}$$

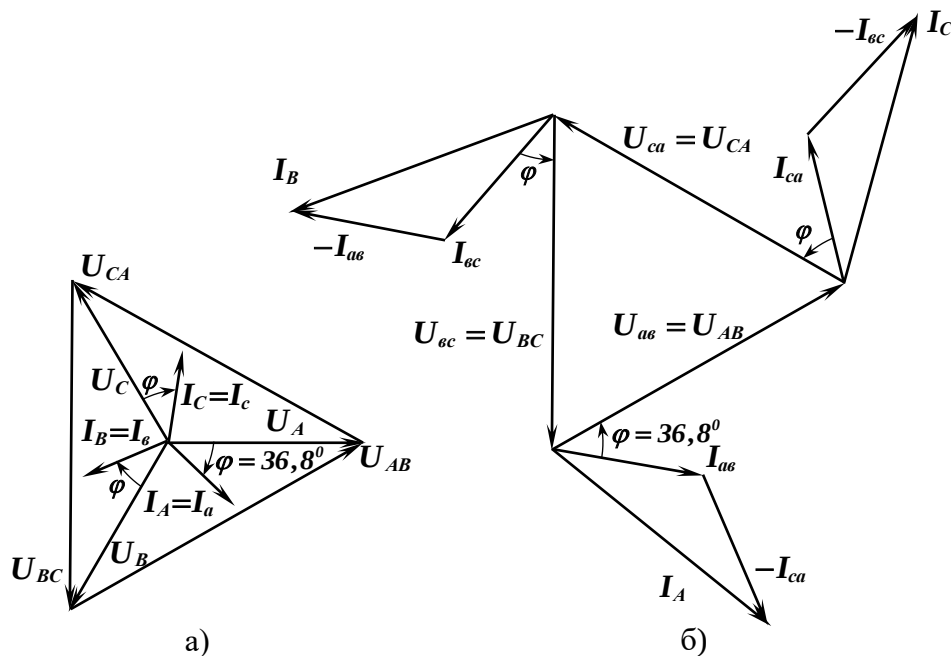


Рис. 3.17. Векторні діаграми трифазного споживача при з'єднанні фаз зіркою (а) та трикутником (б)

Діючі значення лінійних струмів

$$I_{\text{ла}} = I_{\text{лв}} = I_{\text{лс}} = I_{\phi} \cdot \sqrt{3} = 8,8 \cdot \sqrt{3} = 15,24 \text{ А.}$$

Потужності фаз і трифазного споживача дорівнюють:

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 220 \cdot 8,8 \cdot \cos 36,8^{\circ} = 1548,8 \text{ Вт};$$

$$Q_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = 220 \cdot 8,8 \cdot \sin 36,8^{\circ} = 1161,6 \text{ ВАр};$$

$$S_{\phi} = \sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2} = U_{\phi} I_{\phi} = 220 \cdot 8,8 = 1936 \text{ ВА};$$

$$P = 3 P_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,24 \cdot \cos 36,8^{\circ} = 4645,6 \text{ Вт};$$

$$Q = 3 Q_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,24 \cdot \sin 36,8^{\circ} = 3484,2 \text{ ВАр};$$

$$S = 3 \cdot S_{\phi} \sqrt{3} U_{\lambda} I_{\lambda} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,24 = 5807 \text{ ВА.}$$

Векторна діаграма трифазного споживача при з'єднанні фаз трикутником наведена на рис. 3.2, б. Для побудови векторної діаграми вибрані масштаби: $m_U = 50 \text{ В/см}$, $m_I = 4 \text{ А/см}$.

Приклад 3.2. Трифазний споживач з нейтральним провідником і несиметричним навантаженням під'єднаний до трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\lambda} = 380 \text{ В}$. Навантаження фаз споживача дорівнюють: $Z_{\phi a} = (26,5 - j7) \text{ Ом}$; $Z_{\phi b} = 22 \text{ Ом}$; $Z_{\phi c} = (34,5 + j16) \text{ Ом}$. Нарисувати заступну схему електричного кола. Визначити фазні та лінійні струми, струм у нейтральному провіднику, а також споживану активну потужність. Визначити вказані параметри при обриві нейтрального провідника. Побудувати векторні діаграми напруг і струмів для обох випадків.

Розв'язування. Заступна схема електричного кола наведена на рис. 3.3.

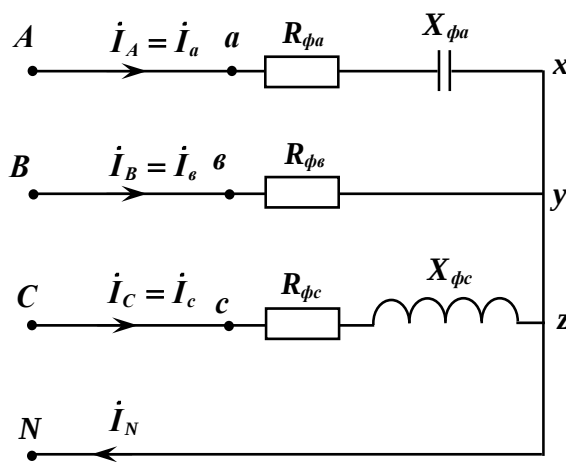


Рис. 3.18. Заступна схема електричного кола до прикладу 3.2

Величини фазних напруг дорівнюють:

$$U_{\phi a} = U_{\phi b} = U_{\phi c} = U_{\phi} = \frac{U_{\lambda}}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В,}$$

або в комплексній формі:

$$\vec{U}_a = U_{\phi} = 220 \text{ В;}$$

$$\vec{U}_b = U_{\phi} e^{-j120^\circ} = 220 e^{-j120^\circ} = (-110 - j190,5) \text{ В;}$$

$$\vec{U}_c = U_{\phi} e^{j120^\circ} = 220 e^{j120^\circ} = (-110 + j190,5) \text{ В.}$$

При наявності нейтрального провідника:

$$\vec{U}_a = \vec{U}_A; \quad \vec{U}_b = \vec{U}_B; \quad \vec{U}_c = \vec{U}_C; \quad U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = 220 \text{ В.}$$

Повні опори фаз і кути зсуву фаз між фазними напругами та струмами визначаємо за формулами:

$$Z_a = \sqrt{R_{\phi a}^2 + X_{\phi a}^2} = \sqrt{26,5^2 + 7^2} = 27,4 \text{ Ом; } \varphi_a = \arctg \frac{-X_{\phi a}}{R_{\phi a}} = \arctg \frac{-7}{26,5} = -14,8^\circ$$

$$Z_b = R_{\phi b} = 22 \text{ Ом; } \varphi_b = 0^\circ; \quad Z_c = \sqrt{R_{\phi c}^2 + X_{\phi c}^2} = \sqrt{34,5^2 + 16^2} = 38 \text{ Ом;}$$

$$\varphi_c = \arctg \frac{X_{\phi c}}{R_{\phi c}} = \arctg \frac{16}{34,5} = 24,9^\circ.$$

Фазні струми (вони ж і лінійні) визначимо за формулами:

$$\begin{aligned}\dot{I}_a &= \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220}{27,4e^{-j14,8^\circ}} = 8e^{j14,8^\circ} = (7,75 + j2)A; \\ \dot{I}_e &= \frac{\dot{U}_e}{\underline{Z}_e} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{22} = 10e^{-j120^\circ} = (-5 - j8,65)A; \\ \dot{I}_c &= \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{220e^{j120^\circ}}{38e^{j24,9^\circ}} = 5,8e^{j95,1^\circ} = (-0,5 + j5,77)A.\end{aligned}$$

Струм у нейтральному провіднику дорівнює

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_e + \dot{I}_c = 7,75 + j2 - 5 - j8,65 - 0,5 + j5,77 = 2,25 - j0,82 = 2,39e^{-j20^\circ} A;$$

На рис. 3.4, а побудована векторна діаграма напруг і струмів з прийнятими масштабами: $m_U = 50B/см$, $m_I = 4A/см$.

Споживані активні потужності дорівнюють

$$\begin{aligned}P_a &= U_a I_a \cos \varphi_a = 220 \cdot 8 \cdot \cos(-14,8^\circ) = 1700Bm; \\ P_e &= U_e I_e \cos \varphi_e = 220 \cdot 10 \cdot \cos 0 = 2200Bm; \\ P_c &= U_c I_c \cos \varphi_c = 220 \cdot 5,8 \cdot \cos 24,9^\circ = 1157Bm; \\ P &= P_a + P_e + P_c = 1700 + 2200 + 1157 = 5057Bm.\end{aligned}$$

При обриві нейтрального провідника величини фазних напруг будуть різними, оскільки навантаження фаз споживача несиметричне.

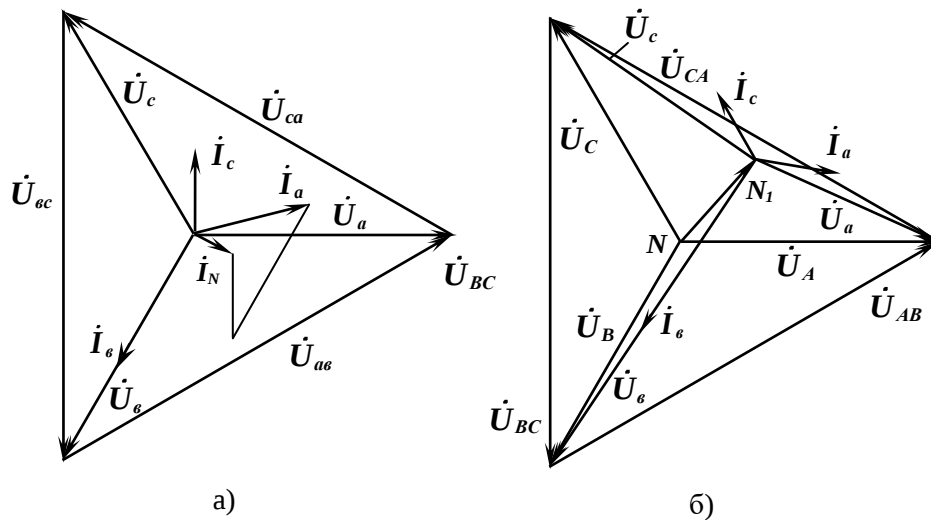


Рис. 3.4. Векторні діаграми до прикладу 3.2 з нейтральним (а) та без нейтрального (б) провідника

Для визначення фазних напруг необхідно визначити комплексні повні провідності фаз $\underline{Y}_a, \underline{Y}_e, \underline{Y}_c$ і напругу між нейтральними точками $\dot{U}_N$:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_a &= \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{1}{26,5 - j7} = \frac{26,5 + j7}{26,5^2 + 7^2} = (0,0353 + j0,0093)Cm; \\ \underline{Y}_e &= \frac{1}{\underline{Z}_e} = \frac{1}{22} = 0,0455Cm; \\ \underline{Y}_c &= \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{1}{34,5 - j16} = \frac{34,5 + j16}{34,5^2 + 16^2} = (0,0239 - j0,0111)Cm; \\ \underline{Y}_a + \underline{Y}_e + \underline{Y}_c &= 0,0352 + j0,0093 + 0,0455 + 0,0239 - j0,0111 = 0,1047 - j0,0018;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{\dot{U}}_N &= \frac{\underline{\dot{Y}}_a \underline{\dot{U}}_A + \underline{\dot{Y}}_b \underline{\dot{U}}_B + \underline{\dot{Y}}_c \underline{\dot{U}}_C}{\underline{\dot{Y}}_a + \underline{\dot{Y}}_b + \underline{\dot{Y}}_c} = \frac{(0,0353 + j0,0093)220}{0,1047 - j0,0018} + \\ &+ \frac{0,00455(-110 - j190,5) + (0,0239 - j0,0111)(-110 + j190,5)}{0,1047 - j0,0018} = \\ &= \frac{6,83 + j6,953}{0,1047 - j0,0018} = \frac{(6,83 + j6,953)(0,1047 + j0,0018)}{0,1047^2 + 0,0018^2} = 64,1 + j67,5 = 93,1e^{j46,5^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Визначимо фазні напруги та струми:

$$\begin{aligned}\underline{\dot{U}}_a &= \underline{\dot{U}}_A - \underline{\dot{U}}_N = 220 - 64,1 - j67,5 = 155,9 - j67,5 = 169,9e^{-j23,4^\circ} \text{ В;} \\ \underline{\dot{U}}_b &= \underline{\dot{U}}_B - \underline{\dot{U}}_N = -110 - j190,5 - 64,1 - j67,5 = -174,1 - j258 = 311e^{-j124^\circ} \text{ В;} \\ \underline{\dot{U}}_c &= \underline{\dot{U}}_C - \underline{\dot{U}}_N = -110 + j190,5 - 64,1 - j67,5 = -174,1 + j123 = 178,4e^{j144,8^\circ} \text{ В;} \\ \underline{\dot{I}}_a &= \frac{\underline{\dot{U}}_a}{\underline{\dot{Z}}_a} = \frac{169,9e^{-j23,4^\circ}}{27,4e^{-j14,8^\circ}} = 6,2e^{-j8,6^\circ} \text{ А;} \quad \underline{\dot{I}}_b = \frac{\underline{\dot{U}}_b}{\underline{\dot{Z}}_b} = \frac{311e^{-j124^\circ}}{22} = 14,1e^{-j124^\circ} \text{ А;} \\ \underline{\dot{I}}_c &= \frac{\underline{\dot{U}}_c}{\underline{\dot{Z}}_c} = \frac{178,4e^{j144,8^\circ}}{38e^{j24,9^\circ}} = 4,7e^{j119,9^\circ} \text{ А.}\end{aligned}$$

Приклад 3.3. До трифазної мережі з лінійною напругою 220В під'єднаний трифазний несиметричний споживач при з'єднанні фаз трикутником. Навантаження фаз таке ж, як і в прикладі 3.2: $\underline{\dot{Z}}_{ab} = (26,5 - j7) \text{ Ом}; \quad \underline{\dot{Z}}_{bc} = 22 \text{ Ом}; \quad \underline{\dot{Z}}_{ca} = (34,5 + j16) \text{ Ом}$. Необхідно накреслити заступну схему електричного кола, визначити фазні та лінійні струми, а також споживану активну потужність. Побудувати векторну діаграму напруг і струмів.

Розв'язування. Заступна схема наведена на рис. 3.5.

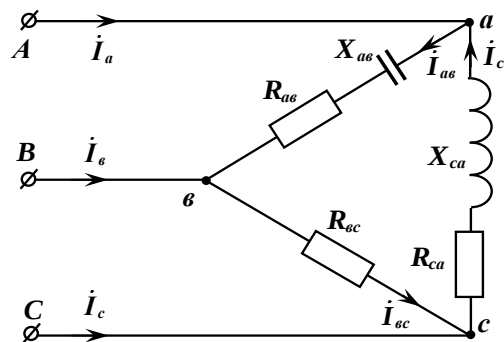


Рис. 3.5. Заступна схема електричного кола до прикладу 3.3

Комплексні лінійні напруги:

$$\underline{\dot{U}}_{ab} = \underline{\dot{U}}_{AB} = 220 \text{ В}; \quad \underline{\dot{U}}_{bc} = \underline{\dot{U}}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{\dot{U}}_{ca} = \underline{\dot{U}}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Повні опори фаз і кути зсуву фаз між фазними напругами та фазними струмами такі ж, як і в прикладі 3.2:

$$\begin{aligned}\underline{\dot{Z}}_{ab} &= \underline{\dot{Z}}_a = 27,4e^{-j14,8^\circ} \text{ Ом}; \quad \varphi_{ab} = \varphi_a = -14,8^\circ; \\ \underline{\dot{Z}}_{bc} &= \underline{\dot{Z}}_b = 22 \text{ Ом}; \quad \varphi_{bc} = \varphi_b = 0^\circ; \\ \underline{\dot{Z}}_{ca} &= \underline{\dot{Z}}_c = 38e^{j24,9^\circ} \text{ Ом}; \quad \varphi_{ca} = \varphi_c = 24,9^\circ.\end{aligned}$$

Визначимо фазні струми:

$$\begin{aligned}\underline{\dot{I}}_{ab} &= \frac{\underline{\dot{U}}_{ab}}{\underline{\dot{Z}}_{ab}} = \frac{220}{27,4e^{-j14,8^\circ}} = 8e^{j14,8^\circ} = (7,75 + j2) \text{ А;} \\ \underline{\dot{I}}_{bc} &= \frac{\underline{\dot{U}}_{bc}}{\underline{\dot{Z}}_{bc}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{22} = 10e^{-j120^\circ} = (-5 - j8,65) \text{ А;} \\ \underline{\dot{I}}_{ca} &= \frac{\underline{\dot{U}}_{ca}}{\underline{\dot{Z}}_{ca}} = \frac{220e^{j120^\circ}}{38} = 5,79e^{j120^\circ} = (-3,15 + j4,9) \text{ А.}\end{aligned}$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{220^{j120^\circ}}{38e^{j24,9^\circ}} = 5,8e^{j95,1^\circ} = (-0,5 + j5,77)A.$$

Лінійні струми дорівнюють:

$$\begin{aligned}\underline{I}_a &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 7,75 + j2 + 0,5 - j5,77 = 8,25 - j3,77 = 9,07e^{-j24,5^\circ}; \\ \underline{I}_b &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -5 - j8,65 - 7,75 - j2 = -12,75 - j10,65 = 16,6e^{-j140,2^\circ}; \\ \underline{I}_c &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = -0,5 + j5,77 + 5 + j8,65 = 4,5 + j14,42 = 15,1e^{j72,6^\circ}.\end{aligned}$$

Векторна діаграма наведена на рис. 3.6. При побудові використані масштаби $m_U = 50V/cm$, $m_I = 4A/cm$.

Споживані активні потужності визначимо за формулами:

$$\begin{aligned}P_{ab} &= U_{ab} I_{ab} \cos \varphi_{ab} = 220 \cdot 8 \cdot \cos(-14,8^\circ) = 1710Bm; \\ P_{bc} &= U_{bc} I_{bc} \cos \varphi_{bc} = 220 \cdot 10 \cdot \cos 0^\circ = 2200Bm; \\ P_{ca} &= U_{ca} I_{ca} \cos \varphi_{ca} = 220 \cdot 5,8 \cdot \cos 24,9^\circ = 1150Bm; \\ P &= P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 1710 + 2200 + 1150 = 5060Bm.\end{aligned}$$

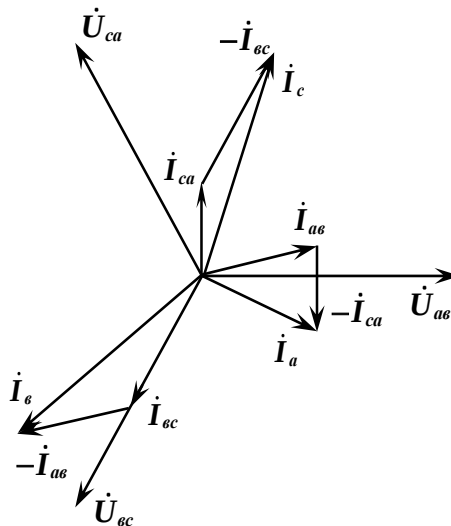


Рис. 3.6. Векторна діаграма до прикладу 3.3

Задачі для самостійного розв'язування

3.1. Фазні ЕРС синхронного генератора E_A, E_B, E_C зображені на векторній діаграмі у вигляді симетричної тривекторної зірки, що має однакові довжини векторів і кути 120° між векторами. Написати рівняння для миттєвих значень фазних ЕРС, якщо вектор $\bar{E}_A$ розміщений на горизонтальній осі праворуч.

3.2. У кожній обмотці трифазного генератора індукується ЕРС величиною $220V$. Визначити лінійну напругу генератора для з'єднання обмоток трикутником (зіркою).

3.3. Відбувся обрив лінійного провідника a симетричного трифазного навантаження з'єданого трикутником. Які величини напруг будуть на кожній фазі навантаження, якщо лінійна напруга дорівнювала $220V$?

3.4. Діюче значення струму в лінії a симетричного трифазного споживача, з'єданого зіркою без нульового провідника, дорівнює $20A$. Чому дорівнюють струми в лінійних провідниках, якщо відбувся обрив провідника лінії a ?

3.5. До затисків генератора, обмотки якого з'єднані зіркою, з фазною напругою $U_\phi = 220V$ під'єднаний споживач, з'єднаний трикутником, кожна фаза якого має опір $Z_\phi = (8 + j6)\Omega$. Визначити фазні струми генератора.

