

Міністерство освіти і наук України
Луцький національний технічний університет
Факультет архітектури, будівництва та дизайну
Кафедра прикладної математики та механіки

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
ЗА СТУПЕНЕМ ВИЩОЇ ОСВІТИ «МАГІСТР»

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ СКЛАДНИХ СИСТЕМ З
ВИКОРИСТАННЯМ АНАЛІТИЧНОГО ТА
МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
RESEARCHING THE BEHAVIOR OF COMPLEX SYSTEMS
USING ANALYTICAL AND MATHEMATICAL MODELING

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 113 Прикладна математика

ОСВІТНЯ ПРОГРАМА Прикладна математика

Виконав:
здобувач вищої освіти
групи ПРМм-21
**Костюкевич Сергій
Юрійович**

(підпис)

Керівник: к.т.н., доцент
**Бондарський Олександр
Георгійович**

(підпис)

Кваліфікаційну роботу
допущено до захисту
«__» _____ 20__ р.
Гарант освітньої програми:
PhD, доцент
Самоненко Інга Вікторівна

(підпис)

Луцьк – 2025 рік

ЛУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет *архітектури, будівництва та дизайну*

Кафедра *прикладної математики та механіки*

Ступінь вищої освіти: *магістр*

Галузь знань: *11 Математика і статистика*

Спеціальність *113 Прикладна математика*

Освітня програма *Прикладна математика*

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Мікуліч О.А.

« ___ » _____ 202_ р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Костюкевич Сергій Юрійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема кваліфікаційної роботи

Дослідження поведінки складних систем з використанням аналітичного та математичного моделювання

Керівник роботи: *Бондарський Олександр Георгійович*

затверджені наказом закладу вищої освіти від «25» січня 2025 р. № 45/01-02

2. Строк подання здобувачем вищої освіти кваліфікаційної роботи

« ___ » _____ 202_ р.

3. Вихідні дані до роботи: *наукові публікації з питань моделювання складних систем, зокрема систем масового обслуговування (СМО); математичні моделі багатошарових оболонок типу «конус-циліндр-конус»; методичні вказівки до виконання кваліфікаційної роботи магістра.*

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що потрібно розробити):

Огляд літератури та аналіз проблематики за темою роботи, постановка завдань дослідження. Розробка математичної моделі системи масового обслуговування та формалізація задачі; вибір алгоритму розв'язку задачі термопружності багатошарової оболонки; реалізація алгоритму. Аналіз результатів. Висновки

5. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу: *Презентація роботи (слайди):*

Параметрична модель системи масового обслуговування. Імітаційна модель СМО. Закони розподілу випадкових величин. Базові моделі СМО. Алгоритм моделювання СМО. Показники ефективності СМО. Схема складеної оболонки. Результати розрахунку оболонки.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис	
		завдання видав	завдання прийняв
<i>1 розділ</i>	<i>Бондарський О.Г., доцент кафедри</i>		
<i>2 розділ</i>	<i>Бондарський О.Г., доцент кафедри</i>		
<i>3 розділ</i>	<i>Бондарський О.Г., доцент кафедри</i>		
<i>4 розділ</i>	<i>Бондарський О.Г., доцент кафедри</i>		
<i>Висновки</i>	<i>Бондарський О.Г., доцент кафедри</i>		

7. Дата видачі завдання «25» січня 2025 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи магістра	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	<i>Обґрунтування теми</i>		
2.	<i>Огляд літератури із досліджуваної проблеми</i>		
3.	<i>Перший та другий розділ</i>		
4.	<i>Третій та четвертий розділ</i>		
5.	<i>Висновки та пропозиції</i>		
6.	<i>Формування списку використаних джерел</i>		
7.	<i>Оформлення ілюстративного матеріалу</i>		
8.	<i>Нормоконтроль</i>		
9.	<i>Інструментальна перевірка на академічний плагіат</i>		<i>Показник запозичень тексту _____ %</i>
10.	<i>Представлення кваліфікаційної роботи магістра до захисту</i>		

Здобувач вищої освіти

_____ (Костюкевич С.Ю.)
(підпис) (прізвище, ініціали)

Керівник кваліфікаційної роботи

_____ (Бондарський О.Г.)

АНОТАЦІЯ

Костюкевич С.Ю. " Дослідження поведінки складних систем з використанням аналітичного та математичного моделювання". Рукопис.

Кваліфікаційна робота магістра ОП «Прикладна математика» спеціальності «Прикладна математика». Луцький національний технічний університет. Луцьк, 2025.

Системи масового обслуговування зустрічаються в різних сферах людської діяльності тому моделювання таких систем і їх розрахунок становить важливу і складну задачу. В роботі розглянуті деякі приклади СМО, класи задач які виникають при їх моделюванні, проведена класифікація таких систем. Побудовані основні імітаційні моделі СМО які можуть бути застосовані для більшості практичних ситуацій. Це одноканальні СМО з пріоритетами та без пріоритетів, багатоканальні та багатозафазні СМО як з пріоритетами так і без пріоритетів. Наведена оцінка ефективності функціонування СМО та можливі заходи для покращення їх роботи.

Проведено моделювання та дослідження багатошарових конструкцій, зокрема складених оболонок типу “конус-циліндр-конус”. Зроблений аналіз літературних джерел які стосуються таких оболонок і особливостей застосування багатошарових конструкцій в техніці. Наведені теорії та методи розрахунку складених оболонок на температурні і силові навантаження. Виконаний розрахунок оболонки типу “конус-циліндр-конус” яка знаходиться в умовах нерівномірного нагріву та під дією розподіленого навантаження.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, БАГАТОШАРОВІ
ОБОЛОНКИ, ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ

ABSTRACT

Kostyukevich S.Yu. "Research on the behavior of complex systems using analytical and mathematical modeling". Manuscript.

Qualification work of the master of the specialty "Applied Mathematics". Lutsk National Technical University. Lutsk, 2025.

Queuing systems are found in various spheres of human activity, so modeling such systems and their calculation is an important and complex task. The paper considers some examples of QMS, classes of problems that arise during their modeling, and a classification of such systems is carried out. The main simulation models of QMS are built that can be applied to most practical situations. These are single-channel QMS with and without priorities, multi-channel and multi-phase QMS with and without priorities. An assessment of the effectiveness of QMS functioning and possible measures to improve their work are given.

Modeling and research of multilayer structures, in particular composite shells of the "cone-cylinder-cone" type, were carried out. An analysis of literary sources relating to such shells and the features of the application of multilayer structures in engineering was carried out. Theories and methods of calculating composite shells for temperature and force loads were presented. A calculation of a "cone-cylinder-cone" shell under conditions of uneven heating and under the influence of a distributed load was performed.

MATHEMATICAL MODELING, MULTILAYER SHELLS,
TEMPERATURE FIELD

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
Розділ 1. Задачі які виникають при моделюванні детермінованих систем із стохастичною невизначеністю.....	10
1.1. Приклади систем масового обслуговування.....	10
1.2. Класи задач які виникають при моделюванні СМО.....	11
1.3. Класифікація СМО.....	12
Розділ 2. Параметрична модель СМО.....	18
2.1. Побудова параметричної моделі СМО та її параметри.....	19
2.2. Характеристики СМО.....	21
2.3. Імітаційна модель СМО.....	23
2.4. Закони розподілу випадкових величин.....	25
Розділ 3. Базові моделі СМО.....	29
3.1. Одноканальні СМО без пріоритетів.....	31
3.2. Одноканальні СМО з пріоритетами.....	35
3.3. Багатоканальні СМО без пріоритетів.....	36
3.4. Багатоканальні СМО з пріоритетами.....	37
3.5. Багатофазна модель СМО.....	38
3.6. Оцінка ефективності функціонування систем та якості обслуговування заявок.....	39
Розділ 4. Моделювання та дослідження багатошарових конструкцій, зокрема складених оболонок типу “конус-циліндр-конус”.....	42
4.1. Опис складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” та особливості застосування багатошарових конструкцій в техніці...	42

4.2. Теорії та методи розрахунку складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” на температурні та силові навантаження.....	54
4.3. Застосування кінцево-зсувної теорії до розрахунку складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” на температурні та силові навантаження.....	58
ВИСНОВКИ.....	63
Список використаної літератури.....	64

ВСТУП

Актуальність теми. Метод моделювання є універсальний засіб для дослідження різноманітних систем які нас оточують. Дуже часто ми зустрічаємось із системами з невизначеностями, так званими системами масового обслуговування (СМО). Для дослідження таких систем можна застосовувати добре апробований і обґрунтований математичний апарат який дозволяє досить якісно математично проаналізувати роботу системи. Проте, на практиці такі строгі математичні дослідження не завжди вдається використати, оскільки робота системи відбувається в умовах суттєвої математичної невизначеності. Тому при моделюванні таких систем застосовується метод статистичного моделювання, коли розігрується та чи інша ситуація яка може виникнути в системі і далі розглядається реакція системи на цю ситуацію і наслідки цієї реакції. Тобто аналізується процес функціонування цієї системи який відбувається в умовах невизначеності.

Метою дослідження було розглянути задачі які приводять до систем масового обслуговування та побудова їх моделей.

Об'єктами досліджень є системи масового обслуговування та багатошарові конструкції.

Предметом дослідження є застосування моделей для систем масового обслуговування та дослідження поведінки багатошарових конструкцій на температурні та силові навантаження.

Методологія досліджень. У роботі проаналізовані способи розв'язку задач для складених оболонок які знаходяться під дією силового та температурного навантаження

Наукова новизна одержаних результатів полягає у застосуванні кінцево-зсувної моделі для отримання числових розв'язків задачі термопружності для багатошарових оболонок типу “конус-циліндр-конус”.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання побудованої методики для розв'язку практичних задач.

Особистий внесок здобувача. Робота є самостійним дослідженням студента.

Під час виконання кваліфікаційної роботи магістра було використано інструменти штучного інтелекту для редагування та форматування тексту (розділ 4.1) та генерації контенту (рисунок 33) виключно як допоміжний засіб для пошуку ідей, уточнення формулювань та опрацювання літератури. Усі твердження, висновки та результати дослідження належать автору та ґрунтуються на власному аналізі, а отримані результати від генеративного ШІ були перевірені на достовірність та відповідність академічній доброчесності.

Розділ 1.

Задачі які виникають при моделюванні детермінованих системи із стохастичною невизначеністю

1.1. Приклади систем масового обслуговування

Розглянемо клас систем які відносяться до систем з невизначеностями, так звані системи масового обслуговування (СМО) [12, 15-24]. Перед тим як розглядати основні характеристики та питання пов'язані з моделюванням такого роду систем, зупинимось на деяких прикладах таких систем щоб показати наскільки часто такі системи зустрічаються в різних сферах людської діяльності.

Розглянемо в якості прикладу найбільш класичну систему масового обслуговування таку як дільниця підприємства, що виготовляє продукти харчування. Така дільниця уявляє собою автомобільну рампу на якій розташовані місця завантаження готової продукції. У випадкові моменти часу на ділянку експедиції прибуває автотранспорт або власного підприємства або замовника який розвозить готову продукцію медичним закладам, закладам дитячого харчування або іншим закладам. На цьому прикладі видно, що потрібно обслужити певний, визначений об'єм замовлень які поступають у випадкові моменти часу.

В якості другого прикладу розглянемо великий міжнародний аеропорт. Тут як об'єкт обслуговування розглядаємо літаки які прибувають в цей аеропорт. В якості пунктів або каналів обслуговування виступають злітно-посадкові смуги. Під обслуговуванням в даному випадку літаків розуміємо прийом цих літаків і вивантаження вантажів, якщо це вантажний літак, або висадка пасажирів.

Третім прикладом зовсім з іншої галузі обслуговування можна навести роботу сучасного гіпермаркета. В такому гіпермаркеті є цілий ряд відділів де відпускається продукція і є цілий ряд касових апаратів на яких проводиться

оплата вибраних товарів. Тут в якості каналів або пунктів обслуговування виступають ділянки де відпускається продукція, а в якості другої групи каналів виступають касові апарати. В якості об'єктів обслуговування або так званих заявок виступають покупці.

Приведемо ще один приклад із сфери медицини. Розглянемо стоматологічну клініку в якій є певний ряд кабінетів де здійснюють прийом лікарі-стоматологи. В цю поліклініку у випадковий момент часу приходять пацієнти. Тут під каналами обслуговування розуміються кабінети і лікарі, а в якості заявок виступають пацієнти.

Таким чином, на відносно невеликій кількості прикладів можна показати, що система масового обслуговування зустрічається в різних сферах людської діяльності і перелік такого роду систем можна продовжити до нескінченності.

Загальним для такого роду систем є те, що існують певні пункти обслуговування, в подальшому їх будемо називати канали обслуговування, і є певний, абсолютно неоднорідний потік заявок які потрібно обслужити через наявні пункти обслуговування.

1.2. Класи задач які виникають при моделюванні СМО

При моделюванні такого роду систем так само як і при моделюванні інших систем зустрічаються два класи задач. Ці два класи задач можна охарактеризувати наступним чином (Рис.1)

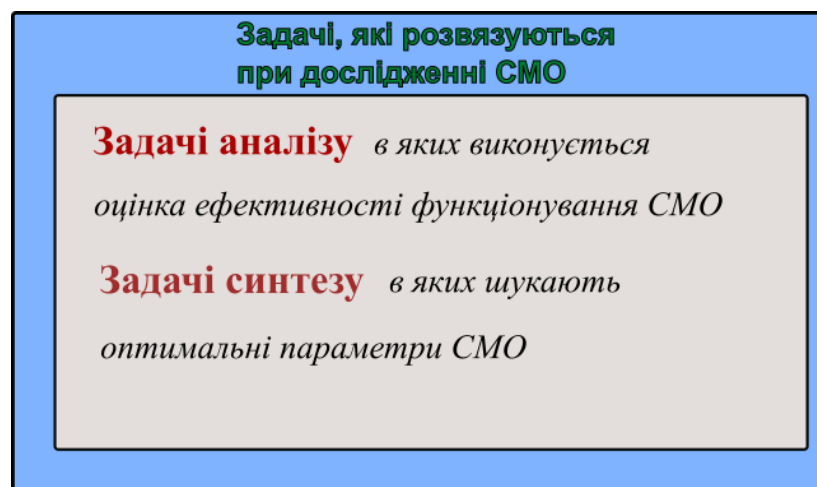


Рис.1. Класифікація задач які стоять перед системами масового обслуговування

Задачі аналізу в яких виконується оцінка ефективності функціонування систем масового обслуговування при їх сталих характеристиках. Це коли ми маємо вже готову працюючу СМО яка характеризується певною пропускною здатністю та певною кількістю заявок які подаються на її вхід. Нам потрібно проаналізувати її роботу, тобто визначити вузькі місця функціонування такої системи і надалі, через комплекс організаційно-технічних заходів, покращити її роботу.

Другою задачею яка може виникнути і виникає при дослідженні такого роду систем це *задача синтезу* яка, як правило, виникає при проектуванні нових систем масового обслуговування. Основною ціллю тут є створення такої системи з такими параметрами її роботи щоб досягти максимальної ефективності її функціонування. В основному це пов'язано з її пропускною здатністю. Найбільш часто зустрічаються задачі аналізу але є випадки коли зустрічаємось і з задачами синтезу.

1.3. Класифікація СМО

З огляду на те, що такого роду задачі масового обслуговування зустрічається часто і вони можуть бути досить різноманітними то перед тим як перейти до питання моделювання, аналізу і функціонування СМО, зупинимось на класифікації таких систем, щоб в подальшому використовуючи цю класифікацію або класифікаційні ознаки тієї чи іншої системи, визначити характер її роботи та опрацювати результати моделювання.

На рисунку 2 наведена перша класифікація систем масового обслуговування за характером потоку заявок.