3.6. До трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 220\text{В}$ під'єднаний трифазний споживач, з'єднаний трикутником. Опір кожної фази дорівнює $Z_{\phi} = 8 - j8$. Визначити фазні та лінійні струми, кути зсуву фаз між фазними струмами і напругами, а також потужності трифазного споживача.

3.7. Визначити опір фази R_2 симетричного трифазного споживача, з'єднаного зіркою, якщо відомо, що опір фази симетричного трифазного споживача, з'єднаного трикутником $R_1 = 27\text{Ом}$. Обидва споживачі під'єднувались до однієї трифазної мережі і лінійні струми в обох випадках були однакові.

3.8. До трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 220\text{В}$ під'єднаний споживач, з'єднаний трикутником. Комплексний опір кожної фази дорівнює $Z_{\phi} = (15 + j15) = 21,2e^{j45^\circ}\text{Ом}$. Визначити фазні струми.

3.9. До трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 220\text{В}$ під'єднаний споживач, з'єднаний зіркою. Комплексний опір кожної фази дорівнює $(4 + j3) = 5e^{j37^\circ}\text{Ом}$. Визначити фазні струми.

3.10. До трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380\text{В}$ під'єднаний споживач, з'єднаний зіркою. Струм, що протікає через кожен фазу споживача, дорівнює $10e^{-j45^\circ}$. Визначити потужності трифазного споживача.

Практичне заняття 4

Тема – Побудова колових діаграм чотириполіусників.

Мета – навчитися розраховувати чотириполіусники на основі експериментальних даних, будувати їх векторні діаграми та схеми заміщення, а також використовувати метод змінних стану для моделювання чотириполіусників в якості «чорної скриньки»

Приклад розрахунку

Нехай задана вхідна напруга $U_1 = 300 \text{ В}$ і параметри T – подібної схеми заміщення чотириполіусника (рис. 4.1):

$$\underline{Z}_1 = 20 + j30 = 26,1e^{j56,3^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = 30 - j40 = 50e^{-j53,1^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_0 = (0,0282 + j0,0194) = 0,0342e^{j34,5^\circ} \text{ См.}$$

Підключимо до виходу T – подібної схеми індуктивне навантаження X_H , величина якого може змінюватись від нуля до нескінченності (рис. 4.1).

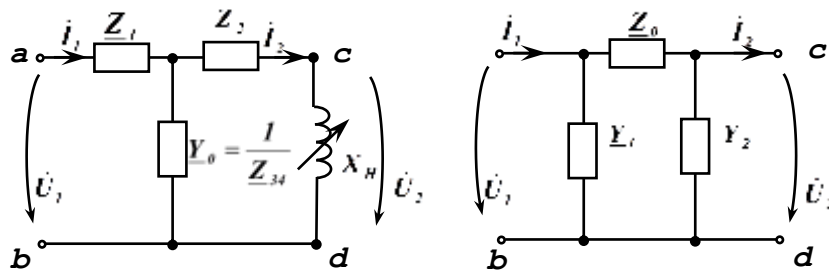


Рис. 4.1

Розглядаючи одержану схему як чотириполіусник з вхідними полюсами « $a-b$ » і вихідними – « $c-d$ », обчислимо коефіцієнти чотириполіусника, параметри його Π – подібної схеми заміщення і побудуємо колову діаграму чотириполіусника.

Розрахунок коефіцієнтів чотириполіусника

Обчислимо коефіцієнти чотириполіусника: $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$, виразивши їх через параметри T – подібної схеми заміщення:

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z}_1 \times \underline{Y}_0 = 1 + 26,1e^{j56,3^\circ} \times 0,0342e^{j34,5^\circ} =$$

$$= 1 + 1,23e^{j90,8^\circ} = 0,98 + j1,24 = 1,58e^{j51,6^\circ};$$

$$\underline{C} = \underline{Y}_0 = (0,0282 + j0,0194) = 0,0342e^{j34,5^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{D} = 1 + \underline{Z}_2 \times \underline{Y}_0 = 1 + 50e^{-j53,1^\circ} \times 0,0342e^{j34,5^\circ} =$$

$$= 1 + 1,71e^{-j18,6^\circ} = 2,62 - j0,52 = 2,67e^{-j11,2^\circ}.$$

З рівняння $\underline{A} \times \underline{D} - \underline{B} \times \underline{C} = 1$ маємо

$$\underline{B} = (\underline{A} \times \underline{D} - 1) / \underline{C} = \frac{1,58e^{j51,6^\circ} \times 2,67e^{-j11,2^\circ} - 1}{0,0342e^{j34,5^\circ}} =$$

$$= (2,21 + j2,74) / 0,0342e^{j34,5^\circ} =$$

$$= 3,52e^{j51,1^\circ} / 0,034e^{j34,5^\circ} =$$

$$= 102,9e^{j16,6^\circ} = (98,63 + j29,40) \text{ Ом.}$$

Визначення параметрів Π – подібної схеми заміщення

Будемо визначати параметри Π – подібної схеми заміщення чотириполюсника (рис. 4.2), використовуючи обчислені вище значення коефіцієнтів $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$:

$$\underline{Z}_0 = \underline{B} = (98,63 + j29,40) = 102,9e^{j16,6^\circ} \text{ Ом}.$$

З рівності $\underline{A} = 1 + \underline{Y}_2 \times \underline{Z}_0$ одержимо

$$\begin{aligned} \underline{Y}_2 &= (\underline{A} - 1) / \underline{B} = (0,98 + j1,24 - 1) / 102,9e^{j16,6^\circ} = \\ &= 0,0120e^{j73,3^\circ} = (0,0034 + j0,0115) \text{ См}; \end{aligned}$$

З рівності $\underline{D} = 1 + \underline{Y}_1 \times \underline{B}$ знаходимо:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= (\underline{D} - 1) / \underline{B} = (2,62 - j0,52 - 1) / 102,9e^{j16,6^\circ} = \\ &= \frac{1,70e^{-j17,8^\circ}}{102,9e^{j16,6^\circ}} = 0,0165e^{-j34,4^\circ} = (0,0136 - j0,0093) \text{ См}. \end{aligned}$$

Так як розглядуваний чотириполюсник є несиметричним, то, як видно з розрахунку, $\underline{Y}_1 \neq \underline{Y}_2$.

Побудова колової діаграми чотириполюсника

Для побудови колової діаграми чотириполюсника необхідно визначити комплексний струм $\dot{I}_{10}$ на вході чотириполюсника при неробочому режимі на його виході ($\dot{I}_2 = 0$) і комплексний струм $\dot{I}_{1K}$ на вході при короткому замиканні на виході чотириполюсника ($\dot{U}_2 = 0$).

При неробочому режимі на виході чотириполюсника (рис. 4.3) комплексні опори $\underline{Z}_1$ і $\underline{Z}_{34}$ виявляються сполученими послідовно і через них буде протікати вхідний струм:

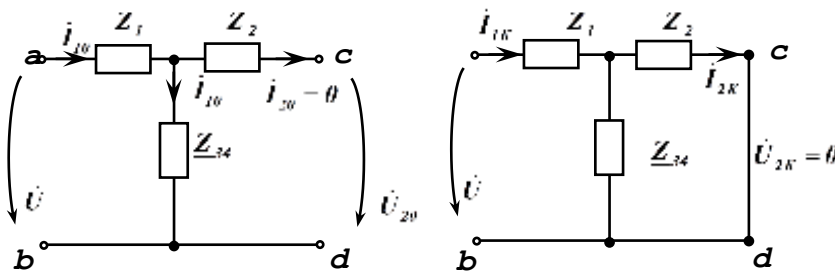


Рис. 4.3

$$\begin{aligned} \dot{I}_{10} &= \dot{U}_1 / \underline{Z}_{10} = \dot{U}_1 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{34}) = \\ &= 300e^{j0^\circ} / (20 + j30 + 24,1 - j16,5) = \\ &= 300e^{j0^\circ} / 46,1e^{j17^\circ} = 6,51e^{-j17^\circ} = \\ &= (6,23 - j1,90) \text{ А}; \quad \psi_{i0} = -17^\circ. \end{aligned}$$

Кут зсуву фаз між вхідною напругою та струмом $\dot{I}_{10}$:

$$\phi_{10} = \psi_U - \psi_{i0} = 0 - (-17^\circ) = 17^\circ.$$

При короткому замиканні на виході чотириполюсника ($\dot{U}_2 = 0$) комплексні опори $\underline{Z}_{34}$ і $\underline{Z}_2$ виявляються сполученими паралельно (рис. 4.4) і їх еквівалентний комплексний опір:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{24} &= \frac{\underline{Z}_{34} \times \underline{Z}_2}{\underline{Z}_{34} + \underline{Z}_2} = \frac{29,2e^{-j34,5^\circ} \times 50e^{-j53,1^\circ}}{24,1 - j16,5 + 30 - j40} = \\ &= \frac{1460e^{-j87,6^\circ}}{78,2e^{-j46,2^\circ}} = 18,67e^{-j41,4^\circ} = (14 - j12,4) \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Повний комплексний опір кола (рис. 2.41):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{1K} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{24} = 20 + j30 + 14 - j12 = 34 + j18 = \\ &= 38,3e^{j27,4^\circ} \text{ Ом}; \quad \phi_{1K} = 27,9^\circ.\end{aligned}$$

Вхідний струм чотириполіусника при короткому замиканні на виході:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{1K} &= \dot{U}_1 / \underline{Z}_{1K} = 300e^{j0^\circ} / 38,3e^{j27,4^\circ} = 7,83e^{-j27,4^\circ} = \\ &= (6,95 - j3,60) \text{ А}.\end{aligned}$$

При короткому замиканні на вході чотириполіусника ($\dot{U}_1 = 0$) комплексні опори $\underline{Z}_1$ і $\underline{Z}_{34}$ виявляться сполученими паралельно і послідовно з ними буде увімкнений комплексний опір $\underline{Z}_2$ (рис. 4.5).

Тоді комплексний вихідний опір чотириполіусника:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{2K} &= \underline{Z}_1 \times \underline{Z}_{34} / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{34}) + \underline{Z}_2 = \\ &= 36,1e^{j56,3^\circ} \times 29,2e^{-j34,5^\circ} / (20 + j30 + 24,1 - j16,5) + \\ &+ 30 - j40 = \frac{1054e^{j21,8^\circ}}{46,1e^{j17^\circ}} + 30 - j40 = \\ &= 52,8 - j38,1 = 64,9e^{-j35,8^\circ} \text{ Ом}; \quad \psi_{2K} = -35,8^\circ.\end{aligned}$$

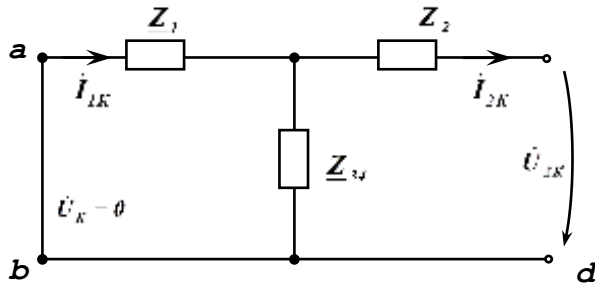


Рис. 4.5

Використовуючи обчислені значення струмів і кутів зсуву фаз, побудуємо колову діаграму чотириполіусника (рис. 4.6). З цією метою відкладемо вздовж осі абсцис вектор вхідної напруги $\bar{U}_1$, а під кутом $\phi_{10} = 17^\circ$ до нього в напрямку відставання – вектор струму $\bar{I}_{10}$.

Різниця векторів $(\bar{I}_{1K} - \bar{I}_{10})$ являється хордою AB дуги колової діаграми чотириполіусника – геометричного місця точок, утвореного кінцем вектора $\bar{I}_1$ вхідного струму чотириполіусника при неперервній зміні його величини від значення $\dot{I}_{10} = 6,51e^{-j17^\circ} \text{ А}$ при неробочому режимі на його вході до значення $\dot{I}_{1K} = 7,83e^{-j27,4^\circ} \text{ А}$ при короткому замиканні на виході чотириполіусника, тобто при зміні модуля X_H комплексного опору:

$$\underline{X}_H = X_H e^{j\phi_H} = X_H e^{j90^\circ} \text{ Ом}$$

в межах:

$$0 \leq X_H \leq \infty.$$

Для знаходження центра колової діаграми продовжимо хорду AB і побудуємо $\angle CBD = \phi_H - \phi_{2K} = 90^\circ - (-35,8^\circ) = 125,8^\circ$ (рис. 4.6). Оскільки $\angle CBD$ – додатний, то він відкладається проти руху годинникової стрілки.

Центр кола (точка O_1) буде знаходитись на перетині перпендикуляра до хорди AB , поставленого з її центра, і перпендикуляра до дотичної BD , проведеного з точки B .

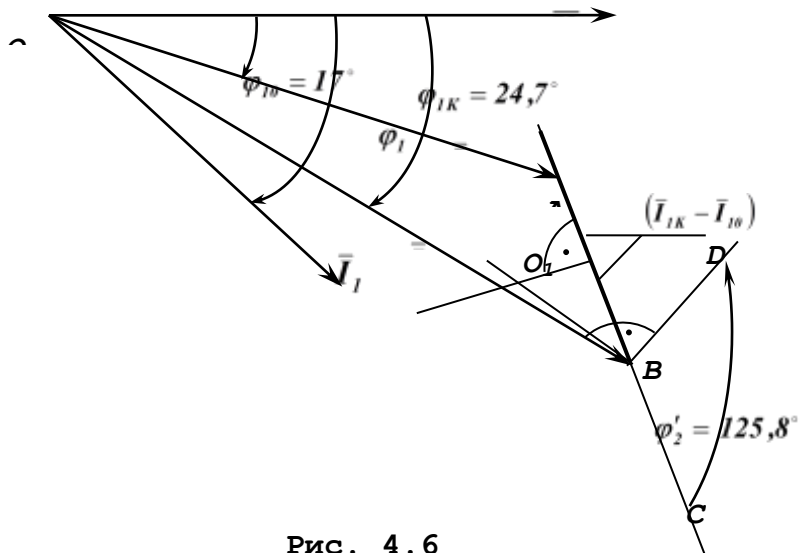


Рис. 4.6

Вектор $\bar{I}_1$, змінюючись, приймає всі можливі значення від $\bar{I}_{10} = 6,51 \text{ A}$ до значення $\bar{I}_{1K} = 7,83 \text{ A}$ і кінець його весь час залишається на дузі колової діаграми, якій належать також точки A і B .

Практичне заняття 5

Розрахунок перехідних процесів в електричних колах класичним методом.

Мета – навчитися розраховувати перехідні процеси в лінійних електричних колах класичним та операторним методами.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 5.1. Визначити початкову швидкість наростання струму в котушці у момент вмикання її на постійну напругу $U=2В$ і струм, потокозчеплення та енергію магнітного поля котушки в усталеному режимі. Параметри котушки: $L=1\cdot 10^{-3} Гн$, $R=1Ом$.

Розв'язування. У момент вмикання котушки струм $i=0$, а тому $iR=0$. Отже, вся прикладена напруга U зрівноважується ЕРС самоіндукції

$$U = L \frac{di}{dt}.$$

Швидкість наростання струму $\frac{di}{dt}$ в початковий момент дорівнює

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U}{L} = \frac{2}{1\cdot 10^{-3}} = 2000 А/сек.$$

В усталеному режимі $di/dt=0$. Тому струм I котушки в усталеному режимі визначається за формулою

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2}{1} = 2А.$$

Потокозчеплення котушки в усталеному режимі визначаємо за формулою

$$\Psi = L \cdot I = 1\cdot 10^{-3} \cdot 2 = 2\cdot 10^{-3} Вб.$$

Енергія магнітного поля дорівнює

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{1\cdot 10^{-3} \cdot 2^2}{2} = 2\cdot 10^{-3} Дж.$$

Приклад 5.2. Визначити закони зміни струму і напруг на елементах електричного кола (рис. 5.1) при розмиканні кола вимикачем SA . Параметри електричного кола: $E=24В$; $L=12 Гн$; $R=40Ом$; $R_1=200Ом$.

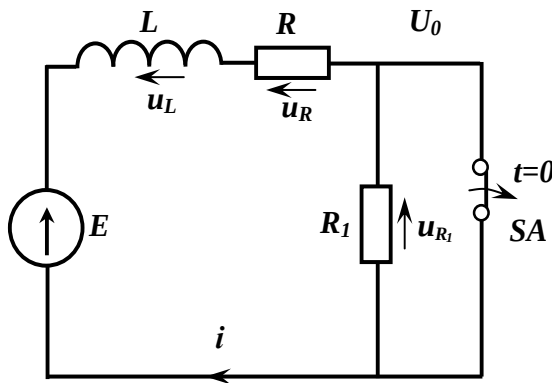


Рис. 5.1. Схема електричного кола до прикладу 5.2

Розв'язування. Запишемо систему рівнянь за другим законом Кірхгофа для миттєвих значень напруг

$$u_L + u_R + u_{R1} = E.$$

Підставивши у цей вираз рівняння елементів, отримаємо диференціальне рівняння кола для миттєвого значення струму

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_1)i = E.$$

Загальний розв'язок диференційного рівняння будемо визначати у вигляді двох складових (вільної і вимушеної)

$$i = i_{\text{віль}} + i_{\text{виму}}.$$

Вимушеній складовій (усталеному значенню) відповідає рівняння

$$i_{\text{виму}} = \frac{E}{R + R_1}.$$

Вільну складову отримаємо як результат розв'язування однорідного диференційного рівняння

$$L \frac{di_{\text{віль}}}{dt} + (R + R_1)i_{\text{віль}} = 0.$$

Розв'язком однорідного диференційного рівняння є

$$i_{\text{віль}} = Ae^{pt},$$

де $p = -\frac{R + R_1}{L}$ - корінь характеристичного рівняння $pL + (R + R_1) = 0$.

Кінцевий розв'язок має вигляд

$$i = \frac{E}{R + R_1} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

де $\tau = \frac{L}{R + R_1} = \frac{12}{40 + 200} = 0,05\text{с}$ - стала часу.

Сталу інтегрування A визначимо за умови, що струм в індуктивності не може змінюватися стрибком

$$i(0-) = i(0+); \quad \frac{E}{R} = \frac{E}{R + R_1} + A,$$

Звідси $A = \frac{R_1 E}{R(R + R_1)}$

Отже, струм в електричному колі буде змінюватися за законом

$$i = \frac{E}{R + R_1} + \frac{R_1 E}{R(R + R_1)} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{24}{40 + 200} + \frac{200 \cdot 24}{40(40 + 200)} e^{-\frac{t}{0,05}} = (0,1 + 0,5e^{-\frac{t}{0,05}}) \text{ A}.$$

Визначимо напруги на елементах:

$$U_L = L \frac{di}{dt} = -\frac{R_1}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{200}{40} e^{-\frac{t}{0,05}} = -5e^{-\frac{t}{0,05}} \text{ В};$$

$$U_R = Ri = R\left(\frac{E}{R + R_1} + \frac{R_1 E}{R(R + R_1)} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 40(0,1 + 0,5e^{-\frac{t}{0,05}}) = (4 + 20e^{-\frac{t}{0,05}}) \text{ В};$$

$$U_{R1} = R_1 i = R_1\left(\frac{E}{R + R_1} + \frac{R_1 E}{R(R + R_1)} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 200(0,1 + 0,5e^{-\frac{t}{0,05}}) = (20 + 100e^{-\frac{t}{0,05}}) \text{ В}.$$

Приклад 5.3. Визначити закони зміни струму і напруг на елементах електричного кола, зображеного на рис. 5.2, при вмиканні його в мережу постійної напруги. Параметри кола: $E = 110 \text{ В}$; $C = 1000 \text{ мкФ}$; $R = 5 \text{ Ом}$; $R_1 = 200 \text{ Ом}$.