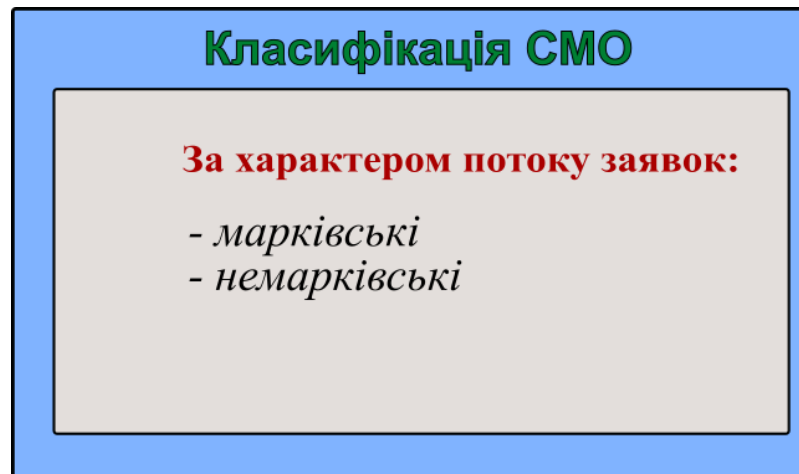


Рис. 2. Перша класифікація систем масового обслуговування за характером потоку заявок

За характером потоку заявок розрізняють системи марківські і немарківські. Марківські системи характеризуються тим, що це потоки випадкових подій без післядії. Це означає, що стан системи в майбутньому залежить від сьогоденного стану і ніяк не визначається її станом в минулому, тобто нас не цікавить як вона прийшла в теперішній стан. А немарківські процеси - це коли сьогоденний стан системи ніяк не визначається її станом в минулому, тобто нас не цікавить як система перейшла в теперішній стан.

Перейдемо до наступної класифікації систем масового обслуговування по числу каналів обслуговування (Рис.3).

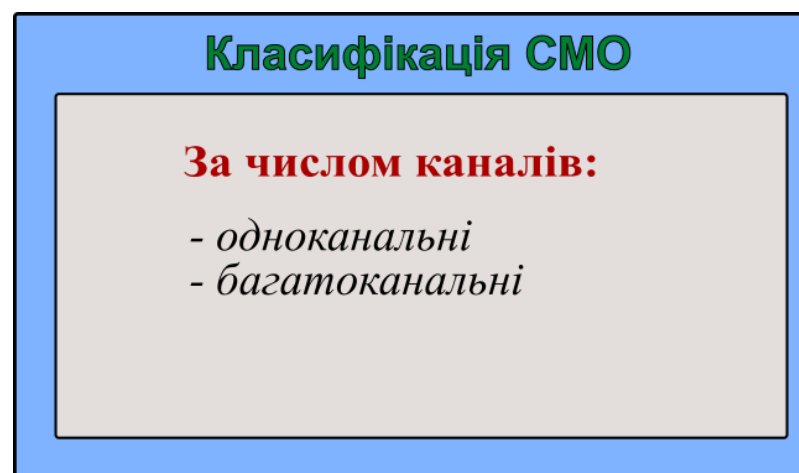


Рис.3. Класифікації систем масового обслуговування за числом каналів обслуговування

Розрізняють системи одноканальні та багатоканальні. Типовим прикладом одноканальної системи масового обслуговування може бути магазин з одним касовим апаратом або з одним продавцем. В цьому випадку є один пропускний пункт. Багатоканальна СМО передбачає декілька каналів обслуговування.

Ще однією ознакою класифікації СМО може бути дисципліна обслуговування. Тут виділяється три класи систем (Рис.4)

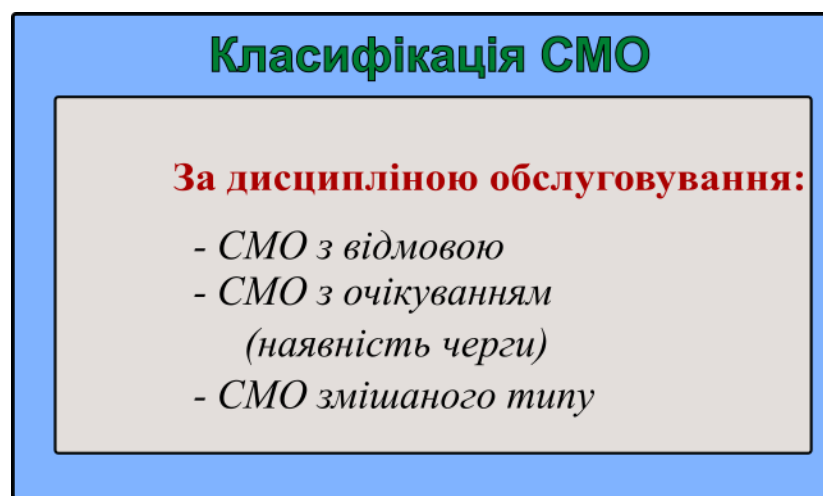


Рис. 4. Класифікації СМО за дисципліною обслуговування

Система масового обслуговування з відмовою. Прикладом такої СМО може бути робота реанімаційного відділення лікарні. Якщо привозять важко хворого пацієнта і місця в реанімаційному відділенні лікарні немає, то пацієнта перевозять в іншу лікарню де такі місця є.

Другим класом систем масового обслуговування може бути система з чергами. Це найбільш розповсюджений клас СМО. Прикладом такої системи масового обслуговування може бути робота гіпермаркета де покупці чекають своєї черги, щоб оплатити вибрану покупку.

Третім класом систем масового обслуговування може бути система змішаного типу. Прикладом такої системи може бути робота аеропорту. Якщо всі злітно-посадкові смуги зайняті то літак не може необмежений час

перебувати в повітрі і чекати посадки. Коли за певний час злітно-посадкова смуга не звільняється то диспетчер пропонує пілотам направити літак до найближчого аеропорту.

Наступна класифікаційна ознака систем масового обслуговування може бути за схемою обслуговування. (Рис. 5)

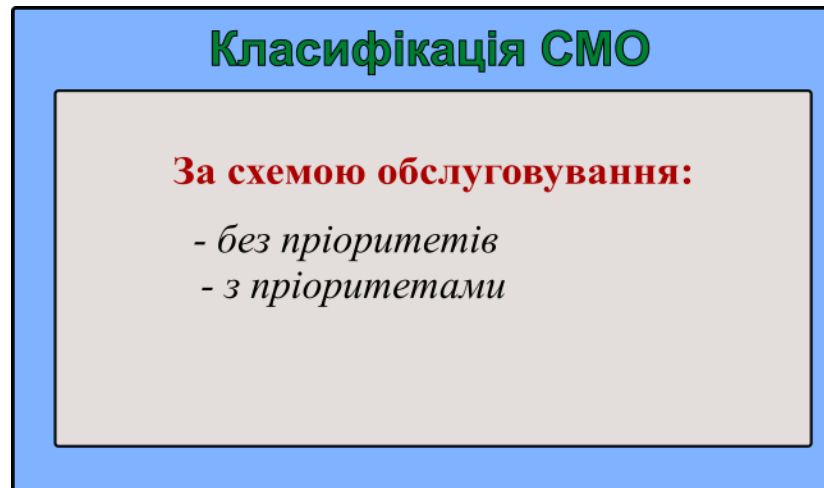


Рис. 5. Класифікація СМО за схемою обслуговування

Є два типи схем - без пріоритетів і з пріоритетами. Пріоритетом називається ознака за якою та чи інша заявка обслуговується без черги. Прикладом такої схеми обслуговування може бути обслуговування поза чергою учасників бойових дій або осіб з обмеженими можливостями. Пріоритетів може бути не один а декілька і за ступеню важливості пріоритету клієнти обслуговуються поза чергою.

Наступна класифікаційна ознака може бути за характером надходження заявок (Рис. 6)

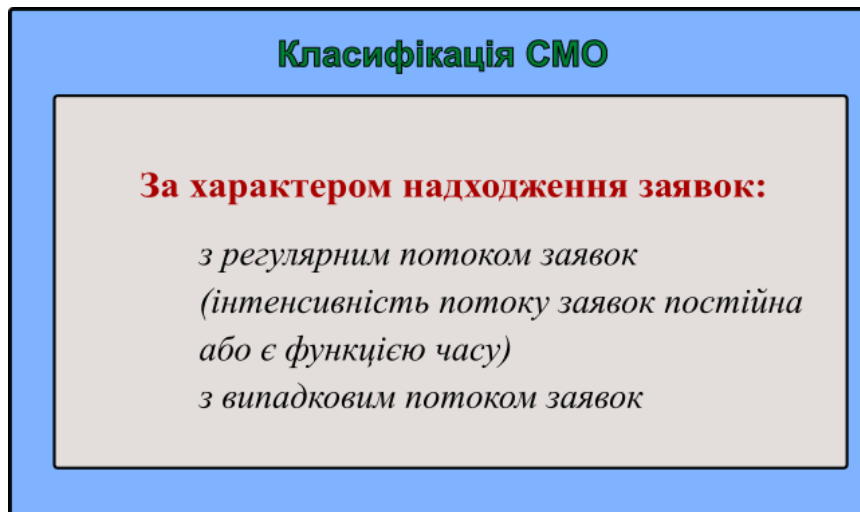


Рис. 6. Класифікація СМО за характером надходження заявок

Можна виділити два типи систем масового обслуговування. Перший - це регулярним потоком заявок. Це коли інтенсивність потоку заявок є постійною або є функцією від часу. Класичним прикладом таких СМО може бути конвеєр будь-якого підприємства, що виробляє продукцію масового споживання. Заявки поступають через певні проміжки часу, це може бути деталь якогось складного виробу або тара яка заповнюється певною продукцією.

Поширеними є системи масового обслуговування з випадковим потоком заявок коли інтервали часу між надходженням заявок є випадковими величинами.

Ще одна класифікаційна ознака - це за кількістю одночасно отриманих заявок (Рис. 7)

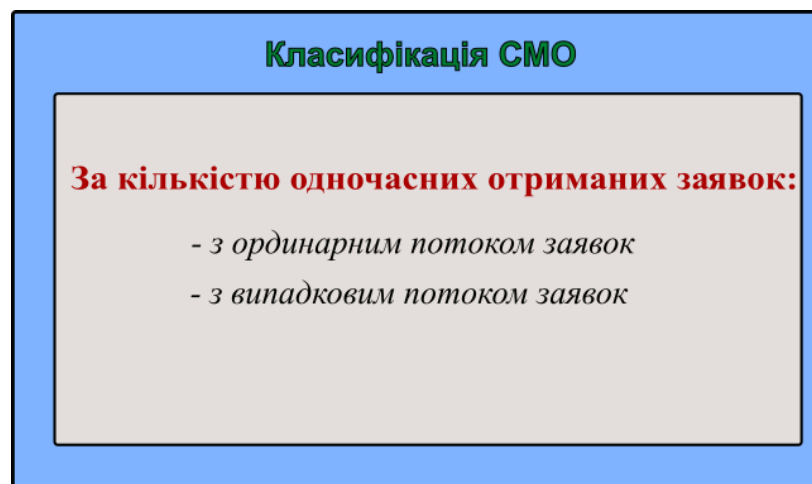


Рис. 7. Класифікація СМО за кількістю одночасно отриманих заявок

Це може бути *ординарний потік* заявок коли за нескінченно малий проміжок часу передбачається, що в систему може поступити не більше однієї заявки.

Інша класифікаційна ознака - це з випадковим потоком заявок коли за певний проміжок часу поступає не одна, а декілька заявок.

Ще одна класифікація систем масового обслуговування - це за однорідністю заявок (Рис.8).

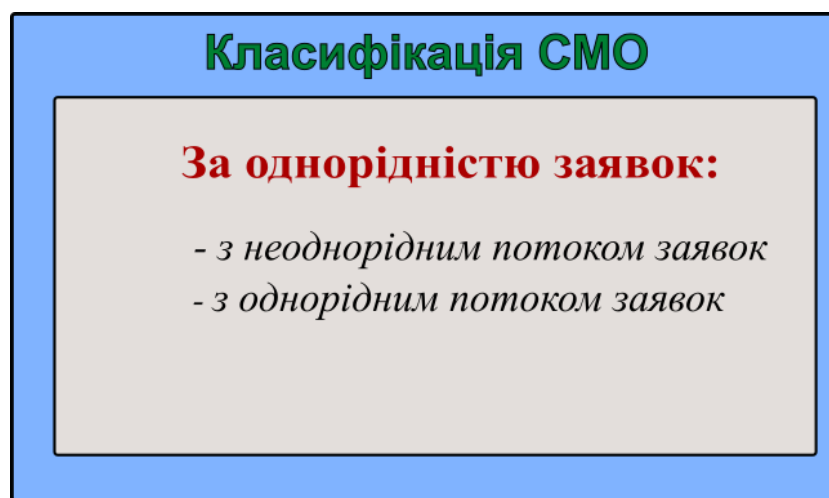


Рис.8. Класифікація СМО за однорідністю заявок

Заявки можуть бути однорідні або неоднорідні. Однорідними називають заявки які мають однакові ознаки і характеристики. Найчастіше ми маємо справу з неоднорідними заявками, коли кожна заявка має різні характеристики.

Існує ще одна класифікація систем масового обслуговування - за кількістю фаз обслуговування (Рис. 9).

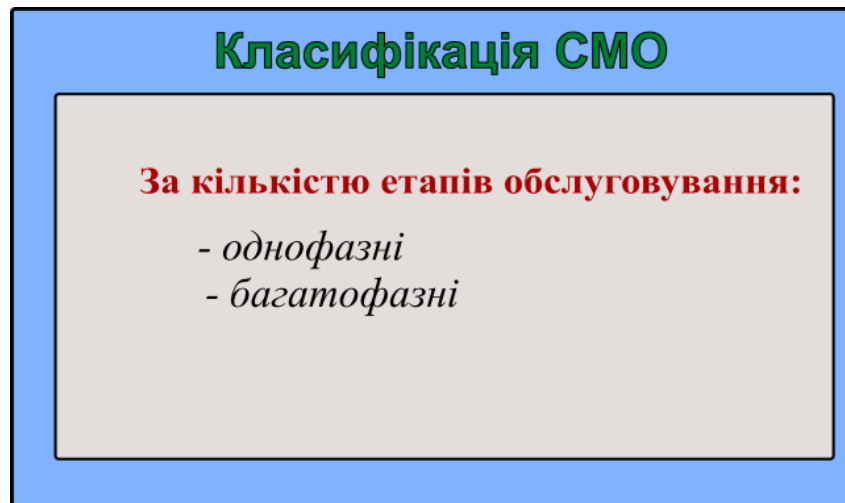


Рис. 9. Класифікація СМО за кількістю фаз обслуговування

Тут розрізняють однофазні та багатофазні системи обслуговування. Прикладом однофазної системи масового обслуговування може бути аеропорт, де літаки приземляються на одній злітній смузі. Прикладом двофазної або багатофазної системи може бути автозаправка, де спочатку проводиться оплата за паливе на касі, а далі відбувається заправка автомобіля. З досвіду можна стверджувати, що на практиці з однаковою частотою зустрічається як однофазні так і багатофазні СМО.

Розділ 2.

Параметрична модель СМО

Таким чином, розглянувши основні класифікаційні ознаки систем масового обслуговування ми визначили, що кожна система може бути охарактеризована з різних точок зору в залежності від присутності тієї чи іншої класифікаційної ознаки. Системи можуть бути відносно простими, а можуть бути досить складними які вимагають додаткового поглибленого дослідження. Для дослідження таких систем існує досить добре апробований і обґрунтований математичний апарат який дозволяє досить якісно математично проаналізувати роботу системи. Проте, на практиці такі строгі математичні

дослідження не завжди вдається використати, оскільки робота системи відбувається в умовах суттєвої математичної невизначеності яка пов'язана з потоком надходження заявок, можливістю виходу із ладу каналів обслуговування та різноманітними зовнішніми впливами.

Досить часто при моделюванні таких систем застосовується метод статистичного моделювання, коли розігрується та чи інша ситуація яка може виникнути в системі і далі розглядається реакція системи на цю ситуацію і наслідки цієї реакції. Тобто аналізується процес функціонування цієї системи який відбувається в умовах невизначеності.

2.1. Побудова параметричної моделі СМО та її параметри

Для того, щоб визначити які фактори впливають на роботу таких систем, виділимо з них суттєві і не зовсім суттєві фактори, зупинимося на так званій параметричній моделі системи масового обслуговування. Покажемо цю параметричну модель на рисунку 10.



Рис.10. Параметрична модель СМО

При побудові параметричної моделі будемо виходити із кібернетичного принципу моделювання, так званого чорного ящика. СМО розглядається як чорний ящик в який надходять два потоки. Це параметри вхідного пакету

заявок та характеристики системи. На виході із чорного ящика маємо теж два потоки. Це параметри вихідного потоку заявок та контрольовані параметри системи.

Розглянемо більш ґрунтовно із чого складаються ці потоки з яких формується параметрична модель СМО.

На рисунку 11 зображено із чого складаються параметри вхідного потоку заявок.

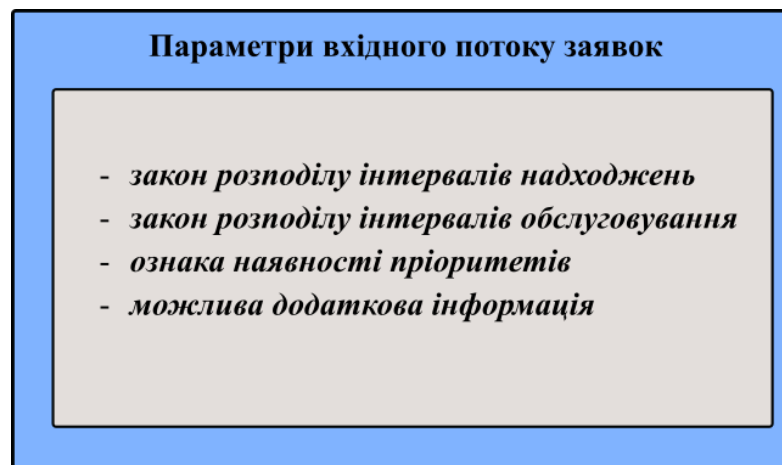


Рис.11. Параметри вхідного потоку заявок

На рисунку 11 перераховані параметри вхідного потоку заявок. Ці основні параметри будуть враховані при моделюванні такого роду систем. Це, в першу чергу, закон розподілу інтервалів надходжень. Оскільки надходження заявок це є випадковий процес, тому необхідно цей процес якимись чином задати. Оскільки дуже часто доводиться мати справу з неоднорідними заявками час обслуговування яких є теж випадковою величиною і не є константою. Тому необхідно задати закон розподілу інтервалів обслуговування. Крім того, якщо є заявки, що потребують обслуговування в першу чергу, вводиться ознака наявності пріоритету. Також вхідний потік заявок може бути доповнений ще додатковою інформацією.

2.2. Характеристики СМО

Наступна група параметрів є характеристиками самої системи (Рис.12)

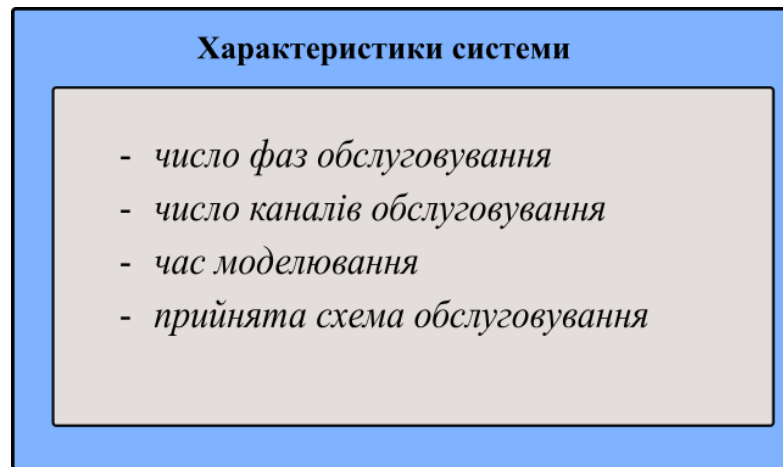


Рис. 12. Характеристики системи

Це число фаз обслуговування: однофазні або багатофазні. Другою характеристикою є число каналів обслуговування. Це число каналів може бути не однаковим по фазам. На одній фазі може бути один канал на іншій фазі може бути декілька каналів. Задається ще час моделювання тобто інтервал на протязі якого функціонує ця система. Цей інтервал може бути прив'язаний до системного часу або може бути в реальному часі. Можна змоделювати роботу системи за годину, за добу, за місяць, за квартал. Все залежить від того, якого роду системи ми розглядаємо і який часовий інтервал нас цікавить. Одна із найважливіших характеристик системи є прийнята схема обслуговування, тобто як буде відбуватися процес прийняття заявок. Чи це кожна заявка повинна пройти через визначений канал чи через всі канали. Це залежить від конкретної поставленої задачі.

Розглянемо основні характеристики вихідного потоку заявок (Рис. 13)

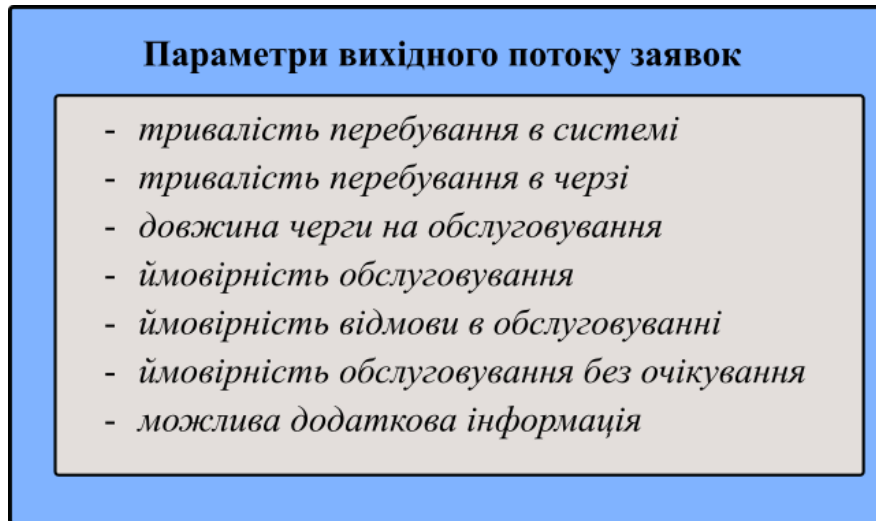


Рис. 13. Параметри вихідного потоку заявок

Під параметрами вихідного потоку заявок маємо на увазі тривалість перебування в системі з початку входу в систему і до її виходу із системи з урахуванням проходження через всі фази системи якщо це є багатофазна система. Одна із найбільш важливих характеристик є тривалість перебування заявки в черзі. Ефективність функціонування будь-якої системи є мінімальна тривалість перебування заявки в черзі. В ідеальному випадку ця тривалість повинна дорівнювати нулю. Довжина черги на обслуговування залежить від попередньої характеристики, тривалості перебування в черзі. Під ймовірністю обслуговування розуміється ймовірність того, що заявка яка поступає в систему буде обслуговуватися або не буде обслуговуватися. Інколи бувають системи в яких не всі заявки які поступають на вхід системи можуть обслуговуватися. Якщо іде мова про роботу стоматологічної поліклініки то може трапитись випадок коли час прийому лікаря закінчився і пацієнт не може бути прийнятий. Якщо іде мова про експедицію певного переробного підприємства може бути так, що до моменту обслуговування деякої заявки закінчиться запаси продукції і заявка залишає систему не обслуженою. Ймовірність відмови від обслуговування також дуже близька до попередньої характеристики. Ймовірність обслуговування без черги також пов'язана з тривалістю перебування в черзі і характеризує ефективність обслуговування.

Якщо розглядається складна система то можлива також додаткова інформація коли потрібно врахувати ту чи іншу особливість системи.

Остання група параметрів які характеризують параметричну модель системи масового обслуговування - це контрольовані параметри системи (рис.14)

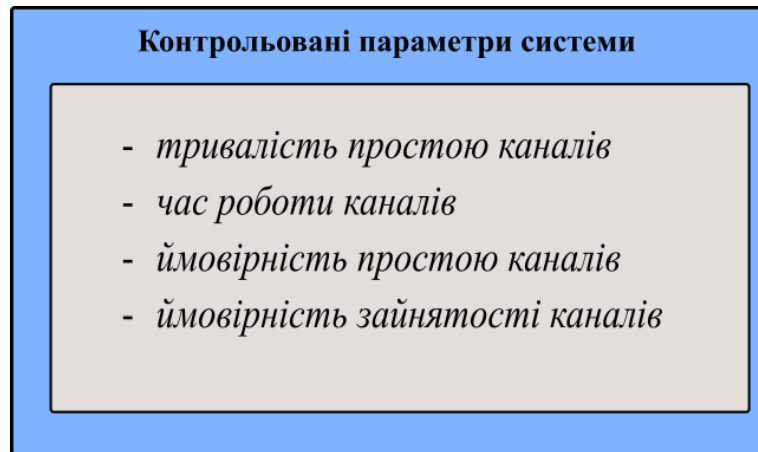


Рис. 14. Контрольовані параметри системи

За цими параметрами можна оцінити ефективність функціонування самої системи. Основною характеристикою є тривалість простою каналів. Простій каналу говорить про те, що система побудована не раціонально, тобто коефіцієнт використання каналів досить низький. З першими двома характеристиками пов'язана ймовірність простою або зайнятості каналів.

2.3. Імітаційна модель системи масового обслуговування

Розглянувши параметричну модель системи та її характеристики можна перейти до розгляду самої системи масового обслуговування та оцінку етапів її роботи і розглянути основні класи базової моделі СМО з урахуванням особливостей які відрізняють ту чи іншу базову модель.

На рисунку 15 показана імітаційна модель системи масового обслуговування. Для моделювання реально функціонуючої системи використовується статистичний підхід.

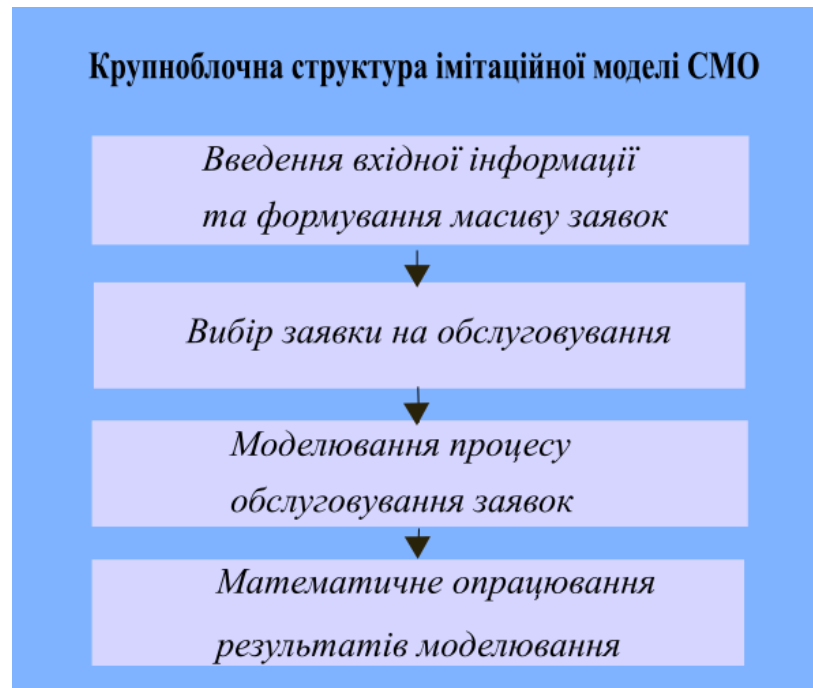


Рис. 15. Імітаційна модель СМО

Робота такої системи проходить в умовах випадкових збурень та суттєвої невизначеності як вхідного потоку так і окремих каналів і ланок.

Незалежно від того яку систему розглядаємо можна виявити чотири етапи обслуговування заявки в системі масового обслуговування.

Перший етап - це введення вхідної інформації і формування масиву отриманих заявок. Тобто формуємо деяку абстракцію вхідного потоку заявок. Коли сформований масив отриманих заявок у вигляді деякого файлу, після цього відбувається вибір заявки на обслуговування. Тут потрібно враховувати два основних моменти. Наявність або відсутність вільних каналів обслуговування і наявність пріоритетів на обслуговування заявки. З урахуванням цих моментів зовсім по-різному відбувається вибір заявки на обслуговування. Третім пунктом є моделювання процесу обслуговування заявки. Незалежно від того яку систему ми розглядаємо цей блок здійснюється однаково. Наступний блок пов'язаний з математичною обробкою результатів імітаційного моделювання.

Почнемо з того, що потрібно змоделювати певний потік вхідних заявок, визначити імовірнісний характер інтервалів надходження заявок та імовірнісний характер інтервалів обслуговування заявок. Для організації роботи системи обслуговування можливі два шляхи. Перший шлях пов'язаний з тим, що досліджуючи роботу підприємства та отримавши деяку статистичну інформацію можна в якості контрольного прикладу ці статистичні дані, пов'язані як з інтервалами приходу заявок так із інтервалами обслуговування, розмістити в пам'яті комп'ютера і на основі цієї інформації змоделювати роботу. Такий підхід має свої недоліки. Якщо будемо спиратися тільки на одному наборі такої інформації ми не отримаємо достовірні дані.

Це пов'язано з тим, що в різні часові інтервали такі дані можуть бути різними. У зв'язку з цим широко застосовується інший підхід. Проводиться попереднє дослідження системи. На протязі досить тривалого часу збирається великий статистичний матеріал і на підставі цього статистичного матеріалу визначаються закони розподілу надходження заявок та інтервали обслуговування. На основі отриманих законів розподілу використовують ті чи інші генератори випадкових величин які дозволяють отримати певну усереднену імовірнісну модель роботи системи. При такому підході доводиться використовувати так званий генератор випадкових величин. Розроблений цілий ряд алгоритмів для генерування випадкових величин які підпорядковані певному закону розподілу.

2.4. Закони розподілу випадкових величин

Розглянемо деякі закони які використовуються при моделюванні систем масового обслуговування.

Базовим є рівномірний розподіл (Рис. 16).

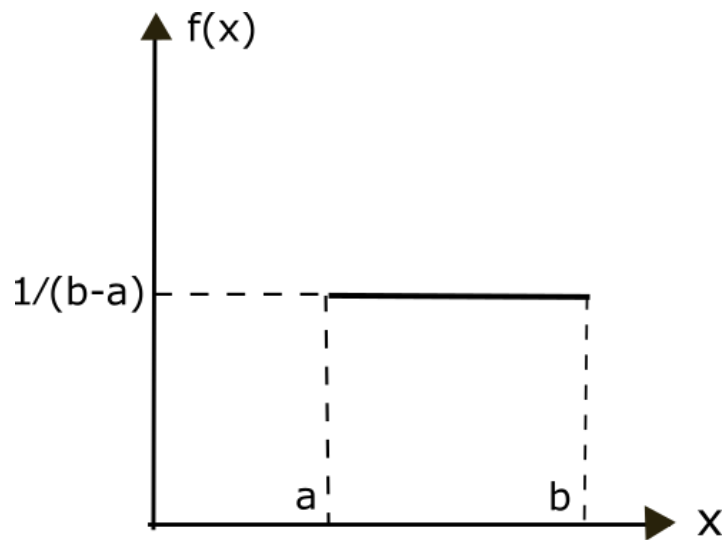


Рис.16. Рівномірний розподіл випадкових величин

Цей розподіл характеризується тим, що на певному визначеному інтервалі ймовірність того, що з'явиться та чи інша величина буде абсолютно однаковою. Функція розподілу або щільність розподілу визначається як одиниця поділена на довжину цього інтервалу

$$f(x) = 1/(b - a) \quad (1)$$

Математичне очікування або найбільш ймовірне середнє значення визначається як середнє арифметичне значень границь цього інтервалу

$$m = (b + a)/2, \quad (2)$$

а також визначається дисперсія цього розподілу

$$\sigma^2 = (b - a)^2/12 \quad (3)$$

Для такого виду розподілу існують генератори які входять до комп'ютерного програмного забезпечення.