Розв'язування. Використовуючи перший і другий закони Кірхгофа, запишемо диференційні рівняння електричного кола:

$$i = i_C + i_R = C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R}; \quad u_{R1} + u_C = R_1 i + u_C = E;$$

$$R_1(C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R}) + u_C = R_1C \frac{du_C}{dt} + \frac{R_1 + R}{R} u_C = E.$$

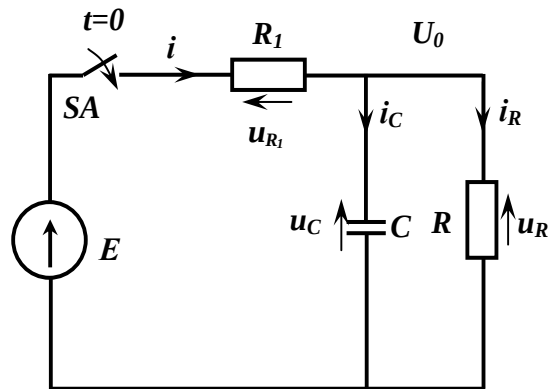


Рис. 5.2. Схема електричного кола до прикладу 5.3

Загальний розв'язок рівняння має вигляд

$$u_C = u_{C \text{ віль}} + u_{C \text{ вим}}.$$

Вимушену складову визначимо за формулою

$$u_{C \text{ вим}} = \frac{RE}{R_1 + R}.$$

Однорідне диференціальне рівняння для визначення вільної складової має вигляд

$$R_1C \frac{du_{C \text{ віль}}}{dt} + \frac{R_1 + R}{R} u_{C \text{ віль}} = 0,$$

розв'язком якого є

$$u_{C \text{ віль}} = Ae^{pt},$$

де $p = -\frac{R_1 + R}{R_1RC}$ - корінь характеристичного рівняння $R_1Cp + \frac{R_1 + R}{R} = 0$.

Отже, загальний розв'язок запишемо у вигляді

$$u_C = \frac{RE}{R_1 + R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}},$$

де $\tau = \frac{R_1RC}{R_1 + R} = \frac{200 \cdot 50 \cdot 1000 \cdot 10^{-6}}{200 + 50} = 0,04\text{с}$ - стала часу.

Сталу інтегрування A визначимо за умови, що напруга на ємності не може змінюватися стрибком

$$u_C(0-) = u_C(0+); \quad 0 = \frac{RE}{R_1 + R} + A,$$

Звідси $A = -\frac{RE}{R_1 + R}$.

Отже, напруга на конденсаторі буде змінюватися за законом

$$u_C = \frac{RE}{R_1 + R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{50 \cdot 110}{200 + 50} (1 - e^{-\frac{t}{0,04}}) = 22(1 - e^{-\frac{t}{0,04}}) \text{ В}.$$

Визначимо закони зміни струмів в елементах кола та напруг на резисторах:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{110}{200} e^{-\frac{t}{0,04}} = 0,55 e^{-\frac{t}{0,04}} \text{ А};$$

$$i_R = \frac{u_C}{R} = \frac{E}{R_1 + R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{110}{200 + 50} (1 - e^{-\frac{t}{0,04}}) = 0,44(1 - e^{-\frac{t}{0,04}}) \text{ А};$$

$$i_{R1} = i_C + i_R = \frac{E}{R_1 + R} \left(1 + \frac{R}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{110}{200 + 50} \left(1 + \frac{50}{200} e^{-\frac{t}{0,04}}\right) = (0,44 + 0,11e^{-\frac{t}{0,04}}) \text{ A};$$

$$u_{R1} = R_1 i = \frac{R_1 E}{R_1 + R} \left(1 + \frac{R}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{200 \cdot 110}{200 + 50} \left(1 + \frac{50}{200} e^{-\frac{t}{0,04}}\right) = 88(1 + 0,25e^{-\frac{t}{0,04}}) \text{ В}.$$

Приклад 5.4. Визначити закони зміни струму в електричному колі (рис. 5.3) та напруги на елементах при вмиканні зарядженого конденсатора до величини напруги U на активно-індуктивний опір. Параметри електричного кола: $U = 200 \text{ В}$; $C = 200 \text{ мкФ}$; $L = 0,2 \text{ Гн}$; $R = 40 \text{ Ом}$.

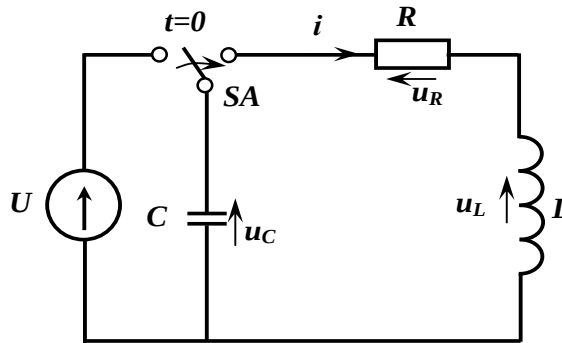


Рис. 5.3. Схема електричного кола до прикладу 5.4

Розв'язування. Згідно з другим законом Кірхгофа запишемо рівняння

$$u_C = u_L + u_R,$$

або

$$L \frac{di}{dt} + Ri - u_C = 0.$$

Підставивши значення $i = -C \frac{du_C}{dt}$, отримаємо диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0.$$

Розв'язком цього диференціального рівняння буде тільки вільна складова у вигляді

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

де p_1 і p_2 - корені характеристичного рівняння $p^2 + \frac{R}{L} p + \frac{1}{LC} = 0$,

$$p_{1,2} = \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Якщо $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} < 0$, то $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$,

де

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{40}{2 \cdot 0,2} = 100 \frac{1}{\text{с}}; \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2} = \sqrt{\frac{1}{0,2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} - 100^2} = 122,47 \frac{1}{\text{с}}.$$

Сталі інтегрування A_1 і A_2 визначимо за початковими умовами. Відповідно до першого та другого законів комутації запишемо рівняння:

$$i(0-) = 0 = i(0+) = C(p_1 A_1 + p_2 A_2); \quad u_C(0-) = U = u_C(0+) = A_1 + A_2.$$

Розв'язавши спільно ці два рівняння відносно A_1 і A_2 , отримаємо:

$$A_1 = \frac{p_2 U}{p_1 - p_2}; \quad A_2 = \frac{p_1 U}{p_1 - p_2}.$$

Підставивши в розв'язок диференційного рівняння значення величин p_1, p_2, A_1, A_2 і зробивши перетворення, пов'язані з заміною півсуми та піврізниці експонент від уявного аргументу $j\beta$ через тригонометричні функції, отримаємо

$$u_C = \frac{U}{\beta \sqrt{LC}} \cdot \cos(\beta t - \gamma) e^{-\alpha t},$$

$$\text{де } \gamma = \arctg \frac{\alpha}{\beta} = \arctg \frac{100}{122,47} = 39,93^\circ = 0,22\pi.$$

Визначимо спади напруг на елементах і струм в електричному колі:

$$u_C = \frac{200}{122,47 \sqrt{0,2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}} \cos(122,47t - 0,22\pi) e^{-100t} \approx 258,4 \cos(122,47t - 0,22\pi) e^{-100t} \text{ В};$$

$$i = -C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{\beta L} \sin \beta t e^{-\alpha t} = \frac{200}{122,47 \cdot 0,2} \sin 122,47t e^{-100t} \approx (8,17 \sin 122,47t) e^{-100t} \text{ А};$$

$$u_R = Ri = \frac{RU}{\beta L} \sin \beta t e^{-\alpha t} = (326,8 \sin 122,47t) e^{-100t} \text{ В};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \left[\frac{U}{\beta \sqrt{LC}} \cos(\beta t + \gamma) \right] e^{-\alpha t} = \left[\frac{200}{122,47 \sqrt{0,2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}} \cos(122,47t + 0,22\pi) \right] e^{-100t} = \\ = [258,4 \cos(122,47t + 0,22\pi)] e^{-100t} \text{ В}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

5.1. Що є небезпечнішим для котушки: розрив кола чи коротке замикання на затискачах котушки при протіканні через неї великого постійного струму?

5.2. Визначити сталу часу і тривалість перехідного процесу при зарядженні конденсатора. Параметри кола: $R = 2000 \text{ Ом}$; $C = 40 \text{ мкФ}$.

5.3. Визначити залежність струму i та напруги U_C від часу після вмикання кола на напругу $U = 200 \text{ В}$, якщо величини послідовно з'єднаних елементів такі: $C = 100 \text{ мкФ}$, $R = 100 \text{ Ом}$;

5.4. Конденсатор ємністю $C = 500 \text{ мкФ}$, заряджений до напруги $U = 220 \text{ В}$, розряджається на опір $R = 20 \text{ Ом}$. Визначити час розрядження конденсатора до напруги, що дорівнює 11 В .

5.5. Котушка з активним опором $R = 10 \text{ Ом}$ та індуктивністю $0,1 \text{ Гн}$ під'єднується до джерела постійної ЕРС $E = 110 \text{ В}$. Визначити енергію магнітного поля котушки для моменту часу $t = 0,01 \text{ с}$.

5.6. Як зміниться усталений струм, тривалість перехідного процесу і енергія магнітного поля котушки при вмиканні її на постійну напругу, якщо індуктивність збільшиться у три рази?

5.7. Котушка з індуктивністю $L = 3 \text{ Гн}$ і опором $R = 10 \text{ Ом}$, від'єднується від джерела постійної напруги $U = 110 \text{ В}$ і замикається на розрядний резистор $R_1 = 5 \text{ Ом}$. Визначити закон зміни струму в котушці.

5.8. Для визначення активного опору R котушки індуктивності паралельно до неї під'єднали вольтметр з внутрішнім опором $R_v = 10000 \text{ Ом}$ і ввімкнули в мережу постійної напруги $U = 100 \text{ В}$. Величина струму дорівнювала 1 А . Визначити напругу на затискачах вольтметра в момент від'єднання кола від мережі постійної напруги.

Практичне заняття 6

Тема – Розрахунок кіл несинусоїдного періодичного струму методом накладання.

Мета – навчитися розкладати несинусоїдні періодичні сигнали в ряд Фур'є та розраховувати електричні кола методом накладання для кожної з гармонік.

Розв'язування типових задач

Приклад 6.1. До електричного кола (рис. 6.1) прикладена напруга

$u = 150 \sin \omega t + 50 \sin(3\omega t + 20^\circ) + 30 \sin(5\omega t + 10^\circ) \text{ В}$. Параметри електричного кола: $R = 10 \text{ Ом}$; $L = 0,02 \text{ Гн}$; $C = 20 \text{ мкФ}$. Частота першої гармоніки $f = 50 \text{ Гц}$. Визначити миттєве та діюче значення струму в колі, активну і повну потужності кола, діюче значення напруги та коефіцієнт потужності.

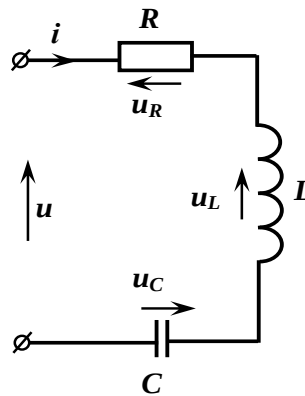


Рис. 6.1. Схема електричного кола до прикладу 6.1

Розв'язування. Розрахунок проводимо для кожної гармоніки окремо.

1. Для першої гармоніки:

$$X_{L(1)} = \omega L = 314 \cdot 0,02 = 6,28 \text{ Ом}; \quad X_{C(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 159 \text{ Ом};$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L(1)} - X_{C(1)})^2} = \sqrt{10^2 + (6,28 - 159)^2} = 153 \text{ Ом};$$

$$\varphi_{(1)} = \arctg \frac{X_{(1)}}{R} = \arctg \frac{6,28 - 159}{10} = -86,27^\circ;$$

$$\cos \varphi_{(1)} = \frac{R}{Z_{(1)}} = \frac{10}{153} = 0,065; \quad I_{(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{Z_1} = \frac{150}{153} = 0,98 \text{ А};$$

$$U_{(1)} = \frac{U_{(1)m}}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 106,4 \text{ В}; \quad I_{(1)} = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{106,4}{153} = 0,695 \text{ А};$$

$$i_{(1)} = 0,98 \sin(\omega t - 86,27^\circ); \quad P_{(1)} = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 106,4 \cdot 0,695 \cdot 0,065 = 4,8 \text{ Вт}.$$

2. Для третьої гармоніки:

$$X_{L(3)} = 3\omega L = 3 \cdot 314 \cdot 0,02 = 18,84 \text{ Ом}; \quad X_{C(3)} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 53 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{L(3)} - X_{C(3)})^2} = \sqrt{10^2 + (18,84 - 53)^2} = 35,6 \text{ Ом};$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{X_{(3)}}{R} = \arctg \frac{18,84 - 53}{10} = -73,7^\circ; \quad \cos \varphi_{(3)} = \frac{R}{Z_{(3)}} = \frac{10}{35,6} = 0,28;$$

$$I_{(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{Z_{(3)}} = \frac{50}{35,6} = 1,4 \text{ А}; \quad U_{(3)} = \frac{U_{(3)m}}{\sqrt{2}} = 35,46 \text{ В}; \quad I_{(3)} = \frac{U_{(3)}}{Z_{(3)}} = \frac{35,46}{35,6} = 0,996 \text{ А};$$

$$i_{(3)} = 1,4 \sin(3\omega t - 73,7^\circ); \quad P_{(3)} = U_{(3)} I_{(3)} \cos \varphi_{(3)} = 35,46 \cdot 0,996 \cdot 0,28 = 9,89 \text{ Вт}.$$

3. Для п'ятої гармоніки:

$$X_{L(5)} = 5\omega L = 5 \cdot 314 \cdot 0,02 = 31,4 \text{ Ом}; \quad X_{C(5)} = \frac{1}{5\omega C} = \frac{1}{5 \cdot 314 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 31,8 \text{ Ом};$$

$$Z_{(5)} = \sqrt{R^2 + (X_{L(5)} - X_{C(5)})^2} = \sqrt{10^2 + (31,4 - 31,8)^2} \approx 10 \text{ Ом};$$

$$\varphi_{(5)} = \arctg \frac{X_{(5)}}{R} = \arctg \frac{31,4 - 31,8}{10} \approx 0^\circ; \quad \cos \varphi_{(5)} = \frac{R}{Z_{(5)}} = \frac{10}{10} = 1;$$

У колі виконується умова резонансу для п'ятої гармоніки.

$$I_{(5)m} = \frac{U_{(5)m}}{Z_{(5)}} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}; \quad U_{(5)} = \frac{U_{(5)m}}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21,28 \text{ В}; \quad I_{(5)} = \frac{U_{(5)}}{Z_{(5)}} = \frac{21,28}{10} = 2,128 \text{ А};$$

$$i_{(5)} = 3 \sin 5\omega t; \quad P_{(5)} = U_{(5)} I_{(5)} \cos \varphi_{(5)} = 21,28 \cdot 2,128 \cdot 1 = 45,28 \text{ Вт}.$$

Миттєве значення струму в колі дорівнює

$$i = i_{(1)} + i_{(3)} + i_{(5)} = 0,98 \cdot \sin(\omega t - 86,27^\circ) + 1,4 \sin(3\omega t - 73,7^\circ) + 3 \sin 5\omega t.$$

Діючі значення струму та напруги:

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2 + I_{(5)}^2} = \sqrt{0,695^2 + 1,4^2 + 2,128^2} = 2,64 \text{ А};$$

$$U = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2 + U_{(5)}^2} = \sqrt{106,4^2 + 35,46^2 + 21,28^2} = 114,15 \text{ В}.$$

Активна та повна потужності:

$$P = P_{(1)} + P_{(3)} + P_{(5)} = 4,8 + 9,89 + 45,28 = 59,97 \text{ Вт};$$

$$S = UI = 114,15 \cdot 2,64 = 301,36 \text{ ВА}.$$

Коефіцієнт потужності

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{59,97}{301,36} = 0,199.$$

Приклад 6.2. До електричного кола (рис. 6.2) прикладена напруга $u = 100 \sin \omega t - 80 \sin 3\omega t + 40 \sin 5\omega t \text{ В}$. Параметри електричного кола: $R = 12 \text{ Ом}$; $L = 0,03 \text{ Гн}$; $C = 400 \text{ мкФ}$; $\omega = 314 \text{ рад/с}$. Визначити миттєві та діючі значення струмів i_R, i_L, i_C, i , а також споживану активну потужність.

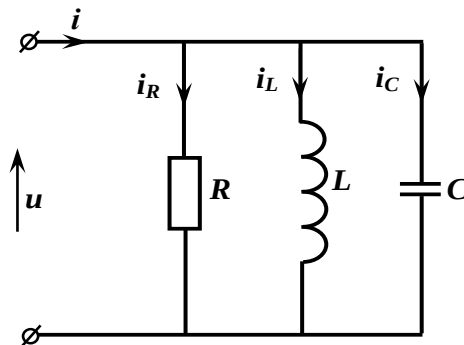


Рис. 6.2. Схема електричного кола до прикладу 6.2

Розв'язування. Визначимо реактивні опори, що відповідають першій, третій і п'ятій гармонікам:

$$X_{L(1)} = \omega L = 314 \cdot 0,03 = 9,42 \text{ Ом}; \quad X_{C(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 7,96 \text{ Ом};$$

$$X_{L(3)} = 3\omega L = 3 \cdot 314 \cdot 0,03 = 28,26 \text{ Ом}; \quad X_{C(3)} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 2,65 \text{ Ом};$$

$$X_{L(5)} = 5\omega L = 5 \cdot 314 \cdot 0,03 = 47,1 \text{ Ом}; \quad X_{C(5)} = \frac{1}{5\omega C} = \frac{1}{5 \cdot 314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 1,59 \text{ Ом}.$$

Визначаємо миттєві та діючі значення струмів у вітках для кожної гармоніки:

$$I_{R(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{R} = \frac{100}{12} = 8,3 \text{ A}; \quad I_{R(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{R} = \frac{80}{12} = 6,7 \text{ A};$$

$$I_{R(5)m} = \frac{U_{(5)m}}{R} = \frac{40}{12} = 3,3 \text{ A}.$$

$$i_R = (8,3 \sin \omega t - 6,7 \sin 3\omega t + 3,3 \sin 5\omega t) \text{ A};$$

$$I_R = \sqrt{\left(\frac{I_{R(1)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{R(3)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{R(5)m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{8,3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,7}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,9 \text{ A};$$

$$I_{L(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{X_{L(1)}} = \frac{100}{9,42} = 10,6 \text{ A}; \quad I_{L(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{X_{L(3)}} = \frac{80}{28,26} = 2,83 \text{ A};$$

$$I_{L(5)m} = \frac{U_{(5)m}}{X_{L(5)}} = \frac{40}{47,1} = 0,85 \text{ A};$$

$$i_L = [10,6 \sin(\omega t - 90^\circ) - 2,83 \sin(3\omega t - 90^\circ) + 0,85 \sin(5\omega t - 90^\circ)] \text{ A};$$

$$I_L = \sqrt{\left(\frac{I_{L(1)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{L(3)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{L(5)m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,6}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,83}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,85}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,78 \text{ A};$$

$$I_{C(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{X_{C(1)}} = \frac{100}{7,96} = 12,56 \text{ A}; \quad I_{C(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{X_{C(3)}} = \frac{80}{2,65} = 30,19 \text{ A};$$

$$I_{C(5)m} = \frac{U_{(5)m}}{X_{C(5)}} = \frac{40}{1,59} = 25,16 \text{ A};$$

$$i_C = [12,56 \sin(\omega t + 90^\circ) - 30,19 \sin(3\omega t + 90^\circ) + 25,16 \sin(5\omega t + 90^\circ)] \text{ A};$$

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{C(1)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{C(3)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{C(5)m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{12,56}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{30,19}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{25,16}{\sqrt{2}}\right)^2} = 29,19 \text{ A}.$$

Визначаємо провідності електричного кола для кожної гармоніки:

$$y_{(1)} = \sqrt{g^2 + \mathcal{G}_{(1)}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_{L(1)}} - \frac{1}{X_{C(1)}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{9,42} - \frac{1}{7,96}\right)^2} = 0,0856 \text{ См};$$

$$\varphi_{(1)} = \arctg \frac{\mathcal{G}_{(1)}}{g} = \arctg \frac{-1,96 \cdot 10^{-2}}{8,3 \cdot 10^{-2}} = -13,3^\circ;$$

$$y_{(3)} = \sqrt{g^2 + \mathcal{G}_{(3)}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_{L(3)}} - \frac{1}{X_{C(3)}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{28,26} - \frac{1}{2,65}\right)^2} = 0,35 \text{ См};$$

$$\varphi_{(3)} = \arctg \frac{\mathcal{G}_{(3)}}{g} = \arctg \frac{-0,342}{0,0833} = -76,1^\circ;$$

$$y_{(5)} = \sqrt{g^2 + \mathcal{G}_{(5)}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_{L(5)}} - \frac{1}{X_{C(5)}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{47,1} - \frac{1}{1,59}\right)^2} = 0,61 \text{ См};$$

$$\varphi_{(5)} = \arctg \frac{\mathcal{G}_{(5)}}{g} = \arctg \frac{-0,608}{0,0833} = -82,3^\circ.$$

Максимальні значення струмів:

$$I_{(1)m} = U_{(1)m} \cdot y_{(1)} = 100 \cdot 0,0856 = 8,56 \text{ A};$$

$$I_{(3)m} = U_{(3)m} \cdot y_{(3)} = 80 \cdot 0,35 = 28 \text{ A};$$

$$I_{(5)m} = U_{(5)m} \cdot y_{(5)} = 40 \cdot 0,61 = 24,4 \text{ A};$$

$$i_C = [8,56 \sin(\omega t + 13,3^\circ) - 28 \sin(3\omega t + 76,1^\circ) + 24,4 \sin(5\omega t + 82,3^\circ)] \text{ A}.$$

Діючи значення струму та напруги:

$$I = \sqrt{\left(\frac{I_{(1)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{(3)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{(5)m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{8,56}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{28}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{24,4}{\sqrt{2}}\right)^2} = 26,95 \text{ A};$$

$$U = \sqrt{\left(\frac{U_{(1)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{(3)m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{(5)m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2} = 94,87 \text{ B}.$$

Споживана активна потужність

$$P = \frac{U_{(1)m} I_{(1)m}}{2} \cos \varphi_{(1)} + \frac{U_{(3)m} I_{(3)m}}{2} \cos \varphi_{(3)} + \frac{U_{(5)m} I_{(5)m}}{2} \cos \varphi_{(5)} =$$

$$= \frac{100 \cdot 8,56}{2} \cos(-13,3^\circ) + \frac{80 \cdot 28}{2} \cos(-76,1^\circ) + \frac{40 \cdot 24,4}{2} \cos(-8,23^\circ) = 749,8 \text{ Вт}.$$

Перевірка:

$$P = R I_{R(1)}^2 + R I_{R(3)}^2 + R I_{R(5)}^2 = 12 \cdot \frac{8,3^2}{2} + 12 \frac{6,7^2}{2} + 12 \frac{3,3^2}{2} = 748,02 \text{ Вт},$$

тобто розрахунок потужності проведений з точністю 0,24%.