Наступним розподілом є розподіл Пуассона де функція розподілу пов'язана з λ , так званою інтенсивністю потоку (Рис. 17).

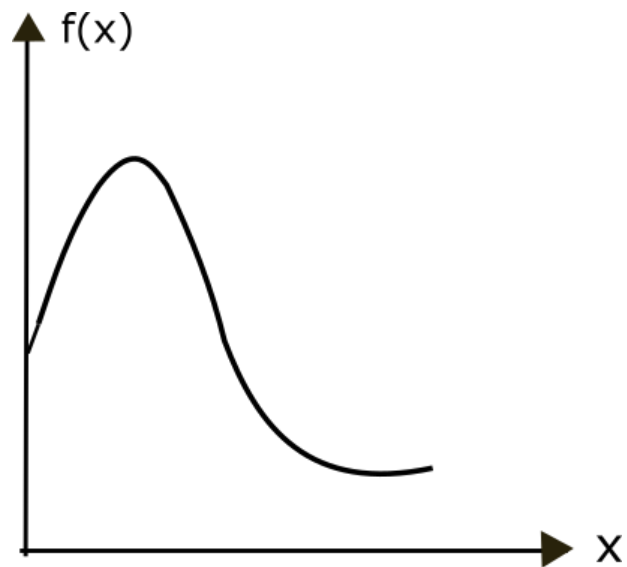


Рис. 17. Розподіл Пуассона

$$f(x) = \lambda^x e^{-\lambda} / x! \quad (4)$$

Якщо ми говоримо про систему масового обслуговування то це інтенсивність потоку заявок. Математичне очікування і дисперсія рівні інтенсивності потоку

$$m = \lambda \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \lambda \quad (6)$$

Наступний розподіл - це експоненціальний розподіл (Рис.18).

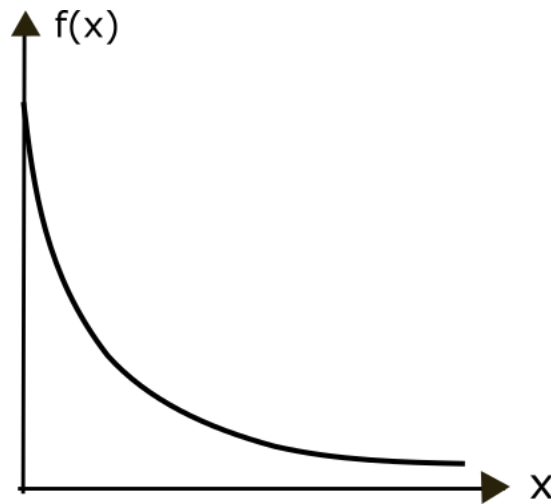


Рис. 18. Експоненціальний розподіл

Експоненціальний розподіл найбільш часто використовується для відтворення потоку заявок. У цьому випадку маємо

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (7)$$

$$m = 1/\lambda \quad (8)$$

$$\sigma^2 = 1/\lambda^2 \quad (9)$$

Такий розподіл спостерігається у багатьох випадках реальних систем де з бігом часу потік заявок експоненціально зменшується. Це видно на прикладі багатьох підприємств коли найбільше заявок може бути на початок роботи. В деяких випадках бувають два випадки збільшення заявок - на початку дня і в другій половині робочого дня. Прикладом може бути робота експедиції переробного підприємства.

Розглянемо ще один розподіл який часто використовується при моделюванні систем масового обслуговування Це так званий нормальний розподіл (Рис. 19). Під такий розподіл досить часто підходить інтервал обслуговування заявок.

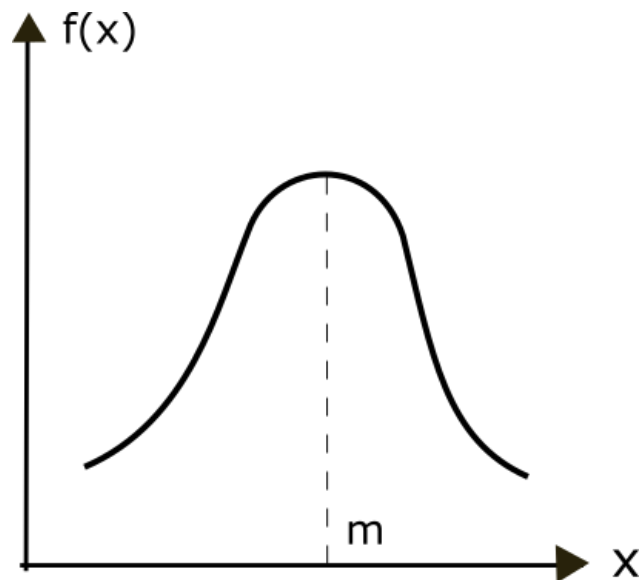


Рис. 19. Нормальний розподіл випадкових величин

При цьому розподілі

$$f(x) = \frac{e^{-(x-m)^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \quad (10)$$

Отже для побудови реально працюючої моделі системи масового обслуговування в її склад повинні бути включені генератори випадкових величин які підпорядковуються основним законам розподілу що були розглянуті. За допомогою цих генераторів ми генеруємо час обслуговування та інтервали прибуття заявок.

Розділ 3.

Базові моделі СМО

Покажемо як схематично можна уявити процес обслуговування і які ситуації при цьому можуть виникнути на прикладі одноканальної системи масового обслуговування (Рис .20).

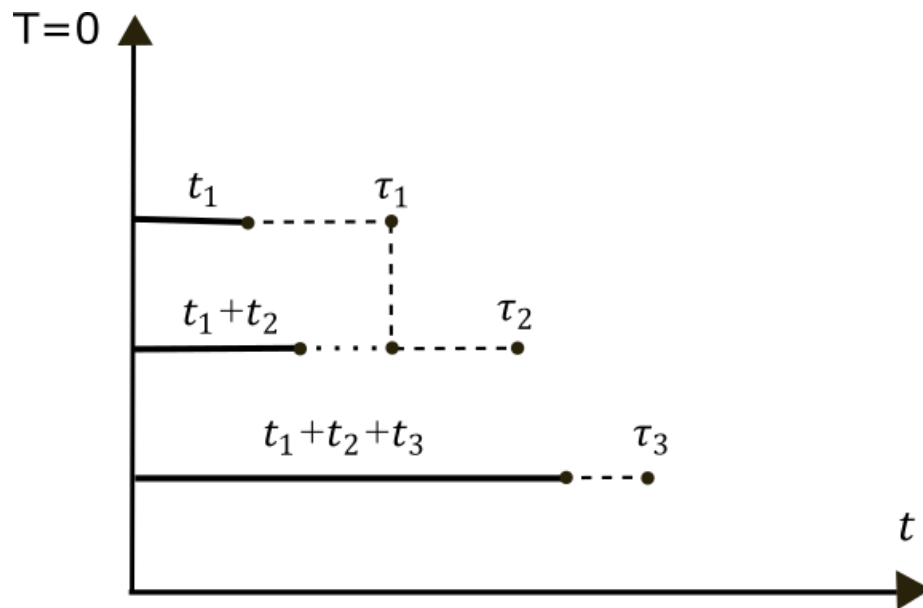


Рис. 20. Схематичне зображення процесу обслуговування заявок

Прийmemo, що контрольний відлік часу буде дорівнювати нулю. Далі за допомогою генератора випадкових величин ми згенерували інтервал прибуття першої заявки t_1 . На протязі цього часу канал простоював. Далі використовуючи той чи інший генератор випадкових величин генеруємо час опрацювання заявки τ_1 . Час через який звільниться канал буде дорівнювати $t_1 + \tau_1$. Час прибуття другої заявки буде дорівнювати $t_1 + t_2$, де t_2 – інтервал прибуття другої заявки. Спостерігаємо, що в момент прибуття другої заявки в систему канал зайнятий, в цей час відбувається обслуговування першої заявки. Обслуговування другої заявки може початися тільки в момент звільнення каналу. Зі схеми видно, що певний часовий інтервал друга заявка чекає в черзі. Після звільнення каналу заявка починає обслуговуватися. Генерується інтервал обслуговування τ_2 яким і визначається час обслуговування другої заявки. Час прибуття третьої заявки визначається як сума $t_1 + t_2 + t_3$. Зі схеми видно, що на момент прибуття третьої заявки канал вільний і деякий час простоював. Ця третя заявка обслуговується без очікування. Генерується час її обслуговування τ_3 який і визначає час закінчення обслуговування.

За допомогою цієї схеми ми розглянули дві можливі ситуації: коли на момент прибуття заявки в систему вона зразу попадає на обслуговування (перша і третя заявки) або заявка чекає в черзі як це було із другою заявкою.

Щоб дослідити деякі особливості обслуговування заявок, розглянемо базові моделі систем масового обслуговування з яких можна в майбутньому сконструювати будь-яку саму складну модель СМО.

3.1. Одноканальна СМО без пріоритетів

На рисунку 21 розглянемо найпростішу одноканальну без пріоритетів СМО.



Рис. 21. Одноканальна без пріоритетів СМО

Графічно функціонування такої системи можна показати наступним чином. Видно, що на вхід каналу формується черга із вхідного потоку заявок. Ці заявки попадають в канал обслуговування і залишають його після обслуговування. Встановимо яка інформація потрібна щоб проаналізувати такого роду систему (Табл.1).

Таблиця 1. Інформація яка потрібна для аналізу процесу обслуговування

№ заявки		
Час надходження		
Час початку обслуговування		
Час закінчення обслуговування		
Час перебування в СМО		

Розглянемо яким чином можна визначити величини які входять в масив що визначає інформацію про процес обслуговування.

На першому етапі визначається час прибуття заявки (Рис.22)

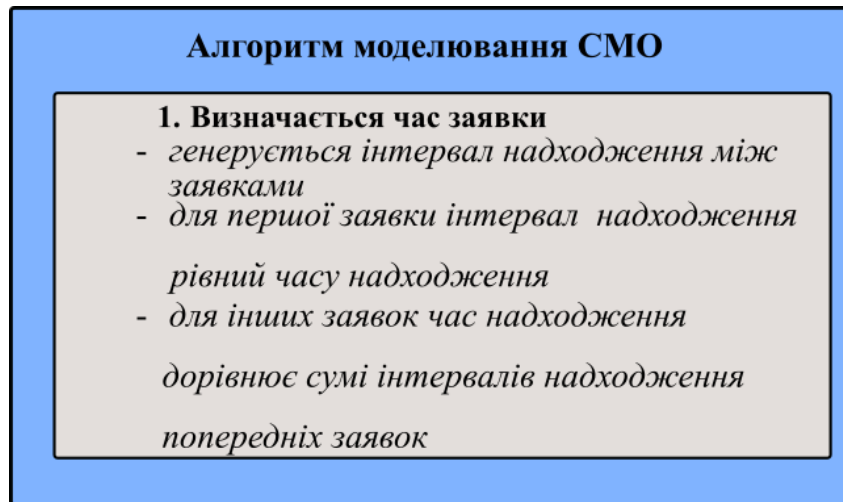


Рис. 22. Визначення часу прибуття заявки

Спочатку генерується інтервал прибуття між заявками за допомогою генератора випадкових величин. Для першої заявки інтервал прибуття рівний часу прибуття. Для інших заявок час прибуття рівний сумі інтервалів прибуття попередніх заявок.

На наступному етапі відбувається перевірка на закінчення процесу моделювання (Рис. 23).

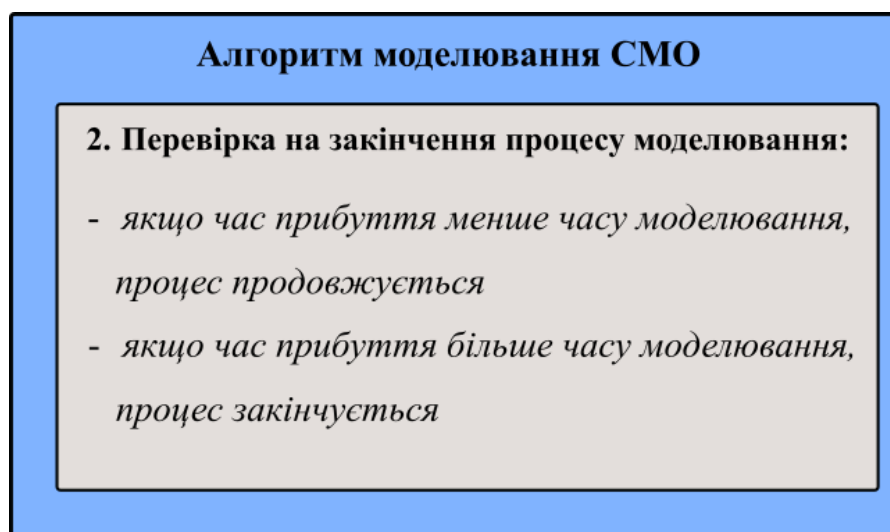


Рис. 23. Перевірка на закінчення процесу моделювання

Якщо час прибуття заявки менше часу моделювання то процес продовжується, а якщо час прибуття більше часу моделювання процес закінчується. Після того, коли було визначено чи заявка поступає на обслуговування чи зупиняється процес моделювання, визначається час початку обслуговування (Рис. 24)

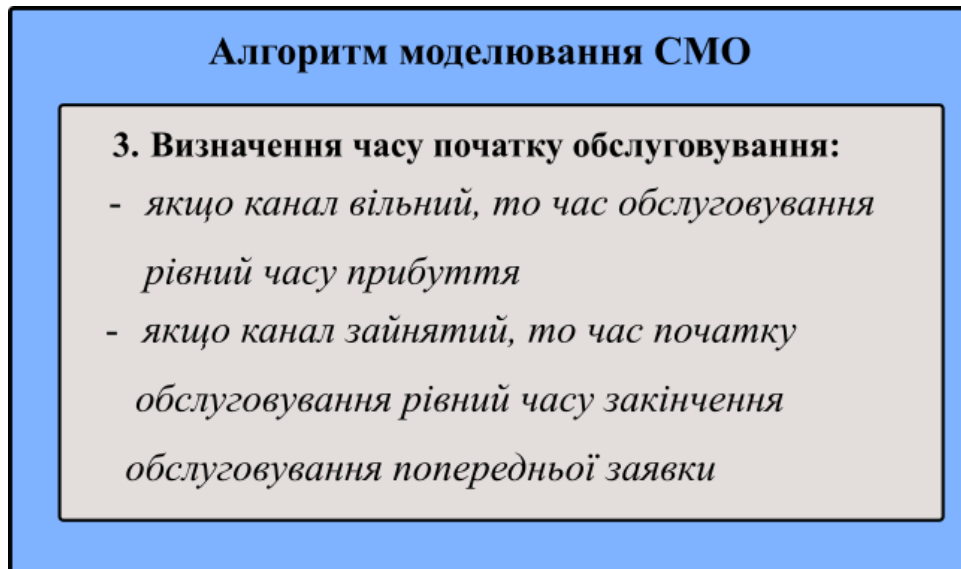


Рис. 24. Визначення часу початку обслуговування

Якщо канал вільний, тоді час початку обслуговування буде рівний часу прибуття, а якщо канал зайнятий то час початку обслуговування рівний часу закінчення обслуговування попередньої заявки. Після того як було визначено чи буде заявка чекати в черзі чи зразу поступить на обслуговування, використовуючи генератор того чи іншого розподілу який вибирається на основі зібраних статистичних даних по об'єкту який підлягає дослідженню, відбувається генерування інтервалів обслуговування заявок (Рис.25)

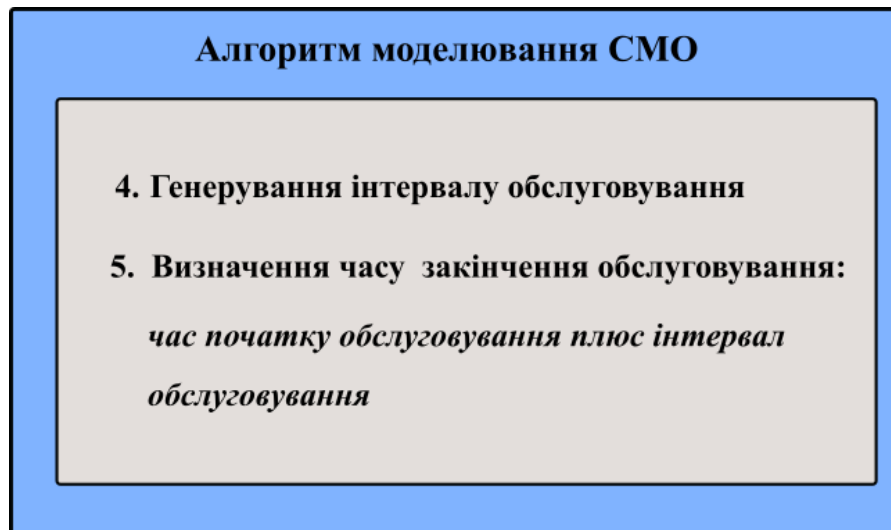


Рис. 25. Генерування інтервалів обслуговування та визначення часу закінчення обслуговування

Це дає можливість визначити наскільки тривалим є обслуговування тієї чи іншої заявки. Далі визначається час закінчення обслуговування.

Наступним етапом є визначення часу звільнення каналів.(Рис. 26)

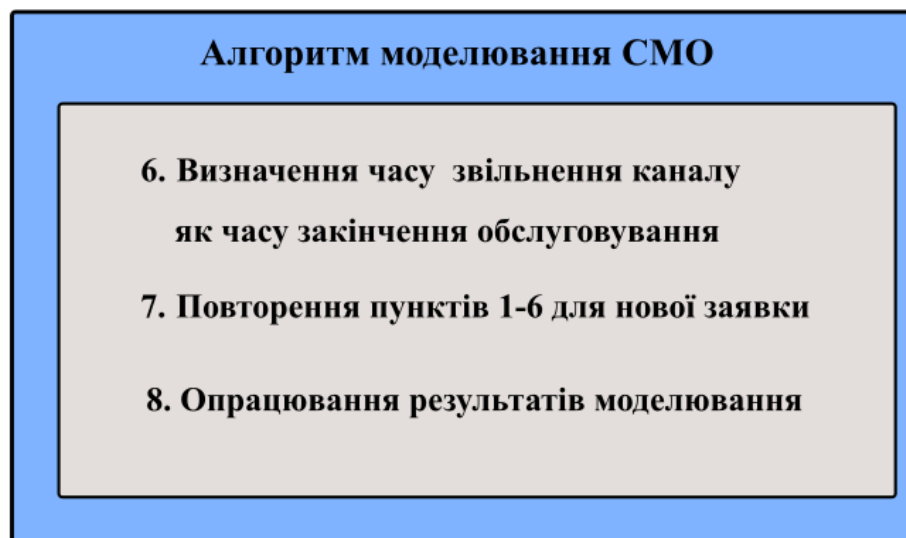


Рис. 26. Час звільнення каналів та опрацювання результатів моделювання

В одноканальній системі час звільнення каналів визначається як час закінчення обслуговування чергової заявки. Пункти з першого по шостий повинні бути виконані для кожної нової заявки.

Після того як обслуговування всіх заявок закінчене, приступають до математичного або статистичного опрацювання результатів. Це є останній але дуже відповідальний етап роботи з моделлю, оскільки за результатами цього опрацювання робляться висновки про якість обслуговування заявки та ефективність функціонування всієї системи в цілому. В залежності від результату робимо висновки про роботу системи в майбутньому або про необхідність внести зміни для покращення її функціонування.

3.2. Одноканальна СМО з пріоритетами

Розглянемо іншу одноканальну модель але таку яка має пріоритети (Рис.27)

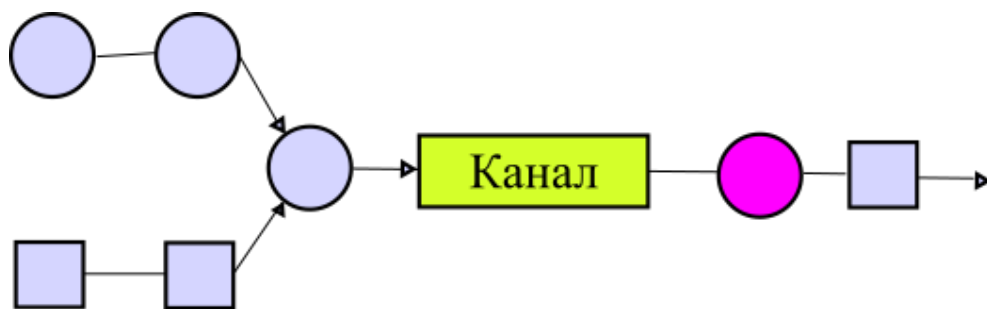


Рис.27. Одноканальна модель з пріоритетами

Особливості функціонування такої моделі розглянуті на рисунку 28 .

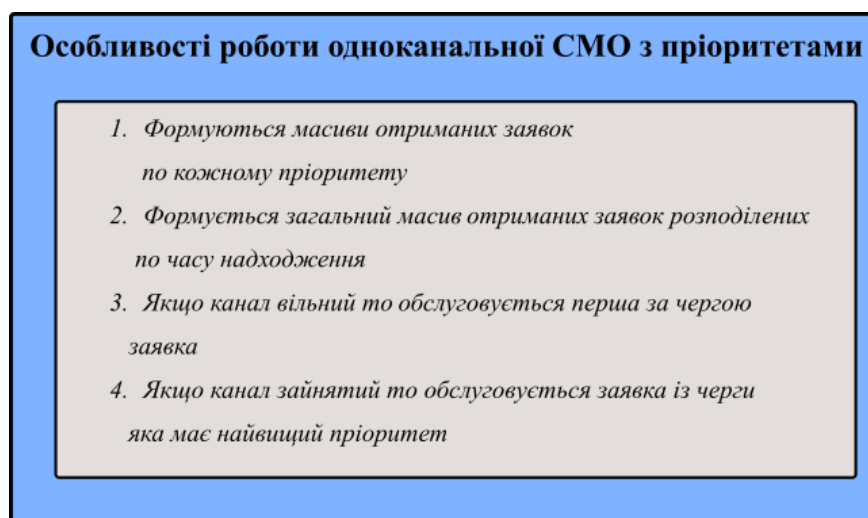


Рис. 28. Особливості роботи одноканальної моделі з пріоритетами

Особливостями роботи такої моделі є те, що формування заявок відбувається по кожному пріоритету. Це означає, що для кожного пріоритету створюється своя черга яка формується у вигляді масиву. Далі із певної кількості таких черг формується загальна черга яка створюється по часу надходження заявок. Таке сортування відбувається незалежно від пріоритетів. В такій черзі перемішані заявки з вищими і нижчими пріоритетами. Наступні особливості пов'язані з вибором заявок на обслуговування.

Якщо при надходженні чергової заявки канал вільний то перша в черзі заявка незалежно від пріоритету поступає на обслуговування. Інша особливість така, що коли канал зайнятий і створилася черга в складі якої є заявки різних пріоритетів то на обслуговування вибирається та заявка яка має найвищий пріоритет.

Ці чотири особливості відрізняють другу базову модель від першої базової моделі СМО.

3.3. Багатоканальна СМО без пріоритетів

Наступні більш складні моделі СМО - це є моделі багатоканалі або багатофазні. Наступні дві моделі можна віднести до базових моделей. Із них це багатоканальна модель системи масового обслуговування без пріоритетів (Рис.29)

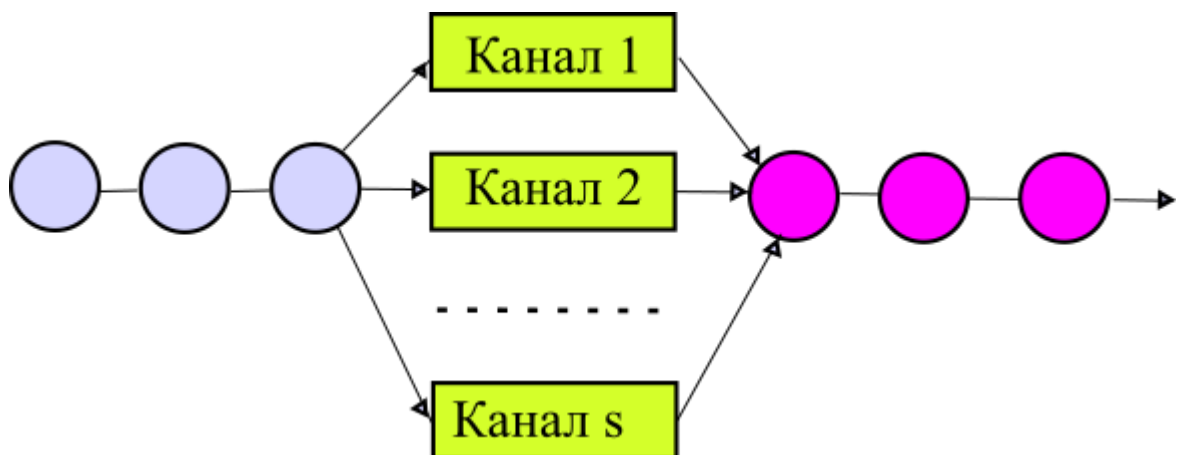


Рис.29. Багатоканальна СМО без пріоритетів

В цій моделі формування черги відбувається таким самим чином як і в першій моделі оскільки пріоритетів немає. Далі кожна заявка розподіляється по вільних каналах обслуговування. Наступні заявки розподіляються згідно черги по каналах які звільнюються. Після опрацювання заявок незалежно від того в якому каналі це відбувалося вони створюють загальну чергу після виходу із системи.

Особливості такої системи можна сформулювати наступним чином. Якщо є вільний канал то заявка обслуговується через цей канал. Якщо всі канали зайняті то заявка повинна бути розміщена в чергу до каналу який звільняється в першу чергу.

3.4. Багатоканальна СМО з пріоритетами

Розглянемо четверту базову модель системи масового обслуговування (Рис. 30)

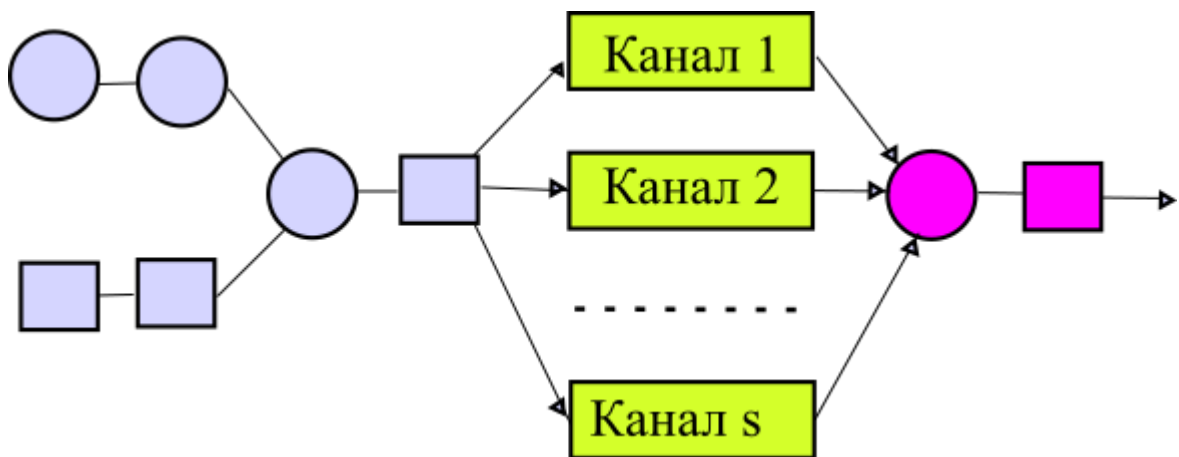


Рис. 30. Схема багатоканальної СМО з пріоритетами

Ця модель повторює особливості другої і третьої моделі. Окремо формуються черги заявок з пріоритетами і без пріоритетів, а далі вони об'єднуються в одну чергу де сортування відбувається за часом надходження. Далі вибір заявки на обслуговування відбувається аналогічно другій моделі. Якщо з'являється

вільний канал то незалежно від пріоритету заявка розміщується в цьому каналі і починає обслуговуватися. Якщо всі канали зайняті то на момент звільнення каналу з черги вибирається заявка з найвищим пріоритетом яка є в черзі. Після обслуговування всі заявки, незалежно від того який канал вони проходили і який пріоритет вони мали, утворюють загальну чергу.

Особливістю такої моделі є те, що може бути використана різна схема обслуговування. Під заявки найвищого пріоритету може бути виділений окремий канал.

Найбільш складною є багатоканальна СМО без пріоритетів в якій заявки повинні пройти через всі канали. В якому випадку така ситуація може виникнути. Уявимо медичний огляд коли пацієнт повинен відвідати багатьох лікарів тобто пройти всі кабінети які являють собою окремі канали. Логічно, що пацієнт йде спочатку до лікаря в якого найменша черга, а далі по мірі того як звільняється той чи інший кабінет, відвідує наступного лікаря. В цьому випадку неможливо передбачити в якій послідовності пацієнт буде відвідувати лікарів тобто проходження заявок по каналах може нагадувати броунівський рух.

3.5. Багатофазна модель СМО

Наступною моделлю є так звана багатофазна модель СМО (Рис. 31)

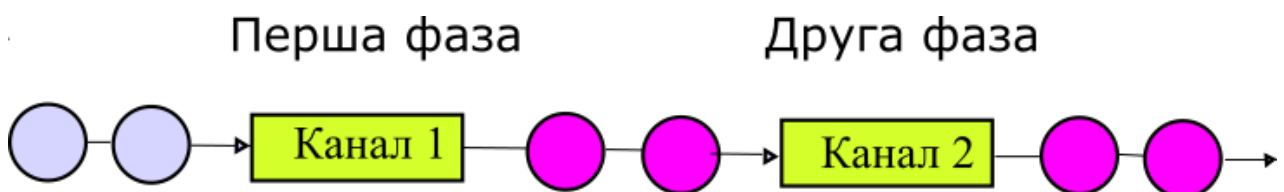


Рис. 31. Схема моделі багатофазної СМО

В цьому випадку кожна фаза являє собою окрему систему масового обслуговування.

Характерною особливістю цієї СМО є те, що час закінчення обслуговування на першій фазі є час прибуття на другу фазу. В середині кожного каналу може бути реалізована будь-яка із чотирьох моделей які були розглянуті раніше. Тут необхідно враховувати, що коли відбувається опрацювання результатів моделювання багатофазної системи масового обслуговування потрібно окремо враховувати проходження через кожен фазу.

3.6. Оцінка функціонування системи та якості обслуговування заявок.