Задачі для самостійного розв'язування

6.1. До електричного кола, що складається з послідовно з'єднаних елементів, підведена несинусоїдна напруга $u = [100 + 150 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega] \text{ В}$. Параметри кола: $R = 8$, $X_L = 6$ при частоті $f = 50 \text{ Гц}$. Визначити повний опір для кожної із складових несинусоїдної напруги.

6.2. До електричного кола з послідовно з'єднаними R і C - елементами, підведена несинусоїдна напруга $u = [80 + 40 \sin \omega t + 20 \sin(3\omega t + 60^\circ)] \text{ В}$. Параметри електричного кола: $R = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$ при частоті $f = 50 \text{ Гц}$. Визначити повний опір для кожної складової напруги живлення.

6.3. Визначити миттєве значення струму споживача з активним опором $R = 10 \text{ Ом}$, увімкненого на несинусоїдну напругу $u = [40 \sin \omega t + 30 \sin 3\omega t] \text{ В}$.

6.4. У вітку електричного кола, через яку протікає струм $i = [5 + 2\sqrt{2} \sin \omega t] \text{ А}$, увімкнено амперметр магнітоелектричної системи. Визначити показ амперметра.

6.5. Визначити показ амперметра електромагнітної системи, увімкненого у вітку електричного кола, по якій протікає струм $i = [4\sqrt{2} \sin \omega t + 3\sqrt{2} \sin 3\omega t] \text{ А}$.

6.6. Визначити миттєве значення струму в електричному колі з $X_C = 9 \text{ Ом}$, увімкненого на напругу $u = [81 \sin(\omega t + 20^\circ) + 27 \sin(3\omega t - 40^\circ)] \text{ В}$.

6.7. Визначити активну потужність, що споживає котушка індуктивності, якщо вона під'єднана до напруги $u = [20 + 10\sqrt{2} \sin(3\omega t + 37^\circ)] \text{ В}$. Параметри котушки:

$$R = 4 \text{ Ом}, \quad X_L = 3 \text{ Ом}.$$

6.8. На якій гармоніці можливий резонанс напруг, якщо параметри кола для першої гармоніки:

а) $R = 20 \text{ Ом}; \quad X_L = 20 \text{ Ом}; \quad X_C = 40 \text{ Ом};$

б) $R = 20 \text{ Ом}; \quad X_L = 10 \text{ Ом}; \quad X_C = 40 \text{ Ом}.$

6.9 Напруга та струм в електричному колі змінюються за законами:

$$u = [50\sqrt{2} \sin(\omega t + 10^\circ) + 40\sqrt{2} \sin(3\omega t - 30^\circ)] \text{ В};$$

$$i = [20\sqrt{2} \sin(\omega t + 70^\circ) + 10\sqrt{2} \sin(3\omega t + 30^\circ)] \text{ А}.$$

Визначити активну потужність електричного кола.

Практичне заняття 7

Тема – Розрахунок електричних кіл з розподіленими параметрами.

Мета – навчитися розраховувати електричні кола змінного синусоїдного струму з розподіленими параметрами, а саме усталені процеси в однорідних довгих лініях.

Розрахунок усталеного режиму в реальній однорідній лінії

Однорідна лінія довжиною l з первинними параметрами: R_0, L_0, G_0, C_0 на одиницю довжини замкнена на опір Z_H , величина якого рівна характеристичному опору Z_C при частоті ω (рис. 7.5). Напруга на приймальному кінці лінії:

$$u_2(0, t) = U'_{2m} \sin \omega t + U''_{2m} \sin(\omega t + \psi_2'').$$

Визначимо: вторинні параметри лінії $-Z_C, \gamma, \alpha, \beta$; довжину хвилі λ ; фазову швидкість поширення хвиль V_ϕ .

Запишемо вирази для миттєвих значень напруги $u_1(l, t)$ й струму $i_1(l, t)$ на початку лінії.

Побудуємо для основної (першої) гармоніки графіки розподілу діючих значень напруги $U(x)$ і струму $I(x)$ уздовж лінії, виконавши обчислення для n рівних інтервалів.

Загальна характеристика узгодженого режиму роботи лінії

Лінії передачі інформації часто працюють в режимі узгодження, при якому опір навантаження Z_H рівний хвильовому опору Z_C (рис. 7.1).

При узгодженому навантаженні електромагнітна енергія переміщається уздовж лінії тільки в одному напрямку – від джерела до приймача (прямі хвилі напруги і струму). В кінці лінії вся енергія і, відповідно, вся інформація, яка передається по лінії, приймається споживачем без відбиття хвиль (сигнали назад не повертаються).

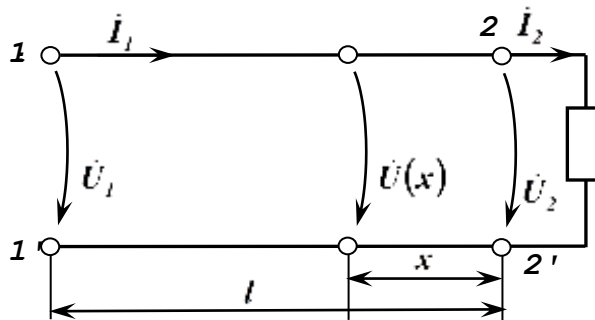


Рис. 7.1

В узгодженому режимі навантаження (при $Z_H = Z_C$) комплексна напруга в будь-якій точці лінії на відстані x від її кінця (рис. 7.1) визначається тільки прямою хвилею:

$$\dot{U} = \dot{U}_{np} = \frac{\dot{U}_2 + Z_C \times \dot{I}_2}{2} e^{\gamma x} = \dot{U}_2 \times e^{\gamma x}, \quad (7.1)$$

оскільки $Z_C \times I_2 = \dot{U}_2$.

Комплексний струм у будь-якій точці лінії:

$$\dot{I} = \dot{I}_{np} = \frac{\dot{U}_{np}}{Z_C} = \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \times e^{\gamma x} = \dot{I} \times e^{\gamma x}, \quad (7.2)$$

де $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ – комплекси напруги і струму в кінці лінії;

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$ – коефіцієнт поширення хвилі;

Z_C – хвильовий опір лінії.

У формулах (7.1) і (7.2) невідомі вторинні параметри лінії: $\underline{Z}_C$ і $\underline{\gamma}$; проведемо їх обчислення.

Визначення вторинних параметрів лінії

Розрахунки будемо проводити за числовими даними, наведеними в табл. 7.1.

Хвильовий (характеристичний) опір лінії визначимо за формулою:

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\underline{Z}_0 / \underline{Y}_0} = Z_C \times e^{j\theta^\circ}, \quad (7.3)$$

де $\underline{Z}_0, \underline{Y}_0$ – відповідно комплексний повний опір і комплексна повна провідність лінії на 1 км її довжини:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= R_0 + j\omega L_0 = R_0 + j2\pi f L_0 = 5,4 + j \times 2 \times 3,14 \times \\ &\times 800 \times 2 \times 10^{-3} = 5,4 + j10,05 = 11,4e^{j61,7^\circ} \text{ Ом/км}; \\ \underline{Y}_0 &= G_0 + j\omega C_0 = G_0 + j2\pi f C_0 = 1 \times 10^{-6} + j \times 2 \times 3,14 \times \\ &\times 800 \times 6 \times 10^{-9} = (1 + j30) \times 10^{-6} = 30 \times 10^{-6} e^{j88,1^\circ} \text{ См/км}. \end{aligned}$$

Таблиця 7.1

$R_0,$ Ом/км	$G_0,$ См/км	$L_0,$ Гн/км	$C_0,$ Ф/км	$f,$ Гц	$n,$ -	$l,$ км	U'_{2m} В	U'''_{2m} В	ψ'_2 град
5,4	1×10^{-6}	2×10^{-3}	6×10^{-9}	800	5	100	28,2	14,1	30

Тоді комплексний хвильовий опір лінії:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_C &= \sqrt{\frac{11,4e^{j61,7^\circ}}{30 \times 10^{-6} e^{j88,1^\circ}}} = \sqrt{0,38 \times 10^6 e^{-j26,4^\circ}} = \\ &= 616,4e^{-j13,2^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Коефіцієнт поширення хвилі:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \gamma e^{j\theta^\circ} = \alpha + j\beta = \sqrt{\underline{Z}_0 \times \underline{Y}_0} = \\ &= \sqrt{11,4e^{j61,7^\circ} \times 30 \times 10^{-6} e^{j88,1^\circ}} = \\ &= 18,5 \times 10^{-3} \times e^{j74,9^\circ} = \\ &= 18,5 \times 10^{-3} \times (\cos 74,9^\circ + j \sin 74,9^\circ) = \\ &= (4,8 \times 10^{-3} + j17,9 \times 10^{-3}) \text{ км}^{-1}. \end{aligned}$$

Дійсна частина комплексної величини коефіцієнта поширення хвилі називається коефіцієнтом затухання ($\alpha = 4,8 \times 10^{-3} \text{ Нн/км}$), а уявна частина – коефіцієнтом фази ($\beta = 17,9 \times 10^{-3} \text{ рад/км}$).

Коефіцієнт $\underline{\gamma}$ визначає основні параметри електромагнітних хвиль $-\lambda$ і V_ϕ :

Довжина хвилі:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2 \times 3,14}{17,9 \times 10^{-3}} = 350,8 \text{ км}.$$

Фазова швидкість поширення хвилі:

$$V_\phi = \lambda \times f = 350,8 \times 800 = 280640 \text{ км/с}.$$

Обчислення напруги і струму на початку лінії

Згідно з числовими даними (табл. 7.1) варіанта задачі амплітуда першої гармоніки напруги в кінці лінії ($x = 0$) $U'_{2m} = 28,2 \text{ В}$, а початкова фаза її $\psi'_2 = 0^\circ$.

Виходячи з цього, запишемо:

$$\dot{U}'_2(0,t) = U'_2 e^{j0^\circ} = U'_2 = \frac{U'_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{28,8}{\sqrt{2}} = 20 \text{ В.}$$

Перетворивши формулу, одержимо вираз комплексної напруги першої гармоніки в будь-якій точці лінії:

$$\dot{U}'(x,t) = \dot{U}'_2 e^{j\gamma x} = 20 e^{(\alpha + j\beta)x} = 20 e^{\alpha x} \times e^{j\beta x}. \quad (7.4)$$

Оскільки x – це відстань від кінця лінії, то при $x=l$, де l – довжина лінії, одержимо згідно з формулою (7.4) комплексну напругу $\dot{U}'_1(l)$ на початку лінії. Для цього попередньо обчислимо числові значення показників степенів αx і βx у формулі (7.4) для початку лінії (при $x=l$):

$$\alpha \times x|_{x=l} = \alpha \times l = 4,8 \times 10^{-3} \times 100 = 0,48 \text{ Нн};$$

$$\beta \times x|_{x=l} = \beta \times l = 17,8 \times 10^{-3} \times 100 = 1,79 \text{ рад.}$$

Так як $1 \text{ рад} = 57,3^\circ$, то $\beta \times l = 1,79 \times 57,3^\circ = 102,6^\circ$.

Тоді згідно з (7.64) вираз комплексної напруги першої гармоніки на початку лінії запишеться:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_1(l,t) &= 20 \times e^{0,48} \times e^{j102,6^\circ} = \\ &= 20 \times 1,62 e^{j102,6^\circ} = 32,4 e^{j102,6^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Миттєве значення напруги першої гармоніки:

$$u'_1(l,t) = 32,4 \sqrt{2} \sin(\omega t + 102,6^\circ) = 45,82 \sin(\omega t + 102,6^\circ) \text{ В.}$$

Згідно з табл. 7.1, амплітуда третьої гармоніки на кінці лінії $U''_2 = 14,4 \text{ В}$ і початкова фаза її $\psi''_2 = 30^\circ$. Значить, діюче значення цієї напруги:

$$U''_2 = U''_{2m} / \sqrt{2} = 14,4 / 1,41 = 10 \text{ В.}$$

Вираз комплексної напруги третьої гармоніки у будь-якій точці лінії:

$$\begin{aligned} \dot{U}'''(x,t) &= \dot{U}''_2 \times e^{j\gamma x} = U''_2 \times e^{j\psi_2} \times e^{j\gamma x} = 10 \times e^{j30^\circ} \times e^{(\alpha + j\beta)x} = \\ &= 10 \times e^{j30^\circ} \times e^{\alpha x} \times e^{j\beta x} \text{ В.} \end{aligned}$$

На початку лінії: $\alpha x = \alpha l = 0,48 \text{ Нн}$ і $\beta x = \beta l = 102,6^\circ$. Тоді комплексна напруга третьої гармоніки на початку лінії:

$$\dot{U}'''_1(l,t) = 10 \times e^{j30^\circ} \times e^{0,48} \times e^{j102,6^\circ} = 16,2 e^{j132,6^\circ} \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги третьої гармоніки на початку лінії:

$$\begin{aligned} u'''_1(l,t) &= 16,2 \sqrt{2} \sin(3\omega t + 132,6^\circ) = \\ &= 22,9 \sin(3\omega t + 132,6^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

Комплексні струми відповідно першої і третьої гармонік на початку лінії:

$$\dot{I}'_1(l,t) = \frac{\dot{U}'_1(l,t)}{\underline{Z}_C} = \frac{32,4 \times e^{j102,6^\circ}}{616 \times e^{-j13,2^\circ}} = 52,6 \times 10^{-3} \times e^{j115,8^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'''_1(l,t) = \frac{\dot{U}'''_1(l,t)}{\underline{Z}_C} = \frac{16,2 \times e^{j132,6^\circ}}{616 \times e^{-j13,2^\circ}} = 26,3 \times 10^{-3} \times e^{j145,8^\circ} \text{ А.}$$

Миттєві значення струмів першої і третьої гармонік на початку лінії:

$$\begin{aligned} i'_1(l,t) &= 52,6 \sqrt{2} \times 10^{-3} \sin(\omega t + 115,8^\circ) = \\ &= 74,3 \times 10^{-3} \sin(\omega t + 115,8^\circ) \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i'''_1(l,t) &= 26,3 \sqrt{2} \times 10^{-3} \sin(3\omega t + 145,8^\circ) = \\ &= 37,1 \times 10^{-3} \sin(3\omega t + 145,8^\circ) \text{ А.} \end{aligned}$$

Миттєві повні значення напруги й струму на початку лінії:

$$\begin{aligned} u_1(l, t) &= u'_1(l, t) + u''_1(l, t) = 45,82 \sin(\omega t + 102,6^\circ) + \\ &+ 22,9 \sin(3\omega t + 132,6^\circ) \text{ A;} \\ i_1(l, t) &= i'_1(l, t) + i''_1(l, t) = 74,3 \times 10^{-3} \sin(\omega t + 115,8^\circ) + \\ &+ 37,2 \times 10^{-3} \sin(3\omega t + 145,8^\circ) \text{ A.} \end{aligned}$$

Діючі значення напруги і струму на початку лінії:

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(U'_1)^2 + (U''_1)^2} = \sqrt{32,4^2 + 16,2^2} = 36,2 \text{ B;} \\ I_1 &= \sqrt{(I'_1)^2 + (I''_1)^2} = \sqrt{(52,6 \times 10^{-3})^2 + (26,3 \times 10^{-3})^2} = \\ &= 58,8 \times 10^{-3} \text{ A.} \end{aligned}$$

Обчислення струму в кінці лінії

Комплексний струм в кінці лінії ($x=0$) для кожної гармоніки обчислимо за формулою:

$$\begin{aligned} \dot{I}'_2 &= \frac{\dot{U}'_2}{\underline{Z}_H} = \frac{\dot{U}'_2}{\underline{Z}_C} = \frac{20e^{\alpha \times 0} \times e^{j\beta \times 0}}{616,4e^{j13,2^\circ}} = \\ &= \frac{20}{616,4e^{-j13,2^\circ}} = 32,5 \times 10^{-3} e^{j13,2^\circ} \text{ A;} \\ \dot{I}''_2 &= \frac{\dot{U}''_2}{\underline{Z}_C} = \frac{10e^{j30^\circ}}{616,4e^{-j13,2^\circ}} = 16,2 \times 10^{-3} \times e^{j143,2^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

Зсув фаз між напругою і струмом в кінці лінії залежить від аргументу опору навантаження. При узгодженому навантаженні, тобто при

$$\underline{Z}_H = \underline{Z}_C = Z_C e^{j\theta^\circ} = 616,4e^{-j13,2^\circ} \text{ Ом}$$

зсув фаз $\theta^\circ = -13,2^\circ$.

Таким чином, при узгодженому навантаженні зсуви фаз на вході і виході лінії рівні між собою.

Побудова графіків залежностей $U'(x)$ й $I'(x)$

Формула (7.64) дозволяє обчислити діюче значення комплексної напруги $\dot{U}(x)$ в будь-якій точці лінії. Модуль цієї напруги для першої гармоніки:

$$U'(x) = U'_2 e^{\alpha x} = 20^{4,8 \times 10^{-3} \times x} \text{ B} \quad (7.5)$$

визначає діюче значення напруги в залежності від відстані x від кінця лінії.

Для побудови графіка $I'(x)$ перетворимо рівняння (7.2) до вигляду, аналогічного (7.5):

$$\begin{aligned} I(x) &= \frac{U'_2}{Z_C} e^{\alpha x} = I'_2 e^{\alpha x} = 32,5 \times 10^{-3} \times e^{\alpha x} = \\ &= 32,5 \times 10^{-3} \times e^{4,8 \times 10^{-3} \times x} \text{ A.} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Для різних відстаней x за формулами (7.5) і (7.6) обчислюємо ряд значень напруги $U'(x)$ й струму $I'(x)$ першої гармоніки і заносимо їх в табл. 7.2 ($\alpha = 4,8 \times 10^{-3} \text{ Нп}$ взято з попереднього розрахунку).

Таблиця 7.2

$x, \text{ км}$	0	25	50	75	100
$\alpha \times x, \text{ Нп}$	0	0,12	0,24	0,36	0,48
$e^{\alpha \times x}, -$	1	1,13	1,27	1,43	1,62
$U' = 20e^{\alpha \times x}, \text{ В}$	20	22,6	25,4	28,6	32,4
$I'(x) = 32,5e^{\alpha \times x},$ $\times 10^{-3} \text{ А}$	32,5	36,7	41,3	46,5	52,7

За одержаними значеннями величин U' та I' будемо графіки зміни напруги й струму вздовж лінії (рис. 7.2), де по осі абсцис відкладено відстані $(l - x)$.