Характеристики ефективності функціонування СМО

Після того як відбувся процес обслуговування всіх заявок тобто закінчився процес моделювання СМО переходять до математичного опрацювання результатів моделювання та оцінки функціонування системи та якості обслуговування заявок.

Розглянемо які характеристики потрібно врахувати та опрацювати при аналізі результатів імітаційного моделювання систем масового обслуговування за допомогою обчислювальної техніки (Рис. 32).

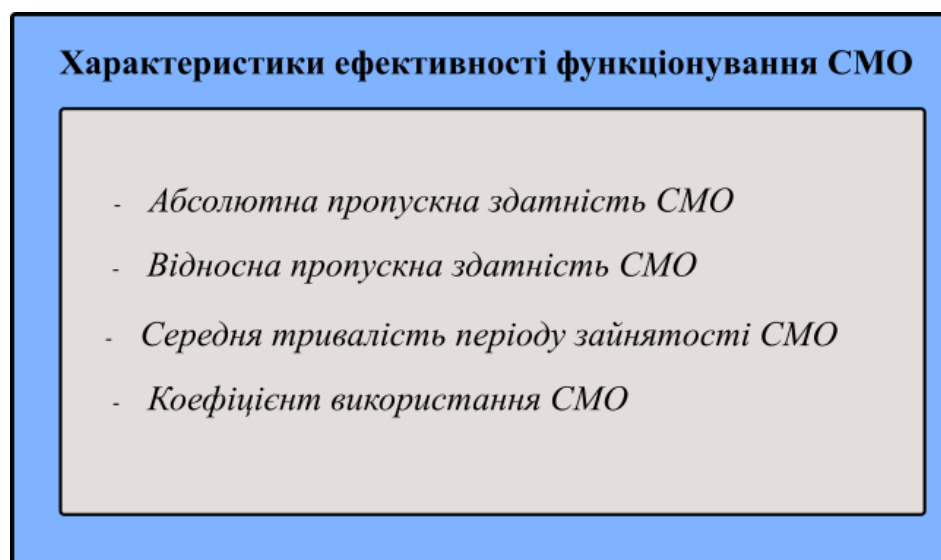


Рис. 32. Характеристики ефективності функціонування СМО

Показник ефективності використання СМО характеризує наскільки ефективно побудована система і наскільки вона ефективно функціонує. Базовою характеристикою із цієї групи є відносна пропускна здатність СМО. Це є число заявок які система може обслужити за період її роботи. Середня тривалість періоду зайнятості СМО - це величина яка є відношенням загального часу роботи каналів до часу моделювання.

Наступна характеристика - це тривалість простою каналу. Визначається як відношення часу загального простою до загального числа заявок (11)

$$\overline{t_{\text{пр}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{\text{пр}i} \quad (11)$$

Для визначення ефективності СМО використовують також дисперсію яка визначається за формулою (12)

$$\sigma_{\text{пр}}^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n t_{\text{пр}i}^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n t_{\text{пр}i} \right)^2 \right] \quad (12)$$

Визначається також ймовірність простою каналу (13)

$$P_{\text{пр}} = \frac{\overline{t_{\text{пр}}}}{T_M} \quad (13)$$

де T_M - загальний час моделювання.

Наступні характеристики дають можливість оцінити якість обслуговування заявок.

Це тривалість перебування заявки в системі (14),

$$\overline{t_{\text{пер}}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_{\text{пер}i} \quad (14)$$

та дисперсія цього перебування(15)

$$\sigma_{\text{пер}}^2 = \frac{1}{k-1} \left[\sum_{i=1}^k t_{\text{пер}i}^2 - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k t_{\text{пер}i} \right)^2 \right] \quad (15)$$

де k - загальне число заявок/

Наступна характеристика це тривалість перебування заявки в черзі (16)

$$\overline{t_{\text{чер}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{\text{чер}i} \quad (16)$$

та дисперсія цього перебування (17)

$$\sigma_{\text{чер}}^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n t_{\text{чер}i}^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n t_{\text{чер}i} \right)^2 \right] \quad (17)$$

Довжина черги визначається за формулою (18)

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i \quad (18)$$

та дисперсія цієї довжини черги за формулою (19)

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n m_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2 \right] \quad (19)$$

Після розрахунку статистичних характеристик розраховуємо ймовірнісні характеристики. Це ймовірність обслуговування заявки (20)

$$P_{\text{обс}} = K/n \quad (20)$$

та ймовірність відмови в обслуговуванні (21)

$$P_{\text{від}} = 1 - K/n \quad (21)$$

Інша характеристика - це ймовірність обслуговування без черги (22)

$$P_{\text{бч}} = a/k \quad (22)$$

Ще одна характеристика - це ймовірність обслуговування в повному об'ємі (23)

$$P_{\text{по}} = c/k \quad (23)$$

Ці характеристики дозволяють оцінити ефективність функціонування самої системи, а також якість обслуговування заявок.

Розглянемо які кроки можна здійснити для підвищення ефективності роботи системи. На першому кроці можна здійснювати варіацію кількості каналів обслуговування по кожній фазі якщо це багатофазна система. Далі можемо також змінювати характер надходження заявок, складати графік їх надходження та аналізувати ці дії.

Розділ 4.

Дослідження та моделювання багат шарових конструкцій, зокрема складених оболонок типу “конус-циліндр-конус”

4.1. Опис складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” та особливості застосування багат шарових конструкцій в техніці

Оболонка типу «конус-циліндр-конус» — це складена конструкція, яка складається з циліндричної частини, що розташована між двома зрізаними кінчними оболонками. Цей тип оболонки є предметом досліджень у галузі прикладної механіки та інженерних розрахунків, оскільки має складну поведінку під різними видами навантажень [27,28].

Конструкція має кілька з'єднань, де відбувається перехід від однієї форми до іншої (конус-циліндр і циліндр-конус), що вимагає особливої уваги під час аналізу та моделювання.

Дослідження розглядають поведінку такої оболонки під дією різних навантажень, зокрема силових і температурних.

Для аналізу використовують варіаційні методи та теорію багат шарових пластин і оболонок, що дозволяє розрахувати власні коливання та інші механічні властивості.

Важливим аспектом є дослідження власних коливань оболонки, які можуть бути як осесиметричними, так і неосесиметричними.

Складені оболонки, до яких належить і тип «конус-циліндр-конус», часто використовуються в таких сферах, як:

- *Космічна техніка*: для створення корпусів ракет і супутників.
- *Авіабудування*: як частини фюзеляжу та інших елементів конструкції.
- *Машинобудування*: для виготовлення резервуарів і ємностей високого тиску.
- *Цивільне будівництво*: у конструкціях деяких веж і куполів.

Використання багат шарових матеріалів у таких оболонках дозволяє оптимізувати співвідношення міцності та ваги, що є критично важливим для багатьох інженерних рішень.

Застосування багат шарових матеріалів, зокрема композитних, кардинально покращує властивості оболонки типу «конус-циліндр-конус» завдяки поєднанню переваг різних матеріалів в одній конструкції.

Це дає змогу оптимізувати співвідношення міцності та ваги, підвищити стійкість до зовнішніх факторів і краще контролювати поведінку оболонки під навантаженням.

Оптимізація ваги та міцності

Багат шарові композитні матеріали, як-от склопластик або вуглепластик, мають значно вищі питому міцність і питомий модуль пружності порівняно з традиційними металами. Це означає, що конструкція може бути легшою, зберігаючи або навіть збільшуючи міцність, що критично важливо в аерокосмічній та авіаційній галузях.

Наведемо кілька конкретних прикладів, які ілюструють, як багат шарові матеріали допомагають досягти оптимального співвідношення міцності та ваги для оболонки типу «конус-циліндр-конус»:

Авіаційна та космічна техніка:

- Багато сучасних літаків використовують композитні матеріали (переважно вуглепластик) для створення корпусу. Заміна металу

вуглепластиком дозволяє зменшити загальну масу літака, що, своєю чергою, знижує витрати палива та підвищує ефективність. Аналогічні конструкції використовуються і в космічних ракетах, де кожен кілограм ваги має критичне значення для вартості запуску.

- Оболонки у формі «конус-циліндр-конус» можуть використовуватися для створення різних частин супутників, де важлива легкість та висока міцність. Вуглепластикові композити забезпечують необхідну жорсткість для захисту чутливого обладнання, водночас мінімізуючи вагу.

Спортивне обладнання

- Рами з вуглепластику стали стандартом у професійному велоспорті. Їхня структура, по суті, є складною оболонкою. Завдяки високій міцності та низькій вазі, спортсмени можуть досягати вищих швидкостей.
- Виробники елітних спорткарів використовують вуглепластик для створення легких і міцних кузовів. Це дозволяє досягти кращого прискорення, керованості та зниження витрат палива.

Цивільне будівництво

- Скловолокно та склопластик використовуються для підвищення структурної міцності будівель. Це може включати армування тонких бетонних оболонок або куполів, де композитні матеріали додають міцності без значного збільшення ваги, що зменшує навантаження на фундамент.
- У деяких випадках, для створення складних архітектурних форм і фасадних елементів, можуть використовуватися багат шарові композитні матеріали, які мають легку вагу, але зберігають міцність і стійкість до зовнішніх впливів.

Військова техніка та безпілотники

- У конструкціях дронів, де кожен грам ваги впливає на час польоту, вуглецеве волокно та композити є основним матеріалом. Корпуси, що можуть бути виконані у формі складних оболонок, мають високу міцність, але залишаються надзвичайно легкими, що дозволяє збільшити корисне навантаження або тривалість польоту.

Покращені динамічні властивості

- За допомогою багатошарових матеріалів можна досягти оптимальних характеристик жорсткості та демпфування. Це дає змогу ефективніше контролювати власні коливання оболонки та уникати явища резонансу, яке може призвести до руйнування.
- Додавання шарів, що поглинають вібрацію, допомагає зменшити вплив зовнішніх динамічних навантажень на конструкцію.

Багатошарові матеріали, особливо сендвіч-панелі, є ефективним інструментом для поліпшення динамічних властивостей оболонки типу «конус-циліндр-конус». Завдяки комбінації жорстких зовнішніх шарів і м'якого, легкого внутрішнього шару, можна досягти високої жорсткості та ефективного демпфування вібрацій.

Зменшення вібрацій в аерокосмічній галузі

- У літаках широко використовуються багатошарові композитні матеріали для обшивки, що допомагає знизити вібрацію та шум у салоні. Шар, що поглинає вібрацію, між двома жорсткими шарами композиту значно зменшує передачу коливань від двигунів і потоку повітря до пасажирського салону.
- Оболонки у формі «конус-циліндр-конус» можуть використовуватися як частини обтічників і структурних елементів ракет. Композитна структура, що включає шари, які демпфують вібрацію, дозволяє захистити чутливе обладнання від екстремальних вібрацій та ударних навантажень, що виникають під час запуску і польоту.

Контроль резонансу в механічних системах

- В обладнанні, що працює з високою швидкістю або точністю, як-от ротори, турбіни чи верстати, резонанс може призвести до руйнування або збоїв. Використання багат шарових оболонок у формі «конус-циліндр-конус», що включають матеріали з різними властивостями демпфування, дозволяє відсунути резонансну частоту конструкції від робочих частот або ефективно гасити резонансні коливання.
- В антенних системах, що використовуються в аерокосмічній техніці та зв'язку, делікатні конструкції повинні бути стійкими до вібрацій. Багат шарові матеріали допомагають забезпечити необхідну структурну жорсткість і одночасно зменшити вібрації, що передаються на саму антену, забезпечуючи її стабільну роботу.

Звукоізоляція та акустика

- У деяких випадках, наприклад, в об'єктах цивільного будівництва або у певних машинобудівних конструкціях, багат шарові оболонки використовуються для звукоізоляції. Комбінація жорсткого зовнішнього шару та м'якого внутрішнього, що поглинає звук, допомагає блокувати передачу звукових хвиль через стінку оболонки. Це може бути застосовано в промислових вентиляційних системах або звукоізоляційних камерах.

Розумні та адаптивні конструкції

- В експериментальних розробках, що стосуються багат шарових оболонок, застосовуються «розумні» матеріали, як-от електрореологічні рідини. Внутрішній шар такої оболонки може бути заповнений рідиною, в'язкість якої можна змінювати за допомогою електричного поля. Це дозволяє динамічно контролювати демпфувальні властивості оболонки в залежності від рівня вібрацій, що забезпечує адаптивний контроль коливань.

Стійкість до зовнішніх впливів

- На відміну від металів, композитні матеріали не схильні до корозії, що значно збільшує термін служби конструкції в агресивних середовищах.
- Використання шарів із різними термічними властивостями дозволяє створювати оболонки, що витримують екстремальні перепади температур, не втрачаючи міцності.

Хімічна та нафтохімічна промисловість

- У хімічній промисловості, де потрібна стійкість до агресивних кислот, лугів та інших хімічних речовин, традиційні метали можуть швидко піддаватися корозії. Багатошарові оболонки, що складаються, наприклад, з внутрішнього шару, стійкого до хімікатів (епоксидна або вінілефірна смола, армована скловолокном), та зовнішнього, що забезпечує міцність, ідеально підходять для створення трубопроводів і резервуарів. Ці матеріали не іржавіють і можуть працювати в агресивних середовищах десятиліттями без значних пошкоджень.

Аерокосмічна та космічна галузі

- У космічній техніці, де конструкції мають витримувати екстремальні перепади температур, використовуються багатошарові композитні системи. Наприклад, в системах теплового захисту космічних апаратів застосовуються композити з керамічною матрицею (КМК) з вуглецевим або керамічним волокном. Ці матеріали здатні витримувати температури до 2000 °C і захищають внутрішні компоненти від перегріву під час входження в атмосферу.
- Багатошарова ізоляція. Ця технологія, що складається з безлічі тонких шарів відбиваючого матеріалу (наприклад, алюмінієвої фольги або алюмінізованої плівки), використовується для захисту супутників та інших космічних апаратів від радіаційного теплообміну у вакуумі. Оболонка типу «конус-циліндр-конус» може бути основою для такої

ізоляції, яка допомагає підтримувати стабільну температуру всередині апарата.

- У турбінних двигунах та інших високотемпературних частинах, де потрібно витримувати екстремальне тепло та окислення, використовується нікелевий сплав Інконель. Цей матеріал, що є різновидом багат шарового металу, забезпечує відмінну стійкість до корозії в умовах високих температур.

Цивільне та промислове будівництво

- Для будівництва конструкцій, що знаходяться під постійним впливом води або агресивного середовища (наприклад, морські платформи, елементи очисних споруд), використання композитів, армованих скловолокном, забезпечує стійкість до корозії та хімічних впливів.
- У цивільному будівництві для теплоізоляції можуть використовуватися багат шарові сендвіч-панелі, що складаються з жорстких зовнішніх шарів і легкого внутрішнього шару-наповнювача (наприклад, поліуретану). Це забезпечує ефективну теплоізоляцію та стійкість до температурних коливань.

Можливість адаптації до складної геометрії

- Композитні матеріали особливо добре підходять для складних кривих і форм, що дозволяє легше створювати оболонки типу «конус-циліндр-конус», оптимізуючи їхню аеродинамічну ефективність та структурну цілісність.
- Можливість змінювати тип матеріалу та товщину шарів по всій оболонці дає змогу оптимізувати її характеристики для конкретних умов навантаження в різних частинах конструкції.

Здатність композитів адаптуватися до складної геометрії робить їх ідеальним матеріалом для виготовлення оболонки типу «конус-циліндр-конус», де є кілька з'єднань і перехідних зон. Це дозволяє створювати

монолітні, оптимізовані конструкції з меншою кількістю з'єднань, що підвищує їхню міцність і надійність..

Приклади адаптації до складної геометрії

- У ракетобудуванні використовуються багат шарові композитні матеріали для виготовлення складних аеродинамічних форм, які складаються з конічних і циліндричних секцій. Це дозволяє створювати монолітні та легкі конструкції, що знижує вагу, покращує паливну ефективність та підвищує загальну продуктивність.
- Оболонки у формі «конус-циліндр-конус» можуть використовуватися для створення різних частин супутників, де важлива легкість та висока міцність. Вуглепластикові композити забезпечують необхідну жорсткість для захисту чутливого обладнання, водночас мінімізуючи вагу.
- Композитні матеріали використовуються у двигунах літаків, де вони допомагають створювати легші та міцніші лопатки вентиляторів та інші елементи. Композитні обтічники двигунів також можуть бути виготовлені зі складною кривизною для оптимізації аеродинамічних характеристик.

Машинобудування та інші галузі

- У виробництві резервуарів для зберігання газів або рідин під високим тиском, де потрібні стійкість і міцність, композити намотуються у складну форму. Завдяки автоматизованому намотуванню волокон (філаментне намотування) можна створювати оболонки типу «конус-циліндр-конус» з оптимальним розподілом матеріалу, що мінімізує слабкі місця та збільшує міцність.
- У виробництві автомобілів і поїздів композити використовуються для створення складних частин кузова та інтер'єру, що покращує аеродинаміку, ефективність використання пального та безпеку. Їхня гнучкість у

формуванні дозволяє створювати унікальні форми, які були б недосяжними для металевих деталей.

Ефективні технології виготовлення

- Автоматизоване викладання волокна. Технології дозволяють роботизованим системам точно викладати композитні волокна на складні поверхні, що забезпечує рівномірне розподілення та високу якість. Це ідеально підходить для створення перехідних зон між конічними та циліндричними частинами, мінімізуючи дефекти та з'єднання.
- Литво з перенесенням смоли. Цей метод передбачає розміщення армуючих волокон у формі, після чого смола вводиться під тиском. Це дозволяє виготовляти складні деталі з високою якістю поверхні та високим ступенем повторюваності.
- Монолітна конструкція. Усунення потреби в з'єднанні окремих частин (наприклад, конічних і циліндричних) дозволяє створювати монолітні конструкції. Це знижує вагу, зменшує кількість потенційних місць для несправностей і підвищує загальну надійність конструкції.

Завдяки цим технологіям та властивостям багатошарових матеріалів, інженери можуть створювати оболонки типу «конус-циліндр-конус» із складнішою геометрією, ніж це було б можливо з традиційних матеріалів, оптимізуючи їхні характеристики для конкретних умов експлуатації.

Підвищення надійності та довговічності

- *Втомна міцність.* Багатошарові матеріали можуть мати кращу втомну міцність порівняно з металами, оскільки їхня структура дозволяє розподіляти навантаження та запобігати швидкому поширенню тріщин.
- *Опірність до пошкоджень.* Якщо один із шарів буде пошкоджено, інші шари можуть і надалі виконувати свою функцію, що запобігає повному руйнуванню конструкції

Наведемо кілька конкретних прикладів, які ілюструють, як використання багат шарових матеріалів підвищує надійність і довговічність оболонки типу «конус-циліндр-конус»:

Авіація та космічна техніка

- *Фюзеляж та крила літаків.* Сучасні пасажирські літаки, як-от Boeing 787 Dreamliner та Airbus A350, активно використовують багат шарові композитні матеріали з вуглецевого волокна для конструкції фюзеляжу та крил. Це підвищує втомну міцність, оскільки композити не мають типових для металів дефектів, пов'язаних з втомним руйнуванням. Крім того, завдяки своїй багат шаровій структурі, вони краще протистоять поширенню тріщин, що виникають від ударів, зберігаючи цілісність конструкції.
- *Системи обтічників ракет.* Композитні обтічники, що захищають супутники та інше обладнання від аеродинамічного навантаження під час запуску, виготовляються з багат шарових матеріалів. Якщо зовнішній шар отримує пошкодження (наприклад, від зіткнення з мікрометеоритом), внутрішні шари забезпечують захист та герметичність, дозволяючи продовжити місію.
- *Елементи конструкції супутників.* Оболонки у формі «конус-циліндр-конус» можуть використовуватися як частини структурної основи супутників. Багат шарові вуглепластикові композити забезпечують високу жорсткість і стабільність, необхідні для точного позиціонування антен і сонячних батарей, а також забезпечують стійкість до пошкоджень від космічного сміття та екстремальних температур.

Спортивне обладнання

- *Корпуси гоночних автомобілів.* У Формулі-1 та інших гоночних серіях використовують монококи з вуглецевого волокна. Вони є багат шаровими структурами, що забезпечують високу міцність і

жорсткість. У разі аварії, багатошарова структура може поглинути енергію удару, захищаючи пілота. Деякі шари можуть бути пошкоджені, але конструкція не зазнає повного руйнування.

- *Велосипедні рами.* Висококласні рами для шосейних і гірських велосипедів часто виготовляються з вуглепластику. Їхня багатошарова конструкція забезпечує високу жорсткість у потрібних напрямках (для ефективної передачі сили) та амортизацію в інших. Завдяки цьому вони стійкі до втоми та ударних навантажень, що забезпечує їхню довговічність.

Резервуари та ємності високого тиску

- *Балони для стисненого природного газу (СПГ).* Балони для СПГ в автомобілях, що працюють на цьому виді палива, виготовляються з багатошарових матеріалів. Внутрішній шар може бути виконаний з термопласту, який забезпечує герметичність, а зовнішній — з композиту, армованого вуглецевим волокном, що забезпечує високу міцність і стійкість до тиску. Ця конструкція є набагато безпечнішою, ніж металеві аналоги, оскільки вона стійка до втоми і в разі пошкодження руйнується менш катастрофічно.
- *Гідроакумулятори.* У гідротехнічних системах для зберігання води під тиском використовуються багатошарові оболонки, які забезпечують стійкість до циклічних навантажень та захист від корозії.

Військова техніка та безпілотники

- *Бронежилети.* Композитні бронепластики складаються з кількох шарів матеріалів, які поглинають енергію удару, запобігаючи проникненню кулі.
- *Корпуси безпілотних літальних апаратів.* Багатошарові композитні корпуси БПЛА мають високу стійкість до пошкоджень, що виникають під час експлуатації, зокрема від зіткнень з дрібними перешкодами або від влучання осколків. Навіть якщо один з шарів пошкоджено, інші шари зберігають структурну цілісність, що дозволяє апарату завершити місію.

4.2. Теорії та методи розрахунку складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” на температурні та силові навантаження

Розрахунок оболонок типу «конус-циліндр-конус» на температурні та силові навантаження — це складне інженерне завдання, яке потребує застосування як аналітичних методів, так і чисельних [29], зокрема методу скінченних елементів (МСЕ). Складність полягає в наявності перехідних зон між різними за формою секціями, де виникають додаткові крайові ефекти та концентрація напружень.

Методи розрахунку

Аналітичний підхід (теорія оболонок)

Цей метод ґрунтується на розв'язанні диференціальних рівнянь, що описують деформацію та напружений стан оболонки. Однак, через складність геометрії, такий підхід зазвичай застосовується з певними спрощеннями.

- *Безмоментна теорія:* Найпростіший метод, який ігнорує згинальні моменти та зсувні сили. Вона дає достатньо точні результати для ділянок, віддалених від з'єднань, де напруження розподіляється рівномірно. Проте, в місцях переходу «конус-циліндр» ця теорія не працює, оскільки там виникають значні локальні згинальні напруження.
- *Метод крайових ефектів (граничних шарів):* Цей метод враховує згинальні напруження, що виникають біля місць з'єднань. Він дає змогу оцінити локальні пікові напруження, які можуть у декілька разів перевищувати напруження, отримані за безмоментною теорією. В розрахунках використовується ідея "еквівалентного циліндра" для спрощення аналізу конічних частин.

Чисельний підхід (метод скінченних елементів — МСЕ)

Це найпоширеніший і найточніший спосіб розрахунку складних конструкцій, зокрема складених оболонок.

- *Моделювання*: Увесь об'єкт розбивають на множину невеликих елементів (кінцевих елементів). Для оболонок зазвичай використовують чотирикутні елементи з шістьма ступенями свободи.
- *Визначення навантажень*: Застосовують зовнішні силові (тиск, осьове стиснення, кручення) та температурні навантаження (градієнт температури по товщині, різниця температур між внутрішньою та зовнішньою поверхнями).
- *Аналіз напружень*: МСЕ дозволяє отримати детальну картину розподілу напружень, деформацій і температур по всій поверхні оболонки, включаючи перехідні зони, де напруження можуть бути особливо високими.
- *Дослідження стійкості*: За допомогою МСЕ можна проводити аналіз на стійкість (зокрема, з урахуванням геометричної нелінійності), що є критично важливим для тонкостінних оболонок під дією стискаючих навантажень.

Розрахунок на силові навантаження

Для силових навантажень (наприклад, внутрішній тиск) проводиться комплексний аналіз, який включає:

- *Перевірка на міцність*: Розрахунок максимальних напружень (особливо в перехідних зонах) і порівняння їх із допустимими.
- *Перевірка на стійкість*: Для тонкостінних оболонок, особливо під дією зовнішнього тиску або осьового стиснення, розраховується критичне навантаження, за якого оболонка може втратити форму (з'явиться «складка»).

Розрахунок на температурні навантаження

Температурні навантаження викликають термічні напруження, які можуть призвести до деформації та втрати міцності [25,26]. Розрахунок включає:

- *Оцінка температурного поля:* Визначення розподілу температури по товщині та поверхні оболонки [13,14].
- *Розрахунок термічних напружень:* Властивості багатошарових матеріалів ускладнюють цей розрахунок, оскільки різні шари мають різні коефіцієнти теплового розширення. Це може спричинити внутрішні напруження навіть без зовнішнього навантаження.
- *Врахування комбінованого навантаження:* Найскладніші випадки включають комбіновану дію силових і температурних навантажень. МСЕ дає змогу моделювати такі ситуації, застосовуючи для нелінійного статичного розрахунку.

Багатошарові матеріали

Якщо оболонка багатошарова (наприклад, композитна), то розрахунок стає ще складнішим. У цьому випадку використовуються спеціалізовані методи:

- *теорія дискретних шарів:* Кожен шар моделюється окремо, що дозволяє врахувати різні матеріали та їх взаємодію.
- *теорія еквівалентного шару:* Для простих випадків можна замінити багатошарову структуру на однорідну, але з ефективними властивостями.

Таким чином, розрахунок оболонки типу «конус-циліндр-конус» на температурні та силові навантаження вимагає комплексного підходу, що поєднує методи теорії оболонок для розуміння основних закономірностей і чисельні методи, як МСЕ, для точного моделювання реальних умов експлуатації.

Для розрахунку багатошарових оболонок, що складаються з декількох шарів різних матеріалів, використовується низка теорій [1-10]. Вибір конкретного підходу залежить від товщини шарів, їхнього матеріалу та

необхідної точності розрахунку. Основні теорії можна розділити на дві великі групи: теорії еквівалентного одношарового матеріалу та пошарові (дискретні) теорії.

Теорії еквівалентного одношарового матеріалу

Цей підхід розглядає багатошарову оболонку як єдину однорідну оболонку з еквівалентними механічними властивостями. Цей метод значно спрощує розрахунок, але має обмеження.

Класична теорія ламінованих оболонок. Це найпростіша теорія, що ґрунтується на гіпотезі Кірхгофа-Лява, яка передбачає:

- прямі нормалі до серединної поверхні залишаються прямими та перпендикулярними до неї після деформації;
- нехтує деформацією поперечного зсуву та поперечним стисненням.

Застосовується переважно для тонких оболонок, де ефекти поперечного зсуву незначні.

- *Теорія деформацій зсуву першого порядку*

Ця теорія, на відміну від попередньої, враховує деформації поперечного зсуву. Вона передбачає, що нормалі до серединної поверхні залишаються прямими, але не обов'язково перпендикулярними до неї після деформації. Добре підходить для розрахунку помірно тонких і помірно товстих багатошарових оболонок.

- *Теорії деформацій зсуву вищих порядків.* Ці теорії використовують більш складні апроксимації для переміщень по товщині. Вони здатні точніше моделювати розподіл напружень, особливо у товстих оболонках.

Пошарові (дискретні) теорії

Цей підхід розглядає кожен шар оболонки окремо, враховуючи його унікальні властивості та поведінку. Потім розв'язок для всієї оболонки отримується шляхом об'єднання рішень для окремих шарів.

Ця теорія:

- забезпечує високу точність, особливо у випадках значного градієнту напружень і деформацій по товщині, що є характерним для композитних матеріалів з різними властивостями шарів.
- враховує переривчастість дотичних напружень на межі шарів.

Ідеально підходить для товстих багатошарових оболонок, що складаються з шарів з сильно відмінними властивостями, як у випадку сендвіч-панелей.

Гібридні та спеціалізовані теорії

Існують також більш досконалі та спеціалізовані методи, які поєднують різні підходи або фокусуються на певних явищах.

- *Асимптотичні та аксіоматичні методи:* Використовуються для отримання більш точних розв'язків для складних випадків.
- *Метод кінцевих елементів:* Як чисельний метод, МСЕ використовується для реалізації всіх згаданих вище теорій і є найпоширенішим інструментом для розрахунку багатошарових оболонок складної форми. Завдяки МСЕ можна отримати детальне розподілення напружень, деформацій та температури по всій конструкції, включаючи критичні перехідні зони.

4.3. Застосування кінцево-зсувної теорії до розрахунку складених оболонок типу “конус-циліндр-конус” на температурні та силові навантаження

Для дослідження багатошарової складеної оболонки використаємо кінцево-зсувну теорію [19,20,30,31]. Кінцево-зсувна теорія пластин та оболонок — це спеціалізований підхід для розрахунку багатошарових конструкцій, який враховує деформації поперечного зсуву та деформації, що виникають через скінченні переміщення. Вона є розвитком традиційних теорій, що дозволяє отримати більш точні результати, особливо для товстих і помірно товстих багатошарових оболонок.

На відміну від класичної теорії, кінцево-зсувна теорія не нехтує деформаціями поперечного зсуву. Вона передбачає, що нормалі до серединної поверхні залишаються прямими, але після деформації не обов'язково перпендикулярні до неї. Це робить її особливо придатною для розрахунку конструкцій, де поперечний зсув відіграє значну роль, наприклад, у товстих сендвіч-панелях.

В основі теорії лежать певні гіпотези щодо розподілу поперечних дотичних напружень по товщині багатошарової оболонки. Це дозволяє більш точно змодельовати поведінку матеріалу, що складається з шарів з різними механічними властивостями. У джерелах згадується використання цієї теорії для розв'язання задачі стаціонарної теплопровідності багатошарової оболонки, що свідчить про її здатність враховувати температурні навантаження.

Теорія враховує нелінійні ефекти, що виникають при скінченних переміщеннях. Це означає, що вона може бути застосована для аналізу конструкцій, які зазнають значних деформацій без втрати стійкості, а не лише малих деформацій. Це важливо для розрахунку стійкості тонкостінних оболонок, що знаходяться під тиском або іншими видами навантажень.

Ця теорія успішно застосовувалася для моделювання та розрахунку тришарових складених конструкцій, що підтверджує її ефективність для багатошарових систем. Завдяки цьому підходу можна врахувати специфічні властивості та взаємодію шарів.

Кінцево-зсувна теорія забезпечує вищу точність порівняно з класичними теоріями, особливо для товстих багатошарових оболонок і при значних деформаціях.

Вона може використовуватися для розрахунку міцності та стійкості багатошарових конструкцій, що є критично важливим для авіакосмічної техніки та інших галузей. Теорія дозволяє враховувати вплив температури, що робить її корисною для розрахунку конструкцій, що працюють в умовах високих або змінних температур. Ця теорія знаходить застосування у випадках, коли традиційні теорії не дають достатньої точності, наприклад, для розрахунку складених конструкцій зі значною товщиною шарів або значними деформаціями.