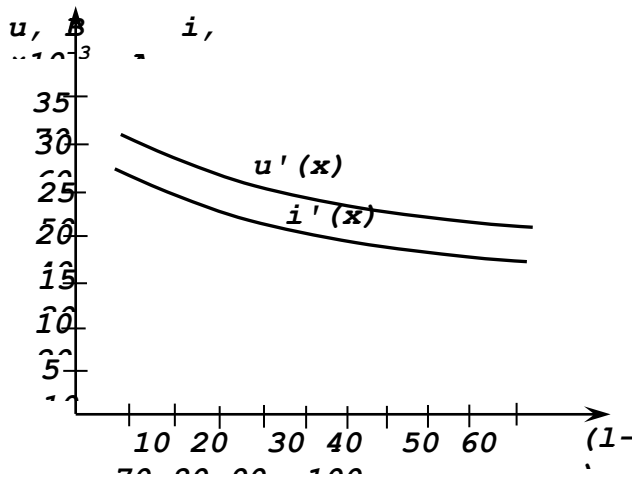


Рис. 7.2

Розрахунок усталеного режиму в безвтратній лінії

Однорідна безвтратна лінія ($R_0 = 0$; $G_0 = 0$) довжиною l з первинними параметрами L_0 і C_0 на одиницю довжини замкнена на активний опір R_2 .

Напруга на приймальному кінці лінії ($x = 0$):

$$u_2(0, t) = U'_{2m} \sin \omega t.$$

Визначимо вторинні параметри лінії: Z , γ , α , β ; довжину хвилі λ ; фазову швидкість поширення хвилі V_ϕ .

Запишемо вирази для миттєвих значень напруги $u_1(l, t)$ і струму $i_1(l, t)$ на початку лінії.

Визначимо вхідний опір лінії: а) при активному навантаженні R_2 ; б) при неробочому режимі лінії; в) при короткому замиканні в кінці лінії.

Визначимо параметри Т-подібної схеми заміщення лінії.

Визначимо вхідний опір лінії при неробочому режимі і при короткому замиканні для двох випадків: а) при довжині лінії $l = \lambda / 4$; б) при довжині лінії $l = \lambda / 2$.

Визначення вторинних параметрів безвтратної лінії

Розрахунки будемо проводити за числовими даними, наведеними в табл. 7.3.

Таблиця 7.3

$R_0,$ $Ом/км$	$G_0,$ $См/км$	$L_0,$ $Гн/км$	$C_0,$ $Ф/км$	$f,$ $Гц$	$l,$ $км$	n –	U'_{2m} $, B$
0	0	2×10^{-3}	6×10^{-9}	800	100	5	28,5

Хвильовий опір лінії:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_C &= \sqrt{\underline{Z}_0 / \underline{Y}_0} = \sqrt{(0 + j\omega L_0) / (0 + j\omega C_0)} = \sqrt{L_0 / C_0} = \\ &= \sqrt{2 \times 10^{-3} / 6 \times 10^{-9}} = 577 \text{ Ом} = R_C.\end{aligned}$$

Так як комплекс опору $\underline{Z}_C$ має тільки дійсну частину, то хвильовий опір чисто активний ($\underline{Z}_C = R_C = 577 \text{ Ом}$).

Коефіцієнт поширення хвилі:

$$\begin{aligned}\underline{\gamma} &= \alpha + j\beta = \sqrt{\underline{Z}_0 \times \underline{Y}_0} = \sqrt{j\omega L_0 \times j\omega C_0} = \\ &= j\omega \sqrt{L_0 C_0} = j\omega \sqrt{2 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-9}} = \\ &= j2 \times 3,14 \times 800 \times 3,46 \times 10^{-6} = \\ &= j0,0174 \text{ км}^{-1} = j\beta.\end{aligned}$$

Звідси одержуємо: коефіцієнт затухання хвилі $\alpha = 0$; коефіцієнт фази $\beta = 0,0174 \text{ рад/км}$.

Довжина хвилі:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2 \times 3,14}{0,0174} = 361 \text{ км}.$$

Фазова швидкість поширення хвилі:

$$U_\phi = \lambda \times f = 361 \times 800 = 288736 \text{ км/с}.$$

Визначення напруги і струму на початку лінії

Комплексні напруги першої і третьої гармонік на початку лінії:

$$\begin{aligned}\dot{U}'_1(l, t) &= \dot{U}'_2 \times e^{\gamma \times l} = U'_2 e^{j\beta l} \times e^{(0 + j\beta l)} = 20 e^{j0^\circ} \times e^{j99,7^\circ} = \\ &= 20 e^{j99,7^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}'''_1(l, t) &= \dot{U}'''_2 \times e^{\gamma l} = U'''_2 e^{j30^\circ} \times e^{\beta l} = 10 e^{j30^\circ} \times e^{j99,7^\circ} = \\ &= 10 e^{j129,7^\circ} \text{ В},\end{aligned}$$

де $\beta \times l = 0,0174 \times 100 = 1,74 \text{ рад} = 1,74 \times 57,3 = 99,7^\circ$, так як $1 \text{ рад} = 57,3^\circ$.

Миттєві значення напруги на початку лінії

$$\begin{aligned}u_1(l, t) &= u'_1(l, t) + u'''_1(l, t) = 20\sqrt{2} \sin(\omega t + 99,7^\circ) + \\ &+ 10\sqrt{2} \sin(3\omega t + 129,7^\circ) = 28,2 \sin(\omega t + 99,7^\circ) + \\ &+ 14,1 \sin(3\omega t + 129,7^\circ) \text{ В}.\end{aligned}$$

Миттєве значення струму на початку лінії:

$$i_1(l, t) = i_1'(l, t) + i_1'''(l, t) = \frac{28,2}{577} \sin(\omega t + 99,7^\circ) + \\ + \frac{14,1}{577} \sin(3\omega t + 129,7^\circ) = 50 \times 10^{-3} \sin(\omega t + 99,7^\circ) + \\ + 25 \times 10^{-3} \sin(3\omega t + 129,7^\circ) \text{ А.}$$

Визначення вхідного опору лінії

а) При активному навантаженні ($R_H = R_C$) вхідний опір рівний хвильовому:

$$Z_{BX} = Z_C = R_C = 577 \text{ Ом.}$$

б) При неробочому режимі ($I_2 = 0$)

$$\underline{Z}_{BX_0} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}}.$$

На підставі виразів (7.9) і (7.10) комплексні напруга і струм на початку безвтратної лінії мають вигляд:

$$\dot{U}_1(l, t) = \dot{U}_2 \cos(\beta l) + jZ_C \dot{I}_2 \sin(\beta l); \quad (7.9)$$

$$\dot{I}_1(l, t) = j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin(\beta l) + \dot{I}_2 \cos(\beta l). \quad (7.10)$$

Для неробочого режиму роботи лінії ($I_2 = 0$) ці рівності запишуться так

$$\dot{U}_{10}(l, t) = \dot{U}_2 \cos(\beta l); \quad (7.9, a)$$

$$\dot{I}_{10}(l, t) = j \frac{\dot{U}_2}{R_C} \sin(\beta l). \quad (7.10, a)$$

Тоді вхідний опір лінії:

$$\underline{Z}_{BX_0} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{\dot{U}_2 \cos(\beta l)}{j \frac{\dot{U}_2}{R_C} \sin(\beta l)} = \frac{\operatorname{ctg}(\beta l) \times Z_C}{j} = \frac{-jR_C}{\operatorname{tg}(\beta l)} = \\ = -j \frac{577}{\operatorname{tg} 99,7^\circ} = -j \frac{577}{-5,85} = j98,6 \text{ Ом} > 0.$$

в) При короткому замиканні ($\dot{U}_2 = 0$) рівняння лінії (7.9, а) і (7.10, а) приймуть вигляд:

$$\dot{U}_{1K3} = jR_C \dot{I}_2 \sin(\beta l); \quad (7.9, б)$$

$$\dot{I}_{1K3} = \dot{I}_2 \cos(\beta l), \quad (7.10, б)$$

а вхідний опір лінії:

$$\underline{Z}_{BX_{K3}} = \frac{\dot{U}_{1K3}}{\dot{I}_{1K3}} = \frac{jR_C \dot{I}_2 \sin(\beta l)}{\dot{I}_2 \cos(\beta l)} = jR_C \operatorname{tg}(\beta l) = j577 \operatorname{tg} 99,7^\circ = \\ = j577(-5,85) = -j3375 \text{ Ом} < 0.$$

Таким чином, якщо $\operatorname{tg}(\beta l) < 0$, то при неробочому режимі лінія має індуктивний характер ($\underline{Z}_{BX} > 0$), а при короткому замиканні – ємнісний характер ($\underline{Z}_{BX} < 0$).

Запишемо формули (7.65) і (7.66) для лінії без втрат ($\alpha = 0$):

$$U = U_2' e^{\alpha x} = U_2' e^{0 \times x} = U_2' = 20 \text{ В};$$

$$I = I_2' e^{\alpha x} = I_2' e^{0 \times x} = I_2' = 32,5 \times 10^{-3} \text{ А.}$$

Таким чином, завдяки тому, що коефіцієнт затухання $\alpha = 0$, діючі значення U та I незмінні вздовж всієї довжини лінії і графіки $U(x)$ та $I(x)$ будуть являти собою прямі лінії, які паралельні осі абсцис (рис. 7.3).

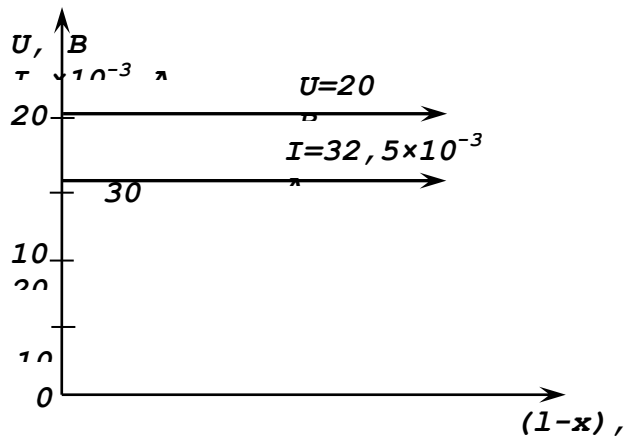


Рис. 7.3

Визначення параметрів Т-подібної схеми заміщення лінії

Напруги й струми на вході і виході безвтратної лінії зв'язані співвідношеннями (7.9, а) і (7.0, а):

$$\dot{U}_1(l, t) = \dot{U}_2 \cos(\beta l) + jR_c \dot{I}_2 \sin(\beta l);$$

$$\dot{I}_1(\beta l) = j \frac{\dot{U}_2}{R_c} \sin(\beta l) + \dot{I}_2 \cos(\beta l).$$

Співставляючи ці рівняння з рівняннями симетричного чотириполюсника:

$$\dot{U}_1 = \underline{A} \dot{U}_2 + \underline{B} \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \underline{C} \dot{U}_2 + \underline{D} \dot{I}_2,$$

можна записати: $\underline{A} = \underline{D} = \cos(\beta l) = \cos 99,7^\circ = 0,17 \text{ Ом};$

$$\underline{B} = jR_c \sin(\beta l) = j577 \times \sin 99,7^\circ = j570 \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = j \frac{\sin(\beta l)}{R_c} = j \frac{\sin 99,7^\circ}{577} = j0,0017 \text{ См}.$$

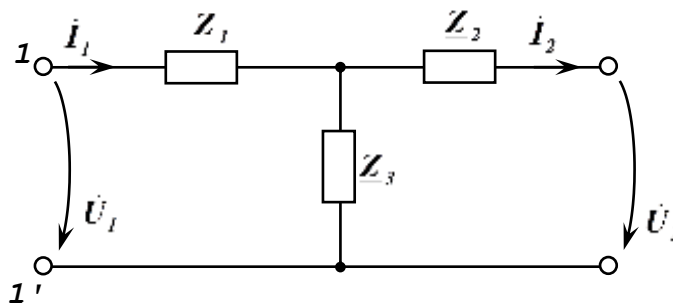


Рис. 7.4

Для перевірки правильності обчислення параметрів $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ використаємо рівність:

$$\underline{A} \times \underline{B} - \underline{C} \times \underline{D} = 1;$$

$$0,17 \times 0,17 - j570 \times j0,0017 = 0,029 + 0,971 = 1;$$

Визначаємо Z-параметри Т-подібної схеми заміщення лінії (рис. 7.4):

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}} = \frac{0,17 - 1}{j0,0017} = (-j) \frac{-0,83}{0,0017} = j488 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{C}} = \frac{0,17 - 1}{j0,0017} = (-j) \frac{-0,83}{0,0017} = j488 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{1}{\underline{C}} = \frac{1}{j0,0017} = -j588 \text{ Ом}.$$

Практичне заняття 8

Тема – Розрахунок нелінійного магнітного кола

Мета – Згідно з варіантом підібрати в табл. 8.1 і в табл. 8.2 необхідні числові значення фізичних параметрів кола і визначити магнітні потоки в стрижнях магнітопроводу (рис. 6.1) при заданих величинах струмів у котушках.

Таблиця 8.1

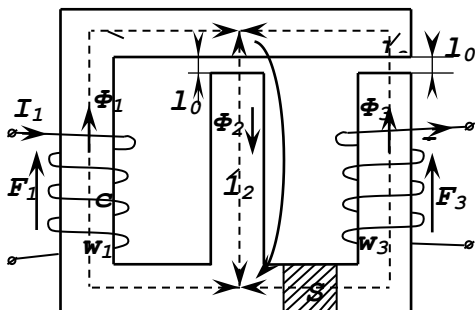
Число десятиків у цифрі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
I_1, A	-	10	12	8	-	12	10	-	10	15
I_2, A	6	7	-	16	5	-	8	18	-	10
I_3, A	5	-	16	-	12	8	-	12	12	-
w	65	50	60	70	50	40	60	55	60	80
$S, \times 10^{-3}, m^2$	4,5	2,0	2,2	4,0	3,6	2,4	1,6	2,8	3,0	2,6

Таблиця 8.2

Число одиниць у цифрі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
l_1, m	0,36	0,30	0,40	0,36	0,44	0,50	0,40	0,48	0,42	0,42
l_2, m	0,14	0,12	0,16	0,16	0,16	0,18	0,18	0,14	0,14	0,16
l_3, m	0,36	0,30	0,40	0,36	0,44	0,50	0,40	0,48	0,42	0,42
$L_{01}, \times 10^{-4}, m$	0,1	0,1	0,1	0,1	-	0,2	-	0,2	-	0,2
$L_{02}, \times 10^{-4}, m$	-	-	0,1	-	0,1	0,1	0,1	-	0,2	0,1
$L_{03}, \times 10^{-4}, m$	0,2	0,2	-	0,1	0,2	-	0,2	0,1	0,1	-

Розрахунок магнітного кола графо-аналітичним методом (обернена магнітна задача)

Визначимо магнітні потоки в стрижнях магнітопроводу (рис. 8.1) при заданих величинах струмів у котушках, якщо відомі фізичні параметри магнітного кола:



l_1, l_2, l_3 – довжини середніх магнітних ліній;

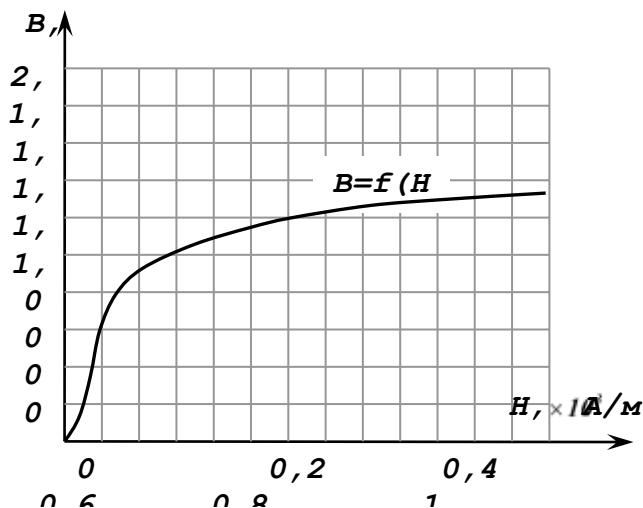
l_{01}, l_{02}, l_{03} – довжини повітряних проміжків у стрижнях магнітопроводу;

S – площа поперечного перерізу стрижня;

w_1, w_2, w_3 – кількість витків проводу в котушках.

$F_1 = w_1 I_1$ і $F_2 = w_2 I_2$ – магніторушійні сили (МРС) котушок.

Крива намагнічування електротехнічної сталі магнітопроводу приведена на рис. 6.2.



Розв'язання

Розрахунок нелінійного магнітного кола проведемо за числовими даними, наведеними в табл. 6.2.

Таблиця 8.2

$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I_3,$ А	$l_1 \times$ $\times 10^{-2},$ м	$l_2 \times$ $\times 10^{-2},$ м	$l_3 \times$ $\times 10^{-2},$ м	$L_{01},$ $\times 10^{-3},$ м	$L_{02},$ $\times 10^{-3},$ м	$L_{03},$ $\times 10^{-3},$ м	$S \times 10^{-3},$ м ²	w
20	-	30	1,3	0,6	1,3	-	0,2	0,1	2	50

Магнітне коло, представлене на рис. 6.1, є нелінійним, так як магнітний опір електротехнічної сталі є функцією її магнітної проникності μ_a , яка нелінійно залежить від напруженості магнітного поля H , що також видно з нелінійності кривої намагнічування (рис. 8.2).

Розрахунок заданого магнітного кола проведемо графо-аналітичним методом по аналогії з розрахунком нелінійного електричного кола подібної конфігурації.

Зображене на рис. 6.1 коло є простим розгалуженим магнітним колом, що має два магнітних вузли «а» та «б» і три паралельні магнітні вітки. Для проведення розрахунку задамося умовними додатними напрямками магнітних потоків Φ_1, Φ_2, Φ_3 в стрижнях магнітопроводу і покажемо їх на схемі (рис. 8.1).

Складемо для вузла «а» рівняння рівноваги магнітних потоків згідно з першим законом Кірхгофа:

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3. \quad (8.1)$$

У відповідності з вибраними напрямками струмів I_1 й I_3 в котушках w_1 і w_3 позначимо на схемі додатні напрямки магніторушійних сил (МРС) F_1 і F_3 , визначені згідно з правилом правої руки: якщо котушку охопити правою рукою так, щоб струм «витікав» з чотирьох пальців, то випрямлений великий палець вкаже напрямок магніторушійної сили.

Згідно з другим законом Кірхгофа складемо рівняння рівноваги для замкнених магнітних контурів магнітопроводу, використовуючи аналогії: магніторушійна сила $F = wI$ і електрорушійна сила E , спад магнітної напруги HI і спад електричної напруги RI .

Виберемо напрямки обходу магнітних контурів у відповідності з рухом годинкової стрілки. При цьому спад магнітної напруги увійде в рівняння зі знаком „+”, якщо напрямок магнітного потоку співпадає з напрямком обходу контуру, і навпаки.

Будемо вважати, що міжвузлова напруга U_{Mab} направлена від вузла «**a**» до вузла «**b**», а в стрижнях магнітопроводу діють магнітні напруги:

$$U_{M1} = H_1 l_1; \quad (8.2)$$

$$U_{M2} = H_2 l_2 + H_{02} l_{02}; \quad (8.3)$$

$$U_{M3} = H_3 l_3 + H_{03} l_{03}, \quad (8.4)$$

де $H_1 = H_2 = H_3 = H$ – напруженості магнітного поля в стрижнях магнітопроводу;

$H_{01} = H_{02} = H_0$ – напруженості магнітного поля в повітряних проміжках магнітопроводу;

l_1, l_2, l_3 – довжини середніх магнітних ліній в магнітних вітках **a–c–b**, **a–b** і **a–d–b** відповідно;

l_{02}, l_{03} – довжини повітряних проміжків у стрижнях магнітопроводу.

Тоді рівняння рівноваги для трьох магнітних контурів згідно з другим законом Кірхгофа запишуться:

$$U_{M1} + U_{Mab} = F_1; \quad (8.5)$$

$$U_{M2} - U_{Mab} = 0; \quad (8.6)$$

$$-U_{M3} - U_{Mab} = -F_3, \quad (8.7)$$

де $F_1 = w_1 I_1 = 50 \times 20 = 1000 \text{ A}$;

$F_2 = w_2 I_2 = 50 \times 30 = 1500 \text{ A}$.

Перенісши міжвузлову магнітну напругу U_{Mab} в ліву частину рівнянь, одержимо залежності міжвузлової магнітної напруги від МРС і спадів магнітних напруг для кожного стрижня магнітопроводу:

$$U_{Mab}^{(1)} = F_1 - U_{M1}; \quad (8.5, a)$$

$$U_{Mab}^{(2)} = U_{M2}; \quad (8.6, a)$$

$$U_{Mab}^{(3)} = F_3 - U_{M3}. \quad (8.7, a)$$

Для спрощення аналізу задачі всі дані розрахунків будемо записувати в табл. 8.3.

Тепер, задавшись значеннями магнітної індукції $B = 0; 0,1; 0,2; \dots; 1,4 \text{ Тл}$ (1-й рядок табл. 6.3), обчислимо для кожного з них:

а) магнітний потік Φ у стрижнях магнітопроводу за формулою $\Phi = B \times S$, де S – поперечний переріз стрижня (2-й рядок табл. 6.3);

б) напруженість магнітного поля H , користуючись кривою намагнічування $B = f(H)$, приведеною на рис. 8.2. (3-й рядок табл. 8.3);

в) напруженість магнітного поля H_0 в повітряних проміжках магнітопроводу за формулою:

$$H_0 = B / \mu_0 = B / 4\pi \times 10^{-7} = 7,96 \times 10^5 \times B \cong 8 \times 10^5 \text{ B};$$

г) спади магнітних напруг $H_k \times l_k$ в сталі магнітопроводу (5-й, 8-й і 12-й рядки табл. 8.3);

д) спади магнітних напруг $H_{0k} \times l_{0k}$ в повітряних проміжках магнітопроводу (9-й і 13-й рядки табл. 6.3);

е) повні спади магнітних напруг на магнітних вітках магнітопроводу (6-й, 10-й і 14-й рядки табл. 8.3);

Таблиця 6.3

№ рядк а	Параметри магнітного поля	Числові дані													
1	$B, Tл$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	
2	$\Phi = B \times S,$ $\times 10^{-4} Bб$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	24	28	
3	$H, \times 10^4 A/м$	0	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,5	1,9	2,6	6,0	17	
4	$H_0, \times 10^4 A/м$	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	96	112	
5	$H_1 I_1, A$	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	238	780	2200	
6	$U_{M1} = H_1 \times I_1,$ A	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	238	780	2200	
7	$U_{Mab}^{(1)} = (F_1 - U_{M1}), A$	1000	961	948	935	922	908	883	857	805	753	662	220	-1200	
8	$H_2 \times I_2, A$	0	18	24	30	36	42	54	66	90	114	156	360	10200	
9	$H_{02} \times I_{02}, A$	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	192	224	
10	$U_{M2} = (H_2 \times I_2 +$ $+ H_{02} \times I_{02}), A$	0	34	56	78	100	122	150	178	218	258	316	552	1244	
11	$U_{Mab}^{(2)} = U_{M2}, A$	0	34	56	78	100	122	150	178	218	258	316	552	1244	
12	$H_3 \times I_3, A$	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	338	780	2200	
13	$H_{03} \times I_{03}, A$	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	96	112	
14	$U_{M3} = (H_3 \times I_3 +$ $+ H_{03} \times I_{03}), A$	0	47	68	89	110	131	165	199	259	319	419	876	2312	
15	$U_{Mab}^{(3)} = (F_3 - U_{M3}),$ $\times 10^3 A$	1,5	1,45	1,43	1,41	1,39	1,37	1,35	1,30	$1,2$ 4	1,18	$1,0$ 8	0,62	-0,8	

є) міжвузлову магнітну напругу U_{Mab} для кожного стрижня магнітопроводу за формулами (8.5, а), (8.6, а) й (8.7, а) відповідно (7-й, 11-й і 15-й рядки табл. 8.3).

Далі розрахунок будемо проводити графічним методом.

Для цього побудуємо в спільній системі координат графіки $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$, $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$ й $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, використовуючи попарно числові дані 2-го рядка і 7-го, 11-го та 15-го рядків табл. 8.3 відповідно.

Будуємо сумарну криву $\Phi_{13}(U_{Mab}) = \Phi_1(U_{Mab}^{(1)}) + \Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, додаючи відповідні ординати кривих $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$ та $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, і знаходимо точку перетину її з кривою $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$, тобто точку А (рис. 8.3). Ця точка задовільняє рівняння (6.1) для магнітних потоків і визначає єдине значення міжвузлової магнітної напруги U_{Mab} при незмінних струмах I_1 й I_3 в котушках w_1 і w_3 .

Перпендикуляр, опущений з точки А на вісь магнітних напруг, визначить на ній міжвузлову напругу $U_{Mab} = 960 A$. Цей перпендикуляр перетинає графіки $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$, $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$, $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$ в точках С, А, В, ординати яких визначають при магнітній напрузі $U_{Mab} = 960 A$ відповідні значення магнітних потоків: $\Phi_1 = 1,8 \times 10^{-4} Вб$, $\Phi_2 = 23,2 \times 10^{-4} Вб$, й $\Phi_3 = 21 \times 10^{-4} Вб$.

Якби в результаті розрахунку якийсь магнітний потік отримав від'ємне значення, то це означало б, що його справжній напрямок є протилежним тому, який ми на початку розрахунку умовно вибрали за додатний. Цей справжній напрямок слід нанести на схему магнітного кола (рис. 6.1) пунктиром або іншим кольором, зберігши обов'язково

початковий напрямок.

Для перевірки точності проведених розрахунків запишемо рівняння другого закону Кірхгофа для магнітних контурів і підставимо в них числові значення визначених величин.

З цією метою обчислимо значення магнітної індукції B_1 , яке відповідає знайденому значенню магнітного потоку $\Phi_1 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ Вб}$ в першому стрижні магнітопроводу:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1,8 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 0,09 \text{ Тл}.$$

На кривій намагнічування сталі $B = f(H)$ (рис. 6.2) значенню індукції $B_1 = 0,09 \text{ Тл}$ відповідає значення напруженості магнітного поля $H_1 = 0,027 \times 10^3 \text{ А/м} = 27 \text{ А}$. Підставивши ці числові значення у рівність:

$$U_{\text{Mab}}^{(1)} = F_1 - U_{\text{M1}} = w \times I_1 - H_1 \times l_1,$$

отримаємо

$$960 = 50 \times 20 - 27 \times 1,3$$

або

$$960 \text{ А} \approx 956 \text{ А}.$$

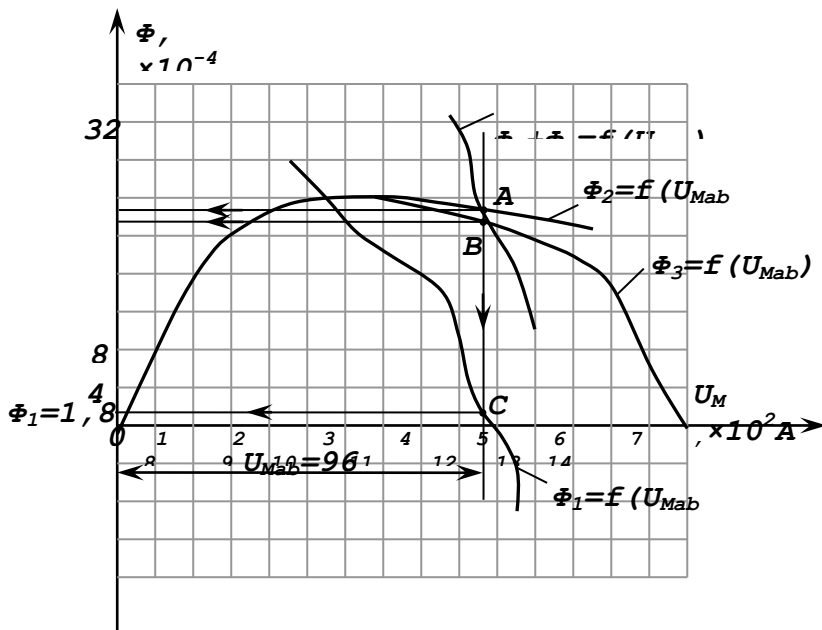


Рис. 8.3

Магнітному потоку $\Phi_3 = 21,5 \times 10^{-4} \text{ Вб}$ відповідає магнітна індукція:

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{21,5 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 1,08 \text{ Тл}.$$

На кривій намагнічування (рис. 6.2) значенню індукції $B_3 = 1,08 \text{ Тл}$ відповідає значення напруженості магнітного поля $H_2 = 0,39 \times 10^3 \text{ А/м} = 390 \text{ А}$.

Підставимо ці числові значення у рівність:

$$U_{\text{Mab}}^{(3)} = F_3 - U_{\text{M3}} = w \times I_3 - H_3 \times l_3 - H_{03} \times l_{03},$$

отримаємо

$$960 = 50 \times 30 - 390 \times 1,3 - 7,96 \times 10^5 \times 1,08 \times 10^{-4}$$

або

$$960 \text{ А} \approx 927 \text{ А}.$$

Практичне заняття 9

Тема – Визначення параметрів трансформатора при холостому ході та короткому замиканні трансформатора.

Мета – З'ясувати суть і призначення досліду короткого замикання, зрозуміти побудову векторних діаграм та заступну схему.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 9.1. Однофазний трансформатор має такі номінальні параметри:

$S_H = 1800 \text{ кВА}$; $U_{1H} = 6 \text{ кВ}$; $U_{2H} = 525 \text{ В}$; потужності втрат при неробочому ході $P_0 = 7 \text{ кВт}$, а при короткому замиканні $P_K = 16 \text{ кВт}$; напруга короткого замикання $U_K = 5,5\%$, струм неробочого ходу $I_0 = 5\%$. Визначити: коефіцієнт трансформації; параметри заступної схеми трансформатора; вторинну напругу та струм при під'єднанні споживача з параметрами: $Z_H = 0,5 \text{ Ом}$, $\cos \varphi_H = 0,8$.

Розв'язування: Визначаємо коефіцієнт трансформації

$$n = \frac{U_{BH}}{U_{HH}} = \frac{6000}{525} = 11,43.$$

Номінальний струм первинної обмотки дорівнює

$$I_{1H} = \frac{S_H}{U_{1H}} = \frac{1800 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = 300 \text{ А.}$$

Струм неробочого ходу визначаємо за формулою

$$I_{10} = \frac{I_0 \%}{100} \cdot I_{1H} = \frac{5}{100} \cdot 300 = 15 \text{ А.}$$

Визначаємо параметри заступної схеми:

$$Z_M = \frac{U_{1H}}{I_{10}} = \frac{6 \cdot 10^3}{15} = 400 \text{ Ом}; \quad R_M = \frac{P_0}{I_{10}^2} = \frac{7 \cdot 10^3}{15^2} = 31 \text{ Ом};$$

$$X_M = \sqrt{Z_M^2 - R_M^2} = \sqrt{400^2 - 31^2} = 398,8 \text{ Ом}; \quad U_{1K} = \frac{U_K \%}{100} \cdot U_{1H} = \frac{5,5}{100} \cdot 6 \cdot 10^3 = 330 \text{ В};$$

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1H}} = \frac{330}{300} = 1,1 \text{ Ом}; \quad R_K = \frac{P_K}{I_{1H}^2} = \frac{16 \cdot 10^3}{300^2} = 0,18 \text{ Ом};$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{1,1^2 - 0,18^2} = 1,085 \text{ Ом}; \quad R_1 = R'_2 = R_K / 2 = 0,09 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X'_2 = X_K / 2 = 0,54 \text{ Ом.}$$

Для визначення вторинної напруги і струму при навантаженні визначимо наперед коефіцієнт завантаження $\beta = I_1 / I_{1H}$, де I_1 – струм первинної обмотки при навантаженні

$$I_1 = \frac{U_{1H}}{\sqrt{(R_K + R'_H)^2 + (X_K + X'_H)^2}} = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{(0,18 + 52,25)^2 + (1,085 + 39,2)^2}} = 90,8 \text{ А, де}$$

$$R'_H = Z'_H \cos \varphi_H = n^2 Z_H \cos \varphi_H = 11,43^2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 52,25 \text{ Ом};$$

$$X'_H = Z'_H \sin \varphi_H = n^2 \cdot Z_H \sin \varphi_H = 11,43^2 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = 39,2 \text{ Ом};$$

$$\beta = I_1 / I_{1H} = 90,8 / 300 = 0,3.$$

Зміна вторинної напруги

$$\Delta U_2 = \beta(U_{KA} \cos \varphi_2 + U_{KP} \sin \varphi_2) = 0,3(0,89 \cdot 0,8 + 5,4 \cdot 0,6) = 1,19\%,$$

де
$$U_{KA} = U_K \cdot \cos \varphi_K = U_K \frac{P_K}{U_{1K} \cdot I_{1H}} = 5,5 \frac{16 \cdot 10^3}{330 \cdot 300} = 0,89\%;$$

$$U_{KP} = \sqrt{U_K^2 - U_{KA}^2} = \sqrt{5,5^2 - 0,89^2} = 5,4\%.$$

Визначаємо вторинні напругу та струм

$$U_2 = U_{2H} - \frac{\Delta U_2}{100} \cdot U_{2H} = 525 - \frac{1,19}{100} \cdot 525 = 518,8 \text{ В}; \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_H} = \frac{518,8}{0,5} = 1037,6 \text{ А}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

9.1. Чому дорівнює ККД трансформатора, якщо загальні втрати складають 5% від корисної потужності?

9.2. Первинна напруга трансформатора $U_1 = 6000 \text{ В}$, а вторинна $U_2 = 400 \text{ В}$. Для визначення числа витків первинної і вторинної обмоток намотали додаткову обмотку з числом витків $W_d = 15$. Напруга на затискачах додаткової обмотки $U_d = 120 \text{ В}$ в режимі неробочого ходу. Визначити числа витків первинної W_1 і вторинної W_2 обмоток.

9.3. Однофазний трансформатор працює в режимі неробочого ходу. Напруги обмоток: $U_1 = 6000 \text{ В}$, $U_2 = 400 \text{ В}$. Потужність втрат $P_0 = 1300 \text{ Вт}$ при струмі $I_{10} = 2 \text{ А}$. Визначити коефіцієнти потужності та трансформації.

9.4. Визначити площу перерізу магнітопровода S понижувального трансформатора з коефіцієнтом трансформації $n = 45$ і під'єданого до мережі напругою $U_1 = 10 \text{ кВ}$, $f = 50 \text{ Гц}$, якщо індукція в магнітопроводі $B = 1 \text{ Тл}$, а число витків вторинної обмотки $W_2 = 200$.

9.5. При повному навантаженні трансформатор працює 7 годин на добу, а решта часу - в режимі неробочого ходу. Визначити річний ККД $\eta_{\text{річн}}$ трансформатора, якщо корисна потужність його $P_2 = 10 \text{ кВт}$. Втрати в сталі складають 3%, а втрати в міді 2% від потужності P_2 . Тривалість року 365 днів.

Практичне заняття 10

Тема – Розрахунок зовнішніх характеристик трансформатора.

Мета – Засвоїти рівняння зовнішньої характеристики, вивести вплив різних видів навантаження на зміну вторинної напруги.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 10.2. Для трифазного трансформатора потужністю $S_H = 240 \text{ кВА}$, з'єднання обмоток якого $Y/Y-0$, відомо: $U_{1H} = 10 \text{ кВ}$; $U_{2H} = 525 \text{ В}$; величина напруги короткого замикання у відсотках $U_K = 5\%$; величина струму неробочого ходу у відсотках $I_0 = 7\%$; потужність втрат неробочого ходу $P_0 = 1,6 \text{ кВт}$; потужність втрат короткого замикання $P_K = 5,1 \text{ кВт}$.

Визначити: фазні напруги первинної і вторинної обмоток при неробочому ході; фазні та лінійні коефіцієнти трансформації; номінальні струми в обмотках трансформатора, напругу короткого замикання, струм неробочого ходу та коефіцієнт потужності при неробочому ході; параметри Т – подібної заступної схеми; номінальний (при $\cos \varphi_2 = 0,8$, $\beta = 1$) і річний ККД трансформатора за умови, що трансформатор працює протягом року $T = 5400$ годин, а решту часу працює в режимі неробочого ходу, рік має 365 днів, $\cos \varphi_2 = 0,8$, $\beta = 1$.

Розв'язування. Оскільки за умовою задачі первинна та вторинна обмотки з'єднані зіркою, то фазні напруги визначимо за формулами:

$$U_{1H \phi} = U_{1H} / \sqrt{3} = 10000 / \sqrt{3} = 5780 \text{ В}; \quad U_{2H \phi} = U_{2H} / \sqrt{3} = 525 / \sqrt{3} = 302 \text{ В}.$$

Фазні та лінійні коефіцієнти трансформації:

$$n_L = \frac{U_{1H}}{U_{2H}} = 19; \quad n_\phi = \frac{U_{1H \phi}}{U_{2H \phi}} = \frac{5780}{302} = 19.$$

Визначимо номінальні струми в обмотках трансформатора:

$$I_{1H} = S_H / (\sqrt{3} U_{1H}) = 240 \cdot 10^3 / (\sqrt{3} \cdot 10000) = 13,87 \text{ А};$$

$$I_{2H} = S_H / (\sqrt{3} U_{2H}) = 240 \cdot 10^3 / (\sqrt{3} \cdot 525) = 264,2 \text{ А}.$$

Напруга короткого замикання U_K , струм неробочого ходу I_{10} і коефіцієнт потужності $\cos \varphi_{10}$ при неробочому ході визначаємо за формулами:

$$U_K = \frac{U_K \%}{100} \cdot U_{1H} = \frac{5}{100} \cdot 10000 = 500 \text{ В}; \quad I_{10} = \frac{I_0 \%}{100} \cdot I_{1H} = \frac{7}{100} \cdot 13,87 = 0,97 \text{ А};$$

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_{1H} I_{10}} = \frac{1,64 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,97} = 0,095.$$

Параметри заступної схеми:

$$Z_K = \frac{U_{K\phi}}{I_{K\phi}} = \frac{U_{K\phi}}{100} \cdot \frac{U_{1H\phi}}{I_{1H\phi}} = \frac{5 \cdot 5780}{100 \cdot 13,87} = 20,8 \text{ Ом}; \quad R_K = \frac{P_K}{3 I_{K\phi}^2} = \frac{5,1 \cdot 10^3}{3 \cdot 13,87^2} = 8,8 \text{ Ом};$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{20,8^2 - 8,8^2} = 18,8 \text{ Ом}; \quad R_1 = R_2' = R_K / 2 = 8,8 / 2 = 4,4 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X_2' = X_K / 2 = 18,8 / 2 = 9,4 \text{ Ом}; \quad R_2 = R_2' / n_\phi^2 = 4,4 / 19^2 = 0,012 \text{ Ом};$$

$$X_2 = X_2' / n_\phi^2 = 9,4 / 19^2 = 0,026 \text{ Ом}; \quad Z_M = \frac{U_{1H\phi}}{I_{10}} = \frac{5780}{0,97} = 5958,8 \text{ Ом};$$

$$R_M = \frac{P_0}{3 I_{10}^2} = \frac{1,6 \cdot 10^3}{3 \cdot 0,97^2} = 566,8 \text{ Ом}; \quad X_M = \sqrt{Z_M^2 - R_M^2} = \sqrt{5958,8^2 - 566,8^2} = 5931,8 \text{ Ом}.$$

Номінальний і річний ККД трансформатора:

$$\eta_H = \frac{\beta S_H \cos \varphi_2}{\beta S_H \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_K} = \frac{240 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{240 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,6 \cdot 10^3 + 5,1 \cdot 10^3} = 0,966.$$

$$\eta_{\text{рлчн}} = \frac{\beta S_H \cos \varphi_2 T}{\beta S_H \cos \varphi_2 T + P_0 \cdot 365 \cdot 24 + \beta^2 P_K T} =$$

$$= \frac{240 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 5400}{240 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 5400 + 1,6 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 + 5,1 \cdot 10^3 \cdot 5400} = 0,96.$$

Задачі для самостійного розв'язування

10.1. Яку кількість витків має первинна W_1 і вторинна W_2 обмотки трансформатора, під'єданого до мережі змінної напруги $U_1 = 380 \text{ В}$, якщо в режимі неробочого ходу напруга на вторинній обмотці $U_2 = 38 \text{ В}$, а магнітний потік у сердечнику $\Phi = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$?

10.2. Однофазний трансформатор номінальною потужністю $S_H = 1 \text{ кВА}$ має номінальні напруги на обмотках: $U_{1H} = 400 \text{ В}$ і $U_{2H} = 80 \text{ В}$. Потужність втрат у режимі неробочого ходу $P_0 = 100 \text{ Вт}$, у режимі короткого замикання $P_K = 150 \text{ Вт}$. Визначити площу поперечного перерізу провідника $S_{\text{пр}}$ вторинної обмотки, щоб густина струму j не перевищувала 4 А/мм^2 , і ККД трансформатора η при $\cos \varphi_2 = 0,8$ та заданих втратах.