Таким чином, кінцево-зсувна теорія є важливим інструментом для інженерів, що займаються розрахунком складних багатошарових конструкцій, що вимагають високої точності та врахування нелінійних ефектів [27,28].

Об'єктом розрахунку є конструкція мобільної споруди, яка являє собою тришарову складену оболонку типу “конус-циліндр-конус” (Рис.33).

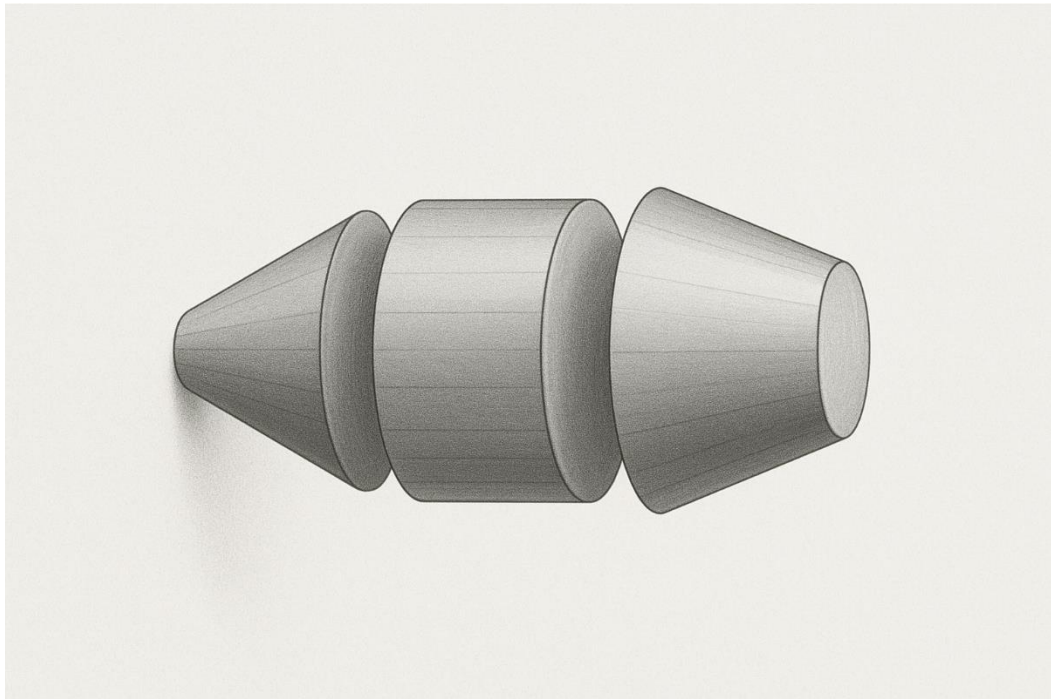


Рис. 33. Схема складеної оболонки

Оболонка має наступні геометричні характеристики (Рис.34): довжина конічних частин $l_1 = l_3 = 1,5$ м; довжина циліндричної частини $l_2 = 3$ м; менший радіус конуса $R_1 = 1,4$ м, радіус циліндра $R_2 = 1,6$ м; товщина несучих шарів $t_1 = t_3 = t_n = 0,002$ м, заповнювача - $t_2 = t_{зап} = 0,08$ м. Несучі шари виконані з алюмінієвого сплаву з характеристиками: модуль пружності $E_n = 0,7 \cdot 10^5$ МПа, модуль зсуву $G_n = 0,27 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu_n = 0,3$, коефіцієнт теплопровідності $\lambda = 163$ Вт/(м·К); коефіцієнт лінійного теплового розширення $\alpha_n = 23 \cdot 10^{-6}$ 1/К. В якості заповнювача був використаний пінопласт: $E_{зап} = 200$ МПа, $G_{зап} = 77$ МПа, $\nu_{зап} = 0,3$, $\lambda = 0,058$ Вт/(м·К), $\alpha_{зап} = 0$. Оболонка перебуває під впливом температурного поля і рівномірно розподіленого по всій поверхні навантаження інтенсивністю $q = 0,01$ МПа (Рис.35).

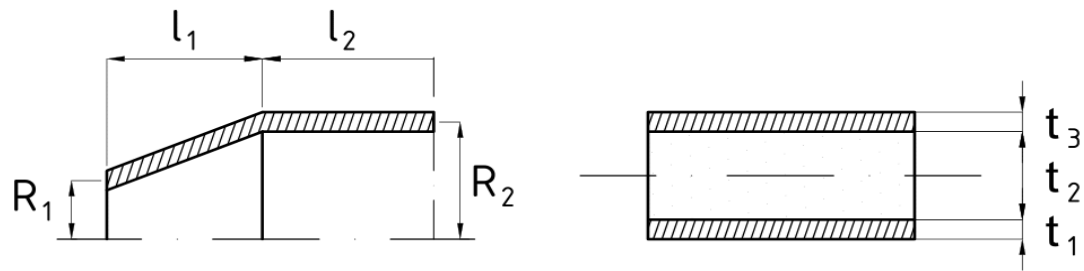


Рис. 34. Будова та геометричні розміри оболонки

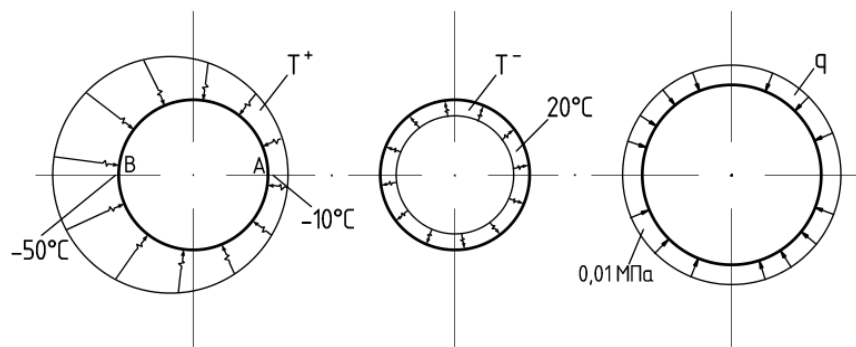


Рис. 35. Розподіл температури та навантаження на поверхнях оболонки

Аналіз отриманих результатів показує, що переміщення u_z (Табл. 2) для 1, 3, 4 випадків зовнішнього навантаження мають додатні значення, а для випадків 2 і 5 - від'ємні значення. При цьому абсолютні максимальні значення u_z досягаються при температурному впливі у січненні "Б". Найбільші значення меридіональних напружень σ_{11}^+ мають місце для температурного навантаження у січненні "Б". Окружні напруження σ_{22}^+ при всіх сполученнях навантажень є додатними і досягають максимуму в січненні "Б" для навантаження виду "5".

Таблиця 2. Результати розрахунку оболонки

Величини, що визначаються	Відносна відстань від лівого торця оболонки $\frac{x_1}{L}$
---------------------------	---

Січення А при дії температури (випадок 1)						
$U_z * 10^{-4}, \text{м}$	0	2,84	3,56	3,87	3,58	3,01
$\sigma_{11}^+, \text{Мпа}$	0	28,16	33,21	32,11	30,12	29,26
$\sigma_{22}^+, \text{Мпа}$	18,23	35,86	38,47	38,29	38,43	38,46
Січення Б при дії температури (випадок 2)						
$U_z * 10^{-4}, \text{м}$	0	-8,61	-8,01	-6,99	-7,01	-7,02
$\sigma_{11}^+, \text{Мпа}$	0	50,11	73,31	83,56	89,67	90,27
$\sigma_{22}^+, \text{Мпа}$	80,11	64,42	72,31	75,76	79,63	80,31
Силове навантаження (випадок 3)						
$U_z * 10^{-4}, \text{м}$	0	2,65	2,55	2,48	2,41	2,46
$\sigma_{22}^+, \text{Мпа}$	0	4,01	4,43	4,61	4,77	4,53
Одночасна дія силового навантаження та температури в січенні А (випадок 4)						
$U_z * 10^{-4}, \text{м}$	0	3,99	5,42	5,81	4,62	4,78
$\sigma_{22}^+, \text{Мпа}$	18,26	37,82	40,13	39,92	40,26	40,25
Одночасна дія силового навантаження та температури в січенні Б (випадок 5)						
$U_z * 10^{-4}, \text{м}$	0	-6,89	-4,52	-4,36	-4,28	-4,37
$\sigma_{22}^+, \text{Мпа}$	85,56	70,12	76,31	82,14	83,72	89,61

Як впливає із таблиці, прогини і напруження, які виникають при дії температурного поля в 4-20 разів перевищують аналогічні величини, які отримані при силовому навантаженні. Це свідчить про те, що визначальним фактором напружено-деформованого стану складеної оболонки є температурний вплив.

ВИСНОВКИ

Магістерська робота присвячена питанням, пов'язаним із моделюванням систем. Системи масового обслуговування зустрічається в різних сферах людської діяльності тому моделювання таких систем і їх розрахунок становить важливу і складну задачу.

В магістерській роботі:

1. Розглянуті деякі приклади СМО, класи задач які виникають при їх моделюванні, проведена класифікація таких систем.
2. Побудовані основні імітаційні моделі СМО які можуть бути застосовані для більшості практичних ситуацій. Це одноканальні СМО з пріоритетами та без пріоритетів, багатоканальні та багатофазні СМО як з пріоритетами так і без пріоритетів.
3. Наведена оцінка ефективності функціонування СМО та можливі заходи для покращення їх роботи.
4. Проведено моделювання та дослідження багатошарових конструкцій, зокрема складених оболонок типу “конус-циліндр-конус”.
5. Зроблений аналіз літературних джерел які стосуються таких оболонок і особливостей застосування багатошарових конструкцій в техніці.
6. Наведені теорії та методи розрахунку складених оболонок на температурні і силові навантаження.
7. Виконаний розрахунок оболонки типу “конус-циліндр-конус” яка знаходиться в умовах нерівномірного нагріву та під дією розподіленого навантаження.

Список використаної літератури

1. GPSS World reference manual. Fourth Edition 2001. Copyright Minuteman Software. Holly Springs, NC, U.S.A. 2001.
2. Bargmann, S., Klusemann, B., Markmann, J., Schnabel, J., et al. (2018). Generation of 3D representative volume elements for heterogeneous materials: A review. *Progress in Materials Science*, 96, 322–384.
3. Li, S., Lin, H., Meng, F., Moss, D., et al. (2018). On-Demand Design of Tunable Complete Photonic Band Gaps based on Bloch Mode Analysis. *Scientific Reports*, 8, 14283.
4. K. Jayakumar, D. Yadav and B. Nageswara Rao, 2006. A Multi-layer Cylindrical Shell Under Electro-thermo-mechanical Loads. *Trends in Applied Sciences Research*, 1: 386-401.
5. Segovia-Chaves, F., Vinck-Posada, H., & Navarro-Barón, E. (2019). Photonic band structure in a two-dimensional hexagonal lattice of equilateral triangles. *Physics Letters A*, 383(25), 3207–3213.
6. Hirst, M. J. S. 1984. “Temperature Effects.” Short Course on Prestressed Slab Systems-Chapter 11, Concrete Institute of Australia and N.S.W.I.T.
7. Miniteman Software, GP.SS WORLD REFERENCE MANUAL, Holly Springs, NC,
8. Saetta, A., Scotta, R., and Vitaliani, R. (1995). ”Stress Analysis of Concrete Structures Subjected to Variable Thermal Loads.” *J. Struct. Eng.*, 121(3), 446–457.
9. Wang, S. and Xu, X. 2006. Simplified Building Model for Transient Thermal Performance Estimation Using GA-based Parameter Identification. *International Journal of Thermal Sciences*. 45 (2006): 419–432.
10. Zohd, T. (2018). 1Rapid Voxel-Based Digital-Computation for Complex Microstructured Media. *Arch. of Comp. Meth. in Eng.*, 1–16.

11. Бондарський О.Г., Бабков О.В., Косенко В.І. Методика чисельного розв'язання крайових задач статических систем багаточастинної структури. // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". – Випуск №33. – 2021. – С. 50–52.
12. Великодний С.С. Моделювання систем: конспект лекцій. Одеський державний екологічний університет, 2018. – 186 с.
13. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. – 301 с.
14. Коваленко А.Д. Термоупругость. – Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.
15. Литвинов В. В., Марьянович Т. П. Методы построения имитационных систем. К.: Наук. думка, 1991. — 120 с.
16. Майстренко А.А., Рижанкова Л.М. Моделювання виробничих процесів і систем: конспект лекцій. – К: КНУБА, 2013. – 56 с.
17. Махней О.В. Лабораторний практикум з імітаційного моделювання у GPSS: Метод рекомендації до проведення лабораторних занять. – Ів.-Франківськ: 2020. – 40 с.
18. Мурашиний алгоритм [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Мурашиний алгоритм](https://uk.wikipedia.org/wiki/Мурашиний_алгоритм). 2021.
19. Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. Киев: Высшая школа. 1986. – 191 с.
20. Рассказов О.О., Бондарський О.Г. Дослідження впливу пружних характеристик матеріалу шарів на параметри термопружного стану складеної оболонки. // Вісник національного транспортного університету. К., – 2003. – Випуск 8. – С. 423-428.
21. Ситник В. Ф., Орленко Н. С. Імітаційне моделювання: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 1998. — 208 с.
22. Томашевський В. М., Жданова О. Г., Жолдаков О. О. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання. — К.: Корнійчук, 2001. — 267 с.
23. Томашевський В.М. Моделювання систем. – К.: Видавнича група ВНУ, 2002. – 352 с.

24. Яворський Н.Б., Андрушак Н.А. Моделювання дисперсійних співвідношень пористих композиційних матеріалів на підставі коміркових мікрорівневих структурних моделей. Науковий вісник НЛТУ України, 2020, 30(1), 142-151.
25. В. М. Трач, А. В. Подворний, О. Г. Бондарський, “Термосилове деформування нетонких анізотропних циліндричних оболонок, захищених функціонально-градієнтним матеріалом,” *Мат. методи та фіз.-мех. поля*, 67, №1-2, 153–164 (2024), (Scopus), <https://doi.org/10.15407/mmpmf2024.67.1-2.153-164>
26. Trach V.M., Podvornyi A.V., Zhukova N.B., Bondarskyi O.G. Free vibrations of layered anisotropic thick-walled cylindrical shells // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 250-264. (Web of Science), <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.250-264>
27. Бондарський О.Г., Ужегова О.А., Дробишинець С.Я., Денейчук В.Є., Формазюк В.І. (2025). Моделювання та розрахунок складеної оболонки типу “конус-циліндр-конус”. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 23, 66-74. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13\(23\)-07](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13(23)-07)
28. Бондарський О.Г., Ужегова О.А. Моделювання та аналіз термопружного стану оболонкової системи. *Сучасні технології та методи розрахунку в будівництві. Збірник наукових праць. Вип.21. Луцьк: ЛНТУ, 2024. С. 29-34.* [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11\(21\)-03](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11(21)-03)
29. Pasichnyk R., Pasichnyk O., Uzhegova O., Andriichuk O., Bondarskii O. Calculation Optimization of Complex Shape Shells by Numerical Method. In: Ivanov V. et al. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. Pp 643-652. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_64. Online ISBN978-3-030-22365-6.
30. Pankratova N.D., Rasskazov A.O., Bondar A.G., Bondarskii A.G. Thermostress state of shear-pliable multilayer orthotropic shells and plates *Soviet Applied Mechanics*, 1987, 23(7), pp. 658–663

31. Bondar A.G., Rasskazov A.O., Kozlov V.I., Bondarskii A.G. Thermoelastic equilibrium of multilayered composite shells. *Strength of Materials*. This link is disabled., 1989, 21(6), pp. 784–789