10.3. Для однофазного трансформатора з такими даними: $S_H = 5 \text{ кВА}$, $U_{1H} = 3000 \text{ В}$, $U_{2H} = 220 \text{ В}$, $P_0 = 60 \text{ Вт}$, $P_K = 150 \text{ Вт}$, $I_{10} = 10\%$, $U_K = 5\%$. Визначити зміну вторинної напруги ΔU_2 при номінальному активному навантаженні.

10.4. Первинна обмотка автотрансформатора має $W_1 = 700$ витків і ввімкнена в мережу напругою $U_1 = 380 \text{ В}$. Яку напругу U_2 можна отримати на вторинній обмотці, якщо $W_2 = 300$?

10.5. Два трансформатори з однаковими номінальними потужностями $S_{H1} = S_{H11} = 100 \text{ кВа}$, але різними напругами короткого замикання ($U_{K1} = 5,5\%$; $U_{K11} = 7\%$) ввімкнені на паралельну роботу. Як розподілиться навантаження між ними?

Практичне заняття 11

Тема – Розрахунок механічної характеристики АД.

Мета – Опанувати методику розрахунку та побудови механічних характеристик АД за формулою Клосса та за формулою електромагнітного моменту.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 11.1. Трифазний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором живиться від мережі з лінійною напругою 220В і частотою $f_1 = 50\text{Гц}$. Номінальні дані двигуна: $U_{1H} = 220\text{В}$; $P_{2H} = 2,2\text{кВт}$; $n_{2H} = 1425\text{об/хв}$;

$\eta_H = 0,8$; $\cos \varphi_{1H} = 0,83$; $K_M = M_{\max} / M_H = 2,4$; $K_{\text{ПМ}} = M_{\text{П}} / M_H = 2,1$;

$K_I = I_{1П} / I_{1H} = 6$; кількість полюсів статора $2p = 4$.

Визначити активну потужність, що споживається двигуном із мережі; номінальний і максимальний моменти; номінальний і пусковий струми; номінальне та критичне ковзання; залежність обертового моменту від ковзання $M = f(s)$.

Розв'язування. Активна потужність, що споживається двигуном із мережі

$$P_{1H} = \frac{P_{2H}}{\eta_H} = \frac{2,2}{0,8} = 2,75\text{кВт}.$$

Номінальний і максимальний моменти:

$$M_H = 9,55 \frac{P_{2H}}{n_{2H}} = 9,55 \frac{2,2 \cdot 10^3}{1425} = 14,7\text{Нм}.$$

$$M_{\max} = K_M M_H = 2,4 \cdot 14,7 = 35,28\text{Н} \cdot \text{м}.$$

Номінальний і пусковий струми:

$$I_{1H} = \frac{P_{1H}}{\sqrt{3} U_{1H} \cdot \cos \varphi_{1H}} = \frac{2,75 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,83} = 8,7\text{А};$$

$$I_{1П} = K_I I_{1H} = 6 \cdot 8,7 = 52,2\text{А}.$$

Номінальне та критичне ковзання:

$$s_H = \frac{n_1 - n_{2H}}{n_1} = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05,$$

$$\text{де } n_1 = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500\text{об/хв};$$

$$s_{\text{кр}} = s_H (K_M + \sqrt{K_M^2 - 1}) = 0,05(2,4 + \sqrt{2,4^2 - 1}) = 0,229.$$

Для визначення залежності $M = f(s)$ скористаємося формулою Клосса

$$M = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2 \cdot 35,28}{\frac{s}{0,229} + \frac{0,229}{s}}.$$

Формулу Клосса можна використати для розрахунку механічної характеристики асинхронного двигуна. Для цього необхідно задатись значеннями s від 0 (щоб не було невизначеності, то близьким до нуля) до 1 і визначити відповідні значення M . За розрахунковими даними графічно будують залежність $M = f(s)$.

Слід відмітити, що формула Клосса дає задовільний результат тільки в робочій частині механічної характеристики, тобто для s від 0 до $s_{\text{кр}}$. Пускова частина механічної характеристики визначається за цією формулою з великою похибкою.

Для точнішого розрахунку механічної характеристики необхідно скористатися формулою (9.56).

Приклад 11.2. Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором живиться від трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ і частотою $f = 50 \text{ Гц}$. Номінальні дані двигуна: $U_{1\text{H}} = 380 / 220 \text{ В}$; $I_{1\text{H}} = 64,7 \text{ А}$; $P_{2\text{H}} = 30 \text{ кВт}$; $n_{2\text{H}} = 950 \text{ об/хв}$; $\eta_{\text{H}} = 0,87$; $K_{\text{I}} = 6,5$; $\cos \varphi_{\text{K}} = 0,36$.

Визначити схему з'єднання фаз обмотки статора; номінальний момент на валу ротора M_{H} ; номінальний коефіцієнт потужності $\cos \varphi_{1\text{H}}$; номінальне ковзання; параметри заступної схеми при короткому замиканні; активний та індуктивний опори обмотки статора; критичне ковзання; реактивну потужність і ємність батареї конденсаторів, необхідної для підвищення коефіцієнта потужності мережі живлення до 0,95.

Розв'язування. Якщо двигун під'єднуємо до мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, то обмотки статора необхідно з'єднати зіркою. На фазу буде подаватися напруга $U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

У випадку, коли лінійна напруга трифазної мережі $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, то обмотки статора необхідно з'єднати трикутником. У цьому випадку на фазу буде також подаватися напруга $U_{\phi} = U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$.

Отже, в обох випадках фазна напруга дорівнює 220 В .

Номінальний момент на валу ротора дорівнює

$$M_{\text{H}} = 9,55 \frac{P_{2\text{H}}}{n_{2\text{H}}} = 9,55 \frac{30 \cdot 10^3}{950} = 301,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Номінальний коефіцієнт потужності

$$\cos \varphi_{1\text{H}} = \frac{P_{2\text{H}}}{\sqrt{3} U_{1\text{H}} \eta_{\text{H}} I_{1\text{H}}} = \frac{30 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,87 \cdot 64,7} = 0,81.$$

Номінальне ковзання

$$s_{\text{H}} = \frac{n_1 - n_{2\text{H}}}{n_1} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05,$$

де n_1 – найближча більша відносно $n_{2\text{H}}$ швидкість обертання магнітного поля.

Пусковий струм

$$I_{1\text{П}} = K_{\text{I}} I_{1\text{H}} = 6,5 \cdot 64,7 = 420,55 \text{ А}.$$

Параметри заступної схеми визначимо в момент пуску, тобто при $s = 1$. У цьому випадку $R'_2(1-s)/s = 0$, і заступна схема має вигляд, зображений на рис. 11.1.

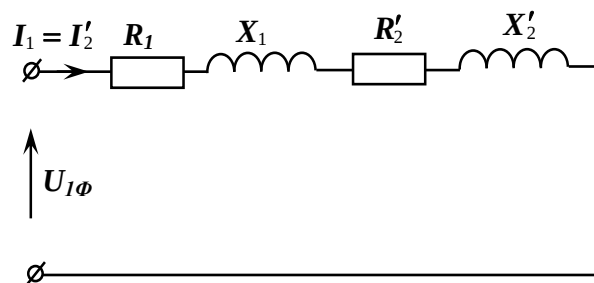


Рис. 11.1. Заступна схема асинхронного двигуна для $s = 1$

Як видно із заступної схеми, опори короткого замикання дорівнюють:

$$Z_{\text{K}} = \frac{U_{1\phi}}{I_{1\text{П}}} = \frac{220}{420,55} = 0,523 \text{ Ом}; \quad R_{\text{K}} = Z_{\text{K}} \cos \varphi_{1\text{K}} = 0,523 \cdot 0,36 = 0,183 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{K}} = \sqrt{Z_{\text{K}}^2 - R_{\text{K}}^2} = \sqrt{0,523^2 - 0,183^2} = 0,49 \text{ Ом}.$$

Активний та індуктивний опори обмотки статора:

$$R_1 = R'_2 = R_K / 2 = 0,0915 \text{ Ом}; \quad X_1 = X'_2 = X_K / 2 = 0,245 \text{ Ом}.$$

Критичне ковзання

$$s_{кр} = R'_2 / X_K = 0,0915 / 0,49 = 0,187.$$

Ємність батареї конденсаторів, яка необхідна для підвищення коефіцієнта потужності від $\cos\varphi_{1(1)} = 0,81$ до $\cos\varphi_{1(2)} = 0,95$ визначають за формулою:

за умови з'єднання конденсаторів трикутником:

$$C = \frac{P_{2\phi}}{3U^2\omega} (tg\varphi_{1(1)} - tg\varphi_{1(2)}) = \frac{30 \cdot 10^3}{3 \cdot 220^2 \cdot 314} (0,724 - 0,325) = 0,0002625 \text{ Ф} = 262,5 \text{ мкФ},$$

де C – ємність конденсаторів однієї фази;

$$\cos\varphi_{1(1)} = 0,81; \quad \varphi_{1(1)} = 35,9^\circ; \quad tg\varphi_{1(1)} = 0,724;$$

$$\cos\varphi_{1(2)} = 0,95; \quad \varphi_{1(2)} = 18^\circ; \quad tg\varphi_{1(2)} = 0,325;$$

за умови з'єднання конденсаторів зіркою:

$$C = \frac{P_{2\phi}}{U^2\omega} (tg\varphi_{1(1)} - tg\varphi_{1(2)}) = \frac{30 \cdot 10^3}{220^2 \cdot 314} (0,724 - 0,325) = 0,000787 \text{ Ф} = 787 \text{ мкФ}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

11.1. Номінальна швидкість обертання ротора асинхронного двигуна $n_{2H} = 1440 \text{ об/хв}$. Визначити кількість пар полюсів p обмотки статора двигуна, номінальне ковзання s_H , частоту ЕРС в обмотці ротора f_{2H} для номінальної швидкості обертання, якщо частота напруги живлення $f_1 = 50 \text{ Гц}$.

11.2. Кількість витків фази обмотки статора асинхронного двигуна $W_1 = 85$, ротора $W_2 = 70$, а обмоткові коефіцієнти відповідно дорівнюють: $K_{об1} = 0,95$ і $K_{об2} = 0,96$. Визначити електрорушійні сили, що індукуються у фазах обмоток статора E_1 і ротора E_2 двигуна у нерухомому роторі та за умови обертання його з ковзанням $s = 0,03$, якщо магнітний потік $\Phi = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$. Двигун під'єднаний до мережі змінного струму частотою $f_1 = 50 \text{ Гц}$.

11.3. При зміні частоти напруги живлення у 2 рази швидкість обертання магнітного поля асинхронного двигуна збільшилася на 600 об/хв . Двигун має обмотку з кількістю пар полюсів $p = 4$. Яка була початкова частота f_1 напруги живлення?

11.4. Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором споживає з мережі потужність 3 кВт зі струмом статора $I_1 = 15 \text{ А}$ і напрузі $U_1 = 220 \text{ В}$. Визначити ККД η і $\cos\varphi_1$, якщо корисна потужність двигуна $P_2 = 2,4 \text{ кВт}$.

11.5. Асинхронний двигун розвиває номінальну потужність $P_{2H} = 60 \text{ кВт}$ при номінальній швидкості обертання ротора $n_{2H} = 1460 \text{ об/хв}$. Перевантажувальна здатність $K_M = M_{\max} / M_H = 2,1$. Виразити залежність між обертовим моментом M і ковзанням s .

11.6. Напруга живлення асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором зменшилась на 20%. Як зміниться обертовий момент асинхронного двигуна?

11.7. Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором має такі параметри: $P_{2H} = 5,8 \text{ кВт}$, $U_{1H} = 380 / 220 \text{ В}$, з'єднання обмоток статора Y/Δ , $n_{2H} = 1450 \text{ об/хв}$, $\cos\varphi_{1H} = 0,7$, $\eta_H = 0,8$. Визначити: потужність P_1 , що споживає двигун; струми в обмотці статора при з'єднанні обмоток зіркою I_{1Y} і трикутником $I_{1\Delta}$; обертовий момент і ковзання при номінальному режимі роботи.

11.8. За умови обертання ротора асинхронного двигуна з швидкістю $n_{2H} = 900 \text{ об/хв}$ потужність, що споживає двигун, $P_1 = 22 \text{ кВт}$, а сумарна потужність втрат $\Delta P = 2,5 \text{ кВт}$. Визначити ковзання двигуна і його ККД, якщо $p = 3$.

Практичне заняття 12

Тема – Розрахунок V-подібних характеристик синхронного двигуна.

Мета – Опанувати методику побудови V-подібних характеристик синхронного генератора

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 12.1. Неявнополюсний синхронний двигун має номінальні дані: $P_{2H} = 800 \text{ кВт}$; $U_H = 6000 \text{ В}$; $\eta_H = 0,95$; $\cos \varphi_H = 0,85 (\varphi < 0)$; $K_I = I_{II} / I_H = 6,4$; $K_{МП} = M_{II} / M_H = 0,95$; $K_M = M_{\max} / M_H = 2,2$; $2p = 6$; $f = 50 \text{ Гц}$; обмотка якоря з'єднана зіркою.

Визначити кутову швидкість обертання ротора n_2 ; потужність P_{1H} ; номінальний I_H і пусковий I_{II} струми якоря; номінальний M_H і пусковий M_{II} моменти; максимальний момент; рівняння кутової характеристики; кут навантаження при номінальному режимі.

Розв'язування. Кутова швидкість обертання ротора:

$$n_2 = 60 f / p = 60 \cdot 50 / 3 = 1000 \text{ об / хв};$$

$$\omega_2 = \pi n / 30 = \pi \cdot 1000 / 30 = 105 \text{ рад / с}.$$

Потужність, що споживає двигун із мережі при номінальному навантаженні

$$P_{1H} = P_{2H} / \eta_H = 800 / 0,95 = 842,1 \text{ кВт}.$$

Номінальний і пусковий струми якоря:

$$I_H = \frac{P_{1H}}{\sqrt{3} U_H \cos \varphi_H} = \frac{842,1 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0,85} = 95,4 \text{ А};$$

$$I_{II} = K_I I_H = 6,4 \cdot 95,4 = 610,56 \text{ А}.$$

Номінальний і пусковий моменти:

$$M_H = P_{2H} / \omega_H = 800 \cdot 10^3 / 105 = 7619 \text{ Нм};$$

$$M_{II} = K_{МП} M_H = 0,95 \cdot 7619 = 7238 \text{ Нм}.$$

Максимальний обертовий момент

$$M_{\max} = K_M M_H = 2,2 \cdot 7619 = 16761,8 \text{ Нм}.$$

Рівняння кутової характеристики має вигляд (10.35, а)

$$M = \frac{3U_{\phi} E_0}{\omega X_C} \sin \theta = M_{\max} \sin \theta = 16761,8 \cdot \sin \theta.$$

Кут навантаження у номінальному режимі

$$\theta_H = \arcsin(M_H / M_{\max}) = \arcsin(7619 / 16761,8) = 27^\circ.$$

За відомими величинами U_H, I_H, φ_H і θ_H можна побудувати при необхідності векторну діаграму.

Приклад 12.2. Турбогенератор має такі паспортні дані: $P_H = 100000 \text{ кВт}$, $U_H = 14 \text{ кВ}$; $X_C = 3 \text{ Ом}$; $\cos \varphi_H = 0,9$; $n_H = 3000 \text{ об / хв}$; обмотки статора з'єднані зіркою; струм збудження $I_{30} = 294 \text{ А}$ у режимі неробочого ходу за умови $E_0 = U_{\phi H}$. Для цього турбогенератора при струмі збудження $I_3 = 500 \text{ А}$, коли момент на валу $M = 150000 \text{ Н} \cdot \text{м}$ визначити: фазну ЕРС E_0 у заданому режимі; кут навантаження θ ; струм статора I ; активну та реактивну потужності турбогенератора.

Розв'язування. ЕРС E_0 в заданому режимі визначаємо за умови пропорційної залежності її від струму збудження (нехтуємо насиченням магнітного кола)

$$\frac{E_0}{U_{\phi H}} = \frac{I_3}{I_{30}},$$

$$\text{звідси } E_0 = \frac{U_H}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_3}{I_{30}} = \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot \frac{500}{294} = 14,75 \text{ кВ}.$$

Кут навантаження θ визначаємо із рівняння кутової характеристики

$$\sin \theta = \frac{M \omega X_C}{3 U_{\phi H} E_0} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 3}{3 \cdot 8,67 \cdot 10^3 \cdot 14,75 \cdot 10^3} = 0,3683.$$

$$\theta = \arcsin 0,3683 = 21,6^\circ.$$

За відомими величинами E_0 , $U_{\phi H}$ і θ будуємо в масштабі ($m_U = 2000 \text{ В/см}$) векторну діаграму генератора (рис. 12.1).

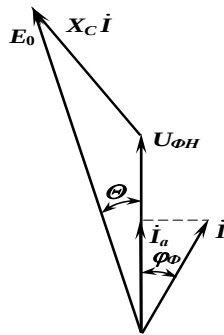


Рис. 12.1. Векторна діаграма синхронного генератора до прикладу 12.2

Із векторної діаграми визначаємо спад напруги $X_C I = 6,8 \text{ кВ}$ і струм статора $I = X_C I / X_C = 6,8 / 3 = 2,27 \text{ кА}$.

Активна потужність, активна складова струму та коефіцієнт потужності:

$$P = \omega M = 314 \cdot 150 \cdot 10^3 = 47,2 \cdot 10^6 \text{ Вт}; \quad I_a = \frac{P}{3 U_{\phi H}} = \frac{47,2 \cdot 10^6}{3 \cdot 8,67 \cdot 10^3} = 1,81 \text{ кА};$$

$$\cos \varphi = I_a / I = 1,81 \cdot 10^3 / 2,27 \cdot 10^3 = 0,797; \quad \varphi = 37,2^\circ.$$

Реактивна потужність

$$Q = 3 U_{\phi H} I \sin \varphi = 3 \cdot 8,67 \cdot 10^3 \cdot 2,27 \cdot 10^3 \cdot 0,6 = 35,4 \cdot 10^6 \text{ ВАр}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

12.1. Вольтметр, що під'єднаний до фазних затискачів синхронного генератора з внутрішнім опором обмотки якоря $0,2 \text{ Ом}$, при неробочому ході показує 232 В . Визначити покази вольтметра у навантаженій фазі генератора струмами 50 А і 100 А при постійних ЕРС та опорі обмотки якоря.

12.2. Обмотка статора синхронного генератора з'єднана трикутником. Для вимірювання опору фазної обмотки використали два затискачі та джерело постійної напруги. Покази амперметра дорівнювали 1 А , вольтметра – 2 В . Визначити опір R кожної фазної обмотки.

12.3. Як зміниться швидкість обертання ротора трифазного синхронного двигуна при зменшенні: а) струму збудження на 5% ; б) частоти напруги живлення на 5% ?

12.4. Синхронний генератор має 12 пар полюсів і обертається зі швидкістю 1200 об/хв . Скільки раз за секунду змінює свій напрям струм, що протікає по фазній обмотці генератора?

12.5. Яку кількість обертів за хвилину можна допустити для ротора турбогенератора, якщо допустима лінійна швидкість $V_d = 50 \text{ м/с}$, а діаметр ротора $D = 1,1 \text{ м}$?

Практичне заняття 13

Тема – Розрахунок V-подібних характеристик синхронного генератора.

Мета – Опанувати методику побудови V-подібних характеристик синхронного генератора.

Приклади розв'язування типових задач

Приклад 13.1. Ротор гідрогенератора обертається з швидкістю 150 об/хв. Частота ЕРС $f = 50 \text{ Гц}$. На який кут повернеться ротор генератора протягом одного періоду?

Розв'язування. Кутова швидкість ω обертання ротора дорівнює

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 150}{60} = 15,7 \text{ рад / с.}$$

Тривалість періоду

$$T = 1 / f = 1 / 50 = 0,02 \text{ с.}$$

Протягом часу, що дорівнює одному періоду, ротор повернеться на кут α

$$\alpha = \omega T = 15,7 \cdot 0,02 = 0,314 \text{ рад} = 18^\circ.$$

Приклад 10.4. Встановити зв'язок між механічною кутовою швидкістю обертання ротора синхронного генератора й електричною кутовою швидкістю обертання радіуса-вектора намагнічуючої сили, якщо генератор має вісім полюсів і частота напруги $f = 50 \text{ Гц}$.

Розв'язування. Частота напруги дорівнює

$$f = \frac{pn}{60}.$$

Звідки синхронна швидкість обертання ротора n дорівнює

$$n = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 5}{4} = 750 \text{ об / хв,}$$

де $p = 4$ – число пар полюсів.

Механічна кутова швидкість $\omega_{\text{мех}}$ обертання ротора визначається за формулою

$$\omega_{\text{мех}} = \frac{2\pi n}{p} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 750}{60} = 78,5 \text{ рад / с.}$$

Електрична кутова швидкість $\omega_{\text{ел}}$ обертання радіуса-вектора намагнічуючої сили дорівнює

$$\omega_{\text{ел}} = 2\pi f = 2\pi \frac{pn}{60} = p \frac{2\pi n}{60} = p \omega_{\text{мех}} = 4 \cdot 78,5 = 314 \text{ рад / с.}$$

Отже, електрична кутова швидкість $\omega_{\text{ел}}$ в p разів більша від механічної кутової швидкості $\omega_{\text{мех}}$.

Задачі для самостійного розв'язування

13.1. Визначити ЕРС фази синхронного генератора, якщо: $W_1 = 15$; $K_{\text{об1}} = 0,91$; $f = 50 \text{ Гц}$; $\Phi = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$.

13.2. Сумарна потужність втрат у синхронному двигуні $\Delta P = 0,2 \text{ кВт}$. Яку потужність споживає двигун із мережі, якщо $\eta = 0,95$?

13.3. Яке число полюсів $2p$ повинен мати синхронний генератор при частоті ЕРС $f = 50 \text{ Гц}$, якщо його ротор обертається зі швидкістю 300 об / хв ?

13.4. Визначити корисну потужність, що віддає синхронний генератор за умови симетричного навантаження, якщо кут між векторами фазних напруги та струму $\varphi_\phi = 90^\circ$.

Практичне заняття 14

Тема – Характеристики генераторів постійного струму.

Мета – Оволодіти основними електричними величинами генератора постійного струму.

Питання для обговорення:

Задачі для розв'язання

Задача 14.1. Для чого призначені додаткові полюси в машині постійного струму? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Для компенсації поперечної складової реакції якоря в зоні комутації.
2. Для регулювання напруги при роботі двигуна.
3. Для регулювання напруги при роботі в режимі генератора.
4. Для покращення умов пуску.
5. Інша відповідь.

Задача 14.2. Який з перелічених нижче елементів не є складовою частиною машини постійного струму? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Колектор.
2. Щіткотримач.
3. Контактні кільця.
4. Основні полюси.
5. Додаткові полюси.

Задача 14.3. Для чого призначена компенсаційна обмотка в машині постійного струму? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Для компенсації поперечної складової реакції якоря в зоні комутації.
2. Для компенсації поперечної складової реакції якоря за зоною комутації.
3. Для компенсації поздовжньої складової реакції якоря.
4. Для зменшення струму короткого замикання машини.
5. Інша відповідь.

Задача 14.4. Визначити е.р.с., наведену в обмотці якоря генератора постійного струму, якщо $C_e = \frac{pN}{60a} = 8,2$; $n = 800$ об/хв.; $\Phi = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Вб. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 164 В.
2. 160 В.
3. 250 В.
4. 220 В.
5. Визначити неможливо.

Задача 14.5. Вказати вираз для визначення к.к.д. генератора постійного струму, якщо U , I , ΔP - відповідно його напруга, струм та сумарні втрати.

1. $\eta = \frac{UI - \Delta P}{UI}$.
2. $\eta = \frac{UI}{UI + \Delta P}$.
3. $\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k}$.
4. $\eta = \frac{UI + \Delta P}{UI}$.
5. $\eta = \frac{\Delta P}{UI}$.

Задача 14.6. Вказати вираз для визначення к.к.д. двигуна постійного струму, якщо U , I , ΔP - відповідно його напруга, струм та сумарні втрати.

$$1. \eta = \frac{UI - \Delta P}{UI}. \quad 2. \eta = \frac{UI}{UI + \Delta P}. \quad 3. \eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k}. \quad 4. \eta = \frac{UI + \Delta P}{UI}.$$

$$5. \eta = \frac{\Delta P}{UI}.$$

Задача 14.7. Які з перелічених втрат відсутні в машині постійного струму? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Втрати в міді обмотки збудження.
2. Втрати в міді обмотки якоря.
3. Втрати на перемагнічення якоря.
4. Втрати на вихрові струми в осерді статора.
5. Втрати на вихрові струми в осерді якоря.

Задача 14.8. Вказати вираз для визначення обертаючого моменту машини постійного струму.

$$1. M = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_a. \quad 2. M = \frac{pN}{60a} I_a^2. \quad 3. M = \frac{pN}{60a} I_{зб} \Phi.$$

$$4. M = \frac{2\pi N}{\pi a} \Phi I_a. \quad 5. M = \frac{pN}{2\pi a} n I_a.$$

Задача 14.9. Вказати дію, необхідну для переведення машини постійного струму з моторного режиму в генераторний.

1. Змінити полярність обмотки збудження.
2. Збільшити струм збудження на стільки, щоб $E_a > U_m$.
3. Збільшити швидкість обертання якоря на стільки, щоб $E_a > U_m + \Delta U_a$.
4. Змінити напрям обертання якоря.
5. Інша відповідь.

Задача 14.10. Вказати дію, необхідну для переведення машини постійного струму з генераторного режиму в моторний.

1. Змінити полярність обмотки збудження.
2. Збільшити струм збудження на стільки, щоб $E_a > U_m$.
3. Збільшити швидкість обертання якоря на стільки, щоб $E_a < U_m + \Delta U_a$.
4. Змінити напрям обертання якоря.
5. Інша відповідь.

Задача 14.11. На механічній характеристиці машини постійного струму з паралельним збудженням $M = f(n)$ вказати відрізок, що відповідає моторному режиму.

1. ab .
2. bc .
3. cd .
4. ac .
5. bd .

Задача 14.12. На механічній характеристиці машини постійного струму з паралельним збудженням $M = f(n)$ вказати відрізок, що відповідає гальмівному режиму.

1. ab .
2. bc .
3. cd .
4. ac .
5. bd .

Задача 14.13. Вказати рівняння рівноваги напруги навантаженого генератора постійного струму.

$$1. U = E_a + r_a I_a. \quad 2. U = E_a - r_a I_a. \quad 3. \dot{U} = \dot{E}_a + r_a \dot{I}_a + jx_c \dot{I}_a. \quad 4. U = E_a n - r_a I_a. \quad 5. U = E_a \Phi - r_a I_a.$$

Задача 14.14. Чи є потреба виготовляти якір машини постійного струму із листового заліза і ізоляцією між листами? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Потреба є – для зменшення вихрових втрат у якорі.
2. Такої потреби немає, тому що в постійному магнітному потоці втрат на вихрові струми немає.
3. Потреба є, але з чисто технологічного боку.
4. Потреба є – викликана поліпшенням умов охолодження якоря машини.
5. Інша відповідь.

Задача 14.15. При навантаженні генератора постійного струму його фізична нейтраль зміщується відповідно геометричної:

1. В напрямку обертання якоря.
2. Проти напрямку обертання якоря.
3. Не зміщується.
4. Визначити неможливо.
5. Інша відповідь.

Задача 14.16. Визначити напругу неробочого ходу генератора з незалежним збудженням, якщо $U_n=220$ В, $I_a=30$ А, $r_a=0,1$ Ом, а зміна е.р.с. внаслідок реакції якоря $\Delta E=2$ В. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 223 В.
2. 225 В.
3. 222 В.
4. 221 В.
5. 215 В.

Задача 14.17. Визначити струм навантаження генератора постійного струму з незалежним збудженням, якщо струм його якоря дорівнює 20 А, а струм збудження – 0,1 А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 21 А.
2. 20,1 А.
3. 19,9 А.
4. 20 А.
5. Визначити неможливо.

Задача 14.18. Визначити струм навантаження генератора постійного струму з паралельним збудженням, якщо струм його якоря дорівнює 20 А, а струм збудження – 0,1 А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 20,1 А.
2. 19,9 А.
3. 20 А.
4. Визначити неможливо.
5. Інша відповідь.

Задача 14.19. Визначити струм збудження шунтового генератора, якщо струм його навантаження дорівнює 25 А, а струм якоря – 28 А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 3 А.
2. 25 А.
3. 28 А.
4. Визначити неможливо.
5. Інша відповідь.

Задача 14.20. Для шунтового генератора задано: $P_n=11$ кВт; $U_n=220$ В; $r_a=0,2$ Ом; $r_{зб}=44$ Ом. Визначити е.р.с. якоря. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 235 В.
2. 210 В.
3. 231 В.
4. 211 В.
5. Визначити неможливо.

Задача 14.21. Визначити е.р.с. якоря шунтового генератора постійного струму, якщо: $P_n=5,5$ кВт; $r_a=0,2$ Ом; $r_{зб}=88$ Ом; $I_{зб}=2,5$ А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 220 В.
2. 229 В.
3. 214,5 В.
4. 225,5 В.
5. 210 В.

Задача 14.22. Для шунтового генератора задано: $r_a=0,5$ Ом; $r_{зб}=215$ Ом; $E_a=225$ В; $I_a=20$ А. Визначити струм збудження генератора. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1,8 А.
2. 1 А.
3. 0,5 А.
4. 2,5 А.
5. Визначити неможливо.

Задача 14.23. Визначити номінальну потужність шунтового генератора постійного струму при відомих параметрах: $U_n=110$ В; $I_{я.н}=10$ А; $r_{зб}=110$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 990 Вт. 2. 1100 Вт. 3. 1210 Вт. 4. 919 Вт. 5. 9,9 кВт.

Задача 14.24. Визначити струм якоря генератора постійного струму з паралельним збудженням, ввімкненого на опір навантаження 10 Ом, якщо відомі опір обмотки збудження $r_{зб}=110$ Ом та струм збудження $I_{зб}=1$ А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 10 А. 2. 9 А. 3. 11 А. 4. 13 А. 5. 12 А.

Задача 14.25. Визначити струм навантаження генератора постійного струму з паралельним збудженням, ввімкненого на опір навантаження 10 Ом, якщо відомі опір обмотки збудження $r_{зб}=110$ Ом та струм якоря $I_{я}=11$ А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1 А. 2. 11 А. 3. 12 А. 4. 10 А. 5. 9 А.

Задача 14.26. Визначити втрати в міді шунтового генератора при номінальному навантаженні, якщо номінальні дані такі: $U_n=110$ В; $I_{я}=20$ А; $r_{зб}=110$ Ом; $r_{я}=0,5$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1 кВт. 2. 200 Вт. 3. 310 Вт. 4. 500 Вт.
5. Визначити неможливо.

Практичне заняття 15

Тема – Характеристики двигунів постійного струму.

Мета – Оволодіти основними електричними величинами двигуна постійного струму.

Завдання для розв'язання

Задача 15.1. Вказати дії необхідні для зміни напрямку обертання двигуна постійного струму.

1. Змінити величину струму якоря або струму збудження.
2. Змінити напрямок струму збудження або струму якоря.
3. Змінити величину струмів якоря або збудження.
4. Змінити напрямки струмів якоря і збудження.
5. Інша відповідь.

Задача 15.2. При навантаженні двигуна постійного струму його фізична нейтраль зміщується відносно геометричної:

1. В напрямку обертання.
2. Проти напрямку обертання.
3. Не зміщується.
4. Визначити неможливо.
5. Інша відповідь.

Задача 15.3. Вказати рівняння рівноваги напруги двигуна постійного струму.

1. $U = C_e n \Phi - r_{\text{я}} I_{\text{я}}$.
2. $U = E_{\text{я}} - r_{\text{я}} I_{\text{я}}$.
3. $U = U_{\text{я}} - C_e n \Phi$.
4. $U = E_{\text{я}} + r_{\text{я}} I_{\text{я}}$.
5. $U = E_{\text{я}} + r_{\text{зб}} I_{\text{зб}} + r_{\text{я}} I_{\text{я}}$.

Задача 15.4. Визначити обертовий момент двигуна постійного струму, якщо $C_m = \frac{pN}{2\pi a} = 100$, $\Phi = 1,5 \cdot 10^{-2}$ Вб, $I_{\text{я}} = 25$ А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 365 Н·м.
2. 750 Н·м.
3. 500 Н·м.
4. 200 Н·м.
5. Інша відповідь.

Задача 15.5. Визначити опір обмотки якоря двигуна постійного струму з паралельним збудженням з номінальними даними: $U_n = 220$ В; $I_{\text{я}} = 50$ А; $E_{\text{я.н}} = 215$ В (реакцією якоря та спадом напруги на щітковому контакті знехтувати). Вказати правильний варіант відповіді.

1. 0,1 Ом.
2. 1 Ом.
3. 4,4 Ом.
4. 4,3 Ом.
5. Визначити неможливо.

Задача 15.6. Шунтовий двигун вмикається через пусковий реостат з опором 1,95 Ом на напругу 220 В. Визначити відношення початкового пускового струму до номінального $I_n / I_{\text{н}}$, якщо $I_{\text{н}} = 52,2$ А; $r_{\text{зб}} = 110$ Ом; $r_{\text{я}} = 0,2$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1,5.
2. 2.
3. 4.
4. Визначити неможливо.
5. Інша відповідь.

Задача 15.7. Шунтовий двигун з параметрами $I_{\text{я}} = 15$ А; $r_{\text{я}} = 0,5$ Ом вмикається на напругу 120 В. Визначити опір пускового реостата, при якому $I_n / I_{\text{н}} = 2$. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 0,5 Ом.
2. 3,5 Ом.
3. 30 Ом.
4. 35 Ом.
5. Визначити неможливо.

Задача 15.8. Визначити опір пускового реостата для двигуна послідовного збудження, якщо $I_n=80$ А; $U_g=120$ В; $r_{\pi}=0,1$ Ом; $r_{\Sigma}=0,4$ Ом; $I_n/I_n=1,5$. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 0,9 Ом. 2. 1 Ом. 3. 0,6 Ом. 4. 0,5 Ом. 5. Визначити неможливо.

Задача 15.9. Двигун послідовного збудження вмикається на напругу 120 В через пусковий реостат з опором 1,5 Ом. Визначити кратність початкового пускового струму, якщо $I_n=40$ А; $r_{\pi}=0,1$ Ом; $r_{\Sigma}=0,4$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1,5. 2. 2. 3. 6. 4. Визначити неможливо. 5. Інша відповідь.

Задача 15.10. Вказати вираз для визначення швидкості обертання шунтового двигуна постійного струму.

1. $n = \frac{U - E_{\pi}}{C_e \Phi}$. 2. $n = \frac{U - r_{\pi} I_{\pi}}{E_{\pi}}$. 3. $n = \frac{U - C_e \Phi}{r_{\pi}} I_{\pi}$.
4. $n = \frac{U - r_{\pi} I_{\pi}}{C_e \Phi}$. 5. $n = \frac{60 f}{p} (1 - s)$.

Задача 15.11. Визначити швидкість обертання двигуна постійного струму, якщо $U=110$ В, $I_{\pi}=20$ А, $r_{\pi}=0,5$ Ом, $C_e = \frac{pN}{60a} = 2$, $\Phi=2,5 \cdot 10^{-2}$ Вб. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 2000 об/хв. 2. 1470 об/хв. 3. 1000 об/хв. 4. 900 об/хв.
5. Інша відповідь

Задача 15.12. Визначити номінальну швидкість обертання шунтового двигуна постійного струму з паспортними даними: $P=10$ кВт, $U=220$ В, $\eta=0,87$, якщо відомі параметри двигуна: $C_e \Phi=0,1$ Вб; $r_{\pi}=0,2$ Ом; $r_{\Sigma}=1000$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 3000 об/хв. 2. 2920 об/хв. 3. 2095 об/хв.
4. Інша відповідь. 5. Визначити неможливо.

Задача 15.13. Нехтуючи реакцією якоря, визначити зміну струму шунтового двигуна постійного струму при збільшенні обертаючого моменту на його валу в 1,2 раза та незмінних швидкості обертання і напрузі живлення. Вказати правильний варіант відповіді.

1. Струм зросте в 1,44 раза. 2. Струм зросте в 1,2 раза.
3. Струм зменшиться в 1,2 раза. 4. Струм залишиться без зміни.
5. Визначити неможливо.

Задача 15.14. При сталій напрузі живлення і незмінній швидкості обертання струм якоря шунтового двигуна постійного струму зростає на 10%. На скільки при цьому змінюється обертаючий момент двигуна (вплив реакції якоря знехтувати)? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Момент залишається незмінним.
2. Момент зростає на 10%.
3. Момент зменшиться на 10%.
4. Момент зростає в 1,21 раза.
5. Визначити неможливо.

Задача 15.15. Визначити потужність, яку споживає шунтовий двигун постійного струму при номінальному навантаженні, якщо $U_n=110$ В, $I_{я.н}=10$ А, $r_{зб}=110$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1100 Вт. 2. 990 Вт. 3. 1210 Вт. 4. 9,9 кВт. 5. 12,1 кВт.

Задача 15.16. Нехтуючи реакцією якоря, визначити обертаючий момент шунтового двигуна постійного струму при струмі якоря 15 А, якщо відомі номінальні дані двигуна: $M_n=1,2$ кГ·м; $I_{я.н}=20$ А. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1,2 кГ·м. 2. 1,6 кГ·м. 3. 0,9 кГ·м. 4. 1,8 кГ·м.
5. Визначити неможливо.

Задача 15.17. Як треба змінити напругу живлення шунтового двигуна постійного струму, щоб при незмінному моменті на валу та струмі якоря швидкість двигуна зменшилася на 10 %? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Збільшити на 10%. 2. Зменшити на 10%. 3. Зменшити на 20%.
4. Зменшити в 1,21 рази. 5. Залишити без зміни.

Задача 15.18. Як треба змінити напругу живлення шунтового двигуна постійного струму, щоб при незмінному моменті на валу та зменшенні швидкості на 10% струм якоря зменшився на 10 %? Вказати правильний варіант відповіді.

1. Зменшити на 10%. 2. Зменшити на 20%. 3. Збільшити на 10%.
4. Залишити без зміни. 5. Інша відповідь.

Задача 15.19. Визначити втрати в міді шунтового двигуна постійного струму при номінальному навантаженні, якщо $U_n=200$ В, $r_{зб}=200$ Ом, $I_{я.н}=20$ А, $r_{я}=0,2$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 8 кВт. 2. 80 Вт. 3. 200 Вт. 4. 280 Вт. 5. Визначити неможливо.

Задача 15.20. Визначити номінальну швидкість обертання двигуна постійного струму послідовного збудження з паспортними даними: $P=16,3$ кВт; $U=440$ В; $\eta=0,83$, якщо задані параметри двигуна: $r_{я}=0,6$ Ом; $r_{зб}=0,4$ Ом; $C_e\Phi=0,3$ Вб. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 1320 об/хв. 2. 1440 об/хв. 3. 1500 об/хв. 4. 1200 об/хв.
5. Інша відповідь.

Задача 15.21. Визначити номінальний струм двигуна постійного струму послідовного збудження, якщо $n_n=474$ об/хв.; $M_n=23,8$ кГ·м; $U_n=250$ В; $\eta_n=84,3\%$; $r_{я}+r_{зб}=0,61$ Ом. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 12,3 А. 2. 25,5 А. 3. 55 А. 4. 65,9 А. 5. Визначити неможливо.

Задача 15.22. Визначити напругу живлення двигуна постійного струму послідовного збудження, якщо $C_e = \frac{pN}{60a} = 1$; $\Phi=0,4$ Вб; $r_{я}+r_{зб}=1$ Ом; $P_e=4,1$ кВт; $n=1000$ об/хв. Вказати правильний варіант відповіді.

1. 400 В. 2. 380 В. 3. 220 В. 4. 410 В. 5. 430 В.

Е-50

Електротехніка: методичні вказівки до практичних занять для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньої програми «Автомобільна електроніка» галузі знань 6 Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка денної та заочної форм навчання / уклад. Й. Р. Селепина. Луцьк: ЛНТУ, 2026. 108 с.

Методичні вказівки до практичних занять з освітньої компоненти «Електротехніка»: складені відповідно до діючої робочої програми курсу.

Призначені для здобувачів вищої освіти спеціальності G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка освітньої програми «Автомобільна електроніка».

Комп'ютерний набір

Й. Р. Селепина

Редактор

Й. Р. Селепина

Підп. до друку «___» _____ 2026 р.
Формат 60x84/16. Папір офс. Гарнітура Таймс.
Ум. друк. арк. _____. Тираж 10 прим. Зам. _____

Відділ іміджу та промоцій
Луцького національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75